

**Andrzej WETULA**

AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA, KATEDRA METROLOGII

**Zastosowanie transformaty Hilberta do wyznaczenia obwiedni zespolonej sygnałów napięć i prądów sieci elektroenergetycznej**

mgr inż. Andrzej WETULA

Absolwent wydziału EAiE Akademii Górniczo-Hutniczej, kierunku Elektrotechnika. Zatrudniony na stanowisku asystenta w Katedrze Metrologii. Zainteresowania naukowe obejmują analizę sygnałów sieci elektroenergetycznej, zastosowanie procesorów sygnałowych oraz mikrokontrolerów w systemach pomiarowych a także rozproszone systemy pomiarowe.



e-mail: wetula@agh.edu.pl

**Streszczenie**

Artykuł przedstawia metodę wyznaczania zespolonej obwiedni sygnałów sieci elektroenergetycznej opartą o transformatę Hilberta. Metoda jest przeznaczona do wyznaczania obwiedni do celów analizy zaburzeń niskoczęstotliwościowych, w tym detekcji ich źródeł. Prezentowane są poszczególne wchodzące w skład algorytmu bloki przetwarzania sygnałów. Przedstawiane są wyniki działania metody przy analizie sygnałów modelowanych.

**Słowa kluczowe:** sygnały sieci elektroenergetycznej, detekcja obwiedni, obwiednia zespolona, transformata Hilberta

**Using Hilbert transform for detection of complex envelope of power grid voltage and current signals****Abstract**

Article describes a method of estimating power grid signals complex envelope based on Hilbert transform. The method is meant to use in low-frequency disturbances analysis, including detection of disturbance sources. Individual blocks of signal processing algorithm are presented. Results of algorithm testing with simulated signals are shown.

**Keywords:** power grid signals, envelope detection, complex envelope, Hilbert transform

**1 Wstęp**

Napięcie sieci elektroenergetycznej ulega wahaniom wskutek zmian obciążenia oraz procesów regulacyjnych i łączeniowych. Wahania te mogą powodować niepoprawną pracę odbiorników energii. Najpopularniejszym przykładem takiej niepoprawnej pracy jest migotanie źródeł światła. Źródła światła nie są jednak jedynymi odbiornikami których praca jest zaburzana przez wahania napięcia zasilającego. Ze względu na szkodliwość zjawiska wahań napięcia pojawiła się potrzeba zbudowania algorytmu wyznaczania zmodulowanej obwiedni. Algorytm taki jest zastosowany w mierniku uciążliwości migotania światła, opisanym w normie [1]. Publikacje [2,3,4] wykazały jednak poważne ograniczenia konstrukcji tego przyrządu. Najpoważniejszym z nich jest ograniczenie zakresu zastosowań przyrządu do wyznaczania miary wahań napięcia  $P_{ss}$ , stanowiącej jednak w praktyce miarę jakości oświetlenia. Zastosowanie go jako przyrządu do badania jakości napięcia może przynieść niepożądane wyniki ze względu na wbudowany w przyrząd model układu źródło światła – oko – mózg, oraz brak zdefiniowanej odpowiedzi na wahanie fazy.

Wymienione ograniczenia spowodowały powstanie szeregu publikacji proponujących sposób zmodyfikowania konstrukcji miernika uciążliwości migotania w celu poprawy jego własności metrologicznych lub zastąpienia go innym przyrządem. W

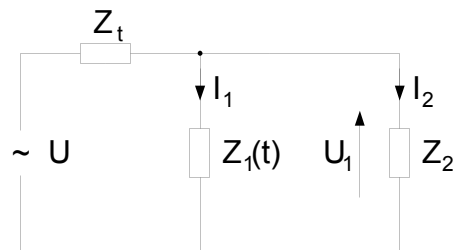
publikacji [5] zaproponowano nową metodę wyznaczania miary wahań napięcia. Jest ona oparta o funkcjonal operujący na wartościach obwiedni zespolonej napięcia. Obwiednię tę wyznacza się z wykorzystaniem transformaty Hilberta. Podobny algorytm wyznaczania obwiedni zastosowano w publikacjach [2,3,6]. Pomimo szerokiego zastosowania do analizy sygnałów modelowanych i rzeczywistych, dotychczas algorytm ten nie został szczegółowo omówiony, co zainspirowało powstanie niniejszej publikacji.

