PROBLEMY MECHATRONIKI
UZBROJENIE, LOTNICTWO, INŻYNIERIA BEZPIECZEŃSTWA

ISSN 2081-5891 5, 3 (17), 2014, 35-50

Modelowanie i symulacja numeryczna samonaprowadzania pocisku rakietowego na cel naziemny z wykorzystaniem sterowanego giroskopu

Edyta ŁADYŻYŃSKA-KOZDRAŚ[1], Zbigniew KORUBA[2*]

[1] Politechnika Warszawska, Wydział Mechatroniki, ul. św. A. Boboli 8, Warszawa
[2] Politechnika Świętokrzyska, Wydział Mechatroniki i Budowy Maszyn, Al. 1000-lecia PP 7, Kielce
[*] autor korespondencyjny, e-mail: ksmzko@tu.kielce.pl

Artykuł wpłynął do redakcji 18.07.2012. Zweryfikowaną wersję po recenzji otrzymano 24.09.2014

Streszczenie. W pracy zaprezentowano modelowanie dynamiki pocisku rakietowego, stabilizowanego przy użyciu giroskopu, samonaprowadzającego się na manewrujący cel naziemny. Model matematyczny opracowany został przy zastosowaniu równań Boltzmanna–Hamela dla układów mechanicznych o więzach nieholonomicznych. Pokazano, jak stosując ogólny model matematyczny sterowanego obiektu latającego, wprowadzając prawa sterowania jako więzy nieholonomiczne oraz stabilizację giroskopową, można sterować automatycznie badanym obiektem. Wprowadzone prawa sterowania stanowią związki kinematyczne uchybów, to znaczy różnic między parametrami zadanymi i realizowanymi lotu pocisku rakietowego. Otrzymane prawa sterowania potraktowano jako więzy nieholonomiczne ograniczające ruch pocisku tak, aby spełniał on żądany manewr sterowany. Związki kinematyczne i kryteria naprowadzania stanowią koordynację lotu sterowanej automatycznie rakiety, której ruch został powiązany z linią obserwacji manewrującego przestrzennie celu, wyznaczoną przez oś sterowanego giroskopu.

Artykuł został opracowany na podstawie referatu prezentowanego podczas IX Międzynarodowej Konferencji Uzbrojeniowej nt. „Naukowe aspekty techniki uzbrojenia i bezpieczeństwa", Pułtusk, 25-28 września 2012 r.

Poprawność opracowanego modelu matematycznego potwierdziła symulacja numeryczna przeprowadzona dla pocisku klasy „Maverick” wyposażonego w giroskop będący elementem wykonawczym skanowania powierzchni ziemi i śledzenia wykrytego na niej celu. Analizie poddana została zarówno dynamika giroskopu, jak i pocisku podczas procesu śledzenia wykrytego celu. Wyniki przedstawione zostały w postaci graficznej.
Słowa kluczowe: mechanika, równania ruchu, prawa sterowania, samonaprowadzanie, giroskop, pocisk rakietowy

1. WSTĘP

W pracy przedstawiono proces modelowania pocisku rakietowego samonaprowadzającego się na manewrujący cel naziemny. Kinematyczne równania więzów automatycznie sterowanego pocisku zostały powiązane z równaniami dynamiki rakiety poprzez zastosowanie równań Boltzmanna–Hamela [6, 7], które to równania wyprowadzono we względnym układzie odniesienia *Oxyz* sztywno związanym z manewrującym pociskiem rakietowym. W chwili wykrycia celu założono, że pocisk rakietowy automatycznie przechodzi od lotu po zadanej programowo trajektorii do lotu śledzącego. Sterowanie ruchem pocisku rakietowego odbywa się za pomocą wychylenia powierzchni sterowych, tzn. steru kierunku i steru wysokości odpowiednio o kąty δ_V i δ_H. Prawa sterowania stanowią kinematyczne związki uchybów zadanych i realizowanych parametrów lotu, stabilizując ruch pocisku rakietowego na zadanej trajektorii.

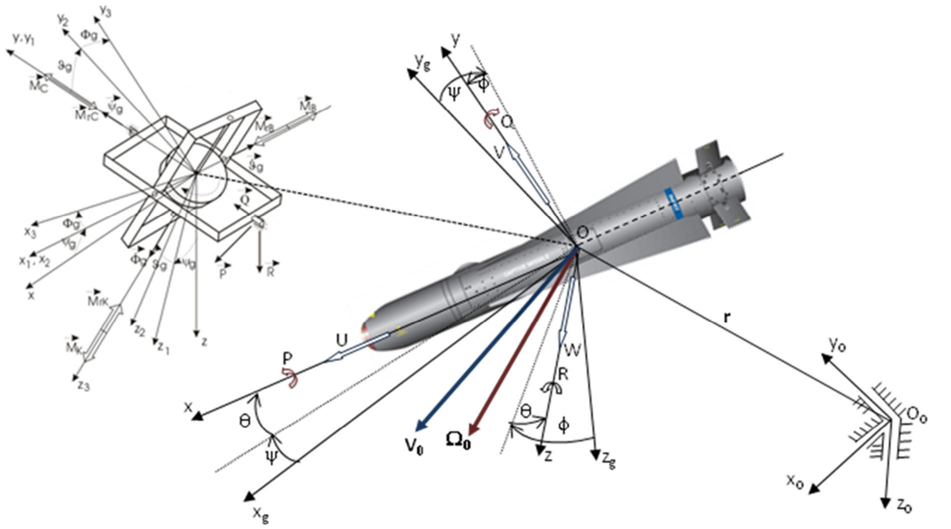
Realizacji żądanego toru lotu dokonuje pilot automatyczny, który wypracowuje sygnały sterujące, w oparciu o wyprowadzone związki dla układu wykonawczego sterowania. W układzie samonaprowadzania wykorzystywany jest giroskop, którego zadaniem jest wyznaczanie w każdej chwili czasu linii obserwacji celu łączącej oś giroskopu z celem. Podczas wyszukiwania celu naziemnego oś giroskopu, będąc skierowana w dół, zakreśla swym przedłużeniem na powierzchni ziemi ściśle określone linie. Układ optyczny umieszczony w osi giroskopu, mając pewien kąt widzenia, może w ten sposób natrafić na sygnał świetlny lub podczerwony emitowany przez poruszający się obiekt. Należy zatem tak dobrać parametry kinematyczne ruchu wzajemnego głowicy pocisku i osi giroskopu, aby z możliwie największym prawdopodobieństwem cel został wykryty. Po zlokalizowaniu celu (odebraniu sygnału przez detektor podczerwieni), giroskop przechodzi do stanu śledzenia, tzn. od tej chwili jego oś zajmuje konkretne położenie w przestrzeni, będąc nakierowana na cel, przez co następuje rozpoczęcie realizacji procesu samonaprowadzania, czyli ruchu sterowanego w kierunku celu.

