

Piotr FRĄCZAK*

POMIAR I OBLICZANIE SYMULACYJNE MOCY W OBWODACH TRÓJFAZOWYCH

W pracy zamieszczono opis analityczny mocy pozornej zespolonej w postaci macierzowej, obwodu trójfazowego, trójprzewodowego przy symetrycznym zasilaniu. Do opis mocy pozornej zespolonej rozpatrywanego obwodu zastosowano napięcia i prądy międzyfazowe. Ponadto w analizowanym obwodzie trójfazowym trójprzewodowym ujęto moc pozorną zespoloną za pomocą napięć międzyfazowych i prądów przewodowych. Wyznaczoną analitycznie moc obwodu trójfazowego trójprzewodowego dodatkowo zmierzono dwoma miernikami cęgowymi. Zmierzoną moc (czynna, bierna i pozorna) miernikiem cęgowym układu trójfazowego trójprzewodowego porównano z mocą wyznaczoną w programie numerycznym *Mathcad*.

SŁOWA KLUCZOWE: obliczanie mocy układów trójfazowych, *Mathcad*, miernik cęgowy mocy.

1. WSTĘP

Do pomiaru mocy czynnej i biernej w układach trójfazowych przy symetrycznym zasilaniu można zastosować watomierze. Sposób włączania cewki prądowej i cewki napięciowej watomierza wynika ze wzorów opisujących moc czynną lub bierną. W niniejszej pracy ograniczono się do analizy mocy wydzielanej w obwodach trójfazowych trójprzewodowych przy symetrycznym i niesymetrycznym obciążeniu. W przypadku pomiaru mocy czynnej w obwodach trójfazowych trójprzewodowych przy symetrycznym i niesymetrycznym obciążeniu stosuje się metodę dwóch watomierzy [1, 4, 7]. Cewki prądowe watomierzy włączamy do dwóch faz, a końce cewek napięciowych do trzeciej pozostałej. Suma wskazań dwóch watomierzy równa się mocy czynnej pobieranej przez układ trójfazowy. Natomiast do pomiaru mocy biernej w obwodach trójfazowych trójprzewodowych przy symetrycznym i niesymetrycznym obciążeniu stosujemy trzy watomierze, cewki prądowe watomierzy włączamy do trzech faz, a cewki napięciowe do odpowiednich napięć międzyfazowych. Moc bierna takiego układu stanowi sumę wskazań watomierzy podzielonej przez pierwiastek z trzech.

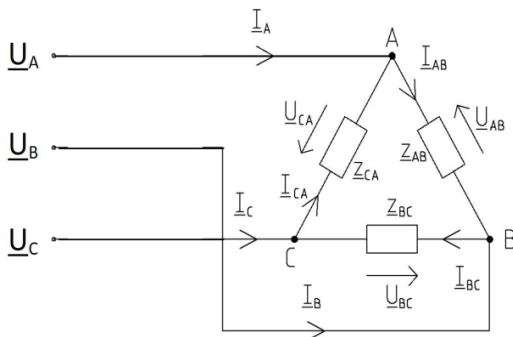
* Zachodniopomorskie Centrum Edukacji Morskiej i Politechnicznej w Szczecinie

Celem pracy jest przedstawienie pomiaru mocy czynnej, biernej i pozornej w układach trójfazowych trójprzewodowych miernikiem cęgowym oraz porównanie wartości mocy zmierzonej z wartością mocy obliczonej w programie numerycznym *Mathcad* [2, 3, 5, 6].

2. OBLICZANIE MOCY W OBWODACH TRÓJFAZOWYCH

2.1. Opis analityczny mocy pozornej zespolonej w zapisie macierzowym obwodu trójfazowego trójprzewodowego

Opis mocy pozornej zespolonej obwodu trójfazowego trójprzewodowego przeprowadzono w oparciu o jego schemat zastępczy, który zamieszczono na rys. 1.