**2 Badane sygnały**

Zaburzeniami niskoczęstotliwościowymi w rozumieniu normy [1] nazywa się modulację amplitudy napięcia w zakresie częstotliwości modulujących 0-35 Hz. Przyjęty zakres częstotliwości wynika z pasma układu źródło światła – oko – mózg, modelowanego w strukturze miernika uciążliwości migotania światła. Poza modulacją amplitudy występuje również, nie uwzględniona w normie [1], modulacja fazy. Modulacja obwiedni ma zatem charakter zespolony.

**2.1 Wahania napięcia**

Do zilustrowania sposobu powstawania wahań obwiedni napięcia posłuży model, którego schemat przedstawiono na rysunku 1.



Rys. 1. Model obwodowy do ilustracji propagacji wahań napięcia  
Fig. 1. Circuit model for illustration of voltage variations propagation

Źródło  $U$  oraz impedancja  $Z_t$  stanowią model Thevenina systemu energetycznego widzianego z szyn zasilających grupę analizowanych odbiorników. Impedancja  $Z_2$  reprezentuje odbiornik lub grupę odbiorników o stałych parametrach, na których zaciskach występuje wahanie napięcia. Impedancja  $Z_1$  przedstawia odbiornik lub grupę odbiorników, stanowiący źródło zaburzeń. Impedancja ta jest przedstawiona jako zmienna w czasie. W artykule [3] uzasadniono zastosowanie impedancji do modelowania obiektu o zmiennych parametrach, pod warunkiem ograniczenia wartości wahań i szybkości zmian parametrów modelowanego obiektu. Napięcie na zaciskach  $Z_1$  oraz  $Z_2$  przedstawia równanie:

$$U_1 = U \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 Z_t + Z_2 Z_t + Z_1 Z_2} \quad (1)$$

Równanie to jest nieliniowe ze względu na  $Z_t$ . Oznacza to, że nawet tak prosty model propagacji wahań napięcia jest strukturalnie nieliniowy. Powinno to uwzględnić metoda demodulacji. Należy też uwzględnić taki lub bardziej złożony model przy próbie identyfikacji źródła zaburzeń na podstawie parametrów zdemodulowanej obwiedni zaburzonego napięcia.

Ponieważ zarówno elementy systemu energetycznego, jak i odbiorniki mają charakter rezystancyjno - impedancyjny, wszystkie impedancje w równaniu (1) są zespolone. Oznacza to, że zmiana  $Z_t$  powoduje zmianę nie tylko amplitudy, ale również fazy napięcia.

W praktyce wahanie fazy napięcia, pomimo że jest nieznaczne, występuje zawsze i zwykle jest skorelowane z wahaniami amplitudy. Pomimo to jest ono pomijane zarówno w publikacjach, jak i normach. Zdaniem autora pomijanie modulacji fazy przy analizie zaburzeń niskoczęstotliwościowych jest błędem wynikającym z przywiązania do architektury miernika uciążliwości migotania. Przebiegi fazy sygnału mogą zawierać istotne informacje o stanie systemu elektroenergetycznego. Jest też wątpliwe, aby zjawisko to pozostawało bez wpływu na działanie odbiorników.

## 2.2 Wahania prądu

Sygnał prądu sieci elektroenergetycznej niesie informacje o obciążeniu. Demodulacja obwiedni prądu pozwala poznać zmienność obciążenia oraz wpływ zaburzeń pochodzących z systemu na jego pracę.