2. UKŁADY ODNIESIENIA, WSPÓŁRZĘDNE I ZWIĄZKI KINEMATYCZNE

Do opisu położenia pocisku rakietowego w przestrzeni używane są związki kinematyczne, które dostarczają informacji na temat liniowego i kątowego położenia układu własnego $Oxyz$ względem układu ziemskiego $O_0x_0y_0z_0$. Istnieje wiele parametrów opisujących położenie obiektu w przestrzeni, opartych najczęściej na kątach Eulera lub kwaternionach, takich jak kąty orientacji przestrzennej (kąty quasi-eulerowskie), kąty Kryłowa, parametry Eulera (kwaterniony), Cayleya–Kleina, czy Rodrigeza–Hamiltona. Różnią się one między sobą dokładnością i szybkością obliczeń oraz wszechstronnością zastosowań. Najczęściej do opisu położenia obiektu latającego w przestrzeni stosowane są, użyte w pracy, kąty quasi-eulerowskie, zwane kątami samolotowymi [2, 4-6] (rys. 1).

Kąty obrotu określają położenie układu odniesienia ściśle związanego z pociskiem $Oxyz$ względem układu grawitacyjnego $Ox_gy_gz_g$ równoległego do nieruchomego układu inercyjnego $O_0x_0y_0z_0$.

Do opisu dynamiki rozpatrywanego pocisku rakietowego, wyposażonego w sterowany giroskop śledzący cel naziemny, przyjęto standardowe, prawoskrętne układy odniesienia, znane z mechaniki lotu, zaprezentowane na rysunku 1.



Rys. 1. Przyjęte układy odniesienia oraz parametry kinematyczne pocisku rakietowego z zainstalowanym giroskopem

Fig. 1. Accepted reference systems and kinematic parameters of the missile with installed gyroscope

Składowe wektorów chwilowej prędkości liniowej $\boldsymbol{V_0}$ i kątowej $\boldsymbol{\Omega}$ (rys. 1) w układzie odniesienia *Oxyz* związanym z rakietą są następujące:
– wektor chwilowej prędkości liniowej:

$$\boldsymbol{V_0} = U\bar{i} + V\bar{j} + W\bar{k} \tag{1}$$

gdzie: U – prędkość podłużna,
V – prędkość boczna,
W – prędkość wznoszenia.
– wektor chwilowej prędkości kątowej:

$$\boldsymbol{\Omega_0} = P\bar{i} + Q\bar{j} + R\bar{k} \tag{2}$$

gdzie: P – kątowa prędkość przechylania,
Q – kątowa prędkość pochylania,
R – kątowa prędkość odchylania.

Składowe chwilowej prędkości kątowej P,Q,R są zależnościami prędkości uogólnionych $\dot{\phi},\dot{\theta},\dot{\psi}$ i funkcji trygonometrycznych współrzędnych uogólnionych ϕ,θ,ψ i wyrażają się następującymi związkami [4, 6]:

$$\begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin\theta \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi\cos\theta \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \tag{3}$$

Związki kinematyczne między składowymi prędkości liniowej $\dot{x}_1, \dot{y}_1, \dot{z}_1$, mierzone w układzie inercjalnym $O_0x_0y_0z_0$, a składowymi prędkości U,V,W w układzie odniesienia *Oxyz* związanym z rakietą są następujące [4, 6]:

$$\begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{y}_1 \\ \dot{z}_1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\psi\cos\theta & \sin\psi\cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\phi\cos\psi\sin\theta - \sin\psi\cos\phi & \sin\phi\sin\psi\sin\theta + \cos\psi\cos\phi & \sin\phi\cos\theta \\ \cos\phi\cos\psi\sin\theta + \sin\psi\sin\phi & \cos\phi\sin\psi\sin\theta - \cos\psi\sin\phi & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{y}_1 \\ \dot{z}_1 \end{bmatrix} \tag{4}$$

Kierunek wektora prędkości przepływu względem układu *Oxyz* określają kąty natarcia α i ślizgu β, które przy bezwietrznej pogodzie są zdefiniowane następująco [4, 6]:

– kąt natarcia: $$\alpha = arctg\,\frac{W}{U} \tag{5}$$

– kąt ślizgu: $$\beta = \arcsin\frac{V}{V_O} \tag{6}$$

3. GIROSKOPOWY UKŁAD SAMONAPROWADZANIA I STABILIZACJI POCISKU RAKIETOWEGO

Przyjętym w pracy zadaniem giroskopu w układzie samonaprowadzania pocisku rakietowego jest wyznaczanie w każdej chwili czasu linii obserwacji celu, która łączy oś giroskopu z manewrującym celem. Podczas wyszukiwania celu naziemnego oś giroskopu zakreśla na powierzchni ziemi ściśle określone linie [2]. Układ optyczny umieszczony w osi giroskopu lokalizuje cel po natrafieniu na sygnał świetlny lub podczerwony emitowany przez poruszający się obiekt. Po zlokalizowaniu celu (odebraniu sygnału przez detektor podczerwieni), giroskop przechodzi do stanu śledzenia, tzn. od tej chwili jego oś zajmuje konkretne położenie w przestrzeni, będąc nakierowaną na cel.

