

Wpływ wygięcia szablowego na pracę palisady łopatkowej

Dominik Błoński

Politechnika Wrocławska, Wydział Mechaniczno-Energetyczny Katedra Technologii Energetycznych, Turbin i Modelowania Procesów Cieplno-Przepływowych E-mail: dominik.blonski@pwr.edu.pl

REKOMENDACJA: dr hab. inż. Henryk Kudela, prof. PWr

STRESZCZENIE

W pracy poddano analizie wpływ wygięcia szablowego łopatek palisady kierowniczej na główne parametry przepływowe. Do badań została wykorzystana przebadana eksperymentalnie cylindryczna akcyjna palisada, której geometria była modyfikowana poprzez zmianę promienia wygięcia w kierunku obwodowym tworząc łopatkę wklęsłą bądź wypukłą wzdłuż wysokości. W pierwszej kolejności obliczenia numeryczne dla oryginalnej, prostej geometrii zostały porównane z wartościami otrzymanymi podczas eksperymentu. Następnie przeprowadzono serię obliczeń łopatek zmieniając o pewien kąt wygięcie jednocześnie monitorując wartość współczynnika ciśnienia dynamicznego, odchylenie kąta wylotowego oraz stopień rozprężania. Po wyznaczeniu optymalnego promienia krzywizny łopatki porównano zmianę wielkości charakterystycznych wzdłuż wysokości dla wybranych geometrii.

SŁOWA KLUCZOWE: wygięcie szablowe, palisada łopatkowa, turbiny parowe

1. WPROWADZENIE

Ciągły pościg za wzrostem sprawności maszyn przepływowych wymusza na ich producentach jak i ośrodkach badawczych prowadzenie badań w celu poprawy konstrukcji, zarówno pod względem osiągów jak i ułatwienia procesu wytwarzania. Znany jest szereg metod zmniejszenie straty w układzie przepływowym turbin parowych, począwszy od wichrowania łopatek przez złożoną trójwymiarową optymalizację. Jedną z metod, która pozwala na szybką i stosunkowo łatwą poprawę sprawności maszyny, jest stosowanie wygięcia szablowego pióra łopatek w kierunku obwodowym, [10]. Wygięcie to może być wykonywane zarówno w kierunku zgodnym ze składową obwodową prędkości wylotowej (*positive compound bow lean*), jak i w kierunku przeciwnym uzyskując przez to różne efekty. Wygięcie dodatnie oznacza, że strona bierna łopatki (*suction side – SS*) wzdłuż wysokości będzie wklęsła, natomiast strona czynna (*pressure side – PS*) będzie wypukła. O ile stopień wygięcia łopatki wirnikowej ograniczają warunki wytrzymałościowe, w przypadku łopatek kierowniczych jedynym ograniczeniem są możliwości wytwórcze. W niniejszej pracy przy użyciu numerycznej mechaniki płynów przedstawiono wpływ modyfikacji geometrii na główne parametry przepływowe i korzyści, jakie mogą zostać uzyskane przez ich zastosowanie. Kąt wygięcia łopatki λ , mierzony pomiędzy styczną łuku a linią poziomą, był zmieniany w zakresie od -45° do +45°, rys. 1.



Rys. 1: Sposób modyfikacji geometrii oraz przykładowa łopatka wygięta o $\lambda = 25^{\circ}[1]$

2. GEOMETRIA

Do przeprowadzenia badań numerycznych wykorzystano geometrię palisady łopatkowej zaczerpniętą z badań nad przepływami wtórnymi prowadzonych przez A. Perdichizzi'ego[2]. Profil łopatki, którym posłużono się podczas eksperymentu został przeskalowany, tak aby długość cięciwy wynosiła b = 100 mm. Pióro łopatki wydłużono do wysokości H = 150 mm, [3]. Powiększenie elementów palisady miało za zadanie osiągnięcie wysokiej liczby Reynoldsa przy zachowaniu niskiej wartości natężenia przepływu masowego wytwarzanego przez wentylator stanowiska badawczego. Kąt ustawienia łopatki pozostał bez zmian. Główne parametry oraz schemat geometrii został przedstawiony na rys. 2.

