



ŁUKASZ CHELSTOWSKI

Arcadis Sp. z o.o.  
Lukasz.Chelstowski@gmail.com



RADOSŁAW OLESZEK

Politechnika Warszawska  
Arcadis Sp. z o.o.  
radoslaw.oleszek@pw.edu.pl  
ORCID: 0000-0002-1036-329X



WOJCIECH RADOMSKI

Politechnika Warszawska  
Wojciech.Radomski@pw.edu.pl  
ORCID: 0000-0002-3404-6109

## Skutki uproszczeń w modelowaniu mostowych przęseł płytowych z betonu

W konstrukcjach mostowych z betonu zbrojonego lub sprężonego często stosuje się płytowe przekroje poprzeczne przęseł. W ich obliczeniach metodami klasycznymi oraz komputerowymi za pomocą MES stosowane bywają modele mechaniczne dźwigarów powierzchniowych znane z teorii konstrukcji [3, 5, 6, 16] w postaci różnego rodzaju płyt (rys. 1):

- cienkiej *Kirchhoffa*, przy  $h/\max(B,L) \leq 1/10$  oraz  $h/\min(B,L) \geq 1/100$ ,
- ortotropowej w przypadku przęseł o gęstym rozstawie belek i poprzecznic, a także krzyżowo zbrojnych,
- średniej grubości *Mindlina-Reissnera*, przy  $h/\min(B,L) < 1/5$  oraz  $h/\max(B,L) < 1/20$ .

W teorii  **płyt cienkich Kirchhoffa**, opracowanej w 1850 r., wprowadza się pewne przybliżenia w celu sprowadzenia zagadnienia przestrzennego ( $p^3$ ) do dwóch wymiarów, tj. płaszczyzny ( $p^2$ ). Zakłada się liniową zmienność naprężeń i odkształceń na grubości płyty oraz nieściśliwość w kierunku pionowym ( $\epsilon_z = \partial w/\partial z \approx 0$ ). Oznacza to, że płyta nie zmienia swojej grubości

podczas deformacji. W praktyce założenie to dotyczy płyt cienkich i o małych ugięciach. Stan przemieszczeń płyt *Kirchhoffa* opisywany jest za pomocą jednej wielkości – prze-

mieszczenia pionowego  $w(x,y)$  płaszczyzny środkowej płyty. Ponadto pomija się naprężenia  $\sigma_z$  z uwagi na ich niewielkie wartości w porównaniu do pozostałych składowych stanu naprężenia ( $\sigma_z \ll \sigma_x, \sigma_y$ , zakłada się  $\sigma_z \approx 0$ ). Ugięcie płyty izotropowej  $w(x,y)$  pod dowolnym obciążeniem opisane jest eliptycznym różniczkowym równaniem cząstkowym IV rzędu:

$$\frac{\partial^4 w(x,y)}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w(x,y)}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w(x,y)}{\partial y^4} = \frac{p(x,y)}{D}, \quad (1)$$

w którym:

$D$  – sztywność płytowa (dotyczy jednorodnej płyty izotropowej) określana według wzoru:

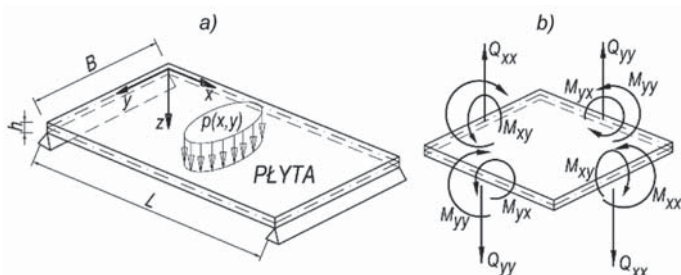
$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}, \quad (2)$$

$E, \nu, h$  – moduł sprężystości materiału, współczynnik *Poissona* i grubość płyty,

$p(x,y)$  – powierzchniowe obciążenie zewnętrzne [kN/m<sup>2</sup> lub kPa].

W  **płytach średniej grubości Mindlina-Reissnera**, opracowanej w latach 40 i 50 XX wieku, niewiadomymi są trzy przemieszczenia uogólnione: ugięcie powierzchni środkowej  $w(x,y)$  oraz kąty obrotu przekrojów (ściślej: włókien pionowych)  $\phi_x(x,y)$  i  $\phi_y(x,y)$ , jako zmienne częściowo niezależne od  $w(\phi_x \neq \partial w/\partial x, \phi_y \neq \partial w/\partial y)$ . Przekrój (włókno) płyty pozostaje płaski po deformacji, ale nie jest prostopadły do powierzchni środkowej. Odkształcenie postaciowe wiąże się z dodatkowym stopniem swobody, tj. deplanacją (spaczeniem) przekroju  $\gamma_{xy} = -\partial \phi_x/\partial y - \partial \phi_y/\partial x$ , której odpowiadają momenty skręcające w płytach  $M_{xy}$ . Według tej teorii uwzględniony jest wpływ ścinania (odkształceń postaciowych) na deformację (ugięcie) płyty. Uwzględnia ona wpływ sił poprzecznych na przemieszczenia i pozostałe wielkości statyczne, poprzez kąty odkształcenia postaciowego  $\gamma_{xz} = \gamma_x$  i  $\gamma_{yz} = \gamma_y$  częściowo niezależne od ugięcia  $w(x,y)$ . W płytach średniej grubości krzywizny  $\kappa_x, \kappa_y$  nie są drugimi pochodnymi funkcji ugięcia  $w(x,y)$ , tak jak miało to miejsce w teorii *Kirchhoffa*. Pole przemieszczeń płyt średniej grubości reprezentowane jest przez trzy, częściowo niezależne, składowe:  $w, \phi_x, \phi_y$ .

Na podstawie znanego ugięcia powierzchni środkowej (obojętnej) płyty  $w(x,y)$  można wyznaczyć składowe stanu odkształcenia, naprężenia i siły wewnętrzne, stanowiące podstawę wymiarowania w zagadnieniach technicznych. Rozwiązania zamknięte, tj. ściśle w ramach teorii płyt, dotyczą niewielkiej klasy zadań o prostej geometrii, standar-



Rys. 1. Model przęseła płytowego sformułowany przez Kirchhoffa około 1850 roku: a) geometria i schemat obciążenia, b) siły wewnętrzne wycinka nieskończonego o wymiarach  $dx \times dy$

dowych warunkach podparcia i obciążenia [3, 5, 6, 16]. Z tego względu, przed rozpowszechnieniem się metod komputerowych, stosowano metody półanalityczne, np. w postaci rozwinięcia funkcji w szeregi trygonometryczne *Fouriera*. Skomplikowany charakter matematyczny wspomnianych zagadnień skutecznie utrudniał wprowadzanie ich do praktyki inżynierskiej. Dlatego w zaleceniach normowych i obliczeniach projektowych stosowano daleko posunięte uproszczenia.

Przed rozpowszechnieniem się komputerowych metod analizy statycznej konstrukcji inżynierskich, które w warunkach krajowych nastąpiło w zasadzie dopiero na początku lat 90 XX wieku, stosowano metody klasyczne oparte na koncepcji rozdziału poprzecznego obciążenia [1, 4, 8, 10, 15]. W tym celu wyznaczano linie wpływowe w kierunku poprzecznym przęsła. Rozdziału obciążenia można było dokonać wieloma metodami o zróżnicowanej dokładności i pracochłonności pod względem obliczeniowym.

W mostownictwie stosuje się na ogół trzy grupy schematów obliczeniowych przęseł płytowych [7÷17]:

- modele jednobelkowe ( $e^1, p^1$ ) z wykorzystaniem różnych metod rozdziału poprzecznego obciążeń,
- ruszty belkowe ( $e^1, p^2$ ) o węzłach sztywnych lub przegubowych,
- model cienkiej lub średnio-grubej płyty sprężystej izotropowej lub ortotropowej ( $e^2, p^2$ ),
- sporadycznie przestrzenne modele bryłowe ( $e^3, p^3$ ).

**Modele jednobelkowe (klasy  $e^1, p^1$ )** w zasadzie nie uwzględniają specyfiki pracy statycznej dźwigarów płytowych lub umożliwiają to w niewielkim stopniu. Płyty mostowe, w związku ze zbliżonymi sztywnościami w kierunku podłużnym  $D_{xx}$  i poprzecznym  $D_{yy}$  oraz występowaniem sztywności skrętnej  $D_{xy}$ , charakteryzują się występowaniem dwukierunkowego zginania ( $M_{xx}, M_{yy}$ ) ze skręcaniem ( $M_{xy}$ ), a proporcje  $M_{yy}$  i  $M_{xx}$  są silnie zależne od geometrii przęsła (prostokątne lub skośne, zakrzywione w planie), sposobu podparcia (np. dwie lub cztery krawędzie, regularne lub nieregularne podparcia lokalne na łożyskach lub słupach) oraz sposobu obciążenia (np. skoncentrowane – ciężkie pojazdy lub równomiernie rozłożone – tabor samochodowy). Uproszczone modele jednobelkowe zazwyczaj prowadziły do bezpiecznego oszacowania sił wewnętrznych (z nadmiarem) w kierunku podłużnym, natomiast nie dawały informacji o ich przebiegu w kierunku poprzecznym. Za pomocą takich modeli nie można wiarygodnie określić wielkości statycznych w przęsłach szerokich lub o skomplikowanej geometrii, np. silnie zakrzywionych w planie, usytuowanych w dużym skosie lub podpartych za pomocą łożysk lub słupów w sposób nieregularny.

Przed upowszechnieniem się obliczeń za pomocą MES, za najwierniejszy sposób rozdziału poprzecznego obciążenia w przęsłach płytowych uznawano metodę *Guyona-Massoneta-Bereša* (GMB) opracowaną w latach 50 i 60 XX wieku [1]. Sposób ten opiera się na wykorzystaniu podobieństwa przęsła mostowego do płyty ortotropowej. W połowie ubiegłego stulecia uznawano ją za jedną z najdokładniejszych metod analitycznych. Jak na owe czasy sposób ten poprawnie odzwierciedlał krzywoliniowy charakter deformacji

poprzecznej przęsła mostowych. Zakres zastosowań metody był szeroki. Umożliwiała obliczanie przekrojów belkowo-płytowych (rusztowych), przęsła płytowych lub pseudopłytowych (belki prefabrykowane z przestrzeniami wypełnionymi betonem monolitycznym).