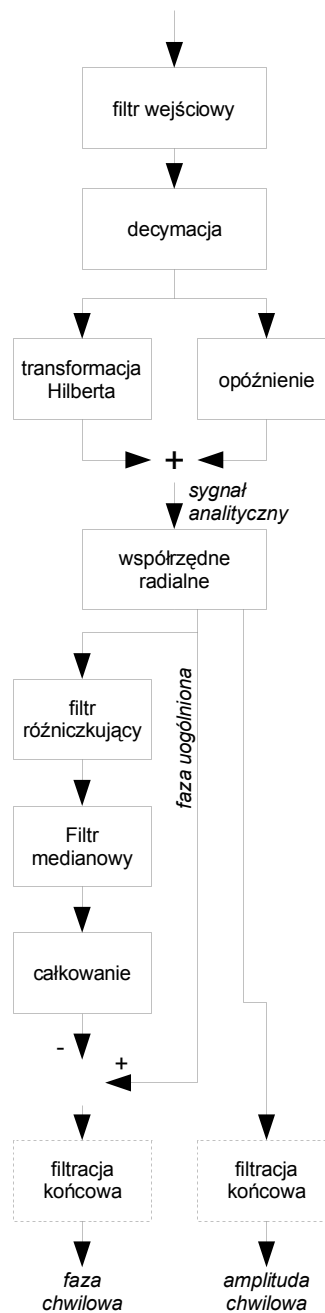
W porównaniu z sygnałem napięcia, prąd cechuje się znacznie głębszymi wahaniami. Zmiany wartości prądu podczas normalnej pracy systemu elektroenergetycznego mogą być nawet kilkudziesięciokrotne. W stanach awaryjnych są jeszcze wyższe. Również zawartość harmonicznych prądu jest wielokrotnie wyższa od zawartości harmonicznych napięcia. Z tego powodu algorytm przeznaczony do analizy zarówno sygnałów prądu i napięcia różni się od algorytmu przeznaczonego do analizy napięcia.

Należy zwrócić uwagę na zachowanie transformacji Hilberta dla sygnałów o dużej szybkości zmian amplitudy lub fazy. Zdemodulowana obwiednia zespolona takich sygnałów charakteryzuje się zaburzeniem zarówno amplitudy, jak i fazy, nawet jeżeli tylko jedna składowa uległa faktycznej zmianie. Ta właściwość transformacji Hilberta może powodować powstanie błędów przy demodulacji sygnału prądu, a w mniejszym stopniu napięcia. Błędy te jednak nie są znaczne ze względu na fakt, że w rzeczywistych sygnałach praktycznie zawsze występuje jednoczesna zmiana amplitudy i fazy.

## 3. Metoda wyznaczania obwiedni zespolonej

Schemat blokowy opisywanego algorytmu przedstawia rysunek 2. Dla zapewnienia poprawnej detekcji obwiedni zespolonej napięcia lub prądu z wykorzystaniem transformaty Hilberta konieczne jest wstępne ograniczenie pasma sygnału przez wytłumienie wyższych harmonicznych. Stosowany do tego jest filtr wejściowy typu SOI. Po ograniczeniu pasma dokonywana jest decymacja sygnału. Następnie wyznaczany jest sygnał analityczny. W tym celu stosowane są równoległe połączone filtry Hilberta i pasmowoprzepustowy, używany jako opóźniający. Zastosowanie filtra do wyznaczania transformaty Hilberta wynika z planowanego zastosowania algorytmu do obliczeń online. Sygnały wyjściowe filtrów stanowią składowe rzeczywistą i urojoną sygnału analitycznego. W literaturze dotyczącej przetwarzania sygnałów elektroenergetycznej (np. [7]) są one określane jako składowe ortogonalne. Aby uzyskać z sygnału analitycznego wartości amplitudy i fazy, należy zmienić układ współrzędnych na radialny. W tym układzie moduł sygnału analitycznego odpowiada chwilowej amplitudzie sygnału wejściowego. Wyznaczona faza sygnału analitycznego to faza uogólniona. Przy zachowaniu odpowiednio wąskiego pasma sygnału wejściowego pochodną fazy uogólnionej stanowi częstotliwość chwilowa. Aby uzyskać wartość wahanja fazy, konieczne jest rozdzielenie częstotliwości chwilowej na składowe pochodzące od wolnozmiennnej częstotliwości sygnału wejściowego oraz od wahanja fazy. Opcjonalne filtry na wyjściu algorytmu służą do filtracji składowej o wysokiej częstotliwości z sygnałów amplitudy i fazy; mogą też być wykorzystane do modyfikacji pasma dla konkretnych zastosowań.