Równania opisujące dynamikę giroskopu przy pominięciu momentów bezwładności jego ramek mają postać [3, 5]:

$$\begin{aligned} &J_{gk}\frac{d\omega_{yg2}}{dt}\cos\vartheta_g + J_{gk}\omega_{gx2}\left(\omega_{gz2}+\omega_{gy2}\sin\vartheta_g\right) + M_k\sin\vartheta_g + \\ &- J_{go}\left(\omega_{gz2}+\frac{d\Phi_g}{dt}\right)\omega_{gx2}\cos\vartheta_g + \eta_c\frac{d\psi_g}{dt} = M_c \end{aligned} \tag{7}$$

$$J_{gk}\frac{d\omega_{gx2}}{dt} - J_{gk}\omega_{gy2}\omega_{gz2} + J_{go}\left(\omega_{gz2}+\frac{d\Phi_g}{dt}\right)\omega_{gy2} + \eta_b\frac{d\vartheta_g}{dt} = M_b \tag{8}$$

$$J_{go}\frac{d}{dt}\left(\omega_{gz2}+\frac{d\Phi_g}{dt}\right) = M_k - M_{rk} \tag{9}$$

gdzie: $$\omega_{gx2} = P\cos\psi_g - R\sin\psi_g + \frac{d\vartheta_g}{dt}$$

$$\omega_{gy2} = \left(P\cos\psi_g + R\sin\psi_g\right)\sin\vartheta_g + \left(\frac{d\psi_g}{dt}+Q\right)\cos\vartheta_g$$

$$\omega_{gz2} = \left(P\cos\psi_g + R\sin\psi_g\right)\cos\vartheta_g - \left(\frac{d\psi_g}{dt}+Q\right)\sin\vartheta_g$$

J_{go}, J_{gk} – momenty bezwładności rotora giroskopu względem jego osi podłużnej i osi precesji,

M_k, M_{rk} – momenty siły napędzającej wirnik giroskopu i siły tarcia w ułożyskowaniu wirnika w ramce,

M_b, M_c – momenty sterujące działające na giroskop,

ϑ_g, ψ_g – kąty określające położenie osi giroskopu, które dla stanu śledzenia celu przyjmujemy, że są równe kątom określającym położenie linii obserwacji celu: $\vartheta_g = \varepsilon$, $\psi_g = \sigma$.

Kąty ε, σ wyznaczane są z zależności stanowiących kinematyczne równania ruchu linii obserwacji celu LOC [5]:

$$\begin{aligned} &\frac{dr_e}{dt} = V_{pxe} - V_{cxe} \\ &-\frac{d\varepsilon}{dt} r_e \cos\varepsilon = V_{pye} - V_{cye} \\ &\frac{d\sigma}{dt} r_e = V_{pze} - V_{cze} \end{aligned} \tag{10}$$

gdzie: $V_{pxe} = V_0\left[\cos(\varepsilon - \chi_p)\cos\varepsilon\cos\gamma_p - \sin\varepsilon\sin\gamma_p\right]$

$V_{pye} = -V_0 \sin(\varepsilon - \chi_p)\cos\gamma_p$

$V_{pze} = V_0\left[\cos(\varepsilon - \chi_p)\sin\varepsilon\cos\gamma_p - \cos\varepsilon\sin\gamma_p\right]$

$V_{cxe} = V_c\left[\cos(\varepsilon - \chi_c)\cos\varepsilon\cos\gamma_c - \sin\varepsilon\sin\gamma_c\right]$

$V_{cye} = -V_c \sin(\varepsilon - \chi_c)\cos\gamma_c$

$V_{cze} = V_c\left[\cos(\varepsilon - \chi_c)\sin\varepsilon\cos\gamma_c - \cos\varepsilon\sin\gamma_c\right]$

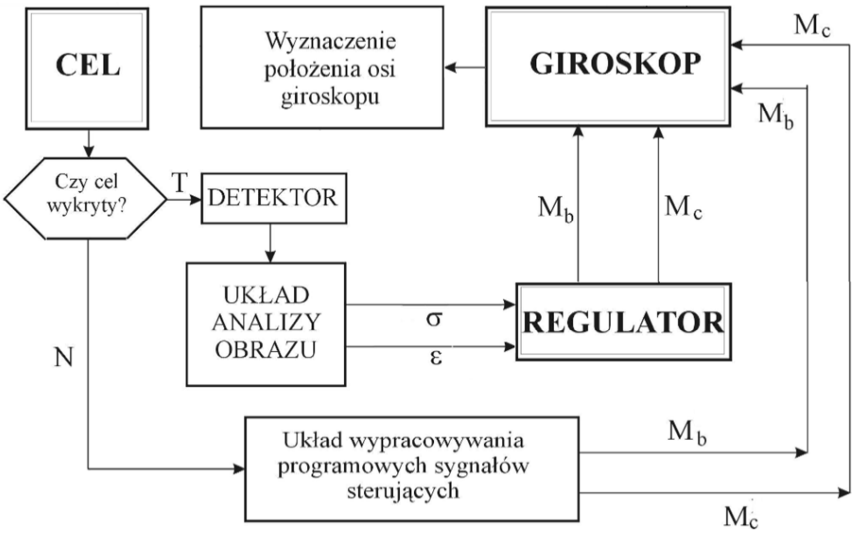
r_e – odległość pocisku rakietowego od celu;

V_0, V_C – moduły prędkości ruchu rakiety i celu;

γ_p, χ_p – kąty określające położenie wektora prędkości rakiety;

γ_c, χ_c – kąty określające położenie wektora prędkości celu.