Zgodnie z analizą przeprowadzoną w pracy [10] za akceptowalną technicznie można uznać także metodę sztywnej poprzeczniczy w wersji uwzględniającej sztywność skrętną belek (wyizolowanych myślowo z przęsła jednostkowych pasm płytowych). Pozostałe uproszczone metody np. sztywnej poprzeczniczy w klasycznej odmianie, lub rozciętej poprzeczniczy, powodują oszacowanie wielkości statycznej w płycie mostowej z dużym błędem i nie powinno się ich stosować.

**Modele rusztowe (klasy  $e^1, p^2$  lub  $p^3$ )** umożliwiają odwzorowanie sztywności elementów o kształcie zbliżonym do płyty, tylko z pewnym przybliżeniem. W tego typu modelach mechanicznych przęsła jego sztywność ujęta jest za pomocą następujących parametrów:

- sztywność na zginanie pasm płytowych podłużnych  $EJ_x$  i poprzecznych  $EJ_y$ ,
- sztywność na skręcanie pasm płytowych podłużnych  $GJ_{sx}$  i poprzecznych  $GJ_{sy}$ ,

w których:  $E$  – moduł sprężystości materiału,  $A$  – pole przekroju belek,  $J_x, J_y$  – momenty bezwładności przekrojów na zginanie,  $J_{sx}, J_{sy}$  – momenty bezwładności belek na skręcanie,  $G$  – moduł odkształcenia postaciowego materiału rusztu.

Mankamentem odwzorowań rusztowych jest niedokładne odzwierciedlenie całkowitej sztywności skrętnej  $2H$  przęsła, która ujmuje proporcje sztywności podłużnej i poprzecznej, współczynniki *Poissona*  $\nu_x, \nu_y$  (ciągłość i odkształcalność poprzeczną przy zginaniu, wpływ zarysowania) oraz sztywność skrętną płyty  $D_{xy}$ . Zazwyczaj powoduje to zafałszowanie w niewielkim stopniu momentów podłużnych ( $M_{xx}$ ), ale w większym momentów poprzecznych ( $M_{yy}$ ) i skręcających ( $M_{xy}$ ). W przęsłach skośnych i nieregularnych w planie może zaburzać przekazywanie sił poprzecznych między belkami rusztu, co rzutuje na wartości otrzymywanych reakcji. Sztywność skrętną płyty w modelu rusztowym odwzorować można wprowadzając dodatkowe pręty diagonalne (ukośne) [7]. Wymaga to obliczeń zastępczych sztywności prętów modelu i utrudnia interpretację wyników.

**Modele płytowe lub powłokowe ( $e^2, p^2$ )** z punktu widzenia statyki konstrukcji oraz geometrii i gabarytów mostowych przęsła płytowych uznaje się za najbardziej wiarygodne do celów obliczeń projektowych. W programach MES zazwyczaj elementy płytowe lub powłokowe są oparte na teorii płyt cienkich *Kirchhoffa*, średnio-grubych *Mindlina-Reissnera* (uwzględnia wpływ sił poprzecznych i odkształceń postaciowych na funkcję ugięcia i siły wewnętrzne) lub powłok *Kirchhoffa-Love'a*. W obliczeniach komputerowych za pomocą tych modeli, na wyniki mają duży wpływ czynniki takie jak zagęszczenie siatki węzłów, funkcje interpolacyjne przemieszczeń elementu skończonego (funkcje kształtu interpolacja liniowa lub kwadratowa), odkształcenia postaciowe (elementy powłokowe *Kirchhoffa-Love'a* lub *Mindlina-Reissnera*), usytuowanie elementów przęsła względem siebie (mimośrody), odwzorowanie rzeczywistego poziomu

usytuowania łożysk (poniżej spodu płyty a nie w osi obrotowej), definicja szerokości podparcia (unikanie podpór „punktowych”, które nie występują w naturze), zagęszczenie siatki MES w sąsiedztwie miejsc osobliwych i korbów konstrukcyjnych czy zdegenerowany kształt elementów powłokowych. W porównaniu do odwzorowań belkowych i rusztowych, preferowanych przez inżynierów, model powierzchniowy (płytkowy lub powłokowy) może nastęrczać trudności w interpretacji wyników w miejscach osobliwych takich jak podparcie „punktowe” przęsla na słupie lub łożyskach, zbieganie się krawędzi panelu powierzchniowego w narożach, miejsc zmiany grubości itp.

**Modele bryłowe (klasy  $e^3$ ,  $p^3$ )**, w których do dyskretyzacji wykorzystuje się objętościowe elementy skończone ( $e^3$ ), ujmują w pełni wpływ odkształceń i deformacji postaciowych w dźwigarach płytowych, umożliwiając analizę efektów lokalnych w strefach występowania dużych sił skupionych (łożyska, głowice kabli sprężających), przenikania się poprzecznic i belek, połączeń przepon ze środknikami przekrojów skrzynkowych itp. Wadą modeli  $e^3$ ,  $p^3$ , z punktu widzenia codziennej praktyki projektowej, jest znaczny rozrost zadania numerycznego, z uwagi chociażby na rozbudowaną kombinatorykę obciążeń konstrukcji mostowych, wydłużenie i skomplikowanie procesu modelowania, a także postać wyników w formie map (brył) naprężeń, zamiast scalonych sił wewnętrznych oraz trudności w ich interpretacji (np. lokalne koncentracje). W przypadku stosowania w obliczeniach projektowych modeli bryłowych klasy  $e^3$ ,  $p^3$  wymagana jest opcja „całkowania brył naprężeń”, umożliwiającą przetransformowanie pól naprężeń normalnych i stycznych na siły scalone typu „belkowego” przypisane wirtualnym przekrojom, pod kątem wykorzystania normowych procedur wymiarowania. Ponadto, w tak dokładnym modelowaniu, szczególnie istotny staje się problem interpretacji i zbieżności wyników. Kłopotliwy jest podział na elementy skończone, który eliminuje niespójność powstałej siatki. Właściwe obliczenia statyczne powinny być poprzedzone analizą zbieżności podziału na elementy skończone, co jest zadaniem czasochłonnym i stąd często pomijamy.

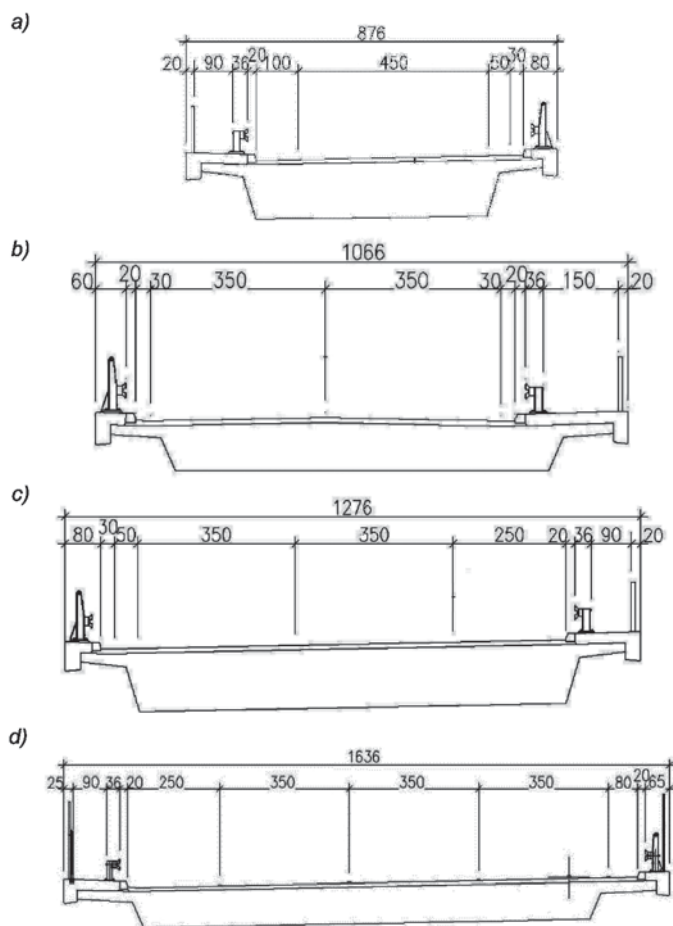
## Metodyka i założenia analizy porównawczej

Przeprowadzono porównawczą analizę statyczną dziesięciu sześciu modeli numerycznych (MES) drogowych wiaduktów płytowych o sparametryzowanych cechach geometrycznych [2], takich jak (rys. 2):

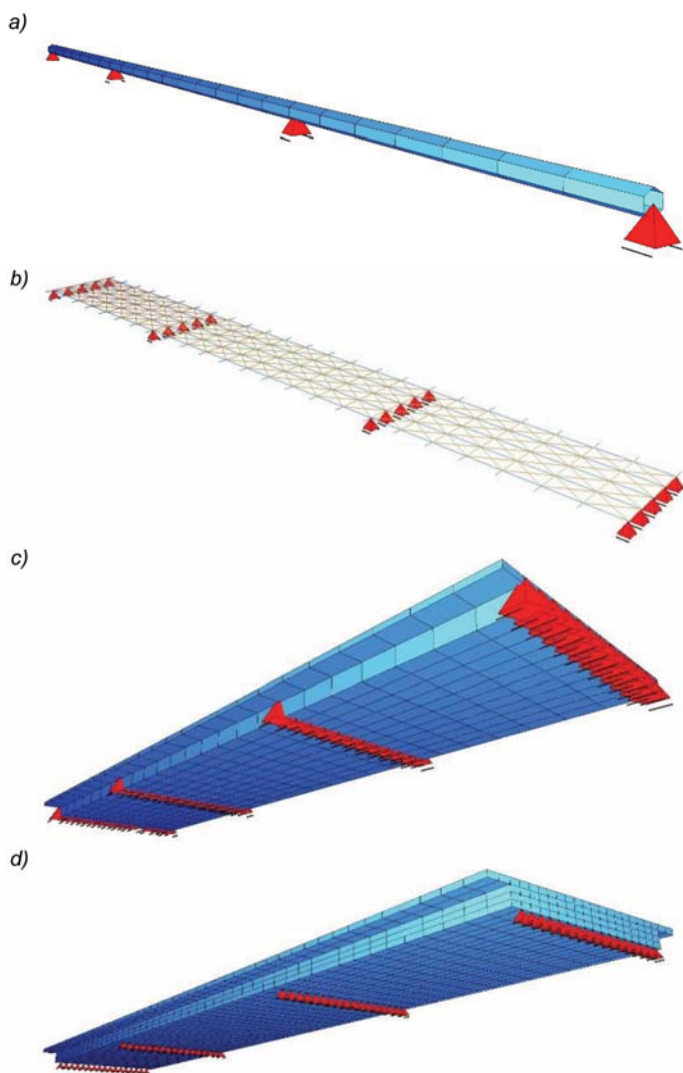
- zmienna liczba i długość przęseł  $L = 1 \times 25,0 \text{ m}$ ;  $2 \times 25,0 \text{ m}$ ;  $17,5 + 25,0 + 17,5 \text{ m}$ ;  $15 + 2 \times 25,0 + 15,0 \text{ m}$ ,
- cztery reprezentatywne szerokości przekrojów ustrojów nośnych  $B = 7,5 \text{ m}$ ;  $10,0 \text{ m}$ ;  $12,5 \text{ m}$ ;  $15,0 \text{ m}$  i odpowiadający im stosunku  $B/L = 0,3$ ;  $0,4$ ;  $0,5$  i  $0,6$ ,
- zmienny kąt skosu przęsla  $\varphi = 90^\circ$ ,  $80^\circ$ ,  $70^\circ$ ,  $60^\circ$ .