W dalszych podrozdziałach długości filtrów często podaje się w okresach badanego sygnału. Wynika to ze stałej częstotliwości tego sygnału, w połączeniu z różnymi częstotliwościami próbkowania. Częstotliwość próbkowania analizowanych sygnałów wynosiła zależnie od rejestracji 10000 Hz lub 12800 Hz.



Rys.2. Schemat blokowy opisywanego algorytmu  
Fig.2. Block schematic of described algorithm

### 3.1 Filtr wejściowy i decymacja

Zarówno sygnały napięcia, jak i prądu sieci elektroenergetycznej dalece odbiegają od sygnałów sinusoidalnych. W sygnałach tych dominują nieparzyste harmoniczne; zawartość harmonicznych parzystych jest pomijalnie mała. Przy demodulacji sygnału niesinusoidalnego z wykorzystaniem transformaty Hilberta zniekształcenia są interpretowane jako modulacja o częstotliwości wyższej od częstotliwości nośnej. Aby tego uniknąć, konieczne jest usunięcie z sygnału wyższych harmonicznych. Równocześnie wartości sygnału w paśmie zaburzeń niskoczęstotliwościowych, tj.  $50 \pm 35$  Hz powinny zostać niezmiennione. Powyższy opis pozwala określić wymagania dotyczące filtra wejściowego. Filtr ten musi mieć możliwie płaską charakterystykę amplitudową w zakresie analizowanych częstotliwości i duże tłumienie dla trzeciej harmonicznej sygnału. Ze względu na analizę zmienności fazy sygnału, filtr powinien mieć też liniową charakterystykę fazową. W praktyce ogranicza to dobór typu filtra wejściowego do filtra typu SOI.

Zastosowany w algorytmie filtr zaprojektowano metodą okien, stosując okno Blackmana o długości 10 okresów badanego sygnału sieci, czyli 0,2 s. Błąd wzmocnienia w paśmie przenoszenia filtra nie przekracza  $15 \cdot 10^{-4}$  dB. Tłumienie trzeciej harmonicznej wynosi 110 dB. Tłumienie drugiej harmonicznej wynosi 10,5 dB. Ponieważ taki filtr ma w zależności od częstotliwości próbkowania 2000 lub 2048 współczynników, jego realizacja online wymaga zastosowania obliczeń o wysokiej precyzji lub rozbicia bloków filtr - decymacja na kilka par takich bloków z filtrami o mniejszej długości.

Po odfiltrowaniu wyższych częstotliwości dokonywana jest decymacja sygnału. Jej zadaniem jest zmniejszenie nakładu obliczeń oraz przesunięcie częstotliwości nośnej analizowanego sygnału bliżej środka pasma filtra Hilberta. Pozwala to zmniejszyć długość zastosowanego filtra Hilberta przy takich samych rezultatach. Teoretycznie częstotliwość graniczna pasma wynosi 85 Hz, więc decymacja mogłaby obniżyć częstotliwość próbkowania nawet do 170 Hz. W rzeczywistości tłumienie filtra wejściowego do częstotliwości 120 Hz jest niewielkie, a sygnał może charakteryzować się dużą zawartością trzeciej harmonicznej. Z tego powodu zdecydowano, że decymacja obniży częstotliwość próbkowania do 400 Hz. Przy częstotliwości próbkowania sygnału wejściowego równej 10000 Hz oznacza to wybór co 25 próbek, a przy 12800 Hz wybór co 32 próbki.