Rys.1. Schemat obwodu trójfazowego trójprzewodowego przy symetrycznym zasilaniu i z odbiornikiem połączonym w niesymetryczny trójkąt

Rozpatrywany obwód zasilany jest trójfazowym symetrycznym układem napięć fazowych. Przyjmując napięcia fazy \underline{U}_A za podstawowe uzyskujemy następujące równanie napięć międzyfazowych w postaci macierzowej:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_{AB} \\ \underline{U}_{BC} \\ \underline{U}_{CA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & a^2 & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_A \cdot \sqrt{3} \\ \underline{U}_A \cdot \sqrt{3} \\ \underline{U}_A \cdot \sqrt{3} \end{bmatrix} \quad (1)$$

przy czym: $a = -\frac{1}{2} + \frac{j \cdot \sqrt{3}}{2}$ – operator obrotu o kąt $2 \cdot \pi/3$; $a^2 = -\frac{1}{2} - \frac{j \cdot \sqrt{3}}{2}$ – operator obrotu o kąt $4 \cdot \pi/3$.

Uwzględniając zwrot strzałek napięć między fazami (rys. 1), napięcia międzyfazowe \underline{U}_{BA} , \underline{U}_{CB} i \underline{U}_{AC} można ująć macierzowo:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_{BA} \\ \underline{U}_{CB} \\ \underline{U}_{AC} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\underline{U}_{AB} \\ -\underline{U}_{BC} \\ -\underline{U}_{CA} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Zapisując impedancje międzyfazowe \underline{Z}_{BA} , \underline{Z}_{CB} i \underline{Z}_{AC} , w postaci macierzy diagonalnej oraz wykorzystując wektor napięć międzyfazowych (1), tworzymy równanie macierzowe wiążące prądy międzyfazowe \underline{I}_{BA} , \underline{I}_{CB} i \underline{I}_{AC} z impedancjami międzyfazowymi oraz napięciami międzyfazowymi w postaci:

$$\begin{bmatrix} \underline{Z}_{AB} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_{BC} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_{CA} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_{AB} \\ \underline{I}_{BC} \\ \underline{I}_{CA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{U}_{AB} \\ \underline{U}_{BC} \\ \underline{U}_{CA} \end{bmatrix} \quad (3)$$

stąd

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_{AB} \\ \underline{I}_{BC} \\ \underline{I}_{CA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{AB} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_{BC} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_{CA} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \underline{U}_{AB} \\ \underline{U}_{BC} \\ \underline{U}_{CA} \end{bmatrix} \quad (4)$$

Na podstawie I prawa Kirchhoffa dla węzłów A , B i C (rys. 1) tworzymy układ równań wiążących prądy fazowe z prądami międzyfazowymi w postaci równania macierzowego:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_A \\ \underline{I}_B \\ \underline{I}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_{AB} \\ \underline{I}_{BC} \\ \underline{I}_{CA} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Z kolei mnożąc macierz diagonalną impedancji, prądy międzyfazowe (4) w postaci macierzy diagonalnej oraz wektor prądów międzyfazowych zespolonych, otrzymujemy wektor mocy pozornej zespolonej gałęzi w postaci macierzowej:

$$\begin{bmatrix} \underline{S}_{AB} \\ \underline{S}_{BC} \\ \underline{S}_{CA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{AB} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_{BC} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_{CA} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_{AB} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{I}_{BC} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{I}_{CA} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_{AB}^* \\ \underline{I}_{BC}^* \\ \underline{I}_{CA}^* \end{bmatrix} \quad (6)$$

2.2. Wyznaczanie mocy w obwodzie trójfazowym trójprzewodowym w ujęciu układu pomiarowego Aarona $\{(\underline{I}_A, \underline{U}_{AC}) \text{ i } (\underline{I}_B, \underline{U}_{BC})\}$

W celu obliczenia mocy pozornej zespolonej obwodu trójfazowego trójprzewodowego, którą ujmuje metoda dwóch watomierzy (mierników cęgowych), równanie macierzowe (6) zapisano w postaci równania:

$$\underline{S} = \underline{S}_{AB} + \underline{S}_{BC} + \underline{S}_{CA} = \underline{U}_{AB} \cdot \underline{I}_{AB}^* + \underline{U}_{BC} \cdot \underline{I}_{BC}^* + \underline{U}_{CA} \cdot \underline{I}_{CA}^* \quad (7)$$

