

METODA MONGE'A W MODELOWANIU HIPERBOLOIDY OBROTOWEJ JAKO STRUKTURY NOŚNEJ

Edwin KOŹNIEWSKI*, Marcin ORŁOWSKI

Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska, Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45A, 15-351 Białystok

Streszczenie: Na podstawie parametrów istniejącej budowli przedstawiono opis geometryczny dwu powierzchni obrotowych hiperboloidy jednopowłokowej i torusa pod kątem konstrukcji trójwymiarowego modelu wirtualnego. Przy tworzeniu modelu wykorzystano metodę rzutów Monge'a, aksonometrię ukośną oraz powinowactwo osiowe.

Słowa kluczowe: hiperboloida jednopowłokowa, torus, metoda Monge'a, aksonometria ukośna, wieża ciśnień.

1. Wprowadzenie

Współczesne metody projektowania geometrii obiektów budowlanych prowadzą często od pomysłu przez konstrukcję modelu trójwymiarowego, którego dalsze kształtowanie w nowoczesnej technologii BIM (*Building Information Modelling*) jest wirtualne, bądź w wersji klasycznej prowadzi przez takie etapy, jak analizy wytrzymałościowe, dobór materiałów, wymiarowanie, wykonanie rzutów ortogonalnych, wydruki i technologia wykonania. Niezależnie od przyjętych technik projektowania i technologii produkcji budowlanej, projektant i wykonawca powinni jednak znać teoretyczne podstawy geometrii obiektów geometrycznych i komputerowe implementacje funkcji ich tworzenia. Tworzenie struktury geometrycznej obiektu przebiega na zmianę poprzez konstrukcje geometryczne płaskie (2D), jak i trójwymiarowe (3D) (Kozniewski i Orłowski, 2011). Na przykładzie hiperboloidy obrotowej taką konstrukcję, także w kontekście praktycznej ilustracji tworzenia modelu obiektu budowlanego, autorzy prezentują w niniejszej pracy. Narracja prezentowanego tematu zastała pomyślana, jako okazja do omówienia podstawowych właściwości geometrycznych hiperboloidy obrotowej z wykorzystaniem powinowactwa osiowego.

2. Przykłady istniejących w świecie obiektów o hiperboloidalnej strukturze nośnej

Hiperboloida obrotowa, nieprzerwanie od wielu lat stanowi inspirację dla architektów do wykorzystania jej jako struktury nośnej budowli. Wśród znanych obiektów, gdzie w konstrukcji wykorzystano interesujące właściwości hiperboloidy obrotowej można odnaleźć przede wszystkim: chłodnie kominowe, wieże ciśnień,

wieże widokowe czy świątynie. Wśród nich znajdujemy obiekty takie, jak: najstarsza w świecie wieża ciśnień o konstrukcji nośnej w kształcie jednopowłokowej hiperboloidy obrotowej z roku 1896, zaprojektowana przez Vladimira Shukhova i zbudowana w Niżnym Nowogrodzie w Rosji (Pottmann i in., 2007); zaprojektowana przez Takeo Naka i Koichi Ito wieża portowa w Kobe, w Japonii (Pottmann i in., 2007); Katedra Matki Bożej z Aparecidy w Brasilii, którą zaprojektował Oscar Niemeyer we współpracy z Gordonem Bunshaftem, konsekrowana w roku 1970 (Cruwys i Riffenburgh, 1999); wieża ciśnień w Ciechanowie zaprojektowana przez Jerzego Michała Bogusławskiego w 1972 roku (Bogusławski i in., 1976; Korzybski, 2000); Aspire Tower według projektu Hadi Simana zbudowana w latach 2005-2007 jako symbol Igrzysk Azjatyckich w 2006 roku w Doha, w Katarze (Pottmann i in., 2007) czy wreszcie wieża widokowa „Kaszubskie Oko” zbudowana w Gniewinie w roku 2006, gdzie geometryczne elementy hiperboloidy są stężeniami (odciągami linowymi) konstrukcji (www.kaszubybezbarier.pl).