3. OBLICZENIA NUMERYCZNE I WALIDACJA

Do przeprowadzenia obliczeń wykorzystano program CFX z pakietu ANSYS. Jako czynnik roboczy użyto powietrza traktowanego jak gaz doskonały. Jako warunki brzegowe przyjęto prędkość wlotową czynnika o wartości $c_0 = 20$ m/s, kącie wlotowym równym 76,1° oraz burzliwości Tu = 5%, która jest ilorazem odchylenia średniokwadratowego fluktuacji prędkości wlotowej i jej wartości średniej, wyrażoną jako

$$Tu = \mid \frac{u'}{U} \tag{1}$$



Rys. 2: Schemat geometrii wraz z głównymi wielkościami łopatki [3]

Na wylocie przyjęte zostało ciśnienie statyczne o wartości p = 0,98 bar. Ściany boczne kanału definiowano jako periodyczne. Prędkość przy ścianach ograniczających oraz piórze łopatki wynosi 0 m/s (*no slip wall condition*). Rozmieszczenie omawianych warunków brzegowych oraz obszar obliczeniowy ilustruje dokładniej rys. 3a.

Ze względu na niskie wartości liczby Macha nie uwzględniano ściśliwości. Posłużono się modelem turbulencji SST (*Shear Stress Transport*), który jest modyfikacją modelu $k-\omega$. Łączy on w sobie zalety modelu $k-\omega$ w modelowaniu obszarów przyściennych z zaletami modelu $k-\epsilon$ przy modelowaniu przepływu w objętości płynu. Model SST jest szeroko stosowany przy obliczeniach przepływów z silnym oddziaływaniem ścian na płyn, a takie właśnie występuje przy przepływie przez palisadę łopatkową. Korzystając z zależności pomiędzy dyssypacją właściwą a dyssypacją i energią kinetyczną turbulencji wyrażoną równaniem $\omega = \frac{\epsilon}{k}$, otrzymano model $k-\epsilon$ w następującej formie:

$$\frac{D\rho k}{Dt} = \tau_{ij}\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta^*\rho\omega k + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\mu + \sigma_{k2}\mu_t)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right]$$
(2)

$$\frac{D\rho\omega}{Dt} = \frac{\gamma_2}{\nu_t}\tau_{ij}\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta_2\rho\omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\mu + \sigma_{\omega 2}\mu_t)\frac{\partial\omega}{\partial x_j}\right] + 2\rho\sigma_{\omega 2}\frac{1}{\omega}\frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial\omega}{\partial x_j} \tag{3}$$

Równania wyrażające standardowy model $k-\omega$ opisywane są zależnościami:

$$\frac{D\rho k}{Dt} = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta^* \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_{k1} \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right]$$
(4)

$$\frac{D\rho\omega}{Dt} = \frac{\gamma_1}{\nu_t} \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta_1 \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_{\omega 1} \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right]$$
(5)



Rys. 3: a) Obszar obliczeniowy, b) Siatka strukturalna - widok z góry

Aby możliwe było połączenie obu modeli, równania (4) i (5) przemnażane są przez dodatkową funkcję F_1 . Funkcja ta przyjmuje wartości różne od 0, lecz mniejsze bądź równe 1 w obszarze warstwy przyściennej oraz 0 dla pozostałej objętości płynu. Równania (2) i (3) przemnażane są przez $(F_1 - 1)$. Po zsumowaniu odpowiadających sobie równań otrzymuje się:

$$\frac{D\rho k}{Dt} = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta^* \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right]$$
(6)

$$\frac{D\rho\omega}{Dt} = \frac{\gamma}{\nu_t}\tau_{ij}\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta\rho\omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\mu + \sigma_\omega\mu_t)\frac{\partial\omega}{\partial x_j}\right] + 2\rho(1 - F_1)\sigma_\omega\frac{1}{\omega}\frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial\omega}{\partial x_j}$$
(7)

Jeśli dowolna stała modelu $k-\omega$ (np. σ_{k1}) zostanie oznaczona jako ϕ_1 , natomiast odpowiadająca mu stała przetransformowanego modelu $k-\epsilon$ wyrażana będzie przez ϕ_2 , wówczas zachodzi związek:

$$\phi = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2 \tag{8}$$

Dodatkowo w celu ograniczenia zawyżania wartości lepkości wirowej występującej w obszarach o ujemnych gradientach ciśnienia, równanie wyrażające lepkość wirową przyjmuje postać:

$$\nu_t = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega, SF_2)} \tag{9}$$

gdzie: a_1 jest stałą, S to szybkość ścinania. F_2 jest funkcją działającą w sposób zbliżony do funkcji F_1 , jednak przyjmuje ona wartość 1 za granicą warstwy przyściennej. Więcej informacji i bardziej szczegółowy opis dotyczący zastosowanego modelu zawarto w [11–13].