W obwodach trójfazowych trójprzewodowych symetrycznych i niesymetrycznych jest spełniona zależność:

$$\underline{U}_{AB} + \underline{U}_{BC} + \underline{U}_{CA} = 0 \quad (8)$$

skąd

$$\underline{U}_{AB} = -(\underline{U}_{BC} + \underline{U}_{CA}) \quad (9)$$

Podstawiając wartość \underline{U}_{AB} do równania (7) otrzymujemy wzór na moc w postaci:

$$\underline{S}I = -(\underline{U}_{BC} + \underline{U}_{CA}) \cdot \underline{I}_{AB}^* + \underline{U}_{BC} \cdot \underline{I}_{BC}^* + \underline{U}_{CA} \cdot \underline{I}_{CA}^* \quad (10)$$

Porządkując równanie (10) uzyskujemy:

$$\underline{S}I = \underline{U}_{CA}(\underline{I}_{CA}^* - \underline{I}_{AB}^*) + \underline{U}_{BC}(\underline{I}_{BC}^* - \underline{I}_{AB}^*) \quad (11)$$

Ponieważ jednak (I prawo Kirchhoffa dla węzła C, rys. 2)

$$\underline{I}_{CA}^* = \underline{I}_{BC}^* + \underline{I}_C^* \quad (12)$$

oraz (I prawo Kirchhoffa dla węzła B, rys. 2)

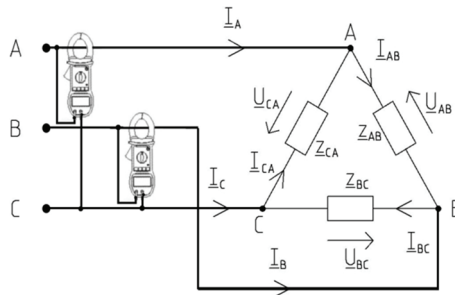
$$\underline{I}_{BC}^* = \underline{I}_{AB}^* + \underline{I}_B^* \quad (13)$$

więc

$$\underline{S}I = \underline{U}_{CA}(\underline{I}_{AB}^* - \underline{I}_A^* - \underline{I}_{AB}^*) + \underline{U}_{BC}(\underline{I}_{AB}^* + \underline{I}_B^* - \underline{I}_{AB}^*) \quad (14)$$

Po uporządkowaniu równania (14) oraz uwzględnieniu zwrotu napięć międzyfazowych uzyskano wzór na moc zespoloną:

$$\underline{S}I = \underline{U}_{AC} \cdot \underline{I}_A^* + \underline{U}_{BC} \cdot \underline{I}_B^* \quad (15)$$



Rys. 2. Schemat układu pomiarowego mocy w obwodzie trójfazowym trójprzewodowym metodą Arona $[(I_A, \underline{U}_{AC})$ i $(I_B, \underline{U}_{BC})]$

2.3. Wyznaczanie mocy w obwodzie trójfazowym trójprzewodowym w ujęciu układu pomiarowego Arona $\{(I_A, \underline{U}_{AB})$ oraz $(I_C, \underline{U}_{CB})\}$

Celem pracy jest przedstawienie analizy obwodów rozgałęzionych w trójkąt. Z równania (5) wyznaczamy:

$$\underline{U}_{BC} = -(\underline{U}_{AB} + \underline{U}_{CA}) \quad (16)$$

a następnie otrzymaną zależność podstawiamy do równania (7) otrzymujemy wzór na moc w postaci:

$$\underline{S}2 = \underline{U}_{AB}(\underline{I}_{AB}^* - \underline{I}_{BC}^*) + \underline{U}_{CA}(\underline{I}_{CA}^* - \underline{I}_{BC}^*) \quad (17)$$

Ponieważ jednak (I prawo Kirchhoffa dla węzła B, rys. 3)

$$\underline{I}_{AB}^* = \underline{I}_{BC}^* - \underline{I}_B^* \quad (18)$$

oraz (I prawo Kirchhoffa dla węzła C, rys. 3)

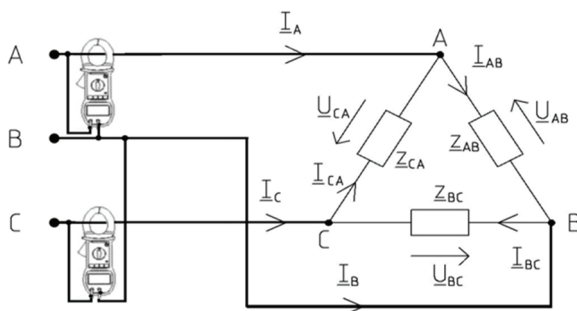
$$\underline{I}_{CA}^* = \underline{I}_{BC}^* + \underline{I}_C^* \quad (19)$$

więc

$$\underline{S}2 = \underline{U}_{AB}(-\underline{I}_B^* + \underline{I}_{BC}^* - \underline{I}_{BC}^*) + \underline{U}_{CA}(\underline{I}_{BC}^* + \underline{I}_C^* - \underline{I}_{BC}^*) \quad (20)$$

