

ANALIZA STATYCZNA ORAZ ZMĘCZENIOWA WAŁU MASZYNOWEGO Z WPUSTEM CZÓŁENKOWYM

Streszczenie

Praca przedstawia wyniki obliczeń statycznych oraz zmęczeniowych dotyczących wału maszynowego z wpustem czólenkowym. W pierwszej części pracy opisano poszczególne etapy tworzenia modelu numerycznego połączenia składającego się z wału, wpustu czólenkowego oraz fragmentu współpracującego koła zębatego. Następnie zdefiniowano warunki brzegowe, obciążenia oraz model materiału. W strefie styku wpustu z elementami współpracującymi zdefiniowano kontakt typu Coulomba. Wyniki analizy wykonanej przy użyciu metody elementów skończonych pozwoliły na ustalenie wpływu wybranych parametrów konstrukcyjnych wpustu czólenkowego oraz rowka pod wpust na poziom naprężeń w wale maszynowym. Określono również wpływ kształtu połączenia czólenkowego na wartość zmęczeniowego marginesu bezpieczeństwa dla wybranych przebiegów obciążeń nisko i wysokocyklowych w wale maszynowym. W ostatniej części pracy sformułowano wnioski końcowe o charakterze zarówno ilościowym jak również jakościowym.

WSTĘP

Połączenia wpustowe są jednymi z najczęściej stosowanych metod łączenia różnorodnych części z wałami maszynowymi. Spośród różnych rodzajów wpustów można wyróżnić wpust czólenkowy zwany również wpustem Woodruffa [1]. Wpust ten jest często wykorzystywany jako element służący do przekazywania momentu skręcającego m.in. w przekładniach zębatych, półosiach napędowych, silnikach tłokowych itp.

Głównym celem naukowym niniejszej pracy jest zbadanie wpływu wybranych parametrów konstrukcyjnych wpustu czólenkowego oraz rowka pod wpust na poziom naprężeń w wale maszynowym. Dodatkowy cel stanowi określenie wpływu kształtu połączenia czólenkowego na wartość zmęczeniowego marginesu bezpieczeństwa dla wybranych przebiegów obciążeń nisko i wysokocyklowych w wale maszynowym.

1. MODEL GEOMETRYCZNY POŁĄCZENIA WAŁ – KOŁO ZĘBATE

W celu przeprowadzenia numerycznej analizy naprężeń stworzono model geometryczny połączenia składającego się z: wału, koła zębatego oraz wpustu czólenkowego. Na potrzeby obliczeń przyjęto założenie, że projektowane połączenie powinno umożliwiać

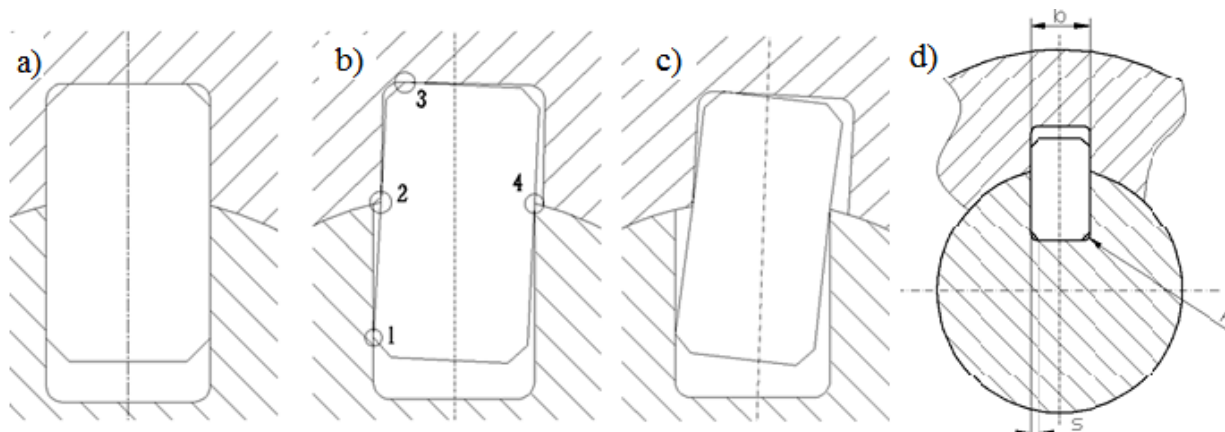
przeniesienie momentu obrotowego 5,89 [Nm] przy prędkości obrotowej wału wynoszącej 7300 [obr/min]. Moment obrotowy jest przenoszony z wału na koło zębate przez odpowiednio dobrany wpust czólenkowy. Dodatkowo projektowane koło zębate wraz z kołem współpracującym powinno gwarantować uzyskanie przełożenia 2,68. Obliczenia wymiarujące wał maszynowy wykonano w oparciu o pozycje literaturowe [2, 3]. W obliczeniach analitycznych dotyczących wymiarów wpustu oraz koła zębatego wykorzystano [4, 5]. Bazując na normie [6] dobrano wpust czólenkowy o oznaczeniu 4x5.