### 3.2 Wyznaczenie sygnału analitycznego

Ciągłe przekształcenie Hilberta jest przekształceniem całkowym dla sygnałów z przestrzeni  $L^2$  [8]. Dla dowolnego przebiegu czasowego jest ono zdefiniowane jako:

$$X(s) = H[x(t)] = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(t)}{s-t} dt \quad (2)$$

Sygnałem analitycznym nazywany jest sygnał zespolony opisany równaniem:

$$z(t) = x(t) + jH[x(t)] = a(t)e^{j\Phi(t)} \quad (3)$$

gdzie  $a(t)$  i  $\Phi(t)$  są odpowiednio amplitudą i fazą uogólnioną sygnału:

$$a(t) = \sqrt{x^2(t) + H[x(t)]^2} \quad (4)$$

$$\Phi(t) = \arctg\left(\frac{H[x(t)]}{x(t)}\right) \quad (5)$$

Częstotliwość chwilową definiuje się jako pochodną fazy uogólnionej:

$$\omega(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt} \quad (6)$$

Ponieważ częstotliwość chwilowa jest jednowartościową funkcją czasu, konieczne jest zawężenie klasy sygnałów dla których jest ona zdefiniowana. Można tego dokonać przez założenie, że analizowany sygnał ma odpowiednio małą zawartość harmonicznych. W omawianym algorytmie przyjęto takie założenie. Jego spełnienie gwarantuje zastosowanie filtra wejściowego omówionego w poprzednim podrozdziale.

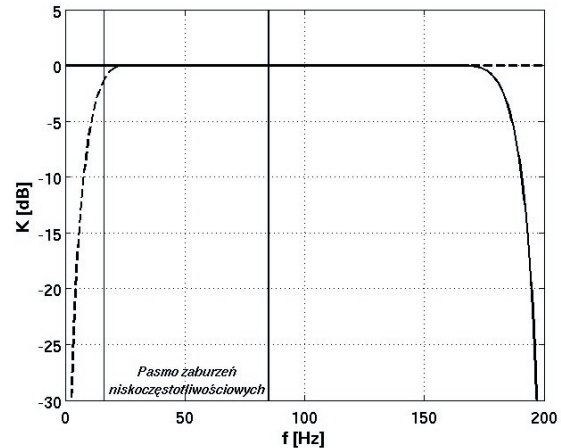
Właściwości sygnału analitycznego są zachowane dla sygnałów dyskretnych. Równanie dyskretnego przekształcenia Hilberta jest modyfikacją równania (2) o postaci:

$$X(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} h_H(n-m)x(m) \quad (7)$$

gdzie  $h_H$  jest odpowiedzią dyskretnego filtra Hilberta. Dyskretny filtr Hilberta (transformator Hilberta) może być filtrem NOI albo filtrem SOI typu III lub IV. W algorytmie zastosowano zaprojektowany metodą okien filtr typu IV (o parzystej długości). Dla opisywanego algorytmu istotne są małe wahania wzmocnienia w paśmie przenoszenia filtra. Wyklucza to zastosowanie okna prostokątnego. Podczas badania algorytmu przetestowano działanie filtra Hilberta zaprojektowanego z użyciem okna Blackmana, hiperbolicznego i Czebyszewa. Ostatecznie zastosowano okno hiperboliczne. Wszystkie wymienione okna czasowe okazały się zapewniać wystarczająco mały błąd pasma przenoszenia filtra.