Na rysunku 2 przedstawiony został uproszczony schemat układu giroskopowego samonaprowadzania pocisku rakietowego na cel naziemny emitujący promieniowanie podczerwone (np. czołg czy też wóz bojowy).



Rys. 2. Schemat układu giroskopowego śledzenia celu

Fig. 2. Diagram of the system of gyroscope target tracking

4. PRAWA STEROWANIA

Sterowanie ruchem pocisku rakietowego odbywa się za pomocą wychylenia powierzchni sterowych, tzn. steru kierunku i steru wysokości odpowiednio o kąty δ_H i δ_V. Prawa sterowania stanowią kinematyczne związki uchybów zadanych i realizowanych parametrów lotu, stabilizując ruch rakiety w kanałach pochylania i odchylania. Należy podkreślić, że w pracy przy samonaprowadzaniu została przyjęta metoda proporcjonalnej nawigacji, która stanowi związki sprzęgające między ruchem celu i pocisku. Realizacji żądanego toru lotu pocisku rakietowego dokonuje pilot automatyczny, który wypracowuje sygnały sterujące, w oparciu o wyprowadzone związki dla układu wykonawczego sterowania.

Prawo sterowania w kanale pochylania:

$$T_1^H \delta_H = K_U^H (U - U_z) + K_W^H (W - W_z) + K_Q^H (Q - Q_z) + K_\theta^H (\theta - \theta_z) + \delta_{H0} \quad (11)$$

Prawo sterowania w kanale odchylania:

$$T_2^V \delta_V = K_U^V (U - U_z) + K_y^V (V - V_z) + K_R^V (R - R_z) + K_\psi^V (\psi - \psi_z) + \delta_{V0} \quad (12)$$

gdzie: T_1^H, K_i^H – stała czasowa oraz współczynniki wzmocnienia w kanale pochylania,

T_1^V, K_i^V – stała czasowa oraz współczynniki wzmocnienia w kanale odchylania.

Wyznaczone prawa sterowania określają związki między wychyleniami sterów wysokości oraz kierunku a parametrami zadanymi wynikającymi z metody samonaprowadzania (ruchu osi giroskopu) i bieżącymi parametrami opisującymi zachowanie się pocisku rakietowego. Są one niecałkowalne oraz nakładają ograniczenia na lot pocisku. Ograniczenia te wynikają z ruchów celu i dynamiki giroskopu śledzącego cel.

Opracowane prawa sterowania potraktowano w związku z tym jako równania więzów nieholonomicznych nałożonych na ruch układu. Otrzymane równania więzów nieholonomicznych, po wprowadzeniu do dynamicznych równań ruchu, sprzęgają je ze sobą, tworząc nieliniowy model dynamiki pocisku rakietowego.

5. RÓWNANIA RUCHU POCISKU RAKIETOWEGO

Opis dynamiki pocisku rakietowego, traktowanego jako nieodkształcalny układ mechaniczny, przeprowadzono w układzie odniesienia *Oxyz*, sztywno związanym z pociskiem, którego początek znajduje się w środku jego masy po wypaleniu paliwa napędowego. Prawa sterowania (11) i (12) opracowano jako więzy nieholonomiczne nałożone na ruch układu. W związku z tym równania ruchu pocisku rakietowego wyprowadzono, posługując się równaniami Boltzmanna–Hamela ruchu układów nieholonomicznych we współrzędnych uogólnionych, które są uogólnionymi równaniami Lagrange'a II rodzaju [7].

Uwzględniając osiową symetrię pocisku rakietowego – geometryczną, masową, aerodynamiczną – oraz osiowe działanie ciągu silnika rakietowego, wyprowadzone równania ruchu przyjmują postać:
– równanie ruchów podłużnych:

$$m(t)\left(\dot{U}+QW-RV\right)-S_x(t)\left(Q^2+R^2\right)+\delta_H\left[R^2\left(J_{xH}-J_{zH}\right)\right](2a_{11}K_x^H-2\frac{K_U^H}{T_1}+$$
$$+2a_{13}K_z^H-QK_W^H)+\delta_V\left[Q^2\left(J_{xV}-J_{yV}\right)\right]\left(2a_{12}K_y^V-QK_W^V-RK_V^V\right)=-m(t)g\sin\theta+$$
$$=T_s(t)-\frac{1}{2}\rho SV_0^2\left(C_{xa}\cos\beta\cos\alpha+C_{ya}\sin\beta\cos\alpha-C_{za}\sin\alpha\right)+X_QQ \tag{13}$$

– równanie ruchów bocznych:

$$m(t)\left(\dot{V}+RU-PW\right)+S_x(t)\left(\dot{R}+QP\right)+\delta_H\left[R^2\left(J_{xH}-J_{zH}\right)\right](2a_{21}K_x^H\quad+$$
$$+2a_{23}K_z^H-RK_U^H)+\delta_V\left[Q^2\left(J_{xV}-J_{yV}\right)\right]\left(2a_{22}K_y^V-2\frac{K_V^V}{T_2}\right)= \tag{14}$$
$$=m(t)g\sin\theta\sin\phi-\frac{1}{2}\rho SV_0^2\left(C_{xa}\sin\beta-C_{ya}\cos\beta\right)+Y_PP+Y_RR+Y_{\delta V}\delta_V$$