W pracy rozpatrywano wpływ trzech parametrów konstrukcyjnych połączenia czólenkowego:

- szerokości wpustu b (Rys. 1),
- promienia zaokrąglenia na dnie rowka pod wpust r ,
- fazy wykonanej na krawędzi wpustu czólenkowego s .

Wymienione wyżej parametry konstrukcyjne (w szczególności luz) powodują, że w trakcie przenoszenia momentu skręcającego występuje zmiana pierwotnego położenia wpustu względem rowka na wale. Strefy 1-4 wyszczególnione na rysunku 1b wskazują miejsca, w których na skutek występowania luzu między wpustem a rowkiem dochodzi kontaktu krawędziowego, niekorzystnego pod względem statycznym oraz zmęczeniowym.

Uwzględnienie wpływu trzech wspomnianych wyżej paramet-



Rys. 1. Położenie wpustu podczas pracy wraz z podstawowymi parametrami: brak luzu (a), pośrednia wartość luzu (b), maksymalny luz (c), parametry geometryczne rozpatrywane podczas analizy (d).

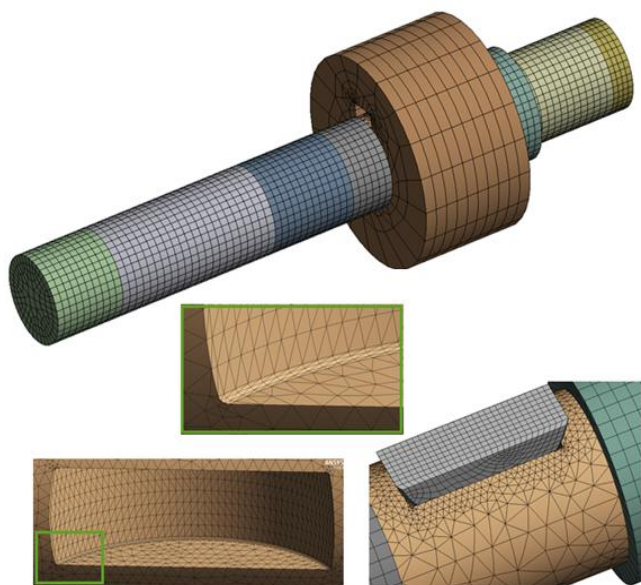
trów wymagało stworzenia kilkunastu modeli. Na etapie tworzenia modeli geometrycznych przyjęto następujące założenia:

- zarówno w kole jak i w wale zdefiniowano stałą szerokość rowka pod wpust (4 [mm]).
- w celu określenia wpływu grubości wpustu na poziom naprężeń do analizy przyjęto modele o 3 różnych szerokościach wpustu: $b=4$ [mm] (brak luzu między rowkiem a wpustem), $b=3,97$ [mm] (maksymalny luz dozwolony normą [6]), $b=3,985$ [mm] (wartość pośrednia).
- przyjęto 3 różne wartości promienia na dnie rowka pod wpust: $r=0,08$ [mm] (minimalna wartość dopuszczona przez normę), $r=0,16$ [mm] (maksymalna wartość dopuszczona przez normę), $r=0,12$ [mm] (wartość pośrednia).
- promień zaokrąglenia krawędzi w rowku naciętym w kole zębatym był identyczny z promieniem na dnie rowka pod wpust.
- przyjęto 2 różne wartości fazy: $s=0,25$ [mm] $\times 45^\circ$ (maksymalna wartość dopuszczona przez normę), $s=0,16$ [mm] $\times 45^\circ$ (minimalna wartość dopuszczona przez normę)
- kombinacja 3 różnych szerokości wpustu, 3 różnych promieni zaokrąglenia oraz 2 różnych faz dała łączną liczbę 18 modeli.

Do utworzenia geometrii 3D posłużono się programem Catia V5 [7]. Następnie przy użyciu formatu „STP” wyeksportowano pojedyncze modele do programu ANSYS Workbench 15 [8]. Dla potrzeb zmniejszenia wymiaru zadania, model 3D został uproszczony (kolo zębate zostało zamodelowane jako wałek o średnicy równej średnicy podziałowej).