Jako długość okna przyjęto 5 okresów sygnału badanego, czyli 0,1 s. Mniejsza długość powodowała znaczący wzrost błędów; okna o większej długości nie zapewniały spadku wartości błędów uzasadniającego wzrost opóźnienia grupowego.

Transformator Hilberta wprowadza opóźnienie sygnału. W celu poprawnego wyznaczenia sygnału analitycznego konieczne jest identyczne opóźnienie jego części rzeczywistej. Stosuje się do tego filtr opóźniający o charakterystyce amplitudowej możliwie zbliżonej do charakterystyki użytego filtra Hilberta. Użyty w algorytmie filtr jest typu II. Zaprojektowano go metodą próbkowania w dziedzinie częstotliwości, starając się uzyskać charakterystykę możliwie zbliżoną do charakterystyki filtra Hilberta w paśmie zaburzeń niskoczęstotliwościowych. Zestawienie charakterystyk filtrów użytych do estymacji sygnału analitycznego przedstawia rysunek 4.



Rys. 3. Charakterystyki amplitudowe użytych filtrów Hilberta (linia przerywana) i opóźniającego (linia ciągła)

Fig. 3. Amplitude responses of the used Hilbert filter (dashed line) and delay filter (continuous line)

### 3.3 Estymator częstotliwości i wyznaczenie wahanja fazy

Według równania (6) częstotliwość chwilowa jest pochodną fazy uogólnionej. W przypadku sygnału zmodulowanego fazowo na wartość fazy uogólnionej wpływają zarówno wartość częstotliwości, jak i fazy chwilowej:

$$\Phi(t) = \int \omega(t) dt + \varphi(t) \quad (8)$$

gdzie  $\omega(t)$  oznacza częstotliwość, a  $\varphi(t)$  fazę. Wartość składowej pochodzącej od częstotliwości narasta liniowo, z niewielkimi zaburzeniami wynikającymi z wahań częstotliwości. Składową pochodzącą od fazy chwilowej stanowią zmienne zaburzenia. Podczas analizy sygnałów zarejestrowanych w sieci elektroenergetycznej stwierdzono, że zaburzenia te mają najczęściej charakter wahań losowych oraz skokowych zmian wytwarzanych przez przełączanie obciążeń lub elementów systemu. Składowe pochodzące od wahanja częstotliwości i fazy odróżnia też zajmowane pasmo. Według [], zmienność częstotliwości jest powiązana ze zjawiskami termodynamicznymi i wynika przede wszystkim z działania układów regulacji turbin w węzłach wytwórczych. Jako górną granicę częstotliwości zjawisk termodynamicznych przyjmuje się około 0,1 Hz. Tymczasem wahania fazy wynikają głównie z działania odbiorników i zajmują pasmo zaburzeń niskoczęstotliwościowych, tj. do 35 Hz. Różnica pasm zajmowanych przez składową częstotliwościową i fazową fazy uogólnionej pozwala skonstruować następujący algorytm usuwania składowej częstotliwościowej:

1. różniczkowanie sygnału fazy uogólnionej;
2. wy tłumienie wyższych częstotliwości sygnału;
3. całkowanie pozostałego sygnału;
4. odjęcie wyniku całkowania od oryginalnego sygnału fazy uogólnionej.

Do estymacji różniczki sygnału fazy uogólnionej wykorzystywany jest filtr różniczkujący SOI rzędu 20, z oknem

Blackmana. Do realizacji punktu 2 zamiast zwykłego filtra dolnoprzepustowego zastosowano filtr medianowy o długości okna 10 s, odpowiadającej wspomnianej powyżej granicy pasma wahań częstotliwości. Zadaniem filtra medianowego jest usunięcie z sygnału składowych szybkozmiennych. W szczególności przed dalszym przetwarzaniem konieczne jest usunięcie impulsów powstałych wskutek zróżniczkowania skokowych zmian fazy. W niektórych zastosowaniach, w szczególności przy krótkich czasach analizy, filtr medianowy skrócono do 1 s. Po scałkowaniu odfiltrowanego sygnału uzyskuje się sygnał odpowiadający składowej częstotliwościowej fazy uogólnionej. Odjęcie go od oryginalnego sygnału fazy uogólnionej pozwala wyznaczyć wahanie fazy. Podczas analizy offline całkowanie najczęściej dokonywano metodą prostokątów. Do analizy online konieczne jest zastosowanie filtra całkującego.

