

# Probabilistyczna ocena prawdopodobieństwa występowania wad w metalowych odlewach kompozytowych

K. Gawdzińska<sup>a,\*</sup> M. Pelczar<sup>b</sup>

<sup>a</sup> Institute of Basic Technical Sciences, Maritime University of Szczecin, ul. Podgórna 51/53, 70-205 Szczecin, Polska

<sup>b</sup> Faculty of Computer Science and Information Technology, West Pomeranian University of Technology, Szczecin ul. Żołnierska 49, 71-210 Szczecin, Polska

\* Kontakt korespondencyjny: e-mail: k.gawdzinska@am.szczecin.pl

Otrzymano 31.07.2012; zaakceptowano do druku 05.09.2012

## Streszczenie

W pracy zastosowano metody probabilistyki, jako działu matematyki zajmującego się badaniem prawidłowości występujących w zdarzeniach losowych, do oceny prawdopodobieństwa występowania wad metalowych odlewów kompozytowych w poszczególnych kategoriach. Analizie zostały poddane specyficzne (charakterystyczne tylko dla tych tworzyw) wady metalowych odlewów kompozytowych w kategorii: zbrojenia, osnowy, połączenia zbrojenia i osnowy oraz porowatość. Występowanie bądź nie występowanie wad metalowych odlewów kompozytowych rozpatrzono w kontekście zdarzeń losowych i zastosowano do oceny prawdopodobieństwa ich występowania rozkłady: dwumianowy i Poissona. Określone zostały najbardziej prawdopodobne liczby wad w poszczególnych kategoriach. Wykazano, że najczęściej występującymi wadami metalowych odlewów kompozytowych są: niejednorodność rozmieszczenia fazy zbrojącej w odlewie oraz niejednorodność kształtu i wielkości fazy zbrojącej w odlewie należącej do kategorii wady zbrojenia, natomiast najrzadziej występują wady: niezspolenie struktury osnowy ze zbrojeniem i rozwarstwienia należące do kategorii wad połączenia zbrojenia i osnowy, a także wady dotyczące ciała obcego w strukturze odlewu kompozytowego, należące do kategorii wad osnowy.

**Słowa kluczowe:** Wady odlewów kompozytowych, Rozkład prawdopodobieństwa Poissona

## 1. Wprowadzenie

Odlewane metalowe kompozyty znajdują szerokie zastosowanie w wielu gałęziach przemysłu, ze względu na poprawienie szeregu pożądanych właściwości, np. zmniejszenie masy i podwyższenie wytrzymałości gotowego wyrobu, zwiększenie odporności termicznej itp. Materiały te cechuje stały rozwój. Pojawia się bardzo dużo publikacji dotyczących badań związanych z wytwarzaniem metalowych odlewów kompozytowych [1-2].

Stąły rozwój technologii stawia przed wytwórcą wciąż nowe wyzwania związane z jakością tych tworzyw. Sterowanie jakością, ze względu na skomplikowaną budowę kompozytów, jest niekiedy bardzo trudne. Wiąże się to z odpowiednim doбором metod diagnozowania i określeniem materiałowo-technologicznych uwarunkowań jakości. Dobrą jakość wyrobu może potwierdzić odbiorca. Producent zaś jest zobowiązany stworzyć dobry wyrób tzn. taki, który zaspokaja użytkownika. Wyrób ten należy poddać kontroli. Kontrola jakości z definicji [3] jest to sprawdzenie wykonania wyrobu z przewidzianymi dla niego wymaganiami. Wskazane jest to także, ze względu na

możliwość wykorzystania interaktywnych baz danych, wkraczających obecnie do praktyki odlewniczej [4].

W niniejszej pracy wykorzystano metody probabilistyczne do oceny prawdopodobieństwa wad odlewów z metalowych materiałów kompozytowych w poszczególnych kategoriach. Miało to na celu uszeregowanie tych defektów co do częstości występowania, co w dalszych pracach przyczyni się do określenia priorytetowych specyficznych cech jakości odlewów kompozytowych.

## 2. Opis zagadnienia

W celu oceny prawdopodobieństwa wystąpienia wad w metalowych odlewach kompozytowych zastosowane zostały metody probabilistyczne, w tym teoretyczne rozkłady zmiennych losowych: rozkład dwumianowy oraz rozkład Poissona [5-8].