2. MODEL NUMERYCZNY POŁĄCZENIA WPUSTOWEGO

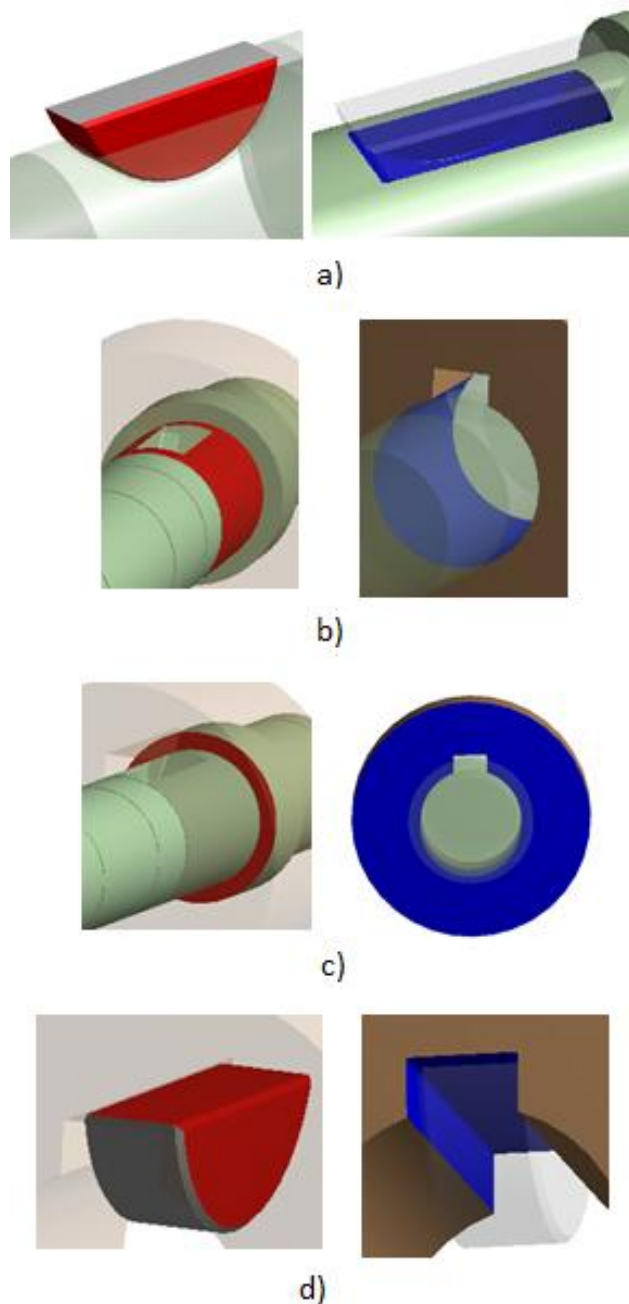
Model numeryczny wykonano za pomocą programu Ansys [8]. Model składa się z około 130 tys. węzłów oraz 60 tys. elementów skończonych typu HEX-20 oraz TET-10. Siatkę zagęszczono w miejscu kontaktu wpustu z wałkiem oraz na promieniu rowka (Rys. 2). W przypadku modelu koła, liczbę elementów dobrano w ten sposób, aby uzyskać 18 elementów na obwodzie, co daje odpowiednio 19 rzędów węzłów (1 rząd węzłów przypadał na jeden ząb koła).



Rys. 2. Kształt siatki elementów skończonych w wybranych strefach modelu numerycznego.

2.1. Definicja par kontaktowych

W modelu stworzono cztery pary kontaktowe. Wszystkie kontakty zostały zdefiniowane jako kontakty nieliniowe tarciove („frictional” [8]). Współczynnik tarcia przyjęto jako 0,1. Na rysunku 3 pokazano układ poszczególnych par kontaktowych.

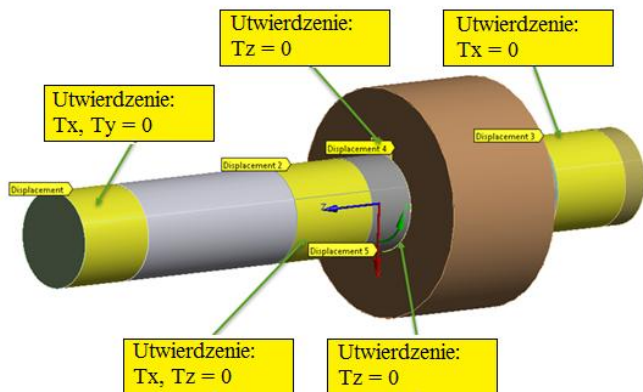


Rys. 3. Zdefiniowane pary kontaktowe pomiędzy: wpustem i wałem (a), powierzchnią cylindryczną wału i kołem (b), kołnierzem na wale i kołem (c), wpustem i kołem (d).