– równanie ruchów wznoszących:

$$
\begin{aligned}
&m(t)\left(\dot{W} + PV - QU\right) - S_x(t)\left(\dot{Q} - PR\right) + \delta_H\left[R^2\left(J_{xH} - J_{zH}\right)\right](2a_{31}K_x^H + \\
&+ 2a_{33}K_z^H - QK_U^H - 2\frac{K_W^H}{T_1}) + \delta_V\left[Q^2\left(J_{xV} - J_{yV}\right)\right]\left(2a_{32}K_y^V - 2\frac{K_W^V}{T_2}\right) = \\
&= m(t)g\cos\theta\cos\phi - \frac{1}{2}\rho SV_0^2\left(C_{xa}\cos\beta\sin\alpha + C_{ya}\sin\beta\sin\alpha + C_{za}\cos\alpha\right) + \\
&+ Z_Q Q + Z_{\delta H}\delta_H
\end{aligned} \tag{15}
$$

– równanie ruchów przechylających:

$$
\begin{aligned}
&J_x(t)\dot{P} = -\frac{1}{2}\rho SV_0^2 l\left(C_{mxa}\cos\beta\cos\alpha + C_{mya}\sin\beta\sin\alpha - C_{mza}\sin\alpha\right) + \\
&+ L_P P + L_R R
\end{aligned} \tag{16}
$$

– równanie ruchów pochylających:

$$
\begin{aligned}
&J_y(t)\dot{Q} - \left[J_z(t) - J_x(t)\right]RP - S_x(t)\left(\dot{W} + VP - UQ\right) + \\
&+ \delta_H\left[R^2\left(J_{xH} - J_{zH}\right)\right](2K_\theta^H\cos\phi + UK_W^H - WK_U^H - 2\frac{K_Q^H}{T_1}) + \\
&+ \delta_V\left[Q^2\left(J_{xV} - J_{yV}\right)\right]\left(UK_W^V + 2K_W^V\frac{\sin\phi}{\cos\theta}\right) = -m(t)x_C(t)g\cos\theta\cos\phi + \\
&- J_x(t)\omega_r R - \frac{1}{2}\rho SV_0^2[-x_a(C_{xa}\cos\beta\sin\alpha + C_{ya}\sin\beta\sin\alpha - C_{za}\cos\alpha) + \\
&- l(C_{mxa}\sin\beta + C_{mza}\cos\beta)] + M_Q Q + M_W W + M_{\delta H}\delta_H
\end{aligned} \tag{17}
$$

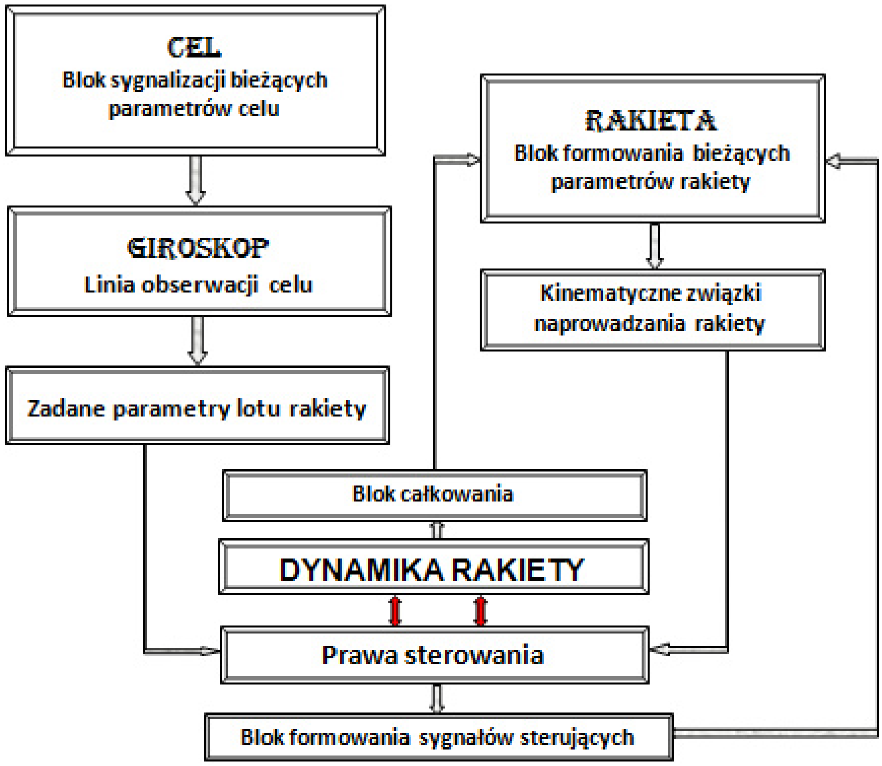
– równanie ruchów odchylających:

$$
\begin{aligned}
&J_z(t)\dot{R} - \left[J_x(t) - J_y(t)\right]PQ - S_x(t)\left(\dot{V} - WP + RU\right) + \delta_H\left[R^2\left(J_{xH} - J_{zH}\right)\right] \\
&(-2K_\theta^H\sin\phi + VK_U^H) + \delta_V\left[Q^2\left(J_{xV} - J_{yV}\right)\right]\left(-UK_V^V - 2\frac{K_R^V}{T_2} + 2K_\psi^V\frac{\sin\phi}{\cos\theta}\right) = \\
&= m(t)x_C(t)g\cos\theta\sin\phi - \frac{1}{2}\rho SV_0^2[x_a(-C_{xa}\sin\beta + C_{ya}\cos\beta) + \\
&- l(C_{mxa}\sin\alpha\cos\beta + C_{mya}\sin\beta\sin\alpha + C_{mza}\cos\alpha)] - J_T(t)\omega_T Q + \\
&= N_P P + N_R R + N_{\delta H}\delta_H
\end{aligned} \tag{18}
$$

Równania ruchu pocisku rakietowego, wyprowadzone przy zastosowaniu równań Boltzmanna–Hamela (13)-(18), wraz z równaniami więzów nieholonomicznych (11)-(12) oraz równaniami związków kinematycznych rakiety i związków giroskopowego układu samonaprowadzania pocisku rakietowego (1)-(10), stanowią układ równań różniczkowych zwyczajnych, z których przy zadanych warunkach początkowych można wyznaczyć tor lotu pocisku rakietowego oraz jego zachowanie się na torze podczas naprowadzania na manewrujący w przestrzeni cel.