Przyjęty sposób parametryzacji konstrukcji ułatwia uzyskanie możliwie pełnego obrazu zakresu rozbieżności między rozpatrywanymi odwzorowaniami komputerowymi. Na potrzeby analizy opracowano modele jednobelkowe ( $e^1$ ,  $p^1$ ) z rozdziałem poprzecznym obciążenia metodą GMB, rusztowe z dodatkowymi prętami diagonalnymi ( $e^1$ ,  $p^2$ ),

powłokowe ( $e^2$ ,  $p^2$ ) i bryłowe ( $e^3$ ,  $p^3$ ), przedstawione na rysunku 3. Ze względu na znaczne różnice w charakterystykach poszczególnych odwzorowań numerycznych i użytych elementów skończonych oraz odmienną formę prezentacji wyników obliczeń (siły scalone – modele jednobelkowe i rusztowe, siły jednostkowe – odwzorowania powłokowe lub pola naprężeń – modele bryłowe), zdecydowano się na porównywanie naprężeń normalnych, a nie sił wewnętrznych. Takie postępowanie jest dopuszczalne, gdyż głównym celem przeprowadzonych analiz było porównywanie proporcji i różnic między poszczególnymi odwzorowaniami, a nie określenie sił wewnętrznych i przemieszczeń potrzebnych do zaprojektowania konstrukcji. Konfrontacja wyników na poziomie sił wewnętrznych byłaby bardziej kłopotliwa i wymagałaby sprowadzenia otrzymanych wielkości statycznych z różnych modeli do jednolitej postaci sił scalonych typu „belkowego”. Naprężenia sprawdzano w wytypowanych punktach dźwigarów, tj. w górnych i dolnych włóknach przęsla płytowego, przechodzących przez płaszczyznę pionową oddaloną około  $1,0 \div 1,5 \text{ m}$  od krawędzi części nośnej (pogrubionej) płyty. Naprężenia odczytywano z przekrojów przęslowych i podporowych.



Rys. 2. Przekroje poprzeczne rozpatrywanych w opracowaniu drogowych wiaduktów płytowych: a) obiekt w ciągu łącznicy w węźle – a) pas ruchu+opaski, b) wiadukt nad drogą ekspresową – 2 pasy ruchu+chodnik, c) wiadukt w ciągu autostrady lub drogi ekspresowej – 2 pasy ruchu+pas awaryjny+chodnik dla obsługi+opaska, d) wiadukt w ciągu autostrady lub drogi ekspresowej – 3 pasy ruchu+pas awaryjny+chodnik dla obsługi+opaska



Rys. 3. Wizualizacje wykonanych przykładowych modeli numerycznych MES: a) jednobelkowy klasy  $e^1, p^1$  z rozdziałem poprzecznym obciążeń metodą GMB, b) rusztowy z prętami diagonalnymi (ukośnymi) klasy  $e^2, p^2$ , c) powłokowy klasy  $e^2, p^2$ , d) bryłowy – referencyjny klasy  $e^3, p^3$

Wyniki analizy porównawczej zostały odniesione do wartości otrzymanych w modelu klasy  $e^3, p^3$ , zbudowanego z trójwymiarowych elementów bryłowych (sześciennych ośmiowęzłowych). Z uwagi na największy stopień dyskretyzacji (złożoności, skomplikowania) takiego modelu (liczba węzłów, liczba i rodzaj elementów skończonych oraz stopni swobody) uznano go za odwzorowanie referencyjne, stanowiące poziom odniesienia dla pozostałych prostszych modeli. Dodatkowo skonfrontowano wartości przemieszczeń pionowych  $u_z$  (ugięć) węzłów opracowanych odwzorowań.

Obliczenia porównawcze wykonano w środowisku MES SOFiSTiK, wykorzystując wersję oprogramowania w postaci języka skryptowego CADINP i edytora danych TEDDY. Funkcje programistyczne systemu wykorzystano do przygotowania parametrycznych i programowalnych zestawów danych, opisujących rozpatrywane rozwiązania geometryczne przęseł płytowych. Ze względu na dużą liczbę danych wejściowych, wielość wykorzystywanych modułów oraz konieczność opracowania kilkudziesięciu modeli obliczeniowych, pliki z kodem wsadowym podzielono

na kilka pakietów danych pomocniczych (plik główny i pliki referencyjne podczytywane do pliku głównego).

Na potrzeby analizy porównawczej ograniczono się do podstawowych rodzajów obciążeń spotykanych w konstrukcjach mostowych, uwzględniając zgodnie z PN-S-10030:1985 [18]:

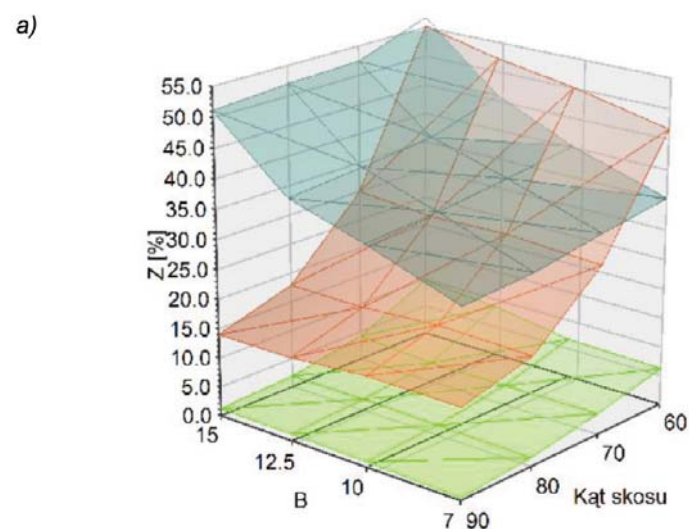
- ciężar własny przęsła modelowany jako obciążenie liniowe lub powierzchniowe,
- ciężar wyposażenia (nawierzchnia, kapy chodnikowe, bariery, balustrady),
- obciążenie zmienne ruchome – model taboru samochodowego równomiernie rozłożonego  $q = 4,0 \text{ kN/m}^2$  wraz z pojazdem K-800.

## Wyniki analiz porównawczych

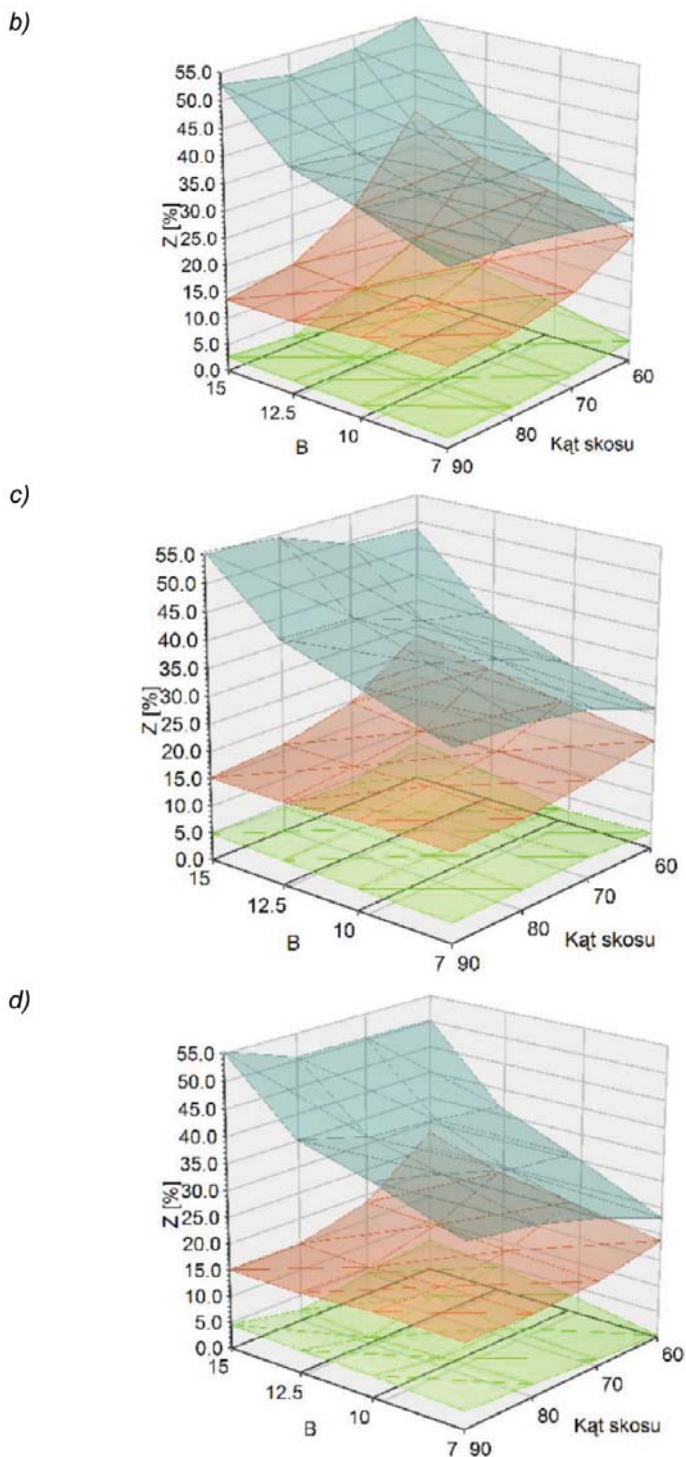
Istotną różnicą między wykonanymi modelami numerycznymi jest czas obliczeń i rozmiar bazy danych (zadania numerycznego). Najbardziej czasochłonnym w procesie rozwiązywania układu równań MES jest, zgodnie z oczekiwaniami, referencyjny model bryłowy ( $e^3, p^3$ ), ze względu na największą liczbę węzłów i stopni swobody. W przypadku odwzorowania tej klasy czas obliczeń jest ponad dwukrotnie dłuższy niż w przypadku modeli jednobelkowych, rusztowych i powłokowych. Natomiast baza danych modelu bryłowego ma kilkukrotnie większą objętość niż pozostałych prostszych odwzorowań.