2.2. Warunki brzegowe

Warunki brzegowe zostały zdefiniowane w odniesieniu do cylindrycznego układu współrzędnych. Oś Z wyznacza oś, wokół której obraca się wał wraz z kołem, natomiast oś X definiuje kierunek promieniowy, z kolei oś Y obwodowy (Rys. 4). Wszystkie warunki brzegowe były warunkami blokującymi przemieszczenia na określonych kierunkach. Pierwszy warunek brzegowy blokuje translację na kierunku promieniowym oraz obwodowym, symulując tym samym miejsce, w którym moment jest przekazywany na wał. Drugi warunek brzegowy odzwierciedla działanie łożyska oporowo-

nośnego, a więc blokuje przemieszczenia zarówno osiowe jak i promieniowe, pozwalając przy tym na obrót wałka wokół osi Z. Trzeci warunek brzegowy stanowił symulację działania łożyska nośnego – zablokowano translacje tylko na kierunku promieniowym. Warunek brzegowy czwarty i piąty zapobiegał osiowemu przemieszczeniu się wpustu i koła zębatego (zablokowany ruch na kierunku Z).

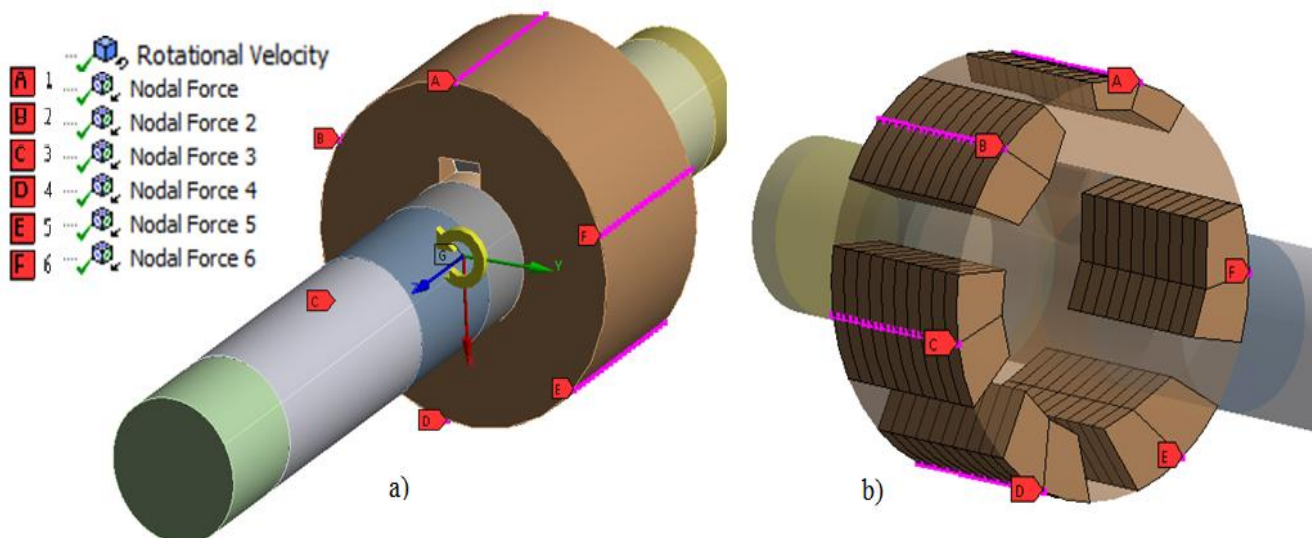


Rys. 4. Warunki brzegowe.

2.3. Obciążenia

W analizie wykorzystano dwa typy obciążeń. Pierwszym z nich były siły promieniowe i osiowe, związane z oddziaływaniem współpracującego koła zębatego. Rzeczywiste koło zębate posiadało 19 zębów, zaś w modelu określono taką samą liczbę węzłów rozłożonych obwodowo. Zewnętrzne węzły elementów leżące na kole podziałowym zorientowano następnie względem cylindrycznego układu współrzędnych. Każdy rząd węzłów odpowiadał miejscu, w którym następuje kontakt między zębami koła czynnego a biernego. Do dalszej analizy wybrano co trzeci rząd węzłów aby skrócić czas obliczeń, starając się odwzorować pracę połączenia wał-koło zębate podczas jednego obrotu wału. Do kolejnych rzędów węzłów w 6 osobnych krokach przyłożono za każdym razem siłę promieniową i osiową. Dodatkowo dla całego modelu zdefiniowano prędkość obrotową.