Po uporządkowaniu równania (20) oraz uwzględnieniu zwrotu napięć międzyfazowych uzyskano wzór na moc zespoloną:

$$\underline{S}2 = \underline{U}_{BA} \cdot \underline{I}_B^* + \underline{U}_{CA} \cdot \underline{I}_C^* \quad (21)$$



Rys. 3. Schemat układu pomiarowego mocy w obwodzie trójfazowym trójprzewodowym metodą Aarona $\{\underline{I}_A, \underline{U}_{AB}\}$ i $\{\underline{I}_C, \underline{U}_{CB}\}$

2.4. Wyznaczanie mocy w obwodzie trójfazowym trójprzewodowym w ujęciu układu pomiarowego Aarona $\{\underline{I}_B, \underline{U}_{BA}\}$ i $\{\underline{I}_C, \underline{U}_{CA}\}$

Prezentacja twierdzeń o wzajemności oczkowe polegała na opisie analitycznym obwodu elektrycznego rozgałęzionego macierzowo metodą prądów oczkowych Maxwella (w zapisie liczb zespolonych) [1, 3, 8]. Równanie macierzowe (1). Z równania (5) wyznaczamy:

$$\underline{U}_{CA} = -(\underline{U}_{AB} + \underline{U}_{BC}) \quad (22)$$

a następnie otrzymaną zależność podstawiamy do równania (7) otrzymujemy wzór na moc w postaci:

$$\underline{S}_3 = \underline{U}_{AB}(\underline{I}_{AB}^* - \underline{I}_{CA}^*) + \underline{U}_{BC}(\underline{I}_{BC}^* - \underline{I}_{CA}^*) \quad (23)$$

Ponieważ jednak (I prawo Kirchhoffa dla węzła A, rys. 4)

$$\underline{I}_{AB}^* = \underline{I}_{CA}^* + \underline{I}_A^* \quad (24)$$

oraz (I prawo Kirchhoffa dla węzła C, rys. 4)

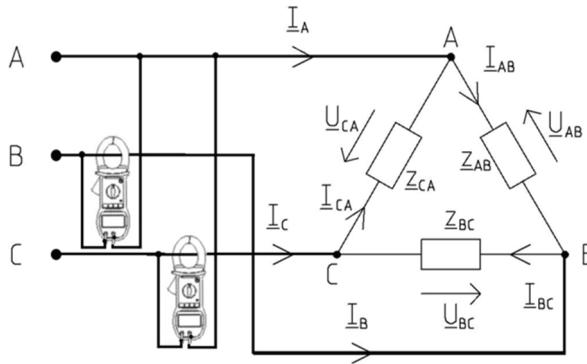
$$\underline{I}_{BC}^* = \underline{I}_{CA}^* - \underline{I}_C^* \quad (25)$$

więc

$$\underline{S}_3 = \underline{U}_{AB}(\underline{I}_{CA}^* + \underline{I}_A^* - \underline{I}_{CA}^*) + \underline{U}_{BC}(\underline{I}_{CA}^* - \underline{I}_C^* - \underline{I}_{CA}^*) \quad (26)$$

Po uporządkowaniu równania (26) oraz uwzględnieniu zwrotu napięć międzyfazowy uzyskano wzór na moc zespoloną:

$$\underline{S}_3 = \underline{U}_{AB} \cdot \underline{I}_A^* + \underline{U}_{CB} \cdot \underline{I}_C^* \quad (27)$$



Rys. 4. Schemat układu pomiarowego mocy w obwodzie trójfazowym trójprzewodowym metodą Aarona [$(\underline{I}_B, \underline{U}_{BA})$ i $(\underline{I}_C, \underline{U}_{CA})$]