3. Model 3D geometrycznej konstrukcji wieży ciśnień w Ciechanowie

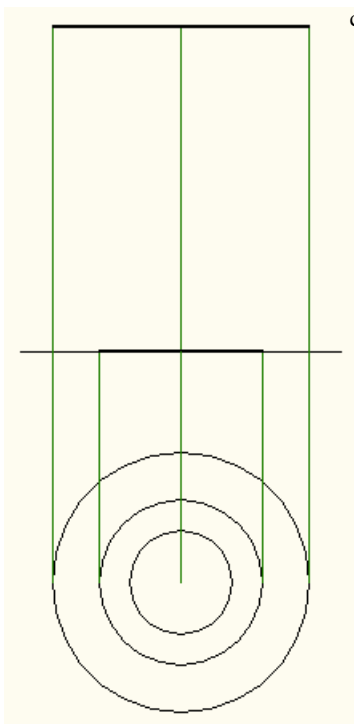
Kanwą do omówienia technologii projektowania geometrii kształtu, wprowadzenia ważnych pojęć i obiektów geometrycznych, mogą być istniejące obiekty budowlane. W niniejszej pracy, do geometrycznego opisu powierzchni i brył obrotowych, posłużyła budowla o konstrukcji stalowej – wieża ciśnień (wieżowy zbiornik wyrównawczy) w Ciechanowie (rys. 1a) zaprojektowana przez warszawskiego architekta Jerzego Michała

* Autor odpowiedzialny za korespondencję. E-mail: e.kozniewski@pb.edu.pl

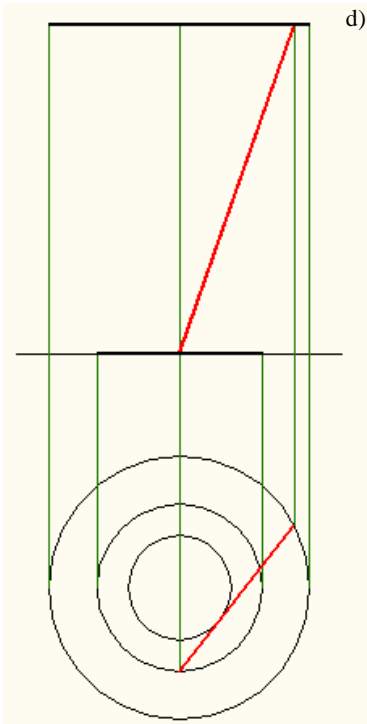
a)



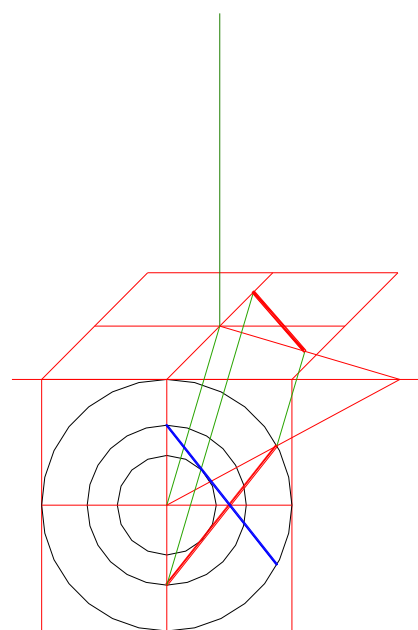
b)



c)



d)



Rys. 1. Konstrukcja hiperboloidy obrotowej: a) wieża ciśnieni w Ciechanowie (fot. E. Koźniewski); b) założenia do konstrukcji tworzących hiperboloidy w rzutach prostokątnych; c) idea konstrukcji tworzących hiperboloidy; d) zastosowanie powinowactwa do wyznaczenia końców tworzącej (powinowactwo, podobnie jak symetria osiowa, zmienia orientację płaszczyzny; stąd wykorzystanie dwu symetrycznych rzutów poziomych)

Bogusławskiego w 1972 roku przy współudziale konstruktorów: dr. Jerzego Wiblika, Stanisława Gajownicza oraz Bohdana Szczeszeke. Technologię opracował inż. Stanisław Majkowski. Projekt wykonano w Biurze Projektowo-Badawczym Budownictwa „Miastoprojekt Mazowsze” w Warszawie przy współpracy Politechniki Warszawskiej. Budowla otrzymała w 1977 roku nagrodę Ministra Budownictwa i Przemysłu Materiałów Budowlanych (Bogusławski i in., 1976; Korzybski, 2000).