Wystąpienie bądź nie wystąpienie wady w metalowym odlewie kompozytowym można rozpatrywać w kontekście zdarzeń losowych, gdzie zmienną losową nazywa się funkcję przyporządkowującą zdarzeniu – „nie wystąpiła wada w odlewie” liczbę 0 i zdarzeniu „wystąpiła wada w odlewie” liczbę 1. Dalej rozpatruje się ciąg n-zdarzeń (np. kontroli odlewów) i zaistnienie wad w liczbie k – odlewów, gdzie k=0,1,2,...n. Tak określona zmienna X jest zmienną losową dwumianową i rozkład jej prawdopodobieństwa wyznacza się ze wzoru:

$$P_n(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}, \quad (1)$$

gdzie: n jest liczbą sprawdzonych odlewów, k=0,1,...,n liczbą odlewów, w których wystąpiła wada, p - prawdopodobieństwem wystąpienia wady w pojedynczym zdarzeniu.

Wartością oczekiwaną zmiennej losowej o rozkładzie dwumianowym jest liczba  $E(X) = n \cdot p$ , a jej odchylenie standardowe wynosi  $D(X) = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$ .

Najbardziej prawdopodobną liczbą odlewów, w których wystąpiła wada jest największa liczba całkowita mniejsza od  $(n+1)p$ , gdy  $(n+1)p$  nie jest liczbą całkowitą. Jeśli natomiast  $(n+1)p$  jest liczbą całkowitą, to najbardziej prawdopodobne są dwie wartości:  $(n+1)p - 1$  oraz  $(n+1)p$ .

Dla dużych n i małych wartości p rozkład dwumianowy można przybliżać rozkładem Poissona, w którym rozkład prawdopodobieństwa wyznacza się ze wzoru [5-6]:

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \quad (2)$$

gdzie:  $\lambda = n \cdot p$ , k=0,1,2,... liczba wystąpienia wady.

Wartością oczekiwaną zmiennej losowej o rozkładzie Poissona jest liczba  $E(X) = \lambda$ , a jej odchylenie standardowe wynosi  $D(X) = \sqrt{\lambda}$ .

## 3. Badania własne

Prawie wszystkie wady w metalowych odlewach kompozytowych można opisać za pomocą dostępnych opracowań charakteryzujących wady odlewów z materiałów klasycznych [1,4]. Jednak w tych materiałach występują wady specyficzne odpowiednie tylko dla tych tworzyw (zgodnie z [9]) należą do nich np. niejednakowe gabaryty fazy zbrojącej, niedostateczne nasycenie struktury zbrojącej metalem, pęknięcia zbrojenia itp. Praca ta ma na celu wyodrębnienie najważniejszych, czyli najczęściej występujących, specyficznych wad odlewów kompozytowych i ocenę prawdopodobieństwa ich występowania.

Dane do analizy pochodzą z przebadania 8 partii odebranych odlewów po procesie technologicznym, zostały one zawarte w arkuszach kontrolnych i przedstawione w tab. 1

Tabela 1.  
Liczba specyficznych wad odlewów kompozytowych po procesie technologicznym

Numer partii	Liczba wadliwych odlewów	Liczba odlewów bez wad
1.	150	97
2.	167	124
3.	134	89
4.	184	120
5.	145	108
6.	138	95
7.	162	105
8.	120	102
Suma	1200	840

Poszczególne wady zostały podzielone na kategorie i oznaczone literami: A-wady zbrojenia, B-wady osnowy, C-wady połączenia zbrojenia i osnowy oraz D-porowatość. Ilości wadliwych odlewów w poszczególnych kategoriach występujących w kolejnych partiach odbioru gotowych wyrobów przedstawia tab.2

Tabela 2.  
Liczba wadliwych odlewów kompozytowych po procesie technologicznym z podziałem na kategorie.