### 3.4 Filtracja końcowa

Jeżeli sygnał wejściowy ma szczególnie wysoką zawartość harmonicznych, w sygnałach amplitudy i fazy chwilowej mogą pojawić się znaczące składowe o częstotliwościach odpowiadających harmonicznym tego sygnału. Aby tego uniknąć można zwiększyć wartość tłumienia pasma zaporowego filtra wejściowego. Alternatywną metodą jest zastosowanie dodatkowego filtra pracującego na sygnałach wyjściowych. Zaletami takiego rozwiązania są brak konieczności modyfikacji parametrów algorytmu oraz łatwość projektowania filtra końcowego. Łatwość ta wynika z pracy na sygnałach decymowanych. Dzięki temu odstęp między częstotliwościami względnymi odpowiadającymi 35 i 50 Hz jest znacznie większy na wyjściu niż na wejściu. Wadami zastosowania dodatkowego filtra jest zwiększenie opóźnienia algorytmu oraz konieczność dwukrotnego przeprowadzenia filtracji (na sygnałach amplitudy i fazy chwilowej).

### 4. Wstępne badania modelowe

W celu sprawdzenia działania algorytmu przeprowadzono szereg badań sygnałów modelowych. Przedstawione zostaną wyniki dla sygnału:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= X_m(1 - A_m(t)) \sin(2\pi f t + P_m(t)) \\ A_m(t) &= a_m \sin(2\pi f_m t) \\ P_m(t) &= a_\varphi \cos(2\pi f_\varphi t) \end{aligned} \quad (9)$$

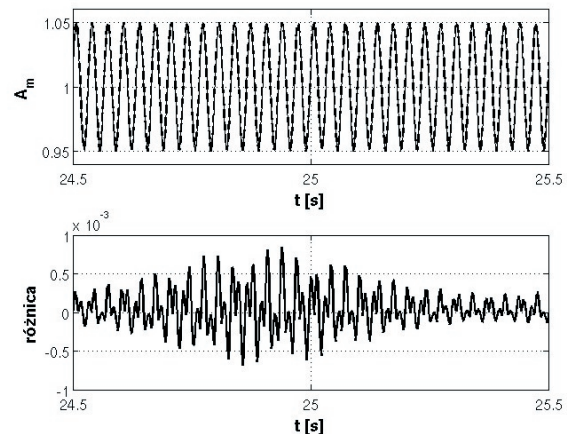
W sygnale opisanym równaniami (9) występuje równoczesna sinusoidalna modulacja amplitudy i fazy, przy czym zastosowano dużą różnicę między częstotliwościami składowymi sygnałów modulujących. Przyjęto następujące wartości współczynników:  $X_m=1$ ;  $a_m=0,05$ ;  $f_m=30$  Hz;  $a_\varphi=\pi/6$  rad;  $f_\varphi=1$  Hz.

Obwiednię badanego sygnału wyznaczono opisywaną w artykule metodą, a wyniki porównano na wykresach z wartościami teoretycznymi. Wykres z rysunku 5 przedstawia rzeczywistą i wyznaczoną amplitudę sygnału (9). Poniżej przedstawiono przebieg różnicy pomiędzy tymi sygnałami. Wykres 6 przedstawia rzeczywistą i wyznaczoną fazę tego samego sygnału oraz ich różnicę.