W ten sposób otrzymano pełny dynamiczny model ruchu samonaprowadzanego się pocisku rakietowego przy zastosowaniu układu giroskopowego.

Poprzez powiązanie ruchu rakiety z ruchem celu, za którym podąża oś giroskopu, generując linię obserwacji celu, a tym samym zadaną trajektorię lotu rakiety, uzyskano model matematyczny zawierający silne sprzężenie równań ruchu pocisku rakietowego z prawami sterowania traktowanymi jako więzy nieholonomiczne (rys. 3).



Rys. 3. Schemat procesu samonaprowadzania pocisku rakietowego na cel

Fig. 3. Diagram of the process of homing missile on target

Przedstawiony model matematyczny jest podstawą do przeprowadzenia badań symulacyjnych naprowadzania pocisku rakietowego wyposażonego w giroskop będący elementem wykonawczym skanowania powierzchni ziemi i śledzenia wykrytego na niej celu.

6. WYNIKI SYMULACJI NUMERYCZNEJ

W pracy badania przeprowadzono dla hipotetycznego sterowanego pocisku AGM-65 „Maverick" klasy powietrze-ziemia (lub powietrze-woda), przeznaczonego do niszczenia różnego rodzaju celów, poczynając od broni ciężkiej, pojazdów, budynków, umocnień, do okrętów nawodnych [1].

Przyjęte w symulacji parametry pocisku rakietowego były następujące [1]: masa startowa $m = 301\ kg$, masa konstrukcji $m_k = 230\ kg$, momenty bezwładności: $J_x = 17{,}2\ kgm^2$, $J_y = J_z = 300\ kgm^2$.
Kadłub izolowany: długość $l_k = 2{,}49\ m$, średnica $d_k = 0{,}305\ m$, powierzchnia przekroju poprzecznego $S_k = 0{,}073062\ m^2$,
Skrzydło izolowane: rozpiętość $l_{sk} = 0{,}72\ m$, powierzchnia $S_{sk} = 0{,}87264\ m^2$,
Stery izolowane: rozpiętość $l_{st} = 0{,}72\ m$, powierzchnia $S_{st} = 0{,}10656\ m^2$.

Przetestowany model nawigacji i sterowania samonaprowadzającego się pocisku rakietowego opisuje w pełni autonomiczny ruch pocisku klasy „Maverick" mającego za zadanie po wykryciu i zidentyfikowaniu celu naziemnego bezpośredni jego atak i zniszczenie. W prezentowanej symulacji numerycznej przyjęto, że pocisk rakietowy został wystrzelony z samolotu-nosiciela lecącego na wysokości 400 m z prędkością 200 m/s. Cel poruszał się z prędkością 10 m/s i w chwili ataku wykonywał manewr obronny – zakręt po łuku o kąt 180°.

Przy doborze współczynników wzmocnienia autopilota wykorzystano całkowe, kwadratowe kryterium jakości sterowania, które uzupełniono oceną procesów przejściowych we wszystkich kanałach sterowania.

$$J = \sum_{i=1}^{2} \int_0^{t_k} \left[\frac{y_i(t) - y_{zi}(t)}{y_{i\max}} \right]^2 dt \tag{19}$$

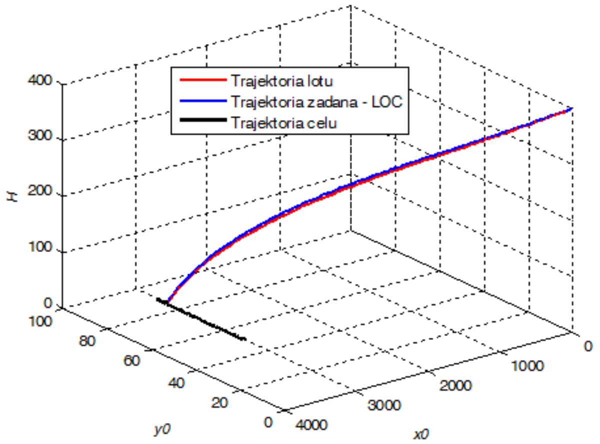
gdzie: $y_i(t)$ – rzeczywisty przebieg zmiennej;
$y_{zi}(t)$ – założony przebieg zmiennej;
y_{imax} – maksymalny założony zakres zmian wartości i-tej zmiennej stanu lub wartość zadana y_{zi} i-tej zmiennej stanu, gdy jest ona różna od zera.