Elementy wieży układają się w podstawie na okręgu o średnicy 11,25 m, średnica górnego pierścienia nośnego ma długość 17,7 m, a wysokość części nośnej (hiperboloidalnej) wynosi 22 m. Okrąg zwężenia ma średnicę około 7 m (w modelu przyjęto 7 m). Zestaw rur nośnych stanowią dwie rodziny, po 32 w każdej; średnica rury nośnej jest równa 20 cm. Zbiornik w kształcie torusa ma wymiary: średnica 17,7 m oraz średnica tuby 6 m. Pojemność planowana torusa powinna wynosić 1560 m³, a przyjmując te dane otrzymuje się objętość 1572 m³. Średnicę pierścienia nośnego w modelu przyjęto 30 cm, średnicę pierścieni wzmacniających przyjęto taką samą jak rur nośnych, a wysokość słupków barierki przyjęto równą 1,2 m; średnicę słupków i barierki – 4 cm (Bogusławski i in., 1976).

3.1. *Etapy projektowania modelu na płaszczyźnie i interakcyjny opis parametrów geometrii hiperboloidy obrotowej*

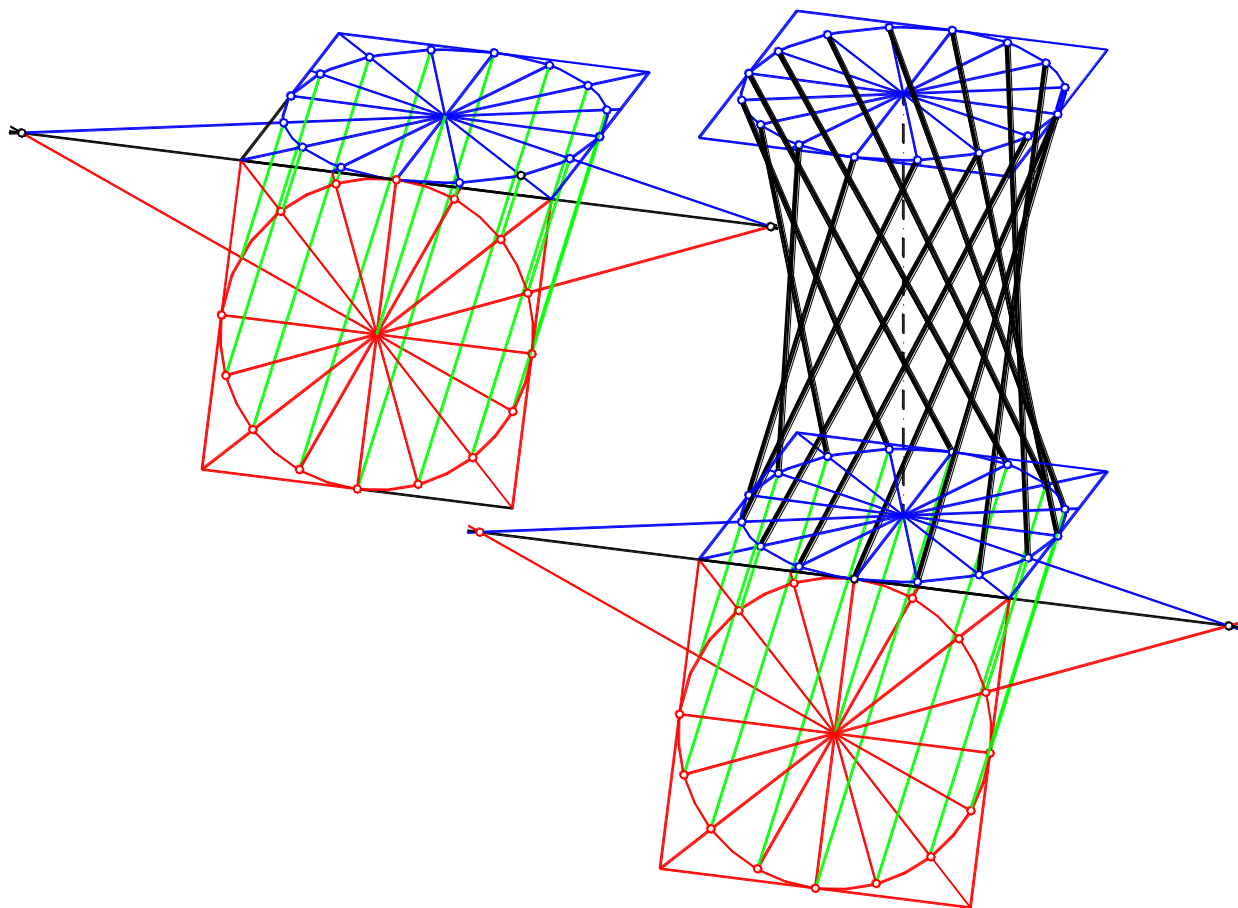
Podstawowymi parametrami fragmentu jednopowłokowej hiperboloidy obrotowej, jednoznacznie ją określającymi, są promienie trzech współosiowych okręgów: okręgu podstawy, okręgu zwężenia, okręgu górnego oraz wysokość hiperboloidy. Warto