3. POMIAR MOCY W OBWODACH TRÓJFAZOWYCH TRÓJPRZEWODOWYCH MIERNIKAMI CĘGOWYMI

Pomiar mocy (czynna P , bierna Q , pozorna S) w obwodzie trójfazowym trójprzewodowym przeprowadzono zgodnie z metodą dwóch watomierzy miernikiem cęgowym (BM157s 3phase Power-Clamp, BM157 & BM357). Stosownie do użytego miernika cęgowego przyjęto opcję pomiaru mocy w instalacjach 3-fazowych 3-przewodowych (3-3W) z nierównoważonym obciążeniem. Opcja ta sprowadza się do następujących czynności:

- Wybrać funkcję pomiaru mocy (przycisk 3W-4W).
- Zaciśnąć cęgi pomiarowe na pierwszym przewodzie instalacji 3-fazowej zgodnie ze wskazaniem wyświetlacza (A) L1. Końcówkę czarnego przewodu pomiarowego (gniazdo COM) podłączyć do przewodu fazowego L3 a końcówkę

- czerwonego przewodu pomiarowego (gniazdo +) podłączyć do przewodu fazowego L1 zgodnie z wskazaniem wyświetlacza (V) 3-1.
- Po ustabilizowaniu się wyniku pomiaru na wyświetlaczu należy wcisnąć przycisk (↵).
 - Zaciśnąć cęgi pomiarowe na przewodzie fazowym L2 instalacji 3-fazowej zgodnie ze wskazaniem wyświetlacza (A) L2. Końcówkę czarnego przewodu pomiarowego (gniazdo COM) podłączyć do przewodu fazowego L3 a końcówkę czerwonego przewodu pomiarowego (gniazdo +) podłączyć do przewodu fazowego L2 zgodnie z wskazaniem wyświetlacza (V) 3-2.
 - Po ustabilizowaniu się wyniku pomiaru na wyświetlaczu należy wcisnąć przycisk (↵).
 - Na wyświetlaczu pojawi się całkowita wartość wyliczonej mocy w mierzonej instalacji 3-fazowej oraz symbol A L1 L2 L3.

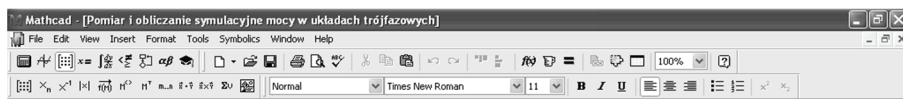
Pomiary mocy obwodu trójfazowego trójprzewodowego dokonano wymienionym miernikiem cęgowym dla trzech różnych układów pomiarowych (rys. 1, rys. 2, rys. 3). Wyniki pomiarów mocy zamieszczono w tabeli 1.

Tabela 1. Wyniki pomiarów i obliczeń mocy obwodu trójfazowego dla trzech różnych układów połączeń mierników cęgowych.

L.p.	Układ pomiarowy lub/wzór/	Moc czynna W	Moc bierna var	Moc pozorna VA
1	Rys. 2	$P = 24,2$	$Q = -2,8$	$S = 24,4$
2	(15)	$P = 24,171$	$Q = -2,991$	$S = 24,356$
3	Rys. 3	$P = 24,0$	$Q = -2,9$	$S = 24,1$
4	(21)	$P = 24,171$	$Q = -2,991$	$S = 24,356$
5	Rys. 4	$P_2 = 24,1$	$Q = -2,8$	$S = 24,3$
6	(27)	$P = 24,171$	$Q = -2,991$	$S = 24,356$

4. OBLICZENIA SYMULACYJNE MOCY W OBWODACH TRÓJFAZOWYCH TRÓJPRZEWODOWYCH W PROGRAMIE NUMERYCZNYM MATHCAD

Obliczenie symulacyjne mocy (czynna P , bierna Q , pozorna S) w obwodzie trójfazowym trójprzewodowym przeprowadzono zgodnie z metodą dwóch mierników cęgowych (watomierzy). Analizę obliczeniową mocy w rozpatrywanym obwodzie przeprowadzono dla trzech różnych układów połączeń mierników cęgowych. Ponadto przeprowadzone obliczenia mocy obwodu trójfazowego zweryfikowano obliczeniami wykonanymi w oparciu o prądy i prądy międzyfazowe w zapisie macierzowym.