Partia	Kategoria wady	A - wady zbrojenia	B - wady osnowy	C - wady połączenia zbrojenia i osnowy	D - porowatość
1.		129	6	1	14
2.		144	8	0	15
3.		111	8	2	13
4.		162	4	0	18
5.		125	3	1	16
6.		116	5	3	14
7.		140	6	1	15
8.		104	4	1	11

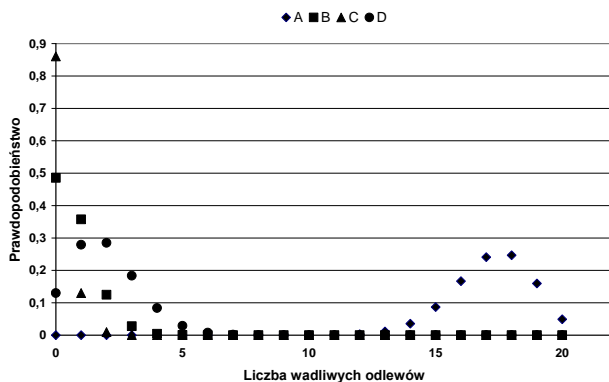
W oparciu o dane zawarte w tabeli 2, uporządkowano specyficzne wadliwe odlewy kompozytowe według kategorii wad w odniesieniu do ilości wadliwych odlewów występujących we wszystkich partiach i przedstawiono je w tabeli 3.

Tabela 3.

Zestawienie poszczególnych kategorii specyficznych wad odlewów z metalowych materiałów kompozytowych w odniesieniu do ilości wadliwych odlewów występujących we wszystkich partiach.

Kategoria wady	Oznaczenie	Liczba wadliwych odlewów w danej kategorii	Wadliwe odlewy w danej kategorii w %
Wady zbrojenia	A	1031	85,92%
Wady osnowy	B	44	3,67%
Wady połączenia zbrojenia i osnowy	C	9	0,75%
Porowatość	D	116	9,67%
	Suma	1200	100%

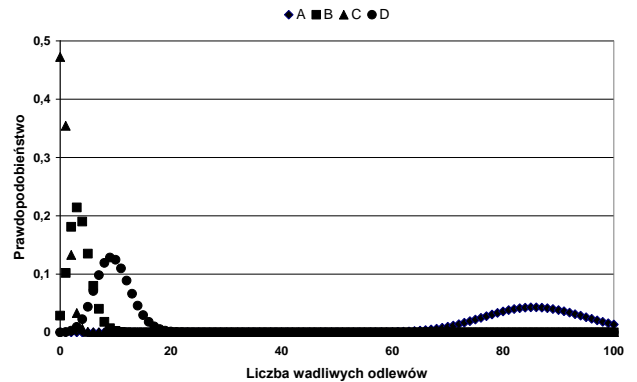
Przyjęte zostało, że prawdopodobieństwo wystąpienia wady w pojedynczym doświadczeniu jest równe procentowi wadliwych odlewów i na podstawie tak określonego prawdopodobieństwa pojedynczej wady, obliczono prawdopodobieństwo teoretycznego rozkładu dwumianowego (wzór (1)) dla poszczególnych kategorii wad. Wyniki przedstawione zostały na rysunku 1.



Rys. 1. Wykres teoretycznego prawdopodobieństwa rozkładu dwumianowego wystąpienia wad w metalowych odlewach kompozytowych dla poszczególnych kategorii wad

Największe jest prawdopodobieństwo ( $p=0,86$ ) nie wystąpienia w odlewie wad kategorii C oraz prawdopodobieństwo ( $p=0,48$ ) nie wystąpienia w odlewie wad z kategorii wad osnowy. Najwięcej występuje w odlewach wad zbrojenia i dla tej kategorii największe jest prawdopodobieństwo wystąpienia wad w kilkunastu odlewach ( $k=18$ ), wynosi ono  $p=0,25$ . Natomiast największe dla wad kategorii porowatość jest prawdopodobieństwo wystąpienia wad w dwóch odlewach i wynosi ono  $p=0,28$ .

Przy większej liczbie doświadczeń należy zastosować rozkład Poissona. Wyniki obliczeń prawdopodobieństwa teoretycznych rozkładów Poissona (wzór (2)) dla poszczególnych kategorii wad metalowych odlewów kompozytowych przedstawione zostały na rysunku 2.



Rys. 2. Wykres teoretycznego prawdopodobieństwa rozkładu Poissona wystąpienia wad poszczególnych kategorii

Najwięcej występuje wad w kategorii wad zbrojenia i tu największe jest prawdopodobieństwo wystąpienia wad w kilkudziesięciu odlewach ( $k=86$ ), wynosi ono  $p=0,043$ . Natomiast największe dla wad kategorii porowatość jest prawdopodobieństwo wystąpienia wad w dziewięciu odlewach i wynosi ono  $p=0,13$ . Największe jest prawdopodobieństwo ( $p=0,47$ ) nie wystąpienia wad w kategorii C oraz prawdopodobieństwo ( $p=0,21$ ) wystąpienia wad w trzech odlewach z kategorii osnowy.

