

Mariusz LEUS*, Paweł GUTOWSKI*

ANALIZA WPLYWU PARAMETRÓW DRGAŃ STYCZNYCH I PRĘDKOŚCI POŚLIZGU NA SIŁĘ TARCIA W RUCHU ŚLIZGOWYM

**ANALYSIS OF THE INFLUENCE OF PARAMETERS
OF TANGENTIAL VIBRATIONS AND VELOCITY OF DRIVE
ON FRICTION FORCE IN SLIDING MOTION**

Słowa kluczowe

redukcja siły tarcia, drgania, modelowanie

Key words

friction force reduction, vibrations, modelling

Streszczenie

W pracy przedstawiono wyniki analiz symulacyjnych i badań doświadczalnych wpływu kierunku i parametrów drgań stycznych oraz prędkości poślizgu na siłę tarcia i siłę napędu w ruchu ślizgowym. Omówiono wykorzystane w analizach symulacyjnych oryginalne, dynamiczne modele obliczeniowe. Wykazano, że siła tarcia w ruchu ślizgowym, w obecności drgań stycznych, w istotny sposób

* Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie, Katedra Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn, Al. Piastów 19, 70-310 Szczecin, Polska, e-mail: mariusz.leus@zut.edu.pl; pawel.gutowski@zut.edu.pl.

zależy od prędkości poślizgu. Uzyskano bardzo dobrą zgodność wyników analiz symulacyjnych i badań doświadczalnych.

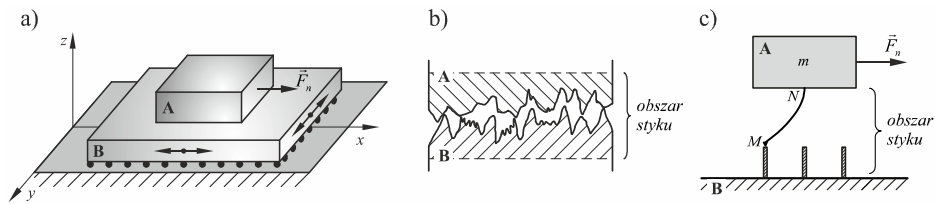
WPROWADZENIE

Drgania wywierają złożony i zróżnicowany wpływ na siłę tarcia. Wprowadzenie ich w obszar styku dwóch ciał może w znaczący sposób obniżyć siłę niezbędną do wywołania ruchu względnego tych ciał i do podtrzymania tego ruchu. Tam, gdzie występuje potrzeba utrzymania dużych sił tarcia, np. w połączeniach zaciskowych, zjawisko to jest niepożądane, natomiast wszędzie tam, gdzie realizowany jest przesuw jednego ciała po drugim wprowadzenie drgań w obszar styku może nie tylko zmniejszyć opory ruchu, ale, co więcej, może poprawić jego stabilność poprzez redukcję lub całkowitą eliminację zjawiska stick-slipu. Poziom redukcji siły tarcia pod wpływem drgań, może być różny. Zależy on zarówno od parametrów drgań, takich jak: częstotliwość i amplituda, jak i od parametrów ruchu, a także od czynników determinujących sztywność styku, takich jak: wielkość nacisków powierzchniowych, chropowatość stykających się powierzchni, rodzaj materiałów, z jakich wykonana jest para cierna.

W pracy przedstawiono wyniki analiz symulacyjnych i badań doświadczalnych wpływu amplitudy i częstotliwości drgań oraz prędkości poślizgu na siłę tarcia w ruchu ślizgowym przy drganiach stycznych zgodnych z kierunkiem poślizgu, jak i przy drganiach prostopadłych do tego kierunku. Badania wykonano dla styku stal–stal o ściśle określonej sztywności. W analizach symulacyjnych wykorzystano oryginalne, dynamiczne modele obliczeniowe szczegółowo opisane w pracach [L. 1 i 2]. W modelach tych do opisu siły tarcia wykorzystano dynamiczne modele tarcia Dahla [L. 3] i Duponta [L. 4]. Badania doświadczalne wykonano na specjalnie w tym celu zbudowanych stanowiskach badawczych [L. 5, 6]. Uzyskano bardzo dobrą zgodność wyników analiz modelowych i badań doświadczalnych.

RZECZYWISTY STYK I JEGO MODEL

W opracowanych modelach przyjęto, że strefa styku przesuwanego ciała i podłoża tworzona przez stykające się ze sobą występy chropowatości jest strefą odkształcalną i może być modelowana jednym, zastępczym, nieliniowym, prętowym elementem sprężysto-tłumiącym MN (**Rys. 1**) modelującym sztywność i tłumienie styku w kierunku stycznym.