Do dyskretyzacji przestrzennej geometrii łopatki zastosowano strukturalną siatkę hexagonalną o liczbie elementów wynoszącej w przybliżeniu 1,2 mln (rys. 1, 3b). W celu uzyskania odpowiedniego rozkładu prędkości w warstwie przyściennej siatka została zagęszczona w kierunku normalnym do powierzchni ściany, tak aby wartość bezwymiarowego współczynnika y^+ była równa jedności. Stąd też wysokość pierwszej komórki przy łopatce wynosi 8 μ m, natomiast przy ścianach ograniczających kanał łopatkowy wynosi 6 μ m. Obliczenia uznawano za zakończone, gdy średnie residua poszczególnych równań były mniejsze niż 5E-6 oraz niezbilansowanie równań masy, momentów i energii nie przekraczało 0,01%.

Pierwszym krokiem w celu stwierdzenia poprawności przeprowadzanych obliczeń było porównanie wartości współczynnika ciśnienia statycznego występującego w połowie wysokości profilu wynoszącej z = 75 mm. Współczynnik ten wyrażany jest równaniem:

$$C_p = \frac{p - p_0}{p_{t0} - p_0} \tag{10}$$

gdzie: p jest mierzonym ciśnieniem statycznym, p_0 – ciśnieniem na wlocie, p_{t0} – ciśnieniem całkowitym na wlocie.

Na wykresie zaprezentowanym na rys. 4 można zaobserwować, że obliczenia numeryczne z wystarczającą dokładnością pokrywają się z wynikami pomiarów uzyskanych w trakcie eksperymentu. Widoczne jest pewne przeszacowanie wartości spadku ciśnienia zarówno po stronie wklęsłej (górna część wykresu), jak i po stronie wypukłej (część dolna).



Rys. 4: Porównanie eksperymentalnego z obliczonym rozkładem współczynnika ciśnienia wokół profilu w połowie wysokości łopatki[3]

Ze względu na przepływ trójwymiarowy, walidacja obliczeń jedynie na podstawie rozkładu ciśnienia wokół profilu jest niewystarczająca, dlatego porównana została również wartość współczynnika ciśnienia całkowitego na płaszczyźnie pomiarowej umieszczonej w odległości x/b = 1,3 od krawędzi natarcia łopatki, która na rys. 2 została oznaczona pogrubioną linią przerywaną. Współczynnik ciśnienia całkowitego określa

miarę strat i wyraża go wzór:

$$C_{pt} = \frac{p_t - p_{t0}}{p_{t0} - p_0} \tag{11}$$

Na rysunku 5 można zaobserwować straty ciśnienia całkowitego wywołane działaniem śladu załopatkowego (rys. 5b, kolor turkusowy) oraz wiru kanałowego (*passage vortex*, kolor granatowy). Z porównania wartości uzyskanych podczas eksperymentu wynika, że otrzymany rozkład współczynnika ciśnienia całkowitego jest poprawny jakościowo, jednak przeszacowany ilościowo, co jest typowe dla modeli turbulencji opartych o lep-kość wirową (*eddy viscosity*), [4]. Model turbulencji SST jest w stanie poprawnie za-modelować zjawisko przepływów wtórnych, jednak zawyża straty w przepływie.

Istniejące modele turbulencji oparte o naprężenia Reynoldsa (*RSM – Reynolds Stress Model*) przewidują zjawiska przepływów wtórnych i śladów aerodynamicznych dokładniej zarówno pod względem ilościowym jak i jakościowym, jednak większa ilość równań do rozwiązania w tym modelu wiąże się ze wydłużonym czasem obliczeń. Ponadto korzystaniu z tego modelu często generuje problemy ze zbieżnością, dlatego wymagania dotyczące jakości dyskretyzacji przestrzennej są również wyższe, wymuszając jednocześnie zastosowanie większej ilości elementów (wymagana jest niższa wartość współczynnika *aspect ratio* w warstwie przyściennej).



Rys. 5: Porównanie rozkładu współczynnika ciśnienia całkowitego na płaszczyźnie x/b = 1, 3 otrzymanego podczas eksperymentu (a) oraz obliczonego (b) [3]

4. WYNIKI

Przeprowadzone obliczenia pozwoliły na wyznaczenie zależności pomiędzy kątem wygięcia łopatki i stratami ciśnienia całkowitego. Straty te zostały zdefiniowane w następujący sposób:

$$\zeta = \frac{p_{t0} - p_{t1}}{p_{t1} - p_1} \tag{12}$$

gdzie indeksy z cyfrą 0 odnoszą się do wartości na wlocie, natomiast z cyfrą 1 do badanej płaszczyzny. Z przebadanej numerycznie serii łopatek wynika, że wraz ze wzrostem kąta wygięcia, straty ciśnienia, które mierzone były na płaszczyźnie pomiarowej mieszczącej się w odległości $1,05 \ x/b$ od krawędzi natarcia, malały do pewnej granicznej wartości. Następnie każde zwiększenie krzywizny łopatki powodowało ich wzrost.

W przypadku wygięcia ujemnego skontatowany został stały wzrost strat zwiększający swoją wartość wraz ze zwiększaniem ujemnej wartością kąta wygięcia, rys. 6. Dla obu przypadków wygięcia można zaobserwować nieznaczne odchylenie kąta wylotowego od wartości nominalnej występującej przy łopatce prostej, rys. 7.



Stopień rozprężania pozostaje praktycznie niezmieniony. Zmiany jego wartości są na tyle znikome, że przy projektowaniu stopnia, ten aspekt można pominąć, rys. 8.

Główną przyczynę zmniejszenia strat ciśnienia całkowitego przy przepływie przez palisadę łopatkową dla łopatek o dodatnim wygięciu należy upatrywać w bardziej sprzyjającym przepływowu przekroju poprzecznym kanału. Związane jest to zmniejszeniem szerokości czynnego przekroju poprzecznego przy ścianach ograniczających oraz jego zwiększenie w środkowej części palisady.



Rys. 8: Zależność względnego stopienia rozprężania od kąta wygięcia λ

Powoduje to między innymi zmianę rozkładu obciążenia łopatki wzdłuż jej wysokości. Zostaje dociążona część środkowa łopatki, natomiast stopień rozprężania przy ścianach ograniczających ulega zmniejszeniu. Ponadto zmianie ulega również rozkład ciśnień występujących wokół profilu. Wzdłuż strony wypukłej, przy ścianach występują niższe wartości ciśnienia, rys. 9a. Takie odciążenie podstawy łopatki skutkuje późniejszym rozpoczęciem generowania struktur wirów wtórnych oraz zmniejsza skalę tych wirów. Jest to głównie spowodowane zmniejszeniem gradientu poprzecznego ciśnienia w kanale [5].



Rys. 9: Rozkład współczynnika ciśnienia wokół profilów przy stopie (kolor czerwony) i w połowie wysokości (kolor niebieski) łopatki dla różnych kątów wygięcia

W przypadku łopatki o wygięciu ujemnym następuje odwrócenie sytuacji. Część środkowa jest odciążona, natomiast obszary przy ścianach ograniczających zostają dociążone. Rozkłady ciśnień wokół profilu zamieniają się wtedy miejscami, rys. 9b. Dla łopatki prostej zmiany w rozkładzie ciśnień są praktycznie niezauważalne, rys. 9c.

Dla łopatek o wygięciu dodatnim gradient ciśnienia skierowany w stronę ścianek ograniczających powoduje również zmniejszenie prędkości radialnej po stronie wypukłej profilu. Z powyższego wywodu widzimy, jak teoretycznie prosta modyfikacja powoduje szereg zmian w kinematyce przepływu.

Na rysunku 10 możemy zaobserwować efekty wygięcia łopatek w postaci rozkładów strat ciśnienia całkowitego dla trzech rozpatrywanych przypadków na płaszczyźnie wylotowej. Ze względu na symetrię przekrój został przecięty w połowie wysokości. Oznaczony barwą czerwoną obszar wskazuje miejsce występowania wiru kanałowego. Łatwo zauważyć, że dla dodatniego wygięcia łopatki osiągane są najniższe wartości strat ciśnienia całkowitego, natomiast przy wygięciu ujemnym wartości i obszar strat jest większy nawet od łopatki prostej.



Rys. 10: Rozkład wsp. strat ciśnienia dla połowy łopatki w odległości x/b = 1.05 od krawędzi natarcia

Według literatury omawiany wir powstaje na skutek różnicy ciśnień pomiędzy ścianami dwóch sąsiednich łopatek palisady. Na stronie wklęsłej panują niższe wartości prędkości, stąd też, ciśnienie po tej stronie jest wyższe. O ile w środkowej części kanału różnica gradientu poprzecznego jest równoważona siłami odśrodkowymi, to w warstwie przyściennej, gdzie prędkość maleje do zera, równowaga ta zostaje zaburzona. Warunek, który opisuje równowagę pomiędzy siłami powierzchniowymi wywołanymi gradientem ciśnienia a siłami odśrodkowymi, można wyrazić równaniem:

$$\frac{\rho v^2}{r} = \frac{\partial p}{\partial n} \tag{13}$$

gdzie: ρ – gęstość, v – prędkość styczna do linii prądu, r – lokalny promień opisujący charakteryzujący linię prądu, p – ciśnienie, n – kierunek prostopadły.

Z powyższego równania można wywnioskować, że w celu zachowania równowagi obydwu sił, spadek prędkości w warstwie przyściennej musi zostać skompensowany zmniejszeniem promienia krzywizny linii prądu. W konsekwencji, w obszarze ścianek ograniczających płyn zostaje odchylony w kierunku strony wypukłej bardziej niż w obszarze przepływu niezakłóconego. Takiemu rodzajowi przepływu poprzecznego musi odpowiadać ruch powrotny, który zachodzi się w pewnej odległości od ścianek brzegowych. Na skutek działania ruchu powrotnego zostaje utworzony wir kanałowy umiejscowiony po stronie grzbietowej profilu. Przedstawianie struktur wirowych (np. przy pomocy linii prądu) nie jest zadaniem łatwym, dlatego w celu zobrazowania wiru kanałowego posłużono się składową wirowości liczonej względem osi x, rys. 11c. Wirowość wyrażana równaniem

$$\omega_x = \hat{i} \left(\frac{u_y}{\partial z} - \frac{u_z}{\partial y} \right) \tag{14}$$

pozwala określić odchylenia i zaburzenia względem głównego strumienia. W zależności od kierunku ruchu płynu może przyjmować wartości dodatnie jak i ujemne.

Oprócz formowania się wiru kanałowego, jednocześnie występuje zjawisko przemieszczania się wlotowej warstwy przyściennej ze ścianki ograniczającej na stronę wypukłą łopatki, rys. 11a. Na skutek działania przepływu wtórnego generowana jest składowa promieniowa prędkości, która powoduje ruch płynu wzdłuż wypukłej powierzchni łopatki, rys. 11b.



Przepływ wzdłuż powierzchni wypukłej oraz środkowej części pióra łopatki pozostaje płaski, [4], [6], [7].

Rys. 11: Obraz przepływu w warstwie przyściennej: a) linie prądu w warstwie przyściennej – przemieszczanie się włotowej warstwy przyściennej na stronę wypukłą łopatki, b) przebieg wybranych linii prądu w warstwie przyściennej na powierzchni wypukłej łopatki, c) wir kanałowy przedstawiony przy pomocy izopowierzchni składowej wirowości liczony względem osi $x, \omega_x = 500 \text{ l/s}$

Niniejszy wywód o sposobie powstawania przepływów wtórnych przy przepływie przez palisady łopatkowe potwierdza jednoznacznie, że wygięcie dodatnie skutkujące głównie zmianą rozkładu ciśnienia wokół profilu w postaci zmniejszenia jego gradientu poprzecznego jest w stanie zredukować wielkość wiru kanałowego. Warto jednak zaznaczyć, że łopatka z ujemnym wygięciem, pomimo tworzenia większych strat przy ścianach ograniczających, charakteryzuje się znacznie pomniejszonymi stratami profilowymi, co doskonale obrazuje rys. 12.

Przyczyną takiego stanu rzeczy może być wielokrotnie już wspominany rozkład ciśnienia wokół profilu. Zamieszczony wykres potwierdza jednocześnie mniejszą ilość strat w obszarze ścianek ograniczających dla dodatniego wygięcia. Widoczne pewne odchylenie kąta wylotowego bierze się ze zmiany kąta odchylenia strugi. W łopatce o wygięciu ujemnym część środkowa wykazuje zwiększenie odchylenia kąta wylotowego. Można to tłumaczyć zmniejszeniem oddziaływania ścianek profilu na płyn poprzez odciążenie łopatki i redukcję prędkości w tym obszarze. Natomiast powodem nierównomierności w rozkładzie prędkości jest wspomniany wcześniej zmienny rozkład obciążenia palisady wzdłuż jej wysokości.



Rys. 12: Rozkład współczynnika strat ciśnienia, kąta wylotowego oraz prędkości wzdłuż promienia w odległości x/b = 1,05 od krawędzi natarcia

5. PODSUMOWANIE

Zaprezentowane rezultaty świadczą, że przy pomocy prostej modyfikacji geometrii możliwe jest zmniejszenie strat w palisadzie łopatkowej poprawiające jednocześnie sprawność maszyny. W przypadku kształtowania szablowego łopatki w kierunku zgodnym z kierunkiem wypływu z wieńca dla zadanej geometrii należy każdorazowo obrać odpowiedni kąt wygięcia w celu redukcji rozmiaru i skali działania przepływów wtórnych zachodzących w obszarach ścianek ograniczających. Natomiast dla wygięcia negatywnego wskazane jest zastosowanie konturowania piasty, które w sposób znaczący potrafi zredukować straty brzegowe [8]. Zabieg ten połączony z kształtowaniem szablowym umożliwia obniżenie straty ciśnienia całkowitego aż o 23%.

Ponieważ turbiny są maszynami wielostopniowymi, problematyczny wydaje się być zmienny rozkład kąta wylotowego wzdłuż długości łopatki, który w przypadku grupy ukształtowanych szablowo łopatek może zredukować zyski ze względu na nierównomierny napływ na profil kolejnych łopatek [9].

Biorąc powyższe czynniki pod uwagę, można jednoznacznie stwierdzić, że metoda kształtowania szablowego łopatek w kierunku obwodowym jest opłacalna z energetycznego punktu widzenia, mimo zwiększonych nakładów pracy potrzebnych do opracowania i optymalizacji takiego układu przepływowego.

LITERATURA

- [1] Harrison S., *The Influence of Blade Lean on Turbine Losses*, Journal of Turbomachinery, **114**(1), 184–190, 1992.
- [2] Perdichizzi A., Dossena V., Incidence Angle and Pitch-Chord Effects on Secondary Flows Downstream of a Turbine Cascade, Journal of Turbomachinery, 26, 383–391, 1993.
- [3] Beer W., Optimisation of a Compound Lean Turbine Blade in a Linear Cascade, 2008.
- [4] Lampart P., Investigation of endwall flows and losses in axial turbines. Part I. Formation of endwall flows and losses, Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 47(2), 321–342, 2009.

- [5] Xun Z., Wanjin H., Zhiqiang L., *Experimental Investigation of Energy Loss in Straight and Bowed Cascades with Aft-loaded Profiles*, Heat Transfer Asian Research, **34**(2), 2005.
- [6] Tuliszka E., Turbiny cieplne: zagadnienia termodynamiczne i przepływowe, WNT, Warszawa 1973.
- [7] Elsner J.W., Aerodynamika palisad topatkowych, Zakład Narodowy im. Ossolińskich, Wrocław 1988.
- [8] Bagshaw D., Ingram G., Gregory-Smith D., Stokes M., Harvey N., *The design of three-dimensional turbine blades combined with profiled endwalls*, Proc. IMechE, Part A: J. Power and Energy, 222, 2008.
- [9] Rosic B., Xu L., Blade Lean and Shroud Leakage Flows in Low Aspect Ratio Turbines, J. Turbomach, 134(3), 2011.
- [10] Schobeiri M., *Turbomachinery Flow Physics and Dynamic Performance*, Springer Science & Business Media, 2004.
- [11] Menter F.R., Zonal Two Equation k-ω Turbulence Models for Aerodynamic Flows, AIAA Paper, 93–2906, 1993.
- [12] Menter F.R., Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications, AIAA Journal, **32**(8), 1994.
- [13] ANSYS CFX-Solver Theory Guide, Release. 15.0., Ansys Inc., 2013.