Następnie do wcześniej określonych poszczególnych kategorii wad zakwalifikowano następujące specyficzne wady odlewów kompozytowych (tabela 4).

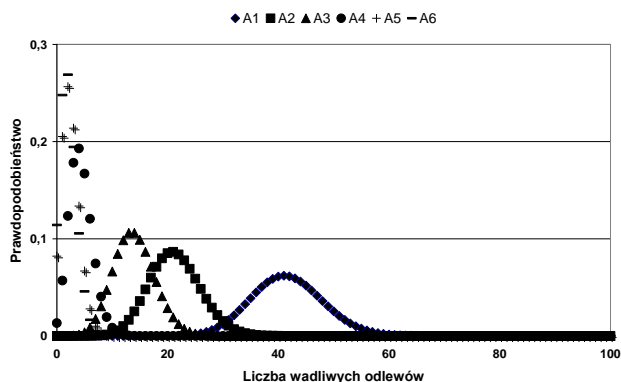
Tabela 4.

Zestawienie specyficznych wad odlewów z metalowych materiałów kompozytowych zakwalifikowane do odpowiednich kategorii zgodnie z tab.2

Nazwa wady	Oznaczenie
Niejednorodność rozmieszczenia fazy zbrojącej w odlewie	A1
Niejednorodność kształtu fazy zbrojącej w odlewie	A2
Niejednorodność wielkości fazy zbrojącej w odlewie	A3
Niejednorodność udziału fazy zbrojącej w odlewie	A4
Pęknięcie zbrojenia	A5
Ukruszenie, uszkodzenie zbrojenia	A6
Niewłaściwa struktura osnowy	B1
Ciało obce w strukturze odlewu kompozytowego	B2
Niezspolenie struktury osnowy ze zbrojeniem	C1
Rozwarstwienia	C2
Porowatość gazowa	D1
Jamy skurczowe (w tym rzadzinny)	D2
Pęcherze gazowe wydzielone	D3
Pęcherze gazowe zokludowane	D4

Wyznaczone teoretyczne rozkłady Poissona prawdopodobieństwa występowania specyficznych wad

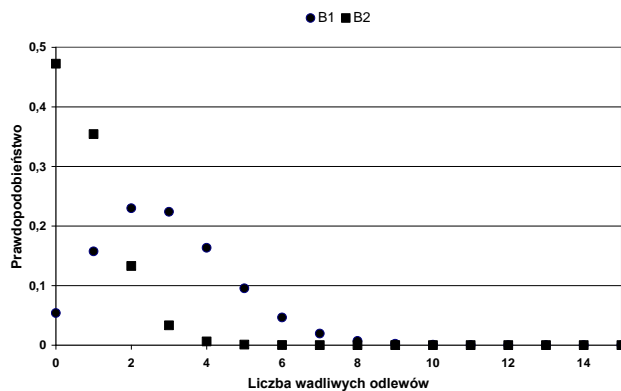
w poszczególnych kategoriach, co przedstawiają wykresy na rys. 3-6.



Rys. 3. Wykres teoretycznego prawdopodobieństwa rozkładu Poissona wystąpienia specyficznych wad odlewów kategorii A

Z wykresu widać, że najwięcej wad dotyczy niejednorodności rozmieszczenia fazy zbrojącej w odlewie, największe jest prawdopodobieństwo wystąpienia wad w 41 odlewach ( $p=0,062$ ). W kolejności najliczniej występuje wada niejednorodności kształtu fazy zbrojącej w odlewie, największe jest prawdopodobieństwo wystąpienia  $k=21$  wad z  $p=0,086$ . Najmniej natomiast występuje wad pęknięcia zbrojenia, tu najbardziej prawdopodobną jest liczba 2 wad z  $p=0,26$ .

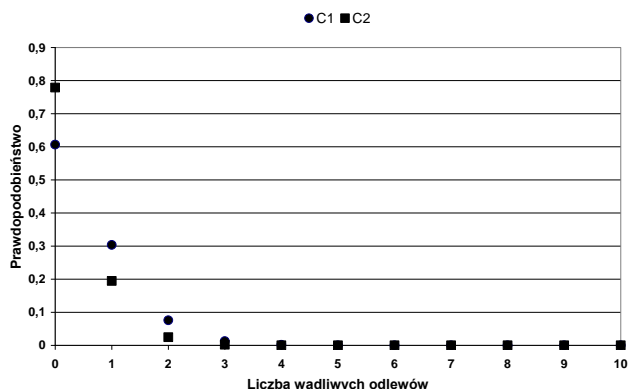
Dla wad kategorii B rozkłady prawdopodobieństwa Poissona są następujące:



Rys. 4. Wykres teoretycznego prawdopodobieństwa rozkładu Poissona wystąpienia specyficznych wad odlewów kategorii B

W kategorii B najwięcej wad dotyczy niewłaściwej struktury osnowy, ale jest ich niewiele. Największe prawdopodobieństwo  $p=0,26$  ma wystąpienie wad w dwóch odlewach. Natomiast największe jest prawdopodobieństwo  $p=0,47$  nie wystąpienia wady - ciało obce w strukturze odlewu kompozytowego ( $k=0$ ).

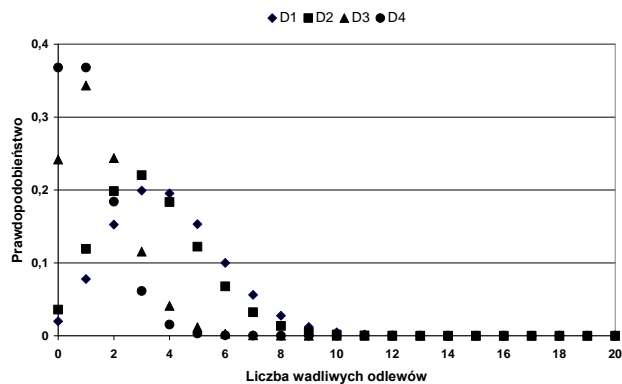
Dla wad połączenia zbrojenia i osnowy, czyli kategorii C rozkłady prawdopodobieństwa Poissona przedstawia wykres – rys.5.



Rys. 5. Wykres teoretycznego prawdopodobieństwa rozkładu Poissona wystąpienia specyficznych wad odlewów kategorii C

Największe prawdopodobieństwo ma nie wystąpienie ( $k=0$ ) w odlewach specyficznych wad w kategorii C, przy czym prawdopodobieństwo nie wystąpienia niezspolenia struktury osnowy ze zbrojeniem wynosi  $p=0,61$ , a prawdopodobieństwo nie wystąpienia rozwarstwienia wynosi  $p=0,78$

Dla specyficznych wad metalowych odlewów kompozytowych w kategorii porowatość rozkładu prawdopodobieństwa Poissona przedstawia wykres – rys.6.



Rys. 6. Wykres teoretycznego prawdopodobieństwa rozkładu Poissona wystąpienia specyficznych wad odlewów kategorii A

Z wykresu widać, że najwięcej wad w kategorii D dotyczy porowatości gazowej oraz jam skurczowych (w tym rzadzisz), największe jest prawdopodobieństwo ( $p=0,2$ ) wystąpienia tych wad w trzech odlewach. Natomiast dla wad - pęcherze gazowe wydzielone oraz pęcherze gazowe zokładowane największe jest prawdopodobieństwo (odpowiednie  $p=0,34$  i  $p=0,38$ ) wystąpienia ich w jednym odlewie.

## 4. Podsumowanie

W artykule dokonano oceny prawdopodobieństwa występowania wad w metalowych odlewach kompozytowych z podziałem na poszczególne kategorie – wady zbrojenia, wady osnowy, wady połączenia zbrojenia i osnowy oraz porowatość.

Na podstawie danych empirycznych dla specyficznych wad metalowych odlewów kompozytowych w czterech kategoriach, obliczone zostały teoretyczne rozkłady Poissona i określono najbardziej prawdopodobną liczbę wad na 100 próbek, co zawiera tabela 5.

Tabela 5.  
Najbardziej prawdopodobna liczba specyficznych wad odlewów na 100 wadliwych próbek wraz z prawdopodobieństwem zaistnienia zdarzenia.