W dalszej części artykułu zaprezentowano przestrzenne wykresy różnic (rozbieżności) naprężeń normalnych  $\sigma_x$  i przemieszczeń pionowych  $u_z$  (ugięć), będące efektem analizy opracowanych modeli numerycznych w odniesieniu do rozpatrywanych schematów statycznych wiaduktów, zróżnicowanych rozpiętości ( $L$ ) oraz szerokości ( $B$ ) i kątów skosu ( $\varphi$ ) przęseł.

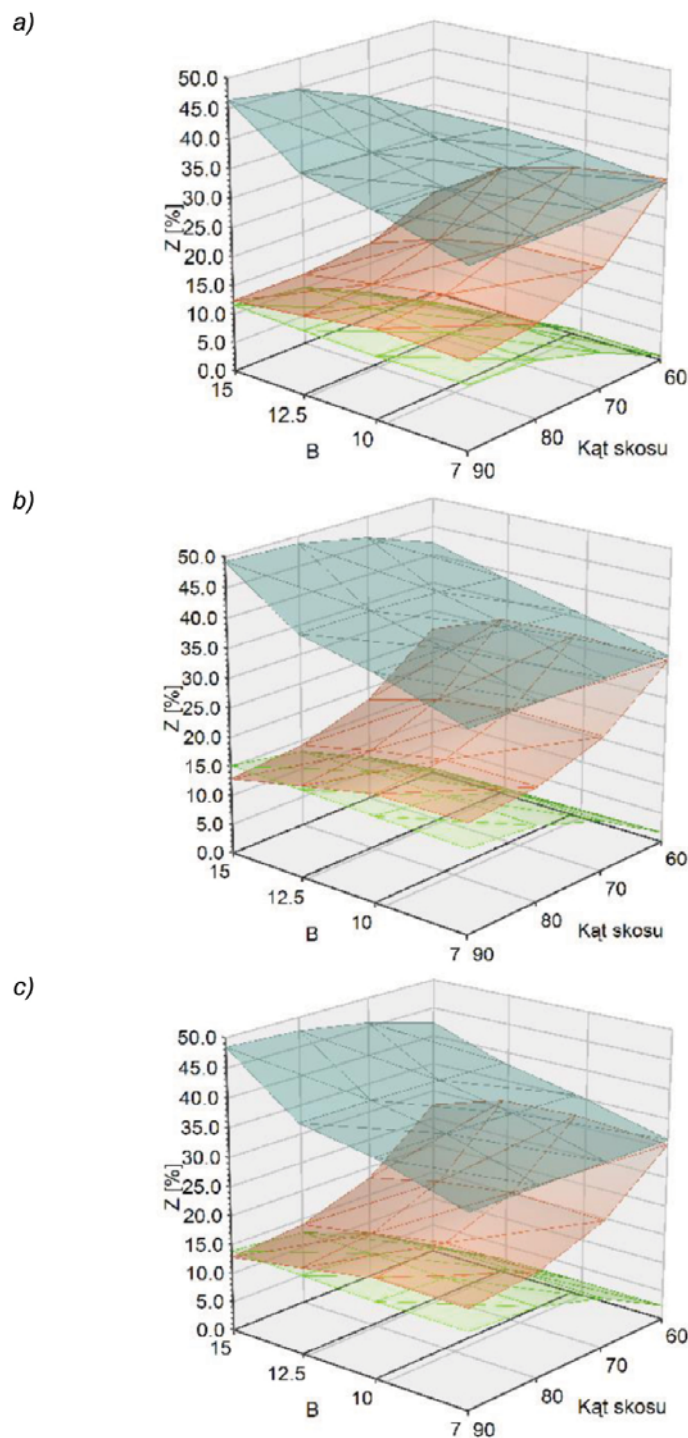
Kolorem pomarańczowym oznaczono wyniki uzyskane w modelach jednobelkowych ( $e^1, p^1$ ) z rozdziałem poprzecznym obciążeń według metody GMB, niebieski dotyczy mo-



Rys. 4. Różnice ekstremalnych ściskających naprężeń normalnych w przęsłach od obciążeń stałych: a) obiekt jednoprzęsłowy 25,0 m



Rys. 4 cd. Różnice ekstremalnych ściskających naprężeń normalnych w przęsłach od obciążeń stałych: b) wiadukt dwuprzęsłowy  $2 \times 25,0$  m, c) wiadukt trójprzędłowy  $17,5+25,0+17,5$  m, d) obiekt czterprzędłowy  $15,0+2 \times 25,0+15,0$  m



Rys. 5. Różnice ekstremalnych ściskających naprężeń normalnych nad podporą od obciążeń stałych: a) wiadukt dwuprzędłowy  $2 \times 25,0$  m, b) wiadukt trójprzędłowy  $17,5+25,0+17,5$  m, c) obiekt czterprzędłowy  $15,0+2 \times 25,0+15,0$  m

delu rusztowego ( $e^1, p^2$ ), zielony – powłokowego ( $e^2, p^2$ ), natomiast czarny kontur (płaszczyzna XY dla  $Z=0$ ) jest wykresem odniesienia dotyczącym referencyjnego modelu bryłowego ( $e^3, p^3$ ).

Na rysunkach 4 ÷ 6 przedstawiono przestrzenne wykresy zbiorcze procentowych rozbieżności wielkości statycznych, oszacowanych na podstawie opracowanych modeli numerycznych przęseł płytowych. Osie płaszczyzny poziomej

„XY” uwzględniają rozpatrywane szerokości przekrojów poprzecznych (B) konstrukcji i kąty skosu przęseł ( $\varphi$ ). Procentowe różnice odkładane są na osi pionowej „Z”.

Na rysunkach 4 i 5 zobrazowano różnice ekstremalnych ściskających naprężeń normalnych  $\sigma_x$  w przęśle i nad podporą **od obciążeń stałych** wykonanych modeli numerycznych (jednobelkowy, rusztowy, powłokowy) w odniesieniu do bryłowego modelu referencyjnego.

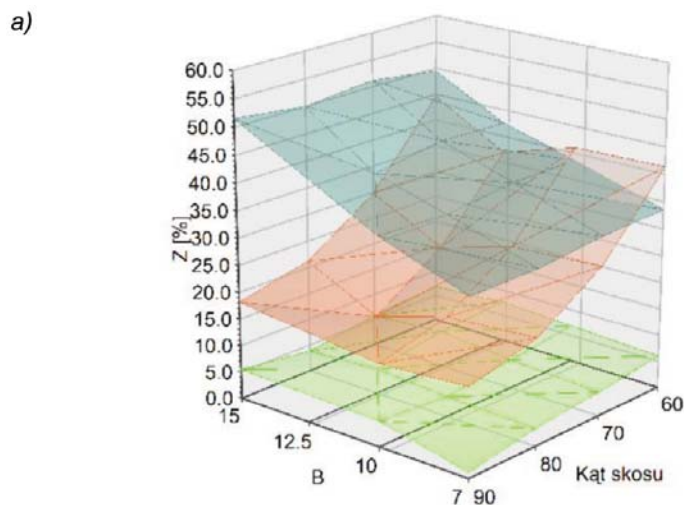
**W modelu jednobelkowym** ( $e^1, p^1$ ) z rozdziałem poprzecznym obciążenia według metody GMB różnice maksymalnych naprężeń ściskających w przęśle zależne są od kąta skosu obiektu. Wpływ ten maleje wraz ze wzrostem liczby przęseł. W wiaduktach jednoprzęsłowych jest znaczny i powoduje wzrost różnicy z 15% w przypadku prostokątnego układu do 50% przy maksymalnym rozpatrywanym skosie  $\varphi = 60^\circ$ . W obiektach dwuprzęsłowych wzrost dochodzi maksymalnie do  $25 \div 35\%$ , natomiast w tróprzęsłowych i czteroprzęsłowych nie przekracza 30%. Wykres rozbieżności wyników naprężeń  $\sigma_x$  oszacowanych nad podporami ma podobny charakter. Wpływ liczby przęseł jest jednakowy we wszystkich przypadkach i wartości wahają się w granicach kilkunastu procent w przęsłach prostokątnych w planie do 30% w przypadku przęsła o skosie  $60^\circ$ .

**W przypadku modelu rusztowego** ( $e^1, p^2$ ) z prętami diagonalnymi (ukośnymi) w przęśle ustroju wolnopodpartego wpływ na wartości ekstremalnych naprężeń ściskających  $\sigma_x$  ma jedynie szerokość obiektu. W szerszych pomostach nachylenie wykresu różnic wzrasta w kierunku większego kąta skosu, natomiast zmiana ta jest nieznaczna. Wartości rozbieżności  $\sigma_x$  wahają się od około 30% w wąskim pomoście do ponad 50% w najszerszym. W obiektach ciągłych większe znaczenie ma kąt skosu i widoczne jest „opadanie” wykresu w stronę większego skosu obiektu. W przypadku naprężeń ściskających  $\sigma_x$  nad podporami wykres różnic ma zbliżony przebieg jak w przypadku naprężeń w przęśle, jest jednak bardziej płaski, a rozbieżności między modelami obejmują zakres  $30 \div 50\%$ . Nieco odmienny przebieg wykresu różnic szacowania  $\sigma_x$  można zauważyć w przypadku szerokiego ustroju dwuprzęsłowego o dużym kącie skosu. Rozbieżności są poniżej 35% w porównaniu z 55% w przypadku naprężeń w przekrojach przęsłowych.