Dane:

$$j =: \sqrt{-1} \quad a =: \frac{-1}{2} + \frac{j \cdot \sqrt{3}}{2} \quad C =: 25.82 \cdot 10^{-6} \text{ F} \quad f =: 50 \text{ Hz}$$

$$X_C =: \frac{1}{2\pi f \cdot C} \Omega \quad \underline{U}_A =: 30 \text{ V} \quad R_1 =: 310 \Omega \quad R_2 =: 340 \Omega$$

$$\underline{Z}_{AB} =: R_1 \quad \underline{Z}_{BC} =: R_1 + X_C \quad \underline{Z}_{CA} =: R_2$$

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_{AB} \\ \underline{U}_{BC} \\ \underline{U}_{CA} \end{bmatrix} =: \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & a^2 & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_A \cdot \sqrt{3} \\ \underline{U}_A \cdot \sqrt{3} \\ \underline{U}_A \cdot \sqrt{3} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_{BA} \\ \underline{U}_{CB} \\ \underline{U}_{AC} \end{bmatrix} =: \begin{bmatrix} -\underline{U}_{AB} \\ -\underline{U}_{BC} \\ -\underline{U}_{CA} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_{AB} \\ \underline{I}_{BC} \\ \underline{I}_{CA} \end{bmatrix} =: \begin{bmatrix} \underline{Z}_{AB} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_{BC} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_{CA} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \underline{U}_{AB} \\ \underline{U}_{BC} \\ \underline{U}_{CA} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_A \\ \underline{I}_B \\ \underline{I}_C \end{bmatrix} =: \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_{AB} \\ \underline{I}_{BC} \\ \underline{I}_{CA} \end{bmatrix}$$

Obliczanie mocy (15) obwodu trójfazowego (schemat obwodu, rys. 2)

$$\underline{S}_1 =: \underline{U}_{AC} \cdot [\text{Re}(\underline{I}_A) + (-j)\text{Im}(\underline{I}_A)] + \underline{U}_{BC} \cdot [\text{Re}(\underline{I}_B) + (-j)\text{Im}(\underline{I}_B)]$$

$$\underline{S}_1 = 24.171 - 2.991 \cdot j \text{ VA}$$

$$P_1 =: \text{Re}(\underline{S}_1) \rightarrow P_1 = 24.171 \text{ W}$$

$$Q_1 =: \text{Im}(\underline{S}_1) \rightarrow Q_1 = -2.991 \text{ var}$$

$$S_1 =: \sqrt{P_1^2 + Q_1^2} \rightarrow S_1 = 24.356 \text{ VA}$$

Obliczanie mocy (21) obwodu trójfazowego (schemat obwodu, rys. 3)

$$\underline{S}_2 =: \underline{U}_{AB} \cdot [\text{Re}(\underline{I}_A) + (-j)\text{Im}(\underline{I}_A)] + \underline{U}_{CB} \cdot [\text{Re}(\underline{I}_C) + (-j)\text{Im}(\underline{I}_C)]$$

$$\underline{S}_2 = 24.171 - 2.991 \cdot j \text{ VA}$$

$$P_2 =: \text{Re}(\underline{S}_2) \rightarrow P_2 = 24.171 \text{ W}$$

$$Q2 =: \operatorname{Re}(\underline{S1}) \rightarrow Q2 = -2.991 \text{ var}$$

$$S2 =: \sqrt{P2^2 + Q2^2} \rightarrow S2 = 24.356 \text{ VA}$$

Obliczanie mocy (27) obwodu trójfazowego (schemat obwodu, rys.4)

$$\underline{S3} =: \underline{U}_{BA} \cdot [\operatorname{Re}(\underline{I}_B) + (-j)\operatorname{Im}(\underline{I}_B)] + \underline{U}_{CA} \cdot [\operatorname{Re}(\underline{I}_C) + (-j)\operatorname{Im}(\underline{I}_C)]$$

$$\underline{S3} = 24.171 - 2.991 \cdot j \text{ VA}$$

$$P3 =: \operatorname{Re}(\underline{S3}) \rightarrow P3 = 24.171 \text{ W}$$

$$Q3 =: \operatorname{Re}(\underline{S3}) \rightarrow Q3 = -2.991 \text{ var}$$

$$S3 =: \sqrt{P3^2 + Q3^2} \rightarrow S3 = 24.356 \text{ VA}$$

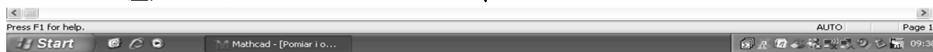
Obliczanie sprawdzające mocy obwodu 3-f (modyfikacja wzoru (6), [2])

$$\underline{S4} =: \begin{bmatrix} \underline{U}_{BA} \\ \underline{U}_{CB} \\ \underline{U}_{AC} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \operatorname{Re}(\underline{I}_{AB}) + (-j)\operatorname{Im}(\underline{I}_{AB}) \\ \operatorname{Re}(\underline{I}_{BC}) + (-j)\operatorname{Im}(\underline{I}_{BC}) \\ \operatorname{Re}(\underline{I}_{CA}) + (-j)\operatorname{Im}(\underline{I}_{CA}) \end{bmatrix}$$

$$\underline{S4} = 24.171 - 2.991 \cdot j \text{ VA}$$

$$P4 =: \operatorname{Re}(\underline{S}) \rightarrow P = 24.171 \text{ W}$$

$$Q4 =: \operatorname{Re}(\underline{S}) \rightarrow Q = -2.991 \text{ var} \quad S4 =: \sqrt{P4^2 + Q4^2} \rightarrow S4 = 24.356 \text{ VA}$$



5. WNIOSKI

- Miernik cęgowy do pomiaru mocy w układach trójfazowych umożliwia bezinwazyjny pomiar mocy czynnej, biernej i pozornej bez dodatkowych obliczeń.
- Otrzymane wyniki pomiaru mocy (czynnej, biernej i pozornej) miernikiem cęgowym obwodu trójfazowego trójprzewodowego są zgodne z wynikami mocy uzyskanej w wyniku obliczeń symulacyjnych w programie numerycznym *Mathcad* (tabela 1).
- Obliczona moc (czynnej, biernej i pozornej) obwodu trójfazowego trójprzewodowego według metody Aarona dla trzech różnych układów pomiarowych jest jednakowa.
- Prezentacja obliczeń moc (czynnej, biernej i pozornej) w obwodach trójfazowych w oparciu o metodę pomiarową Aarona w zapisie liczb zespolonych w postaciach macierzowych w środowiskach programów numerycznych *Mathcad* jest doskonałą pomocą dydaktyczną w nauczaniu teorii obwodów elektrycznych.

LITERATURA

- [1] Bolkowski S., Teoria obwodów elektrycznych, wyd. 5, Warszawa, WNT 1995, ISBN 83-204-2218-3.
- [2] Frączak P., Obliczenia numeryczne obwodów elektrycznych i układów cyfrowych, Szczecin, Wydawnictwo PPH „Zapol” Dmochowski, Sobczyk Sp.j. 2012, 173 s., ISBN 978-83-7518-432-7.
- [3] Jankowski P., Wybrane zagadnienia elektrotechniki w środowisku Mathcad, Wydawnictwo Akademii Morskiej w Gdyni, Gdynia 2010, ISBN 978-83-7421-149-9.
- [4] Lebson S., Podstawy Miernictwa elektrycznego, WNT Warszawa 1972.
- [5] Lipiński W., Obliczenia numeryczne w teorii sygnałów i obwodów elektrycznych, Szczecin, Wydawnictwo PPH „Zapol” Dmochowski, Sobczyk Sp.j. 2010, 360 s., ISBN 978-83-7518-277-9.
- [6] Palczewski W., Mathcad 12,11, 2001i, 2000 w algorytmach, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa 2005, ISBN 83-87674-81-8.
- [7] Tumański S., Technika pomiarowa, WNT, Warszawa 2007.

MEASUREMENT AND CALCULATION SIMULATION OF POWER IN THREE-PHASE ARRANGEMENT

The paper contains an analytical description of complex apparent power in matrix form, three phase circuit, three-wire with symmetrical power supply. The description of the apparent power of the considered circuit was made using phase-to-phase voltages and currents. In addition, complex apparent power using phase-to-phase voltages and line currents was included in the three-phase circuit under analysis. The analytically determined power of the three-phase three-wire circuit was additionally measured with two clamp meters. The measured power (active, reactive and apparent) with a clamp meter of a three-phase three-wire system was compared with the power determined in the Mathcad numerical program.

(Received: 01.02.2020, revised: 10.03.2020)