### 5. Podsumowanie

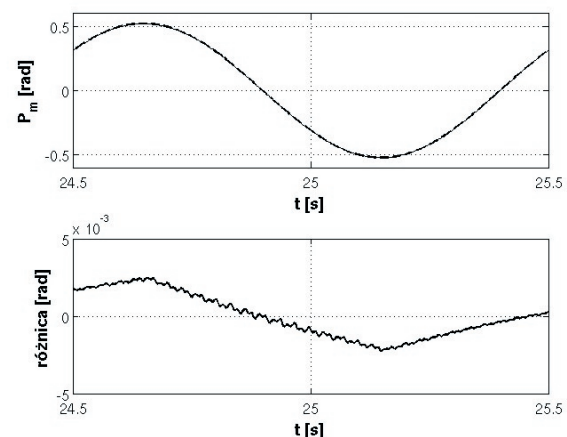
Wyniki badań na sygnałach modelowych wskazują, że przedstawiona metoda pozwala na poprawną detekcję zespolonej obwiedni sygnałów sieci elektroenergetycznej. Ze względu na ograniczoną ilość miejsca nie przedstawiono pełnych wyników badań. Niektóre z wyników można znaleźć w publikacjach [2,3,9].

Opisana metoda może być zmodyfikowana na wiele sposobów, w celu dopasowania do konkretnego zastosowania. Omówiony wariant jest przewidziany do zastosowania przy detekcji źródeł zaburzeń i analizie działania systemu elektroenergetycznego w zakresie niskich częstotliwości.



Rys. 4. Wynik (wykres górny) i błąd (wykres dolny) demodulacji amplitudy sygnału  $X_1$

Fig. 4. Result (top graph) and error (bottom graph) of amplitude demodulation of the  $X_1$  signal



Rys. 5. Wynik (wykres górny) i błąd (wykres dolny) demodulacji fazy sygnału  $X_1$

Fig. 5. Result (top graph) and error (bottom graph) of phase demodulation of the  $X_1$  signal

### 6. Literatura

- [1] PN-EN 61000-4-15: Miernik migotania światła. Specyfikacja funkcjonalna i projektowa.
- [2] Andrzej Bień, Michał Szyper, Andrzej Wetula: Testowanie modelu miernika uciążliwości migotania światła sygnałem napięcia o modulowanym kącie. Materiały XIV Sympozjum MISSP, Krynica, 19-23.09.2004, str. 133-140
- [3] Andrzej Bień, Michał Szyper, Andrzej Wetula: Badania modelowe sygnałów mierzonych miernikiem uciążliwości migotania światła. Materiały XV Sympozjum MISSP, Krynica, 18-22.09.2005, str. 193-201
- [4] Andrzej Bień, Dariusz Borkowski, Andrzej Wetula: Miernik uciążliwości migotania światła dla sieci trójfazowej: właściwości metrologiczne. Przegląd Elektrotechniczny 7-8/2006
- [5] Andrzej Bień, Krzysztof Duda, Michał Szyper, Andrzej Wetula, Tomasz P. Zieliński, Antoni Rozkrut: The new measure of low-frequency disturbances in power system. Metrology and Measurement Systems vol. XI, no. 2, 2005, str. 121-130
- [6] Andrzej Bień, Michał Szyper, Andrzej Wetula: Model study on complex modulation and demodulation of power network voltage signal loaded with time-variable impedance. Metrology and Measurement Systems vol. XII, no. 3, 2005, str. 263-274
- [7] Eugeniusz Rosołowski: Cyfrowe przetwarzanie sygnałów w automatyce elektroenergetycznej. Oficyna wydawnicza EXIT, Warszawa 2002
- [8] Tomasz P. Zieliński: Cyfrowe przetwarzanie sygnałów. Od teorii do zastosowań. Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa 2005
- [9] Andrzej Bień, Michał Szyper, Andrzej Wetula: Modelowanie i pomiary zaburzeń dolnopasmowych w sygnałach sieci elektroenergetycznej. Pomiary Automatyka Kontrola 10bis/2006