Siła promieniowa zdefiniowana na powierzchni podziałowej koła zębatego wynosi 180,44 N zaś siła obwodowa 495,74 N. Siły te przyłożono do następujących rzędów węzłów: 1, 4, 7, 10, 13, 16.



Rys. 5. Miejsca przyłożenia sił (a). Wybrane rzędy węzłów użyte do odwzorowania sił międzyzębnych w różnych przypadkach obciążeń (b).

2.4. Model materiału

Przyjęto, że wszystkie elementy modelu wykonane są ze stali 36CrNiMo4. Bazując na tym założeniu w analizie nie rozpatrywano zagadnień termicznych. Odzworowano jedynie wpływ podwyższonej temperatury na moduł Younga. W tym celu, na podstawie literatury [1], wykorzystano wartość modułu Younga odpowiadają pracy materiału w temperaturze 150°C ($E=1,924 \times 10^5$ MPa). Liczbę Poissona przyjęto jako 0.3.

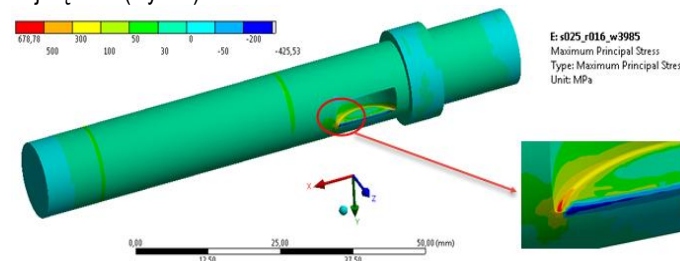
W tabeli 1 przedstawiono stałe materiałowe stali 36CrNiMo4 zastosowane w obliczeniach zmęczeniowych [2].

Tab. 1. Dane materiałowe wykorzystane w obliczeniach zmęczeniowych.

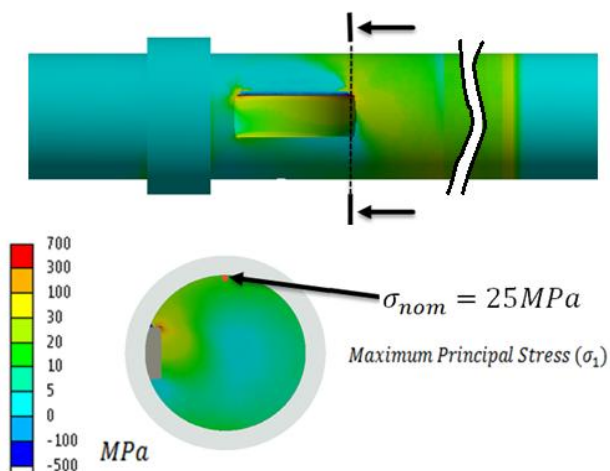
Lp.	Wielkość	Symbol	Wartość [MPa]
1.	Granica plastyczności	R_e	900
2.	Wytrzymałość na rozciąganie	R_m	1050
3.	Nieograniczona wytrzymałość zmęczeniowa	Z_{go}	450
4.	Ograniczona wytrzymałość zmęczeniowa (30 tys. cykli – LCF)	Z_{go}'	600

3. WYNIKI ANALIZY

Dla każdego przypadku obciążenia największa koncentracja naprężeń występuje w tym samym miejscu (wewnętrzny promień powierzchni rowka wpustowego w wale, (Rys. 6)). Naprężenia nominalne σ_{nom} dla wału odczytywano z obszaru, w którym nie występował efekt karbu zaś naprężenia maksymalne główne σ_1 są największe (Rys. 7).

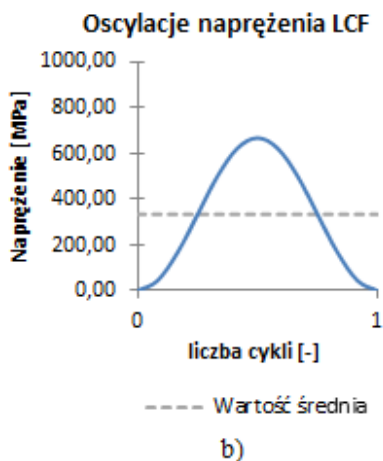
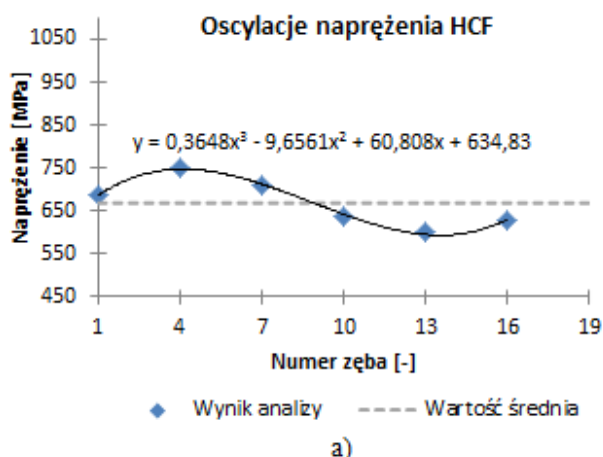


Rys. 6. Rozkład naprężeń maksymalnych głównych σ_1 w wale oraz powiększona strefa koncentracji naprężeń w jednym z przypadków obciążenia [MPa].