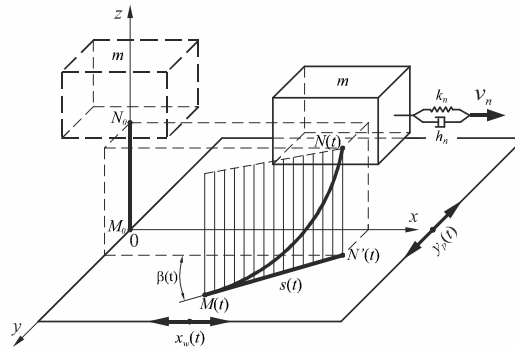


Rys. 1. Modelowanie styku: a) para cierna, b) rzeczywisty styk, c) fizyczny model styku

Fig.1. Modelling of the contact zone: a) frictional pair, b) real contact, c) physical model of the contact

Odształcenie sprężyste s tej strefy w dowolnej chwili t może być przedstawione jako wynik przemieszczania się końców M i N tego elementu. Mierzone jest ono w płaszczyźnie poślizgu. Może więc być określone za pomocą współrzędnych punktów M i N' (**Rys. 2**), gdzie N' jest rzutem punktu N na płaszczyznę poślizgu. Można więc napisać:

$$s(t) = \{ [N'_x(t) - M_x(t)]^2 + [M_y(t) - N'_y(t)]^2 \}^{1/2} \quad (1)$$



Rys. 2. Modelowanie odkształcenia styku w płaszczyźnie poślizgu

Fig. 2. Modelling of the contact strain in the plane of sliding

Kierunek tego odkształcenia w dowolnej chwili t jest zgodny z kierunkiem ruchu względnego i z kierunkiem prędkości względnej v_r przesuwanego ciała i podłoża. W przypadku drgań wzdłużnych pokrywa się on z kierunkiem ruchu makroskopowego tego ciała, natomiast w przypadku drgań poprzecznych oscyluje wokół tego kierunku i w dowolnej chwili określony jest kątem $\beta = \beta(t)$ (**Rys. 2**). Na tym też kierunku leży wektor siły tarcia \vec{F}_t . Do opisu tej siły wykorzystano dynamiczne modele tarcia Dahla i Duponta, w których zakłada się, że siła tarcia jest proporcjonalna do wielkości sprężystego odkształcenia s styku w kierunku poślizgu, a więc:

$$F_T = k_t \cdot s \quad (2)$$

Ponadto w modelach tych zakłada się, że szybkość zmian odkształcenia sprężystego s zależy od sztywności stykowej styku k_t i od prędkości względnej v_r przesuwanego ciała i podłoża. Ogólną postać tej zależności można opisać równaniem:

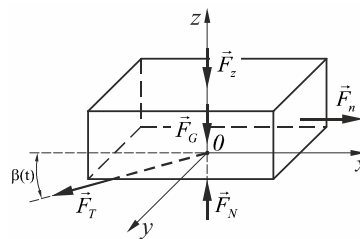
$$\frac{ds}{dt} = v_r \left[1 - \gamma(s, v_r) \frac{k_t}{\mu \cdot N} \operatorname{sgn}(v_r) s \right]^\kappa \quad (3)$$

Wartość funkcji $\gamma(s, v_r)$ w modelu Duponta zależy od wielkości odkształcenia sprężystego s . Odpowiednie zależności podane są w pracy [L. 4]. W modelu Dahla wartość tej funkcji równa jest 1. Wartość wykładnika potęgi κ we wzorze (3) zależy od rodzaju materiału [L. 7]. W opracowanym modelu przyjęto $\kappa = 1$. Prędkość względną przy drganiach wzdłużnych wyznacza się wprost z zależności:

$$v_r = \dot{x} - \dot{u} \quad (4)$$

gdzie: \dot{x} – prędkość przesuwanego ciała, \dot{u} – prędkość drgań podłoża.

Przy drganiach poprzecznych problem wyznaczania wartości i kierunku prędkości względnej jest znacznie bardziej złożony. Został on szczegółowo omówiony w pracy [L. 2]. Wektor siły tarcia \vec{F}_T (Rys. 3) w ruchu przy drganiach poprzecznych oscyluje, podobnie jak i wektor prędkości względnej, wokół kierunku ruchu makroskopowego. Stąd wzdłuż linii przesuwu działa tylko część siły tarcia – jej składowa \vec{F}_{Tx} .



Rys. 3. Rozkład sił rzeczywistych działających na przesuwane ciało

Fig. 3. