

Jan CHAJDA, Łukasz MĄDRY

POLITECHNIKA POZNAŃSKA, INSTYTUT TECHNOLOGII MECHANICZNEJ

Możliwości wyznaczania odchylenia dynamicznego kół zębatach

Prof. dr inż. Jan CHAJDA (*pierwszy autor*)

Studia na Wydziale Budowy Maszyn Politechniki Poznańskiej ukończył w 1961 r., a w 1969 obronił pracę doktorską na tym samym wydziale. Promotorem był profesor Bronisław Kiepuszewski. W 1992 r. uzyskał tytuł profesora, a w 1997 r. powołany został na profesora zwyczajnego Politechniki Poznańskiej.

W początkowym okresie pracy naukowej zajmował się badaniami skrawalności oraz opracowaniem metod badań skrawalności. Później, pod wpływem pracy w przemyśle lotniczym ukierunkował się na metrologię wielkości geometrycznych - głównie dokładność i badanie współpracy jednostronnej kół zębatach, badania stereometrii powierzchni i błędów kształtu, technikę współrzędnościową oraz inżynierię jakości. Na dorobek składa się przeszło 170 prac opublikowanych w czasopiśmie naukowych, konferencjach zagranicznych i krajowych, 31 patentów oraz 3 książki i 1 skrypt. Był promotorem 15 wypromowanych doktorów oraz recenzentem 27 rozpraw doktorskich, 6 rozpraw habilitacyjnych oraz 3 wniosków na tytuł profesora. Jest członkiem zwyczajnym Akademii Inżynierskiej w Polsce, a także członkiem Komitetu Metrologii i Aparatury Naukowej PAN i Sekcji Podstaw Technologii Komitetu Budowy Maszyn PAN.

e-mail: jan.chajda@put.poznan.pl



Mgr inż. Łukasz MĄDRY (*drugi autor*)

Absolwent Wydziału Budowy Maszyn i Zarządzania Politechniki Poznańskiej (2000r.). Pracuje jako asystent w Zakładzie Metrologii i Systemów Pomiarowych. Zajmuje się problematyką pomiaru kół zębatach na współrzędnościowych maszynach pomiarowych oraz pomiaru współpracy jednostronnej. Otwarty przewod doktorski pt.: „Metodyka określenia oraz pomiaru odchylenia i odchyłki dynamicznej kół zębatach.



e-mail: lukasz.madry@put.poznan.pl

łańcucha kinematycznego mechanizmu lub maszyny. Stąd ciągle badania mające na celu udoskonalanie kół zębatach. W Zakładzie Metrologii i Systemów Pomiarowych Politechniki Poznańskiej od lat prowadzone są prace dotyczące wpływu odchyłek wykonawczych kół zębatach na pracę przekładni zębatach. [3,4] Prace te realizowane są zarówno w ramach grantów badawczych jak i działalności statutowej.

Kołem zębatach, w porównaniu do innych części maszyn, stawia się bardzo zróżnicowane wymagania, co do dokładności, trwałości i niezawodności. Dokładność wykonania ma szczególne znaczenie dla wskaźników użytkowych przekładni takich jak: dokładność kinematyczna, płynność pracy, luz boczny, przyleganie zębatach. Ta różnorodność parametrów charakteryzujących koła zębatach może prowadzić do sytuacji, gdy pojedyncze koło na podstawie kontroli jest oceniane jako dobre, a koła oceniane parami - jako złe.

Odrębny temat badań i doświadczeń naukowców stanowi cichobieżność przekładni, która nabiera znaczenia wówczas, z im większą prędkością obwodową zazębiają się koła; wówczas, bowiem przy niedostatecznej dokładności wykonania powstają hałasy oraz wysokie siły i naprężenia, które przyczyniają się do szybkiego zniszczenia przekładni. Przy wysokich prędkościach obrotowych występują znaczne dodatkowe obciążenia dynamiczne wywołane przyspieszeniami i opóźnieniami mas wirujących, co gwałtownie wpływa na obniżenie trwałości przekładni.

Celem prac badawczych realizowanych w Zakładzie Metrologii i Systemów Pomiarowych jest zdefiniowanie i opracowanie metodyki wyznaczania odchylenia dynamicznego współpracujących kół zębatach oraz przebadanie wpływu niezależnych odchyłek wykonawczych koła zębatach na odchylenie dynamiczne i odchyłkę dynamiczną. Stworzono program pozwalający na wyznaczenie odchylenia i odchyłki dynamicznej kół zębatach z pełną oceną metrologiczną pomiaru. Jest to nowatorska metoda, która daje możliwość świadomego projektowania, nadzorowania, technologii i kontroli kół zębatach zapewniających właściwą ich eksploatację.

2. Odchylenie dynamiczne

Bardzo ważną rolę w czasie pracy przekładni odgrywa odchyłka dynamiczna, ponieważ eksploatacja kół zębatach jest uzależniona od występujących w trakcie zazębienia nadwyżek dynamicznych. Mają one wpływ na hałasy przekładni, zużycie zębatach oraz ich wytrzymałość zmęczeniową. Na etapie konstruowania kół zębatach należy możliwie precyzyjnie wyznaczyć wartość dopuszczalnych nadwyżek dynamicznych.

Streszczenie

W pracy zdefiniowano pojęcie odchylenia i odchyłki dynamicznej, jako parametrów metrologicznych jednoznacznie opisujących wpływ błędów wykonania przekładni zębatach na jej dynamikę. Znajac wartość odchyłki dynamicznej istnieje możliwość świadomego projektowania, nadzorowania, technologii i kontroli kół zębatach zapewniających właściwą ich eksploatację (obciążenia, cichobieżność, zużycie – pitting itp.). W ramach badań opracowano metodykę wyznaczania odchylenia dynamicznego, opracowano program do określenia jego wartości oraz przeprowadzono symulacje wpływu odchyłek elementarnych kół zębatach na odchyłkę dynamiczną.

Słowa kluczowe: współpraca jednostronna, odchyłka dynamiczna, odchyłka kinematyczna, przekładnia zębatach, pomiar kół zębatach, współrzędnościowa maszyna pomiarowa

Determination of dynamic deviation error in gears.

Abstract

Total dynamic deviation completely describes the influence of geometrical gear errors on their dynamic behavior during operation. Used at present dynamic load factor model is only approximate and thus not precise. A procedure of total dynamic deviation determination includes the influence of such independent errors as: circumferential pitch deviation, basic radius deviation and geometrical eccentricity deviation. The knowledge of total dynamic deviation will enable to construct the gears with better dynamic parameters (wear resistance, quietness). It is especially important nowadays, when fewer gear boxes are produced but they are of higher precision and face higher quality demands.

Keywords: single-flank test; total dynamic deviation; total tangential composite deviation; gear box; gear measurement

1. Cel badań

Pomimo rozwoju nowych metod przenoszenia napędu, przekładnie zębatach pozostają nadal bardzo ważnym elementem

Z tego względu należy ustalić parametry, które w sposób jednoznaczny uwzględnią będą wpływ dokładności wykonania kół na wartość ich obciążenia dynamicznego podczas pracy przekładni.

W literaturze istnieje pojęcie nadwyżki dynamicznej wewnętrznej, która zależy od błędów podziałki, zmiennej sztywności zębów na odcinku przyporu oraz prędkości obwodowej i obciążenia nominalnego. Przykładem oszacowania wartości nadwyżki dynamicznej jest wzór podawany w literaturze amerykańskiej [1]:

$$K_V = \left(1 + \frac{\sqrt{V_t}}{7,56 - B}\right)^{B/4} \quad (1)$$

Gdzie: V_t jest prędkością liniową [m/s];

$$B = (12 - Q_V)^{0,667}$$

Q_V - klasa dokładności wg AGMA

Niemiecka norma DIN 3990 podaje bardziej rozbudowaną metodę obliczeniową

$$K_V = 1 + A \left[\frac{55 B_1 (0,65)^{Q_V - 7}}{\frac{K_{sh} K_a W_t}{F}} + B_2 \right] \quad (2)$$

Gdzie:

Q_V - klasa dokładności

$B_1 = 1$, $B_2 = 0,02$ dla zębów prostych

$B_1 = 0,89$, $B_2 = 0,009$ dla zębów śrubowych

A - współczynnik zależny od prędkości obrotowej i ilości zębów koła i zębniaka

K_a - współczynnik zastosowania

K_{sh} - współczynnik rozkładu obciążenia

W_t - siła obwodowa [N]

F - szerokość uzębienia [mm]

Niestety stosowane metody i wzory obliczeniowe nie są ze sobą porównywalne, uwzględniane są różne czynniki konstrukcyjne i kinematyczne z położeniem szczególnego nacisku na prędkość obwodową i błędy wykonawcze. Ponadto stosowane wzory mają tylko charakter przybliżony i empiryczny. Nie ma jednak ścisłego rozwiązania problemu nadwyżek dynamicznych i często trzeba je dobierać na drodze doświadczalnej.

2.1 Definicja odchyłki dynamicznej

Po raz pierwszy pojęcie odchylenia i odchyłki dynamicznej wprowadzono w Zakładzie Metrologii i Systemów Pomiarowych Politechniki Poznańskiej. Jan Chajda, Andrzej Cellary, Andrzej Gazdecki i Waldemar Woliński w ramach Centralnego Programu Badań Podstawowych wprowadzili pojęcie odchylenia dynamicznego, opracowali metodykę oraz program dla wyznaczania odchylenia dynamicznego w pełnym obszarze współpracy z możliwością oceny składowych harmonicznych.

Na podstawie przeprowadzonej analizy procesu zazębiania się walcowych kół zębatach, ustalono, że parametrem, który uwzględni wpływ dokładności wykonania koła zębatego na wartość nadwyżek dynamicznych jest tzw. odchyłka dynamiczna. Definicja odchyłki dynamicznej bazuje na funkcji odchylenia kinematycznego koła $\Theta(\varphi)$. Funkcja ta jest określana jako różnica zaobserwowanego i minimalnego kąta obrotu koła badanego wokół swej roboczej osi, napędzanego kołem kontrolnym, przy nominalnym wzajemnym położeniu osi obrotu tych kół.

Funkcja $\Theta(\varphi)$ odchylenia kinematycznego koła zębatego jest funkcją okresową o okresie 2π rad. Różniczkując tę funkcję po

czasie otrzymujemy zależność na przyspieszenie wywołane niedokładnością kinematyczną koła zębatego. [3]

$$\varepsilon = \frac{d^2\Theta}{dt^2} \quad (3)$$

Przy założeniu, że prędkość kątowna jest stała $\omega = \text{const}$

$$\varepsilon = \omega^2 \frac{d^2\Theta}{d\varphi^2} \quad (4)$$

gdzie: Θ - droga kątowna

ω - prędkość kątowna

Uogólniona wartość przyspieszenia ε_ω dla $\omega = 1$ przyjmuje wartość:

$$\varepsilon_\omega = \frac{d^2\Theta}{d\varphi^2} \quad [\text{rad/s}^2] \quad (5)$$

Przez analogię do odchylenia kinematycznego, wielkość tę (ε_ω) – nazwano odchyleniem dynamicznym. Parametrem określającym odchylenie dynamiczne jest odchyłka dynamiczna, którą zdefiniowano w następujący sposób:

Odchyłka dynamiczna

$$\gamma = \max(\varepsilon_\omega) - \min(\varepsilon_\omega) \quad (6)$$

gdzie: $\varphi \in A$

$$A = \left\langle \frac{2\pi}{z} \cdot n, \frac{2\pi}{z} \cdot (n+1) \right\rangle \quad (7)$$

$n = 1, \dots, z$

z – liczba zębów

Odchyłka dynamiczna jest maksymalną różnicą uogólnionego przyspieszenia w obszarze podziałki koła.

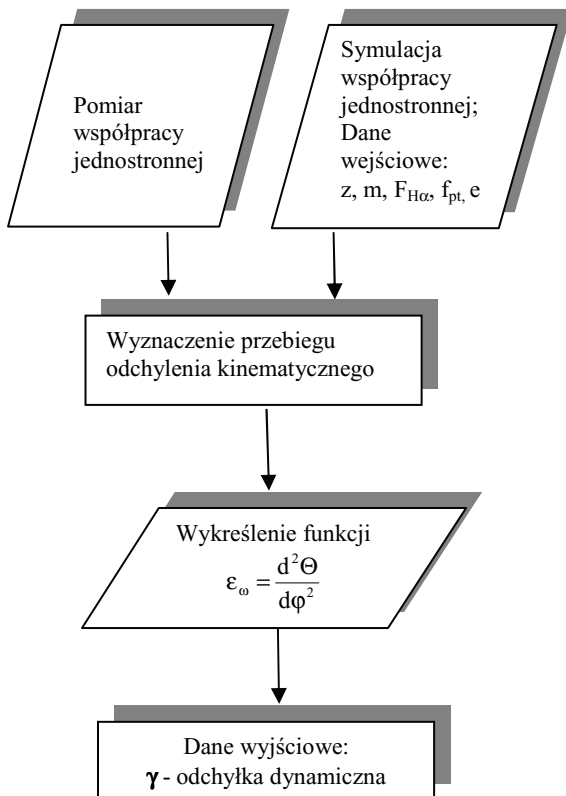
2.2 Metodyka wyznaczania odchyłki dynamicznej

Wartość odchyłki dynamicznej, podobnie jak odchyłki kinematycznej, zależy od następujących odchyłek wykonawczych koła zębatego:

- odchyłki podziałki obwodowej f_{pt}
- odchyłki położenia zarysu $F_{H\alpha}$
- mimośrodowości osi obrotu koła e .

Należy podkreślić, że odchyłkę kinematyczną $\Theta(\varphi)$, która jest punktem wyjścia dla dalszych obliczeń, wyznacza się albo na podstawie pomiaru na przyrządzie do współpracy jednostronnej albo na podstawie symulacji cyfrowej. W przypadku symulacji cyfrowej przyjęto założenie, że koło zębate jest idealną bryłą sztywną. Tym samym pomija się wpływ warunków obciążenia na warunki zazębienia.

Odchyłkę dynamiczną można wyznaczyć w prosty sposób poprzez analizę funkcji odchylenia dynamicznego ε_ω . Procedurę wyznaczenia odchylenia dynamicznego i odchyłki dynamicznej ilustruje rys. 1



Rys. 1 Algorytm wyznaczenia odchyłki dynamicznej
Fig. 1 Algorithm of determination of total dynamic deviation

2.3 Wpływ odchyłek wykonawczych na odchylenie dynamiczne

Przy użyciu opracowanego w Zakładzie Metrologii i Systemów Pomiarowych programu do symulacji współpracy jednostronnej przeprowadzono symulacje odchyłki kinematycznej dla kół zębatych w różnych klasach dokładności oraz z różnym rozkładem odchyłek podstawowych.

Otrzymane wyniki odchylenia kinematycznego poddano analizie dynamicznej za pomocą nowo opracowanego programu **DYNAMIK**. Program ten wykorzystuje funkcje sklepane drugiego stopnia do interpolacji wykresu odchyłki kinematycznej. Różniczkując funkcję odchylenia kinematycznego po czasie otrzymujemy zależność na przyspieszenie wywołane niedokładnością kinematyczną koła zębatego, zgodnie ze wzorem 3. Symulacji poddano koło zębate o parametrach:

$m = 2,5 \text{ mm}$

$z = 30$

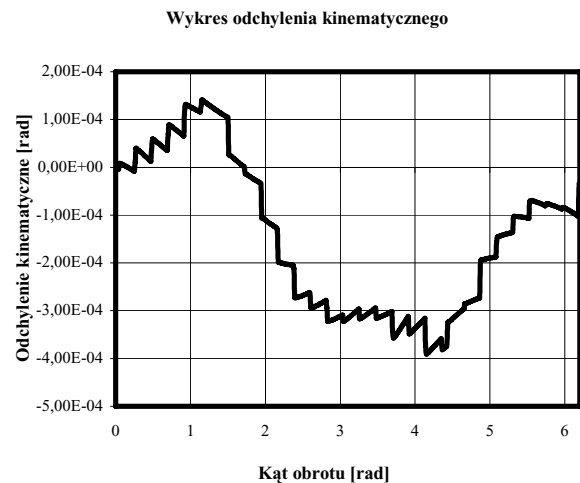
$d = 75 \text{ mm}$

Zasymulowano odchyłki dla różnych klas dokładności.

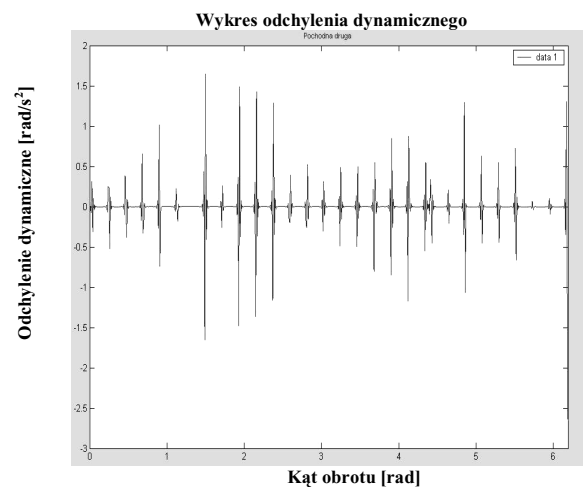
Tab. 1. Dopuszczalne odchyłki wykonawcze kół zębatych wg DIN 3962
Tab. 1. Maximum allowed gear errors according to DIN 3962.

Klasa dokładności	4	5	6	7	8	9
F_r Bicie (μm)	10	14	20	28	40	56
$F_{H\alpha}$ Odchyłka położenia zarysu (μm)	3	4,5	6	9	12	18
f_{pt} Odchyłka podziałki obwodowej (μm)	3,5	5	7	10	14	20

Rysunek 2 przedstawia przykładowy wynik symulacji cyfrowej współpracy jednostronnej dla koła wykonanego w 4 klasie dokładności. Odchyłka kinematyczna F_i' wynosi 0,019 mm. Dla tego samego koła przeprowadzono analizę odchylenia dynamicznego. Rezultatem tego jest rysunek 3. Wartość odchyłki dynamicznej wynosi dla tego przypadku $\gamma = 3,28 \text{ rad/s}^2$.



Rys. 2. Odchylenie kinematyczne
Fig. 2. Total tangential composite deviation



Rys. 3. Wykres odchylenia dynamicznego
Fig. 3. Total dynamic deviation error

W wyniku przeprowadzonych symulacji okazało się, że największy wpływ na odchyłkę dynamiczną ma odchyłka podziałki obwodowej - ok. 70 % a następnie odchyłka położenia zarysu - ok. 27 %. Najmniejszy wpływ na przyspieszenie obwodowe ma mimośrodowość osi - 3 %.

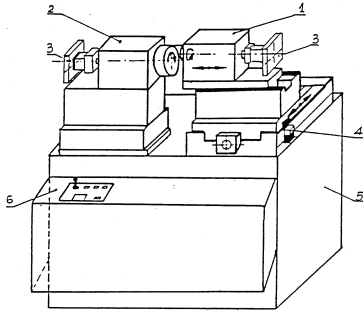
2.4 Badania weryfikacyjne

Weryfikacja modelu matematycznego polegała na porównaniu wyników otrzymanych przy użyciu modelu matematycznego z wynikami otrzymanymi przy użyciu maszyny do badania współpracy jednostronnej kół zębatych (konstrukcja własna Zakładu Metrologii i Systemów Pomiarowych Politechniki Poznańskiej) oraz programu do cyfrowej symulacji współpracy jednostronnej kół zębatych. Procedura badawcza polegała na:

- dokonaniu pomiaru odchyłek geometrycznych koła zębatego na współrzędnościowej maszynie pomiarowej,
- obliczeniu odchyłki kinematycznej przy użyciu modelu matematycznego,

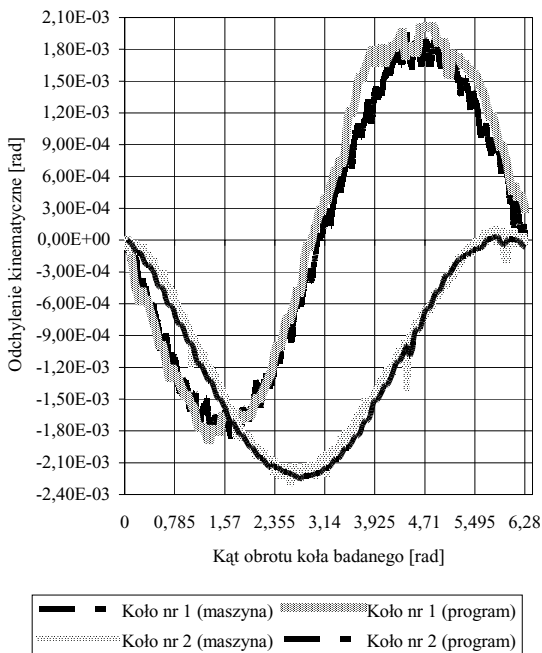
- przeprowadzenie symulacji cyfrowej współpracy jednostronnej kół zębatach przy użyciu programu,
- przeprowadzenie pomiaru odchylenia kinematycznego koła badanego współpracy jednostronnej.

Wykorzystany w badaniach przyrząd do pomiaru współpracy jednostronnej przedstawia rysunek 4. Jest to unikatowe w Polsce urządzenie skonstruowane w Zakładzie Metrologii i Systemów Pomiarowych Politechniki Poznańskiej.



Rys. 4. Przyrząd do pomiaru współpracy jednostronnej produkcji ZMiSP
Fig. 4. Single flank measuring machine made by ZMiSP

Znając odchyłki wykonawcze poszczególnych kół badanych, przeprowadzono symulację współpracy jednostronnej przy użyciu programu do cyfrowej symulacji współpracy jednostronnej kół zębatach. Wyniki przedstawiono na rys. 5 oznaczone jako „program”. Na rys. 5 umieszczono również wyniki (oznaczone jako „maszyna”) otrzymane przy użyciu maszyny do badania współpracy jednostronnej kół zębatach. Wyniki pomiaru i symulacji wykazują dużą zbieżność. Widoczne różnice są związane z częstotliwością próbkowania. W programie do symulacji współpracy jednostronnej krok obliczeń wynosił 0,05 rad natomiast w przypadku maszyny do badania współpracy jednostronnej kół zębatach krok odczytu wynosił 0,00017 rad.