Rys. 7. Rozkład naprężeń maksymalnych głównych σ_1 [MPa] wraz z zaznaczonym miejscem występowania naprężeń nominalnych σ_{nom} [MPa].

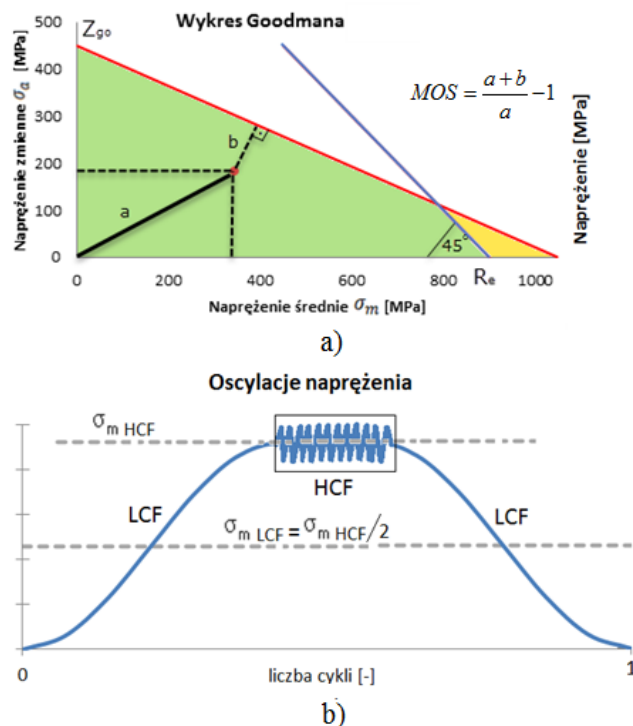
W trakcie obróbki wyników z zakresu zmęczenia nisko i wysokocyklowego bazowano na największych wartościach naprężeń maksymalnych głównych uzyskanych w 6 kolejnych krokach analizy, dla każdego z 18 analizowanych modeli. Dodatkowo założono odzerowo-tętniacy przebieg naprężeń niskocyklowych LCF (low cycle fatigue – zmęczenie niskocyklowe) o wartości maksymalnej równiej średniej wartości naprężeń w cyklu HCF (high-cycle fatigue, zmęczenie wysokocyklowe) (Rys. 8).



Rys. 8. Przykładowy przebieg naprężeń dla jednego z analizowanych modeli: naprężenia wysokocyklowe (a), naprężenia niskocyklowe (b).

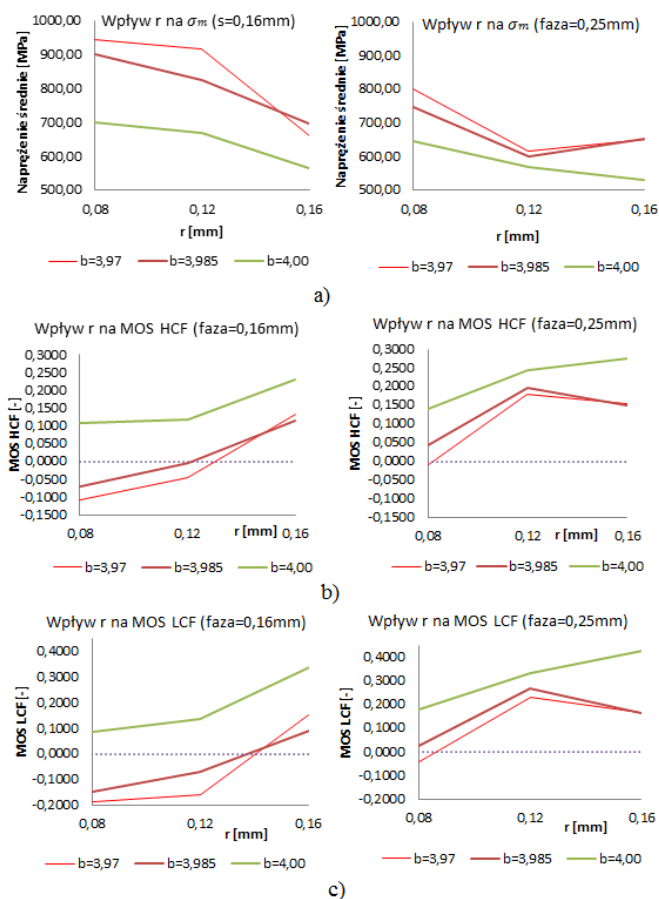
Przebieg naprężenia wysokocyklowego otrzymano na bazie aproksymacji danych dyskretnych uzyskanych na podstawie uśrednionej analizy naprężeń. Aproksymację wykonano w programie MS Excel. Przy wyznaczaniu linii trendu posłużono się wielomianem trzeciego stopnia. Parametry przebiegu naprężeń wysokocyklowych HCF a więc ich amplitudę czy wartość średnią obliczono w oparciu o równanie zastosowanej linii trendu. Na rysunku 8 pokazano przykład wyznaczonego cyklu HCF – LCF.