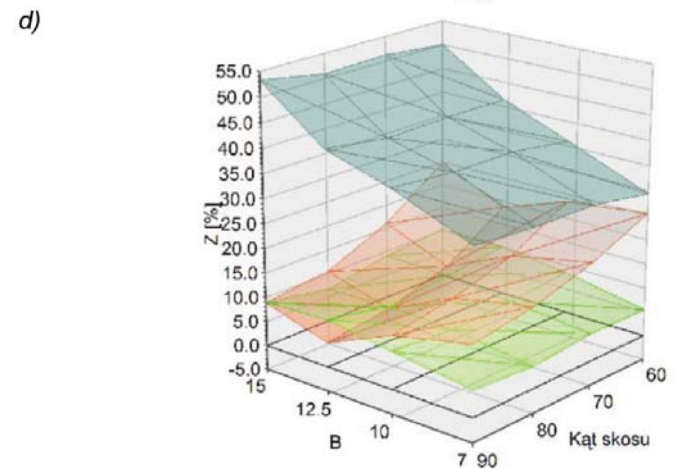
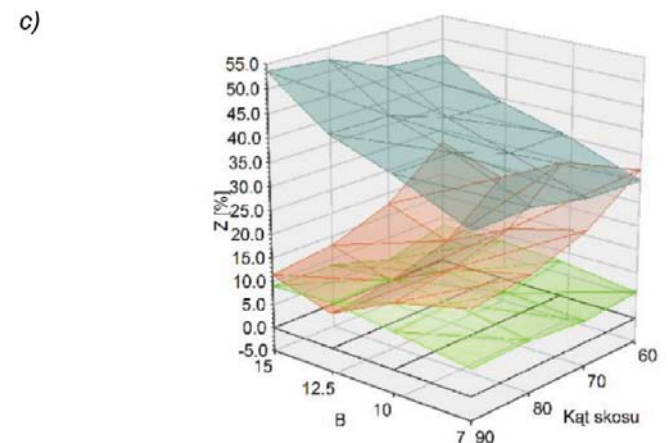
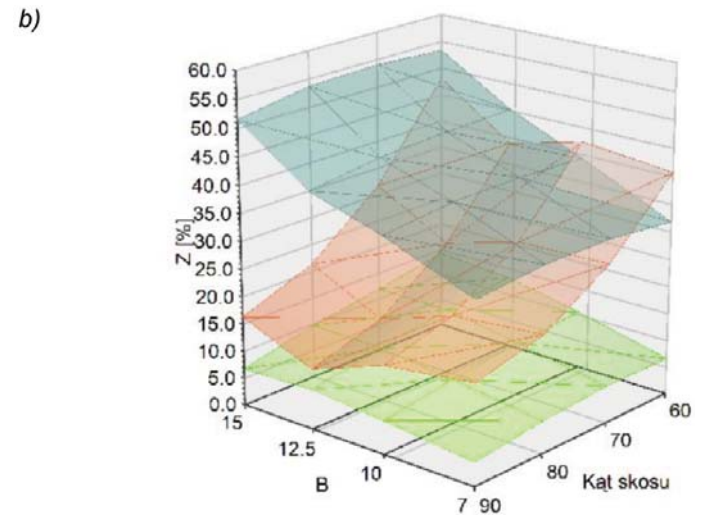
**W modelu powłokowym** ( $e^2, p^2$ ) w przęsłach wykres rozbieżności jest płaski w odniesieniu do wszystkich przypadków (różnice  $0 \div 5\%$ ), z wyłączeniem strefy dużego skosu i szerokiego pomostu w jedno- i dwuprzęsłowych obiektach, gdzie różnice przekraczają 10%. Nad podporą kształt wy-

kresu jest zdecydowanie inny. Wyniki bardziej odbiegają od modelu bryłowego. W układach prostokątnych, niezależnie od szerokości obiektu, różnica wynosi kilkanaście procent. Można natomiast zaobserwować wpływ kąta skosu obiektu i spadek różnicy do zaledwie kilku procent przy  $\varphi = 60^\circ$  niezależnie od liczby przęseł.

Na rysunkach 6 i 7 zobrazowano różnice ekstremalnych ściskających naprężeń normalnych  $\sigma_x$  w przęśle i nad



Rys. 6. Różnice ekstremalnych ściskających naprężeń normalnych w przęśle od obciążeń zmiennych ruchomych  $K+q$ : a) obiekt jednoprzęsłowy 25,0 m



Rys. 6 cd. Różnice ekstremalnych ściskających naprężeń normalnych w przęśle od obciążeń zmiennych ruchomych  $K+q$ : b) wiadukt dwuprzęsłowy  $2 \times 25,0$  m, c) wiadukt tróprzęsłowy  $17,5 + 25,0 + 17,5$  m, d) obiekt czteroprzęsłowy  $15,0 + 2 \times 25,0 + 15,0$  m

podporą **od obciążeń zmiennych ruchomych ( $K + q$ )** [18] rozpatrywanych modeli numerycznych (jednobelkowy, rusztowy, powłokowy) w odniesieniu do bryłowego odwzorowania referencyjnego ( $e^3, p^3$ ).

**W modelach jednobelkowych ( $e^1, p^1$ )** z rozdziałem obciążeń  $K + q$  według metody GMB wartości różnic naprężeń ściskających  $\sigma_x$  w przęsłach silnie zależą od kąta skosu  $\varphi$  przęsła (rosną przy większych skosach), a w mniejszym

od jego szerokości. Duże rozbieżności, dochodzące do około 40÷45% widoczne są w schemacie wolnopodpartym i dwuprzęsłowym w największym skosie  $\varphi = 60^\circ$ . Mniejsze dochodzące do 25÷32% występują przy tym kącie w układach trój- i czteroprzęsłowych. W schematach ciągłych różnice osiągają kilka procent w układzie prostokątnym i maksymalnie 15% w obiektach skośnych. Nad podporami rozbieżności szacowania wartości  $\sigma_x$  są znacznie większe, osiągając około 25%, bez względu na szerokość obiektu w układzie prostokątnym, dochodząc do 55% przy dużym skosie.

**W modelach rusztowych ( $e^1, p^2$ )** z pętami ukośnymi przy obciążeniach ruchomych  $K + q$  charakter i nachylenie wykresów rozbieżności naprężeń ściskających  $\sigma_x$  w przęsle jest prawie identyczny w schemacie jedno-, dwu-, trój- i czteroprzęsłowym. W zasadzie nie zależy od kąta skosu obiektu, natomiast na precyzję szacowania naprężeń w odniesieniu do modelu referencyjnego silny wpływ ma szerokość przęsła. Wykresy rozbieżności rosną wraz ze wzrostem szerokości wiaduktów. Różnice sięgają tu od kilkunastu procent (ponad 20% w wiadukcie jednoprzęsłowym) do około 35% w obiektach najszerszych ( $B = 15,0$  m). Wykresy rozbieżności naprężeń  $\sigma_x$  nad podporami są nieco inne niż w przekrojach przęsłowych, ale tendencja jest podobna. Widoczny jest niewielki wpływ kąta skosu obiektu, ale znaczący szerokości pomostu. Różnice obejmują zakres od 23% (przęsła wąskie) do 50% (szerokie pomosty).

**W odwzorowaniu powłokowym ( $e^2, p^2$ )** wykresy różnic naprężeń ściskających  $\sigma_x$  w przekrojach przęsłowych dotyczących obciążenia ruchomego  $K + q$  są płaskie i niemal identyczne w obiektach 1-, 2-, 3- i 4-przędłowych. Maksymalne rozbieżności szacowania  $\sigma_x$  dochodzą do około 7% w schemacie jednoprzęsłowym, 14% w dwu- i trójprzędłowym oraz 10% w czteroprzędłowym. Widoczna jest słaba tendencja wzrostu różnic przy węższych pomostach w większym skosie.

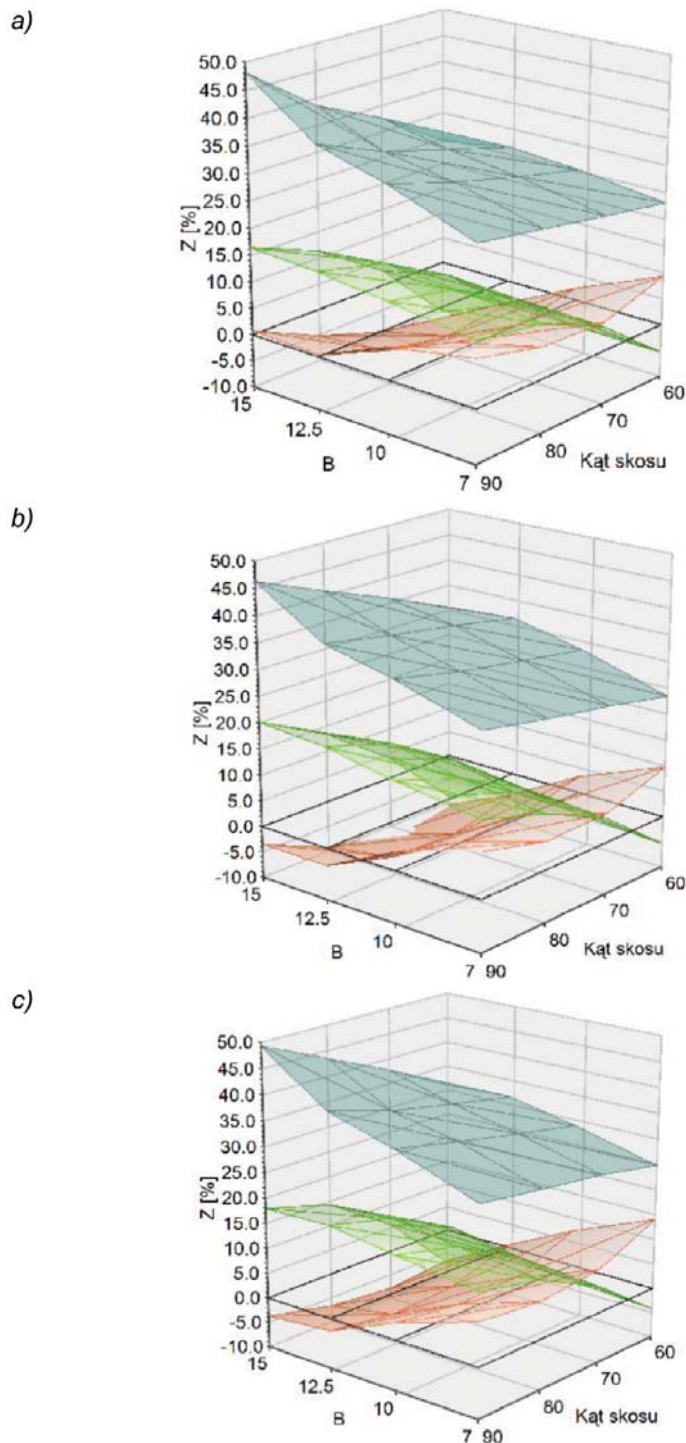
Nad podporami wykresy różnic wyznaczania  $\sigma_x$  mają inny kształt niż w przekrojach przęsłowych – silnie opadają wraz ze wzrostem kąta skosu przęsła. Wpływ szerokości pomostu jest prawie niezauważalny. Przy dużych skosach różnice są na poziomie 3÷5%, natomiast w wiaduktach prostopadłych obejmują zakres około 13÷20%.

W modelu powłokowym wykresy różnic szacowania naprężeń normalnych są dość płaskie, co oznacza, że ich wartości są najbliższe do uzyskanych w referencyjnym modelu bryłowym ( $e^3, p^3$ ).