Rys. 5 Wykres odchylenia kinematycznego
Fig. 5 Total tangential composite deviation diagram

Wyniki pomiarów i symulacji wykazują dużą zbieżność a różnice między nimi nie przekraczają 3%. Różnice między odchyłką kinematyczną otrzymaną podczas badań na maszynie a odchyłką otrzymaną z symulacji (jak już wspomniano) wynikają z kroku obrotu symulowanego koła w programie oraz kroku odczytu przez maszynę, który jest o 250 razy mniejszy. Zmniejszenie kroku pozwala na zwiększenie dokładności wykonanych symulacji [8].

3. Wnioski

Uzyskane wyniki symulacji odchylenia kinematycznego jak i dynamicznego możemy nazwać kompleksowym parametrem dokładności wykonania koła zębatego, oraz co jest z tym ściśle związane, jakości współpracy kół w przekładni zębatej. Symulacja metodą współpracy jednostronnej obrazuje walory użytkowe badanych kół przy użyciu odchylenia kinematycznego, które informuje nas o dokładności przenoszenia ruchu, z czym jest ściśle związana płynność pracy przekładni. Program daje niezmiernie korzyści konstruktorom, niemającym do dyspozycji określonych zależności, które umożliwiają im dobór odpowiedniej do zamierzonej dokładności kinematycznej, tolerancji wykonania koła zębatego. Jak ogólnie wiadomo wykonanie kół, a w szczególności kół kontrolnych jest bardzo kosztowne, dlatego program ten umożliwia w precyzyjny sposób przewidzieć dokładność kinematyczną koła w zależności od zamierzonej dokładności geometrycznej. Podczas konstruowania bardzo ważny problem stanowi dobór odpowiedniej nadwyżki dynamicznej. Dzięki zastosowaniu symulacji odchylenia dynamicznego można w szybki i do tego bardzo prosty sposób sprawdzić jak zachowuje się skonstruowane koło zębate w warunkach zbliżonych do rzeczywistych.

Kolejnymi etapami prowadzonych prac badawczych będą:
- weryfikacja znaczenia odchyłki dynamicznej poprzez badanie drgań i hałasu przekładni zębataj;
- zbadanie wpływu rozkładu odchyłek wykonawczych na dynamikę przekładni.

„Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach 2005/2007 jako projekt badawczy”

4. Literatura

- [1] Dennis P. Townsend: Dudley's gear handbook. McGRAW-HILL, INC, New York 1991.
- [2] Faydor L. Litvin: Gear Geometry and Applied Theory. Cambridge University Press. Cambridge 2004
- [3] Jan Chajda, Waldemar Woliński: Symulacja cyfrowa pomiaru kół zębatach. Przegląd Mechaniczny 1990, nr 5 – 6.
- [4] Jan Chajda, Waldemar Woliński: Możliwości charakteryzowania odchylenia kinematycznego walcowych kół zębatach za pomocą wybranych odchyłek geometrycznych. Archiwum Technologii Budowy Maszyn, Prace PAN, Poznań 1992, nr 10, str. 285-294.
- [5] Jan Chajda, Waldemar Woliński.: Nowa metoda oceny właściwości dynamicznych kół zębatach. Archiwum Technologii Budowy Maszyn; Prace PAN, Poznań 1993, nr 11, str. 253-260.
- [6] Jan Chajda, Andrzej Gazdecki „Możliwości diagnozowania kół zębatach na podstawie pomiaru elementarnych odchyłek i symulacji cyfrowej współpracy jednostronnej.” Krajowy Kongres Metrologii, Warszawa 1998
- [7] Andrzej Wilk „Wpływ parametrów technologicznych i konstrukcyjnych na dynamikę przekładni o zębach prostych”, Politechnika Śląska, Zeszyty Naukowe Nr 679, Gliwice 1981.
- [8] Jarosław Adamiec. Badanie wpływu elementarnych odchyłek wykonawczych kół zębatach na dokładność kinematyczną przekładni. Praca doktorska. Politechnika Poznańska. Poznań 2007
- [9] Deutsches Institut für Normung. Tragfähigkeitsberechnung von Stirnräder. DIN 3990, 1987