Wyznaczone w ten sposób współczynniki wzmocnienia w równaniach stanowiących prawa sterowania (11) i (12) mają następujące wartości:

$$K_U^H = 0{,}84 \quad K_W^H = -0{,}00005 \quad K_Q^H = 0{,}00032 \quad K_\theta^H = 0{,}0106$$

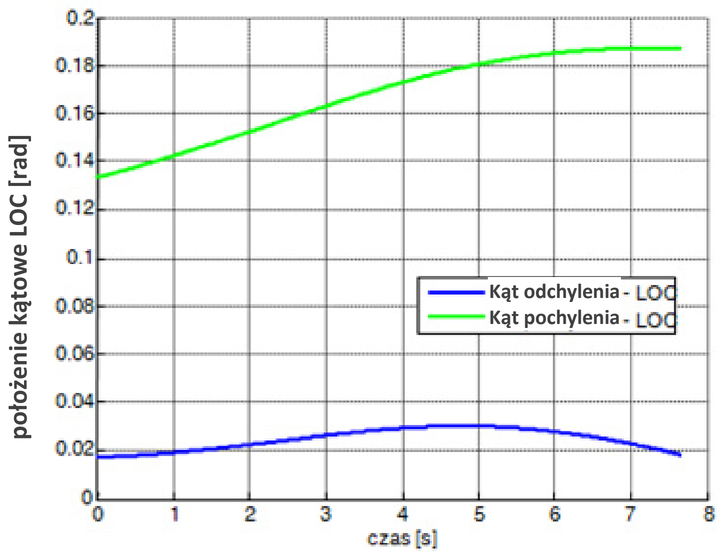
$$K_U^V = 0{,}23 \quad K_V^V = -0{,}0002 \quad K_R^V = 0{,}00014 \quad K_\psi^V = 0{,}0$$

Wyniki symulacji przedstawiono w sposób graficzny na rysunkach 4-9. Wykazują one poprawność opracowanego modelu matematycznego samonaprowadzającego się pocisku rakietowego. Układ automatycznego sterowania zapewnia utrzymanie zadanej trajektorii ruchu pocisku wypracowanej przez giroskop. Parametry lotu stabilizują się na wartościach, które umożliwiają samonaprowadzanie rakiety. Po niespełna 8 sekundach cel zostaje trafiony.



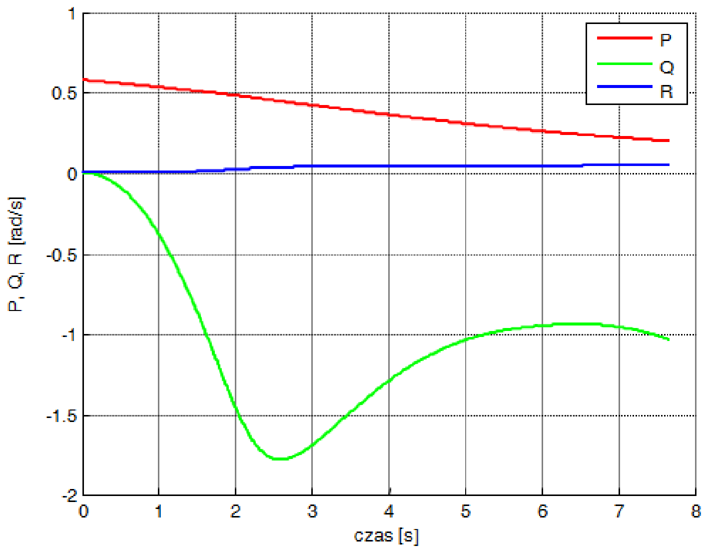
Rys. 4. Przestrzenna trajektoria samonaprowadzania pocisku rakietowego

Fig. 4. The spatial trajectory of homing missile



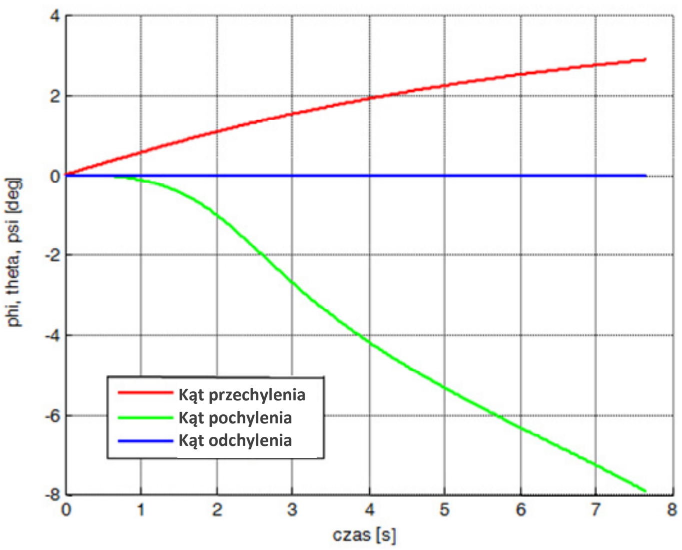
Rys. 5. Położenie kątowe linii obserwacji celu wyznaczonej przez giroskop

Fig. 5. The angular position of the line of sight defined by the gyroscope



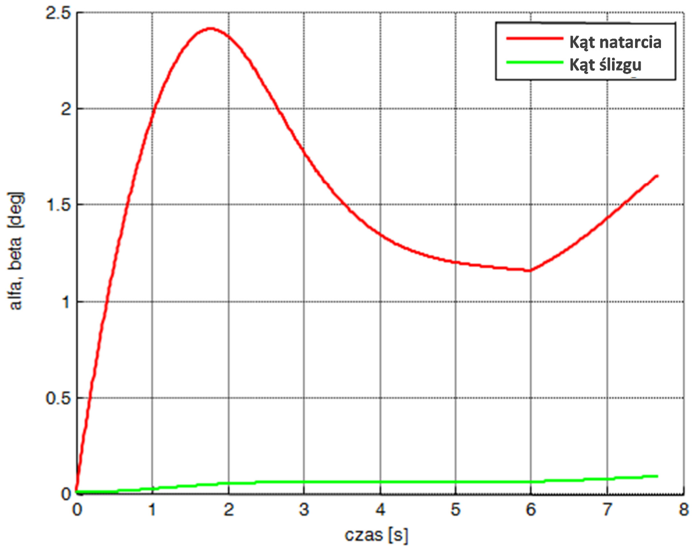
Rys. 6. Prędkość kątowa pocisku rakietowego w funkcji czasu