Podobną analizę przeprowadzono w przypadku naprężeń rozciągających w przekrojach przęsłowych i podporowych, a ich szczegółowa prezentacja będzie stanowić przedmiot oddzielnej publikacji.

Na rysunkach 8 i 9 zaprezentowano porównanie różnic maksymalnych **przemieszczeń pionowych** przęsła  $u_z$  (w przypadku wykonanych modeli MES tożsamy z ich ugięciami) od obciążeń stałych i zmiennych ruchomych  $K + q$ .

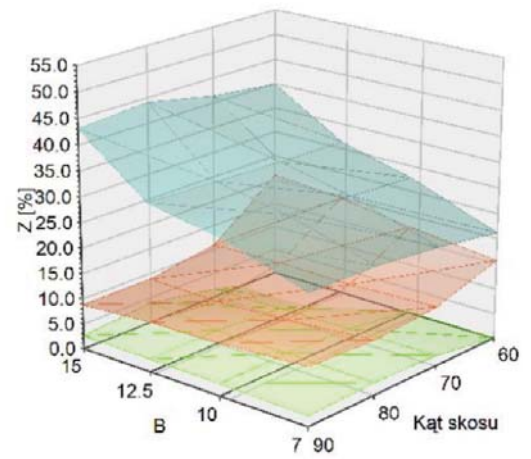
**W modelu jednobelkowym ( $e^1, p^1$ )** z rozdziałem obciążenia sposobem GMB przy **obciążeniach stałych** wykresy rozbieżności ugięć  $u_z$  są silnie zróżnicowane. W przypadku jedno- i dwuprzęsłowych obiektów wykres bardzo mocno



Rys. 7. Różnice ekstremalnych ściskających naprężeń normalnych nad podporą od obciążeń zmiennych ruchomych  $K + q$ : a) wiadukt dwuprzęsłowy  $2 \times 25,0$  m, b) wiadukt trójprzędłowy  $17,5 + 25,0 + 17,5$  m, c) obiekt czteroprzędłowy  $15,0 + 2 \times 25,0 + 15,0$  m

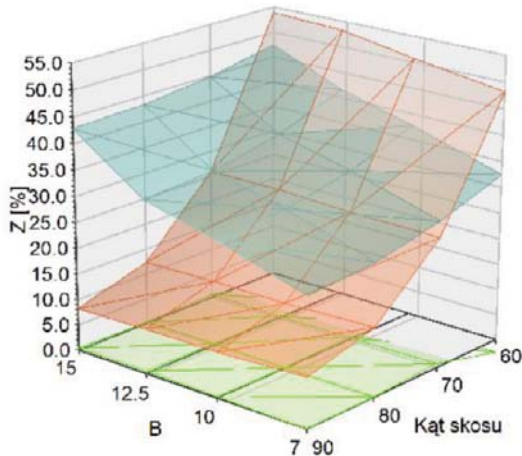
unoszą się w kierunku dużego skosu obiektów. Oznacza to, że metoda GMB w przypadku takich obiektów, w dużym skosie, w znacznym stopniu przeszacowuje wartości ugięć w porównaniu do modelu referencyjnego. W układzie prostokątnym różnice wartości ugięć dochodzą do około 10%. Bardzo szybko rosną natomiast, wraz ze wzrostem kąta skosu i osiągając nawet 55% w układzie jednoprzęsłowym i powyżej 60% w szerokim wiadukcie dwuprzęsłowym, przy czym w przęsłach wąskich ( $B/L = 0,3$ ) różnica spada do 30%. W obiektach 3- i 4-przędzłowych rozbieżności są

d)

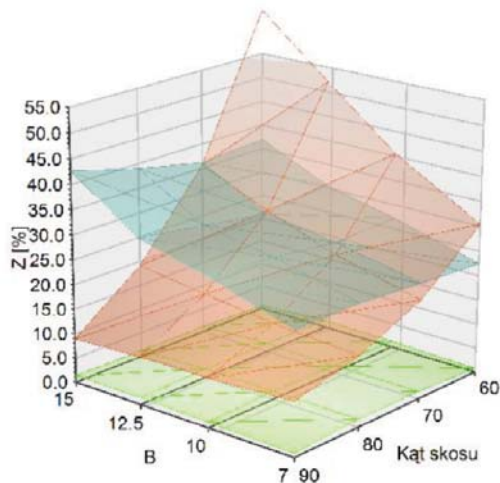


Rys. 8 cd. Różnice przemieszczeń pionowych  $u_z$  (ugięć) od obciążeń stałych: d) obiekt czteroprzęsłowy 15,0+2 × 25,0+15,0 m

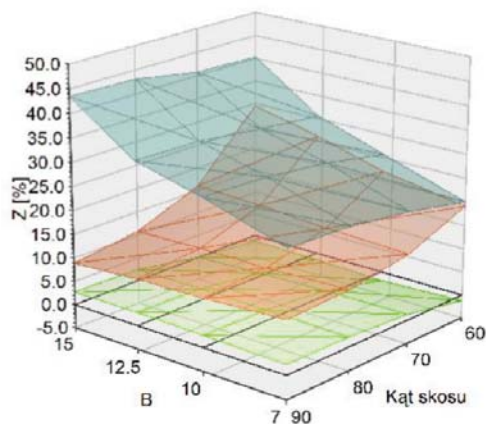
a)



b)



c)



Rys. 8. Różnice przemieszczeń pionowych  $u_z$  (ugięć) od obciążeń stałych: a) obiekt jednoprzęsłowy 25,0 m, b) wiadukt dwuprzęsłowy 2 × 25,0 m, c) wiadukt trójprzędzłowy 17,5+25,0+17,5 m

znacznie mniejsze, co oznacza, że takie schematy charakteryzują się mniejszą wrażliwością na kąt skosu. W wiadukcie trójprzędzłowym maksymalna różnica  $u_z$  wynosi 30%, natomiast w czteroprzędzłowym wykres staje się jeszcze bardziej płaski, a rozbieżności obejmują zakres 10÷20%.

**W modelu rusztowym** ( $e^1, p^2$ ) przy **obciążeniach stałych** różnice szacowania przemieszczeń pionowych  $u_z$  ustroju jednoprzędzłowego silnie zależą od szerokości przęsła, podczas gdy jego kąt skosu ma zdecydowanie mniejszy wpływ. Najmniejsze różnice wynoszą około 20÷25% w przypadku wąskiego obiektu w układzie prostokątnym, największa dochodzą do 47% w przęśle najszerszym, w dużym skosie. Schematy ciągłe charakteryzują się nieco mniejszymi rozbieżnościami dochodzącymi do 28%, 25% i 20% odpowiednio w przypadku dwu-, trój- i czteroprzędzłowego obiektu (wiadukt wąski). Największa natomiast różnica wynosi 43% i dotyczy prostokątnego, szerokiego pomostu.

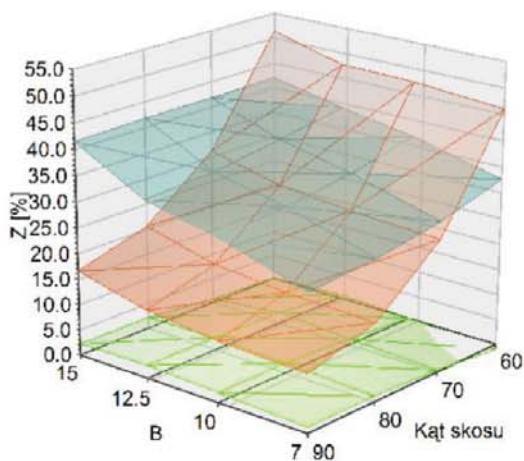
**W modelu powłokowym** ( $e^2, p^2$ ) wykresy rozbieżności oszacowanych ugięć  $u_z$  od **obciążeń stałych** niemal idealnie pokrywają się z odpowiednikiem uzyskanym na podstawie referencyjnego modelu bryłowego, niezależnie od szerokości pomostu, kąta skosu i liczby przęseł. Maksymalna różnica nie przekracza 3% w żadnym z wykresów.

W odniesieniu do **obciążeń zmiennych ruchomych  $K+q$**  w **modelu jednobelkowym** ( $e^1, p^1$ ), podobnie jak w przypadku odwzorowań rusztowych i powłokowych, charakter wykresów rozbieżności i ich wartości są zbliżone, choć nie identyczne, jak w przypadku obciążeń stałych. Podobnie, największe różnice dotyczą ustrojów jedno- i dwuprzędzłowych w dużych skosach i dochodzą do około 55%, natomiast w układach prostokątnych, niezależnie od szerokości, nie przekraczają 17%.

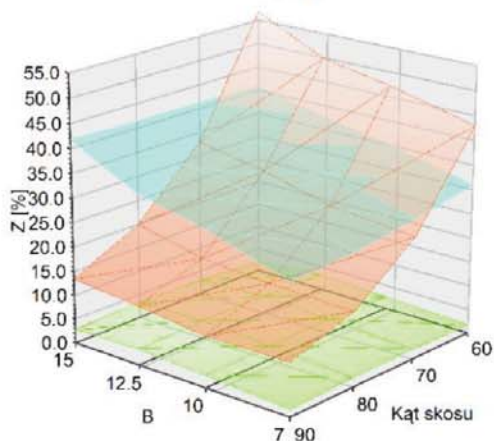
W przypadku **modelu rusztowego** ( $e^1, p^2$ ) z prętami diagonalnymi charakter i kształt wykresów różnic oszacowanych ugięć od obciążeń  $K+q$  jest prawie identyczny jak wykresów od obciążeń stałych. Zaobserwowano jedynie niezgodność w schemacie czteroprzędzłowym, gdzie najmniejsza różnica ugięć od  $K+q$  wynosi 30%, a w przypadku obciążeń stałych osiągała 20%.