W celu oceny wpływu przebiegu naprężeń zmiennych w czasie na trwałość zmęczeniową konstrukcji posłużono się tzw. marginesem bezpieczeństwa. Sposób definiowania marginesu bezpieczeństwa w oparciu o pozycje [10-12] wraz z wzajemną relacją przebiegu naprężeń nisko i wysokocyklowych pokazano na rysunku 9.



Rys. 9. Wykres Goodmana wraz ze sposobem definiowania marginesu bezpieczeństwa wg. [10] (a), relacja między nisko i wysokocyklowym przebiegiem naprężeń (b).

Zbiorcze podsumowanie wyników analizy statycznej oraz zmęczeniowej wału z wpustem czółenkowym przedstawiono w Tabeli 2. Wyniki przedstawiono również w formie graficznej (Rys. 10).



Rys. 10. Zbiorcze wyniki analizy prezentujące wpływ kształtu połączenia wpustowego na: naprężenia średnie (a), margines bezpieczeństwa dla naprężeń wysokocyklowych (b), margines bezpieczeństwa dla naprężeń niskocyklowych (c).

PODSUMOWANIE

W niniejszej pracy przedstawiono rezultaty obliczeń numerycznych dotyczących określenia poziomu naprężeń w połączeniach wpustowych typu członkowego. Przeprowadzona analiza pozwoliła na sformułowanie następujących wniosków:

- nominalne naprężenie dla wału (maksymalne główne σ_1) wynosi 25 MPa.
- minimalny współczynnik kształtu ($\alpha_k=21,20$) występuje dla modelu 18, który ma największe wartości wszystkich trzech parametrów r, s, i b (największy promień, największa faza, brak luzu). Z kolei największy współczynnik kształtu charakteryzuje model 1 ($\alpha_k=37,83$) o najmniejszych wartościach parametrów r, s, b (najmniejszy promień, najmniejsza faza, maksymalny luz).
- spadek szerokości wpustu (większy luz) powoduje wzrost naprężeń średnich i spadek zmęczeniowych marginesów bezpieczeństwa.
- mniejsza szerokość wpustu powoduje również zmianę przebiegu naprężeń średnich w zależności od wielkości promienia r. O ile dla przypadku zerowego luzu ($b=4,00$ mm) zmiana promienia zawsze działa pozytywnie powodując spadek naprężeń, o tyle dla przypadków z luzem minimalnym naprężenia średnie występują przy fazie $s=0,25$ mm i promieniu $r=0,12$ mm a nie $r=0,16$ mm.
- pojawianie się luzu, zmienia charakter współpracy wpustu z powierzchnią rowka pod wpust. Zamiast współpracy całej powierzchni wpustu, zaczyna uwidaczniać się współpraca krawędziowa, która wraz ze wzrostem obciążenia i nieznacznym zgięciem wpustu powoduje silny wzrost naprężeń ściskających przy wyjściu wpustu z wałka. To z kolei powoduje wzrost naprężeń rozciągających na dnie karbu.
- wzrost fazy z $s=0,16$ mm do $s=0,25$ mm dla każdego promienia powoduje silne obniżenie naprężeń z wyjątkiem przypadku, gdy promień $r=0,16$ mm. Dla tej wartości promienia, gdy mamy do czynienia z luzem ($b=3,985$ mm lub $b=3,97$ mm), naprężenia praktycznie się nie zmieniają wraz ze wzrostem fazy.
- wpusty o promieniach równych 0,08 mm i 0,12 mm dla szeroko-

Tab. 2. Podsumowanie wyników analizy statycznej oraz zmęczeniowej.