zauważyć, że elementy te określają jednoznacznie hiperboloidę w całości. Takie elementy przyjmowane są najpierw w układzie rzutni Monge'a (rys. 1b). Wystarczy przyjąć rzuty poziome trzech okręgów i rzuty pionowe dwóch okręgów (rys. 1b). Położenie rzutu pionowego okręgu zwężenia jest wyznaczalne poprzez konstrukcję w rzucie poziomym z dowolnego punktu rzutu okręgu podstawy odcinka prostej stycznej do okręgu zwężenia i odpowiednio jej rzutu pionowego (rys. 1c). Dalsze etapy projektowania modelu wyznacza liczba przyjętych tworzących hiperboloidy (prętów konstrukcji nośnej). W rzeczywistej strukturze budowli jest ich 32. Dla wyjaśnienia struktury przestrzennej modelu na płaszczyźnie (w wizualizacji aksonometrycznej) można posłużyć się przekształceniem – powinowactwem osiowym (materiały.wb.pb.edu.pl). W aspekcie dydaktycznym technologii projektowania, jest to znakomita okazja do wprowadzenia tego pojęcia (rys. 1d). Przekształcenie to używane jest do podziału elipsy na 32 odcinki łuków tej elipsy odpowiadające równomiernemu podziałowi okręgu na 32 łuki jednakowej długości i narysowanie 32 tworzących odcinka hiperboloidy. Autorzy pomijają tu szczegółową

(poniekąd standardową) konstrukcję 2D, którą w tej postaci można znaleźć w materiałach dydaktycznych jednego ze współautorów niniejszej pracy (materiały.wb.pb.edu.pl). Podają jednak dość szczegółowy rysunek, który może być zachętą do odwiedzenia powyższej strony, gdzie można znaleźć wiele konstrukcji zredagowanych w formie „filmów rysunkowych”. Owe sekwencje rysunków ilustrujące zawsze algorytm geometryczny stanowią główny trzon wykładu. Rysunek 2 jest właśnie ukoronowaniem sekwencji konstrukcji eksponujących znaczenie powinowactwa osiowego.

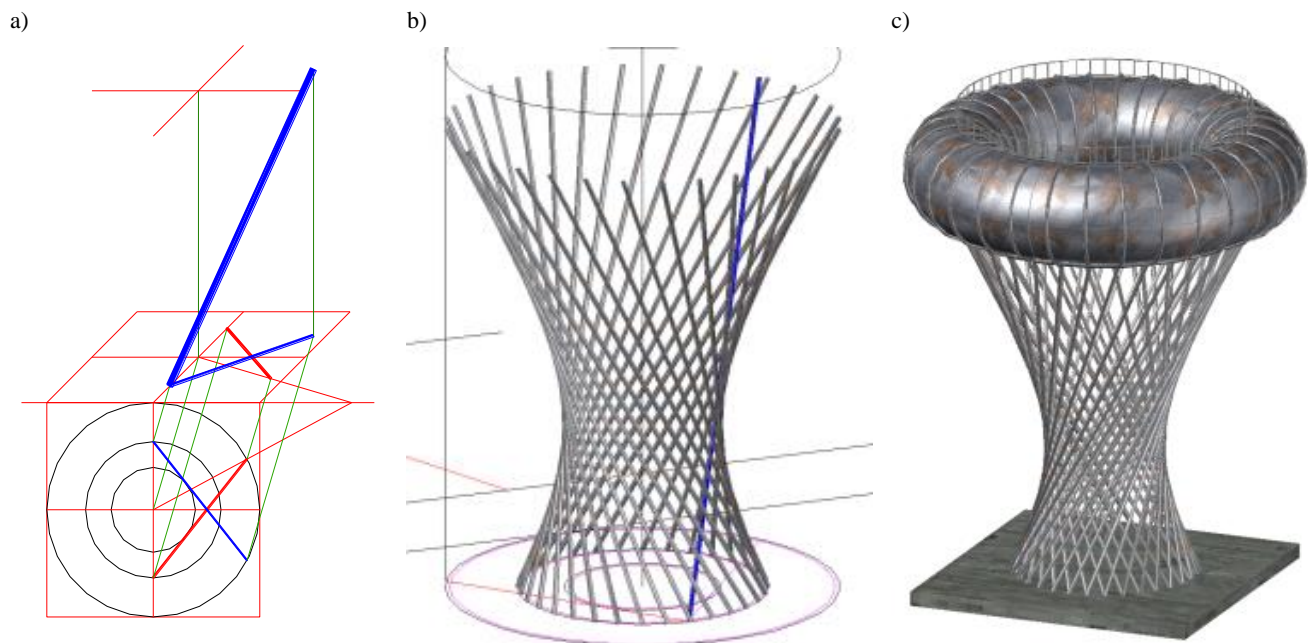
Realizacja zadania obejmuje: wykonanie rysunków 32 (16, 12 lub 8) tworzących jednej rodziny w 2D ołówkiem (lub za pomocą programu AutoCAD) w rzutach Monge'a (rys. 1c). Następnie narysowanie tych tworzących w aksonometrii, na przykład kawalerskiej z wykorzystaniem powinowactwa osiowego (rys. 1d, 2, 3a). W przypadku wykonywania rysunku aksonometrycznego w programie AutoCAD i zamiaru narysowania elipsy warto skorzystać z konstrukcji wyznaczenia tak zwanych kierunków głównych powinowactwa lub metody Ritza konstrukcji osi elipsy na podstawie średnic sprzężonych. Wszystko po to, by móc narysować, zadaną przez średnice sprzężone, elipsę w oparciu o wyznaczone wcześniej jej osie (materiały.wb.pb.edu.pl). Brak możliwości rysowania w programie AutoCAD elipsy w oparciu o średnice sprzężone i pozostałych stożkowych stanowił pewien niedostatek dla użytkowników. Stąd, jeden ze współautorów niniejszego artykułu już w 1994 roku opracował, w interpreterze AutoLISP, polecenia rysujące stożkowe. W szczególności, polecenie rysujące parabolę (łuk paraboli) według wskazanych parametrów: początku i końca, punktu styczności, stycznej i kierunku osi okazało się niezwykle użyteczne do konstruowania diagramów Voronoi dla wielokąta. Z uwagi na zamiar uczynienia przedstawianej propozycji uniwersalną, gdzie wykorzystywane jest powinowactwo osiowe, autorzy nie proponują skorzystania ze wspomnianego polecenia. Zwłaszcza, że w omawianym przykładzie nie tyle chodzi o narysowanie elipsy, co o jej podział na takie części, które odpowiadają równomiernemu podziałowi okręgu na określoną liczbę łuków.

3.2. *Etapy projektowania modelu 3D*

Tak przygotowany rysunek płaski (rys. 1c) umożliwia konstrukcję, w środowisku oprogramowania AutoCAD, odcinka 3D linii prostej, obrazującego tworzącą kreowanego modelu wycinka hiperboloidy (rys. 1b) za pomocą polecenia LINE/LINIA z użyciem filtrów geometryczno-liczbowych typu 'xy'. Zatem model powstaje bez zbędnego wyprowadzania złożonych wzorów opisujących równania hiperboloidy, jako powierzchni obrotowej. Mając geometryczną tworzącą (rys. 3a → 2D) w 3D (rys. 3b) można skonstruować walec (rurę nośną) o średnicy 20 cm, na przykład



Rys. 2. Powinowactwo w zastosowaniu do podziału elipsy na 32 odcinki łuków tej elipsy odpowiadające równomiernemu podziałowi okręgu na 32 łuki jednakowej długości i narysowanie 32 tworzących odcinka hiperboloidy



Rys. 3. Etapy tworzenia modelu 3D: a) tworząca hiperboloidy w aksonometrii (2D); b) wizualizacja jednej rodziny 32 tworzących modelu 3D oraz jednej tworzącej drugiej rodziny; c) model 3D wieży ciśnieniowej zrealizowany w programie AutoCAD 2013

za pomocą polecenia PRZECIĄgnięcie/SWEEP, a następnie dokonać 32-krotnego powielenia za pomocą polecenia Szyk 3D/3D ARRAY (Pikoń, 2014). W celu otrzymania drugiej rodziny tworzących hiperboloidy jednopowłokowej trzeba skonstruować trzy dodatkowe okręgi uwzględniając przekrój rur nośnych. Zmniejsza się odpowiednio promień okręgu podstawy i okręgu górnego i zwiększa promień okręgu zwężenia o wartość promienia rury nośnej (w przybliżeniu), zaś dokładną wartość można obliczyć lub wyznaczyć konstruując odpowiednią elipsę przekroju rury, uwzględniając kąt nachylenia tworzącej. Dalsze konstrukcje elementów modelu, to tworzenie walca za pomocą polecenia PRZECIĄgnięcie/SWEEP lub WALEC/CYLINDER i torusa za pomocą polecenia PRZECIĄgnięcie/SWEEP po odpowiednim okręgu lub bezpośrednio za pomocą polecenia TORUS/TORUS. Przy czym, pozornie bardziej złożona konstrukcja za pomocą polecenia PRZECIĄgnięcie/SWEEP jest bardziej naturalna i ściślej związana z elementami budowanej etapami struktury.

4. Podsumowanie

Omówienie własności obiektu geometrycznego w oparciu o istniejące w rzeczywistości struktury budowlane ma w projektowaniu istotne walory dydaktyczne. Obok pretekstu do zastosowania metody Monge'a i wykorzystania powinowactwa osiowego w celu przygotowania płaskiej wizualizacji obiektu (aksonometrii) stwarza w sposób naturalny znakomitą okazję do omówienia wielu zagadnień/poleceń modelowania 3D w programie AutoCAD. W szczególności jest to: rysowanie linii 3D z użyciem filtrów; wielokrotne skorzystanie z polecenia PRZECIĄgnięcie/SWEEP; wielokrotne skorzystanie z polecenia Szyk 3D/3D ARRAY; TORUS/TORUS; RENDER@MATERIAL BROWSER/RENDERUJ@MATERIAŁY (Pikoń, 2014). W przypadku zamiaru wykorzystania modelowania wieży w projektowaniu

wskazane byłoby napisanie nakładki, na przykład w interpreterze AutoLISP, zawierającej funkcję z określoną liczbą parametrów tworzącą model 3D. Poprzez możliwość tworzenia różnych wariantów, nakładka byłaby szczególnie użyteczna w optymalizacji konstrukcji obiektu na etapie projektowania.

Literatura

- Bogusławski J. M., Gajowniczek S., Szczeszek B., Wiblik J. (1976). Zbiornik na wodę w Ciechanowie. *Architektura*, 3/1976.
- Cruwys E., Riffenburgh B. (1999). Najpiękniejsze katedry świata (ang. Cathedras of the World). *Penta*, Warszawa, 176-177.
- Korzybski J. K. (2000). Ciechanowskie pamiątki przeszłości. *Towarzystwo Miłośników Ziemi Ciechanowskiej*, Ciechanów.
- Koźniewski E., Orłowski M. (2011). From 2D Mongean Projection to 3D Model in AutoCAD. *The Journal Biuletyn of Polish Society for Geometry and Engineering Graphics*, Vol. 22, 49-54.
- Pikoń A. (2014). AutoCAD wersja 2013. *Helion*, Gliwice.
- Pottmann H., Asperl A., Hofer M., Kilian A. (2007). *Architectural Geometry*. Bentley Institute Press, Exton.
- http://materialy.wb.pb.edu.pl/edwinkozniewski/files/2014/04/wyk_05A.pdf, dostęp 4-03-2016.
- <http://www.kaszubybezbarier.pl/Baza-atrakcji/GNIEWINO-Wieza-widokowa-Kaszubskie-Oko>, dostęp 4-03-2016.

THE MONGE METHOD IN MODELLING OF ONE-SHEET HYPERBOLOID AS A SUPPORTING STRUCTURE

Abstract: On the basis of the parameters of the existing building the description of one-sheet hyperboloid and a torus were presented. This description from 3D modelling view point was carried out. During the creation of 3D model the Monge method, axonometry and affinity transformations were used.