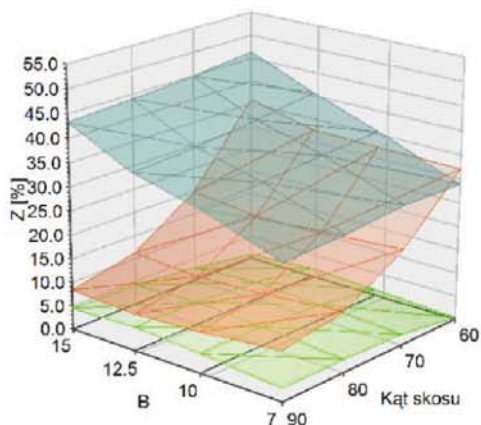
a)



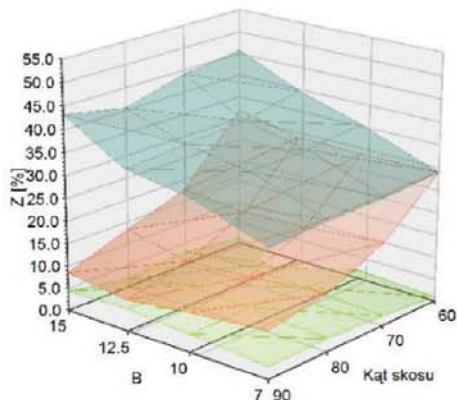
b)



c)



d)



Rys. 9. Różnice przemieszczeń pionowych  $u_z$  (ugięć) od obciążeń zmiennych ruchomych  $K+q$ : a) obiekt jednoprzęsłowy 25,0 m, b) wiadukt dwuprzęsłowy 2 × 25,0 m, c) wiadukt trójprzęsłowy 17,5 + 25,0 + 17,5 m, d) obiekt czteroprzęsłowy 15,0 + 2 × 25,0 + 15,0 m

W odwzorowaniu powłokowym ( $e^2, p^2$ ) zgodność wykresów rozbieżności  $u_z$ , podobnie jak w przypadku obciążeń stałych, jest bardzo dobra. Wykresy są płaskie, a różnice określonych ugięć  $u_z$  nie przekraczają 5%. Oznacza to, że modele powłokowe ( $e^2, p^2$ ) oddają stan przemieszczeń analizowanych obiektów z tą samą dokładnością, co odwzorowania bryłowe ( $e^3, p^3$ ), a więc w podobny sposób symulują sztywność przęseł płytowych, bez względu na ich szerokość i kąt skosu.

## Wnioski z obliczeń

**Modele jednobelkowe ( $e^1, p^1$ )** z rozdziałem obciążeń metodą *Guyona-Massoneta-Bereša*, zgodnie z oczekiwaniami generują wyniki najbardziej rozbieżne w porównaniu do bryłowego odwzorowania referencyjnego ( $e^3, p^3$ ) w przypadku obiektów w dużym skosie. W przeprowadzonych symulacjach efektem zastosowania modeli jednobelkowych są zawyżone wartości wielkości statycznych w stosunku do odwzorowania referencyjnego, a więc uproszczenia metody są na korzyść bezpieczeństwa konstrukcji. W większości przypadków rozbieżności są mniejsze niż w modelu rusztowym, co w pewnym sensie jest niezgodne z intuicją inżynierską. Warto zauważyć, że wrażliwość modelu jednobelkowego na kąt skosu przęśla jest szczególnie wysoka w przypadku obiektów jedno- i dwuprzęsłowych. W wiaduktach o większej liczbie przęseł, czułość szacowania naprężeń normalnych w przęśle na ten parametr wyraźnie słabnie. Istotne rozbieżności wartości ugięć, w odniesieniu do referencyjnego modelu bryłowego odnotowano w wiaduktach jedno- i dwuprzęsłowych. Przy dużym skosie ( $\varphi = 60^\circ$ ) różnice dochodzą nawet do około 60%. W przypadku małych i średnich kątów skosu rozbieżności są znacznie mniejsze, tj. na poziomie 10 ÷ 35%. Zgodność wyników obliczeń modelu jednobelkowego z rozdziałem obciążeń metodą *GMB* z odwzorowaniem referencyjnym okazały zaskakująco dobre, przy odpowiednio wykonanych uniwersalnych arkuszach obliczeniowych. W przypadku obiektów w kącie skosu do  $70^\circ$ , metoda może być przydatna w projektowaniu koncepcyjnym lub do szybkiej weryfikacji dokładniejszych obliczeń komputerowych.

**Modele rusztowe z dodatkowymi prętami diagonalnymi ( $e^1, p^2$ )** analizowanych przęseł płytowych generują wyniki najbardziej rozbieżne w odniesieniu do referencyjnego modelu bryłowego ( $e^3, p^3$ ), co okazało się pewnym zaskoczeniem. Wszystkie porównywane wartości naprężeń normalnych  $\sigma_x$  są znacznie zawyżone w stosunku do bryłowego odwzorowania referencyjnego ( $e^3, p^3$ ). W przęśle są to różnice w szerokim zakresie 15 ÷ 55%, przy czym największe rozbieżności naprężeń ściskających dotyczą szerokich obiektów. Z kolei różnice naprężeń rozciągających nad podporą są jeszcze większe i osiągają maksymalnie nieco ponad 70% w najszerszych przęsłach.

Podobne rezultaty otrzymano w przypadku ugięć ( $u_z$ ), gdzie błąd ich szacowania obejmował zakres 20 ÷ 45%. Niemniej jednak modele rusztowe zapewniają poprawny

rozdział poprzeczny obciążenia, ponieważ rozbieżności dotyczące obciążeń stałych i zmiennych ruchomych  $K+q$  są bardzo zbliżone. Oznacza to, że błąd, którym są obarczone uzyskane wartości, może być spowodowany niedokładnością odwzorowania przez model rusztowy z prętami diagonalnymi relacji (proporcji) sztywności podłużnych, poprzecznych i skrętnych kontynuacyjnych dźwigarów płytowych. Nie stwierdzono wpływu liczby przęseł na rozbieżność wyników szacowania ugięć. Odwzorowania rusztowe mogą znajdować zastosowanie w projektowaniu wiaduktów płytowych o proporcjach  $B/L \leq 0,3$ .

Według doświadczeń autorów, uzyskanych na podstawie obliczeń mostów płytowych za pomocą modeli różnych klas, wykonanych przy okazji innych prac (projektowych lub naukowych), „klasyczne” modele rusztowe ortogonalne (bez prętów diagonalnych) generowały wyniki bardziej zbliżone z modelami referencyjnymi niż odwzorowania jednobelkowe z rozdziałem poprzecznym obciążenia. Na podstawie symulacji przeprowadzonych w niniejszym referacie z wykorzystaniem modeli rusztowych z prętami diagonalnymi, autorzy stwierdzają, że odwzorowania te powodują większe rozbieżności w porównaniu do odwzorowań referencyjnych, niż modele jednobelkowe z rozdziałem obciążeń metodą *GMB*, co w pewnym stopniu kłóci się z intuicją inżynierską. Podobne wnioski sformułowano w pracy [10], w związku z tym autorzy odradzają stosowanie rusztów z prętami diagonalnymi do modelowania przęseł płytowych. Nakład pracy potrzebny do wyznaczenia zastępczych charakterystyk prętów ortogonalnych i diagonalnych rusztu, ujmujących sztywności podłużne  $D_{xx}$ , poprzeczne  $D_{yy}$  i skrętne  $D_{xy}$  płyty, jest znaczny, a wyniki obliczeń zaskakująco odbiegają od uzyskanych w modelach referencyjnych wyższych klas (np. powłokowych lub bryłowych). W przypadku tych odwzorowań kłopotliwa jest interpretacja wyników. Momenty zginające w prętach rusztu w płaszczyźnie pionowej ( $M_y$ ) występują zarówno w prętach podłużnych, poprzecznych, jak i diagonalnych (ukośnych), co powoduje trudności w wymiarowaniu przekrojów. Siły wewnętrzne z tych prętów, usytuowanych w trzech kierunkach, trudno jest przetransformować do wartości dotyczących ortogonalnych kierunków układania zbrojenia przęseł płytowych, tj. podłużnego ( $x$ ) i poprzecznego ( $y$ ), spotykanych w praktyce budowlanej.

**W przypadku modeli powłokowych ( $e^2, p^2$ )** występuje największa zgodność z bryłowym odwzorowaniem referencyjnym ( $e^3, p^3$ ). Oszacowane wielkości statyczne są porównywalne lub nieco wyższe niż w modelu bryłowym. W przypadku naprężeń normalnych  $\sigma_x$  od obciążeń stałych w przęsłach, z wyjątkiem dwóch rezultatów, różnice nie przekraczały 5%. W przypadku obciążeń zmiennych ruchomych  $K+q$  naprężenia tylko w kilku przypadkach były większe od porównawczych o więcej niż 5%. Większe różnice stwierdzono w przekrojach podporowych, gdzie w najszerszym przęśle osiągały od 10 do 30%. Podobnie do przypadku modeli rusztowych, model powłokowy zapewnia poprawy poprzeczny rozdział obciążenia. Ugięcia są w najmniejszym stopniu zawyżone w stosunku do bryłowego odwzorowania referencyjnego – w żadnym z rozpatrywanych przypadków geometrii wiaduktów i typów obciążeń (stałe lub zmiennie

ruchome) różnice nie przekraczały 5%. Model powłokowy, w kontekście teorii konstrukcji, wydaje się najbardziej „naturalny” w odniesieniu do przęseł płytowych i może być z powodzeniem stosowany do ich projektowania, bez względu na szerokość i kąt skosu obiektu. Pracochłonność w przygotowaniu tego odwzorowania, czas obliczeń i łatwość interpretacji wyników w porównaniu do modeli bryłowych, przemawiają za jego wykorzystywaniem w praktyce inżynierskiej.

## Podsumowanie

Analizując wyniki przeprowadzonych symulacji porównawczych przęseł płytowych, z wykorzystaniem modeli numerycznych MES o różnej dokładności (stopniu skomplikowania), należy stwierdzić, że istnieje wpływ klasy odwzorowania komputerowego (stopnia dyskretyzacji) na uzyskiwane wartości wielkości statycznych oraz ich rozbieżności między modelami. Oznacza to, że na zaprojektowanie obiektu mostowego z globalnym współczynnikiem rezerwy bezpieczeństwa (zapasu nośności), postulowanym przez normy projektowe, mają wpływ nie tylko częściowe współczynniki materiałowe i obciążeniowe, ale również precyzja oraz wiarygodność szacowania sił wewnętrznych i przemieszczeń. Ten ważny, ale niedoceniany aspekt obliczeń projektowych został uwzględniony dopiero w aktualnym systemie norm PN-EN (poz. 1.6 [19] i 1.106 [20]) przez wprowadzenie tzw. współczynnika niepewności modelu obliczeniowego  $\gamma_M \geq 1,0$ . We wcześniejszych przepisach takie pojęcie nie funkcjonowało.