Lp.	r [mm]	b [mm]	s [mm]	σ_m [MPa]	σ_a [MPa]	$R = \sigma_{min} / \sigma_{max}$	MOS HCF	MOS LCF	Wsp. kształtu $\alpha_k = \sigma_m / \sigma_{nom}$
1	0,08	3,97	0,16	945,86	101,35	0,81	-0,1094	-0,1859	37,83
2	0,12			916,62	40,62	0,91	-0,0441	-0,1610	36,66
3	0,16			660,20	70,98	0,81	0,1330	0,1511	26,41
4	0,08		0,25	800,46	109,30	0,76	-0,0085	-0,0444	32,02
5	0,12			615,96	64,91	0,81	0,1797	0,2313	24,64
6	0,16			650,66	60,75	0,83	0,1553	0,1675	26,03
7	0,08	3,985	0,16	899,73	90,32	0,82	-0,0704	-0,1459	35,99
8	0,12			823,42	81,02	0,82	-0,0038	-0,0700	32,94
9	0,16			697,41	62,96	0,83	0,1157	0,0916	27,90
10	0,08		0,25	745,75	96,64	0,77	0,0413	0,0231	29,83
11	0,12			598,67	64,26	0,81	0,1972	0,2658	23,95
12	0,16			652,57	63,18	0,82	0,1502	0,1642	26,10
13	0,08	4	0,16	699,98	67,81	0,82	0,1074	0,0877	28,00
14	0,12			668,79	76,00	0,80	0,1193	0,1368	26,75
15	0,16			564,39	65,86	0,79	0,2301	0,3406	22,58
16	0,08		0,25	644,62	75,11	0,79	0,1397	0,1781	25,78
17	0,12			568,91	54,04	0,83	0,2447	0,3302	22,76
18	0,16			530,05	63,12	0,79	0,2750	0,4251	21,20

ści $b=3,97$ mm oraz $b=3,985$ mm i fazy $s=0,16$ mm mają ujemne zmęczeniowe marginesy bezpieczeństwa. Gdy wymiar fazy rośnie, te same wpusty o grubości $b=3,985$ mm zaczynają spełniać wymagania wytrzymałościowe zarówno dla cyklu HCF jak i LCF.

- Jeśli uwzględnimy możliwość pojawienia luzu między wpustem, a otworem pod wpust, najkorzystniejszym przypadkiem zastosowanej geometrii dla rozpatrywanego połączenia będzie wpust o fazie $s=0,25$ mm i rowku o promieniu krawędzi równym $0,12$ mm.

BIBLIOGRAFIA

1. Bhandari, V. B., Design of machine elements (2nd ed.), Tata McGraw-Hill, 2007
2. DIN 5480-1: Splined connections with involute splines based on reference diameters
3. Mazanek E.: Przykłady obliczeń z podstaw konstrukcji maszyn, łożyska sprzęgła i hamulce, przekładnie mechaniczne, WNT, 2011
4. Kurmaz L., Kurmaz O.: Projektowanie węzłów i części maszyn, Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej, Kielce 2011
5. Markowski T., Mijał M., Rejman E.: Podstawy konstrukcji maszyn, napędy mechaniczne, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 2000
6. PN-88/M-85008: Wpusty czółenkowe
7. Dokumentacja techniczna programu Catia
8. Dokumentacja techniczna programu Ansys.
9. Norma ASME B31.1-1995.
10. Shigley J.E., Mischke C.R.: Mechanical Engineering Design, New York et al.: McGraw-Hill 1989
11. Kocańda S., Szala J.: Podstawy obliczeń zmęczeniowych, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1997
12. Boyer H., E.: Atlas of fatigue curves, ASM International, 1986

Autorzy:

mgr inż. **Maciej Piotrowski** - Pratt & Whitney AeroPower Rzeszów, 35-078 Rzeszów, ul. Hetmańska 120

dr hab. inż. **Lucjan WITEK**, prof. PRz – Katedra Samolotów i Silników Lotniczych, Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa, Politechnika Rzeszowska, 35-959 Rzeszów, Al. Powstańców Warszawy 8, Tel. 17-865-1324, lwitek@prz.edu.pl

STATIC AND FATIGUE ANALYSIS OF THE SHAFT WITH WOODRUFF KEY

Abstract

In this work the result of static and fatigue calculations of the Woodruff key were presented. This key is used in order to connect of the gear wheel and the shaft. In first step of the work, the analytical calculation was carried out, in order to obtain Woodruff key's geometrical parameters. After that several numerical models with different geometry were made. As a result of numerical calculations the stress contours for the shaft, the Woodruff key and for the gear was performed. The influence of geometrical parameters of the joint on value of the stress concentration factor was additionally analyzed. In the last step of the work the fatigue safety margin was computed for the shaft with different geometrical parameters.