Nazwa wady	Oznaczenie	Najbardziej prawdopodobna liczba wadliwych odlewów na 100 próbek wadliwych	Prawdopodobieństwo wystąpienia najbardziej prawdopodobnej liczby wadliwych odlewów
Niejednorodność rozmieszczenia fazy zbrojącej w odlewie	A1	41	0,062
Niejednorodność kształtu fazy zbrojącej w odlewie	A2	21	0,086
Niejednorodność wielkości fazy zbrojącej w odlewie	A3	14	0,106
Niejednorodność udziału fazy zbrojącej w odlewie	A4	4	0,19
Pęknięcie zbrojenia	A5	2	0,26
Ukruszenie, uszkodzenie zbrojenia	A6	2	0,27
Niewłaściwa struktura osnowy	B1	2	0,23
Ciało obce w strukturze odlewu kompozytowego	B2	0	0,47
Niezespoleenie struktury osnowy ze zbrojeniem	C1	0	0,61
Rozwarstwienia	C2	0	0,78
Porowatość gazowa	D1	3	0,2
Jamy skurczowe (w tym rzadziej)	D2	3	0,22
Pęcherze gazowe wydzielone	D3	1	0,34
Pęcherze gazowe zokludowane	D4	1	0,38

Zastosowanie metod probabilistycznych pozwoliło ocenić prawdopodobieństwo występowania poszczególnych wad w metalowych odlewach materiałów kompozytowych, a tym samym wykazać, że najczęściej występujące wady w metalowych odlewach kompozytowych to niejednorodność rozmieszczenia fazy zbrojącej w odlewie oraz niejednorodność kształtu i wielkości fazy zbrojącej w odlewie należące do kategorii wad zbrojenia. Natomiast najrzadziej występują wady: niezespoleenie struktury osnowy ze zbrojeniem i rozwarstwienia należące do kategorii połączenia zbrojenia i osnowy oraz w kategorii wad osnowy specyficzna wada dotycząca ciała obcego w strukturze odlewu kompozytowego (tab.5).

## Literatura

- [1] Sobczak J., *Metal matrix composites*, Institute of Foundry and Institute of Motor Transport, Cracow – Warsaw 2001.
- [2] Konopka Z., *Metalowe kompozyty odlewane*, Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej 2011.
- [3] Hamrol A., Mantura W, Zarządzanie jakością. Teoria i praktyka, wyd. trzecie, uaktualnione, PWN, Warszawa 2006.
- [4] Malinowski P., Suchy J.S., Database for foundry engineers-simulationDB-a modern database storing simulation results, Journal of Achievements in Materials Manufacturing Engineering; ISSN 1734-8412. – 2010 vol. 43 iss. 1 s. 349-352
- [5] Bronsztejn I. N., Siemiendajew K. A., Musiol G., Mühligh H., Nowoczesne kompendium matematyki, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2011.
- [6] Sobczyk M, Statystyka, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2011.
- [7] Chmielewski K., Berczyński S. Statystyka matematyczna. Ćwiczenia laboratoryjne z wykorzystaniem pakietu STATISTICA PL, Wydawnictwo Uczelniane- Politechnika Szczecińska, Szczecin 2002.
- [8] Domański C, Testy statystyczne, PWE, Warszawa 1999.
- [9] Gawdzińska K. Materiałowo-technologiczne uwarunkowania jakości odlewów z metalowych materiałów kompozytowych, Wydawnictwo Archives of Foundry Engineering, Katowice-Gliwice 2012

# Evaluation of probability of defect presence in metal matrix composite castings using probabilistic approach

## Abstract

The paper presents an application of the calculus of probability as a branch of mathematics dealing with examination of regularities appearing in random events for evaluation of probability of defect occurrence in metal matrix composite castings in particular categories.

The analysis was performed for the specific (appearing only in these materials) defects of metal matrix composite castings in the following categories: reinforcement, matrix, connection of matrix and reinforcement, porosity. Occurrence or absence of defects of metal matrix composite castings was considered in the context of random events. To evaluate a probability of a defect occurrence, the binominal and Poisson distributions were used. The most probable numbers of defects in subsequent categories were determined. It was revealed that the most frequent defects of metal matrix composite castings are: inhomogeneity of the reinforcing phase distribution in the casting and inhomogeneity of the size and shape of the reinforcing phase, all belonging to the category of the reinforcement defects. The least frequent defects are: no integration of the matrix structure with the reinforcement and delaminations, belonging to the category of matrix and reinforcement connection, and defects regarding the foreign matter presence in the composite casting structure, belonging to the category of the matrix defects.

**Keywords:** Composite casting defects, Poisson probability distribution