Wykazane rozbieżności szacowania naprężeń normalnych w oparciu o modele jednobelkowe z rozdziałem obciążeń metodą *GMB* i odwzorowania rusztowe z prętami diagonalnymi (ukośnymi) w stosunku do bryłowego modelu referencyjnego wydają się dość duże. Jednakże do wszystkich 96 symulacji zastosowano jednakową metodykę budowy modelu dyskretnego MES oraz oceny i interpretacji wyników. Celem obliczeń nie była walidacja modeli numerycznych wiaduktów z zachowaniem rzeczywistych obiektów, ale oszacowanie potencjalnych rozbieżności, z jakimi można się spotkać analizując przęsła płytowe za pomocą odwzorowań różnych klas (dokładności, skomplikowania). Oznacza to, że do obliczeń podobnych ustrojów za pomocą MES, z zastosowaniem modeli numerycznych różnych klas należy podchodzić z rezerwą, a do wyników symulacji raczej nieufnie. Warto wspomnieć, że wykazane, czasami zaskakująco duże (ruszt z prętami diagonalnymi), rozbieżności wyników mieszczą się w globalnych współczynnikach bezpieczeństwa, które w konstrukcjach mostowych osiągają dość duże (asekuracyjne) wartości  $1,8 \div 2,0$ .

Zdaniem autorów warto prowadzić prace badawcze umożliwiające zaproponowanie wartości częściowych współczynników bezpieczeństwa w odniesieniu do modelu obliczeniowego przęseł mostowych, uzależnione od rodzaju konstrukcji i stopnia skomplikowania odwzorowań numerycznych, stosowanych w komputerowych analizach za pomocą MES.

## Bibliografia

- [1] Bareš R., Massonet Ch., *Le calcul des grillages de poutres et dalles orthotropes selon la methode Guyon-Massonet-Bareš*, SNTL, Praga - Paryż, 1966
- [2] Chelstkowski Ł., *Porównanie metod i modeli obliczeniowych mostów płytowych i półpłytowych dwudźwigarowych, wieloprzęsłowych prostych i skośnych w planie*. Dyplomowa praca magisterska pod kierunkiem prof. W. Radomskiego, Politechnika Warszawska, Wydział Inżynierii Lądowej, Warszawa 2011
- [3] Girkmann K., *Dźwigary powierzchniowe, Wstęp do elastostatyki tarcz, płyt, powłok i tarczownic*, Arkady, Warszawa 1957
- [4] Hołowaty J., *Uprozczone metody rozdziału poprzecznego obciążeń w mostach drogowych*. Mosty nr 4/2010, s. 14-23
- [5] Jemiolo S., Szwed A., *Płyty i membrany oraz skręcanie prętów pryzmatycznych*. OW Politechniki Warszawskiej, 2015
- [6] Kączkowski Z., *Płyty – obliczenia statyczne*, Arkady, Warszawa, 2000
- [7] Kmita J., Bień J., Machelski Cz., *Komputerowe wspomaganie projektowania mostów*. WKŁ, Warszawa, 1989
- [8] Machelski Cz., *Parametry rozdziału poprzecznego obciążeń w mostach*, Roads and Bridges – Drogi I Mosty 13/2014, s. 131-143
- [9] O'Brien E. J., Keogh L. D., *Bridge deck analysis*. E and FN Spon, London, 1999
- [10] Oleszek R., Radomski W., *Porównanie klasycznych i komputerowych metod obliczeń statycznych przęsła płytowego*. WDM 2013, DWE, ISBN 978-83-7125-235-8, s. 353-369
- [11] Rakowski G., Kacprzyk Z., *Metoda elementów skończonych w mechanice konstrukcji*. OW PW, Warszawa, 2005
- [12] Rombach G. A., *Finite element design of concrete structures*. Thomas Telford Publishing, London 2004
- [13] Sieczkowski J., *Podstawy komputerowego modelowania konstrukcji budowlanych*. OW PWR, Wrocław, 2001
- [14] Starosolski W., *Komputerowe modelowanie betonowych ustrojów inżynierskich. Wybrane zagadnienia*. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice, 2009
- [15] Szczygieł J., *Mosty z betonu zbrojonego i sprężonego*, WKŁ, Warszawa 1978
- [16] Timoshenko S., Woinowsky-Krieger S., *Teoria płyt i powłok*. Arkady, Warszawa, 1962
- [17] Zienkiewicz O. C., Taylor R. L., Zhu J. Z., *The finite element method: its basis and fundamentals*. Elsevier, Butterworth-Heinemann, Amsterdam, 2005
- [18] PN-S-10030:1985. Obiekty mostowe. Obciążenia.
- [19] PN-EN 1992-1-1, Eurokod 2, Projektowanie konstrukcji z betonu, Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- [20] PN-EN 1992-2, Eurokod 2, Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 2: Mosty z betonu. Obliczenia i reguły konstrukcyjne.

## Z ŻYCIA PIARC



ALEKSANDRA SKORUPSKA

Aleksandra.skorupska@kongresdrogowy.pl  
ORCID: 0000-0002-9704-0740

### Słowo wstępne

GDDKiA jest aktywna na arenie międzynarodowej, a jedną z priorytetowych organizacji, w której działamy, jest Światowe Stowarzyszenie Drogowe PIARC. Organizacja łącząca 125 krajów z całego świata daje nam niezwykłą możliwość wymiany doświadczeń i dobrych praktyk, a także wywierania wpływu na kształt polityki

transportowej na świecie oraz promocję polskiego drogownictwa na arenie międzynarodowej.

Nasi eksperci uczestniczą aktywnie w pracach Komitetów Technicznych, gdzie zdobywają wiedzę, którą następnie wykorzystują na niwie krajowej. Głęboko wierzę, że dzięki „Drogownictwu” informacja o PIARC oraz najlepsze światowe praktyki trafią do wszystkich drogowców w naszym kraju.

### Poznaj PIARC

PIARC opiera swoje działanie na strategii, obecny dokument obejmuje lata 2019–2023. W ramach

przyjętej strategii PIARC dzieli swoje aktywności na cztery obszary strategiczne, które następnie dzielą się na Komitety Techniczne i Grupy Zadaniowe. W najbliższych wydaniach „Drogownictwa” będziemy przybliżać Państwu kolejne obszary strategiczne PIARC.

### Obszar strategiczny 1 – Administracja drogowa

Zewnętrzne uwarunkowania funkcjonowania infrastruktury drogowej i transportu drogowego stale się zmieniają w odpowiedzi na duże zmiany społeczne, gospodarcze i środowiskowe. Ma to wpływ na finansowanie i zarządzanie ryzykiem w zakresie budowy, remontów i utrzymania infrastruktury drogowej, która jest priorytetem w sektorze transportowym,

Tomasz Żuchowski –  
Pierwszy Delegat PIARC  
w Polsce, p.o. Generalnego  
Dyrektora Dróg Krajo-  
wych i Autostrad



ponieważ w niektórych przypadkach budżety sektora publicznego nie są wystarczające, aby sprostać przyszłym wymaganiom pod względem finansowania. Ponadto bezpieczeństwo i ochrona w ramach sieci drogowych, postęp technologiczny, oparta na danych i cyfryzacja infrastruktury drogowej, a także odporność na zmianę klimatu i ekstremalne zjawiska pogodowe to wyzwania, przed którymi stoją wszystkie administracje drogowe.

W ramach tego obszaru strategicznego działa pięć Komitetów Technicznych i dwie Grupy Zadaniowe.

#### Komitety techniczne

TC 1.1 Wyniki działalności administracji transportowej

TC 1.2 Planowanie dróg i transportu na rzecz rozwoju gospodarczego i społecznego

TC 1.3 Finanse i zamówienia

TC 1.4 Zmiany klimatyczne i odporność sieci drogowych

TC 1.5 Zarządzanie w przypadku katastrof

#### Grupy zadaniowe

TF 1.1 Dobrze przygotowane projekty

TF 1.3 Dobrze przygotowane projekty w krajach o niskim i średnim dochodzie

Koordynatorem obszaru strategicznego jest Ernesto Barrera. Jest on urzędnikiem Ministerstwa Robót Publicznych w Chile, z wieloletnim doświadczeniem we współpracy z PIARC, przez kilka cykli pełniąc funkcję członka Komitetów Technicznych PIARC.

Ernesto Barrera był Koordynatorem obszaru strategicznego A „Zarządzanie i finanse” w cyklu 2016–2019 i został ponownie wyznaczony do koordynowania obszaru strategicznego 1 „Administracja drogowa” w obecnym cyklu PIARC.

#### **Najbliższe wydarzenia PIARC**

- Międzynarodowe Seminarium „Wdrażanie BIM w zarządzaniu aktywami drogowymi: wyzwania i możliwości”, 10–13 października 2022 r., Mexico City (Meksyk)
- 7 Konferencja Regionalna dla Afryki & Międzynarodowe Seminarium PIARC, 18–20 października 2022 r., Cape Town (RPA)
- 2 Międzynarodowa Konferencja PIARC na temat eksploatacji i bezpieczeństwa tuneli drogowych oraz

VIII Hiszpańskie Sympozjum Tunelowe, 25–28 października 2022, Granada (Hiszpania)

- Międzynarodowe Seminarium „Zmiany klimatu, odporność i zarządzanie katastrofami na drogach” 22–24 listopada 2022, Yogyakarta, Indonezja
- Międzynarodowe Seminarium Zrównoważona mobilność dla zrównoważonych miast i regionów podmiejskich, 23–25 listopada 2022, Tunis. Tunezja

Szczegóły dotyczące wszystkich wydarzeń znajdują Państwo na stronie PIARC: <https://www.piarc.org/en/News-Agenda-PIARC/Calendar-Events>

#### **Ostatnie publikacje PIARC**

Wszystkie raporty PIARC są dostępne na stronie [www.piarc.org](http://www.piarc.org) bezpłatnie. Raporty publikowane są w języku angielskim, francuskim i hiszpańskim.

Ostatnio opublikowane raporty:

1. Doświadczenia użytkownika – analiza studium przypadku PIARC (*Customer Experience – A PIARC Case Study Analysis*)
2. Działania na rzecz poprawy odporności nawierzchni (*Measures for Improving Resilience of Pavements*)
3. Wykorzystanie danych do optymalizacji eksploatacji sieci drogowej (*Utilizing Data to Optimize Road Network Operations*)
4. Mosty drogowe – nowe materiały i technologie naprawcze – raport techniczny PIARC (*Road Bridges – New Rehabilitation Materials and Technologies – A PIARC Technical Report*)
5. Mosty: Postęp technik/technologii inspekcyjnych jako część systemów zarządzania mostami – zbiór przypadków badawczych PIARC (*Bridges: Advancement of Inspection Techniques / Technologies as a Part of Bridge Management Systems – A PIARC Collection of Study Cases*)
6. Techniki i innowacje w robotach ziemnych (*Techniques and Innovations in Earthworks*)
7. Najlepsze praktyki w finansowaniu infrastruktury drogowej (*Best Practices in Funding and Financing of Road Infrastructure*)
8. Odporność budowli ziemnych (*Resilience of Earth Structures*)
9. Stan wiedzy w zakresie standardów projektowania dróg (*State of the Art in Road Design Standards*)