Fig. 6. Angular velocity of the missile as a function of time



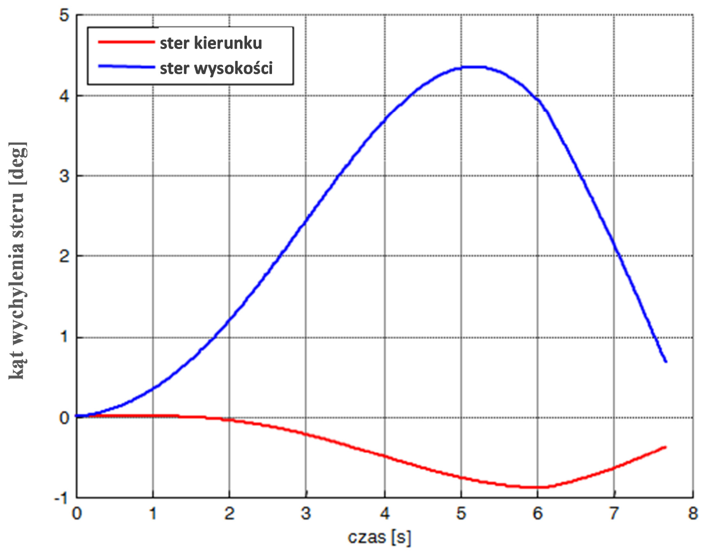
Rys. 7. Położenie kątowe pocisku rakietowego w funkcji czasu podczas naprowadzania

Fig. 7. The angular position of missile as a function of time during guidance



Rys. 8. Zmiana kątów natarcia i ślizgu w funkcji czasu

Fig. 8. Changing of the angles of attack and sideslip as a function of time



Rys. 9. Realizacja naprowadzania rakiety na manewrujący cel

Fig. 9. Realization of guidance of rocket for maneuvering target

7. PODSUMOWANIE

Opracowany model matematyczny samonaprowadzającego się pocisku rakietowego daje szerokie możliwości zastosowania podczas opracowywania dynamiki sterowanych obiektów latających. Wraz z programem symulacyjnym można go w prosty sposób zaadaptować do symulacji, naprowadzania i obliczeń dowolnych sterowanych giroskopowo pocisków (po odpowiedniej identyfikacji parametrycznej).

Zastosowanie równań Boltzmanna–Hamela dla mechanicznych układów o więzach nieholonomicznych pozwoliło na opracowanie modelu dynamiki lotu pocisku rakietowego, sprzęgając jego prawa sterowania, traktowane jako więzy nieholonomiczne, z dynamicznymi równaniami ruchu automatycznie sterowanego obiektu latającego. Zaproponowany w pracy giroskopowy układ skanująco-śledzący poprawia stabilność układu samonaprowadzania pocisku rakietowego i zwiększa odporność na wibracje pochodzące od pokładu samego pocisku [2].

LITERATURA

[1] Ozu H., *Missile 2000 – Reference Guide to World Missile Systems*, Shinkigensha, 2000.

[2] Koruba Z., Elementy teorii i zastosowań giroskopu sterowanego, *Monografie, studia, rozprawy*, nr M7, Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej, Kielce, 2008.

[3] Koruba Z., Krzysztofik I., Dziopa Z., An analysis of the gyroscope dynamics of an anti-aircraft missile launched from a mobile platform, *Bulletin of the Polish Academy of Sciences – Technical Sciences*, vol. 58, no. 4, pp. 651-656, 2010.

[4] Ładyżyńska-Kozdraś E., Modeling and numerical simulation of unmanned aircraft vehicle restricted by non-holonomic constraints, *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, vol. 50, no. 1, pp. 251-268, 2012.

[5] Ładyżyńska-Kozdraś E., Koruba Z., Model of the final section of navigation of a self-guided missile steered by a gyroscope, *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, vol. 50, no. 2, pp. 473-485, 2012.

[6] Nizioł J., *Mechanika techniczna, tom II – Dynamika układów mechanicznych*, J. Maryniak – część V: *Dynamika lotu*, Wyd. Komitet Mechaniki PAN, IPPT Polska Akademia Nauk, s. 363-472, Warszawa, 2005.

[7] Osiński Z., *Mechanika ogólna*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 1997.

Modelling and Numerical Simulations of a Self-Guided Missile Stabilized by a Gyroscope

Edyta ŁADYŻYŃSKA-KOZDRAŚ, Zbigniew KORUBA

Abstract. The paper presents the modelling of the dynamics of a self-guided missile steered using a gyroscope. In such kinds of missiles, attacking the targets detected by them, the main element is a self-guiding head, which is operated by a steered gyroscope. A mathematical model was precluded using the Boltzmann–Hamel equations for mechanical systems with non-holonomic constraints. A relatively simple method for automatic control has been presented based on introducing the control laws and gyroscope into a general model of a flying object. These control laws have the form of kinematics relations between the real and preset flight parameters, respectively. The resulting control laws are considered as non-holonomic constraints of the missile motion ensuring that it executes the specified controlled manoeuvre. Kinematical relations combined with homing criteria represent the coupling between the missile flight and 3D motion of a manoeuvring target. Correctness of the developed mathematical model was confirmed by digital simulation conducted for a Maverick missile equipped with a gyroscope being an executive element of the system scanning the earth's surface and following the detected target.
Both the dynamics of the gyroscope and the missile during the process of scanning and following the detected target were the subject to digital analysis. The results were presented in graphic form.
Keywords: mechanics, equations of motion, control law, homing, gyroscope, missile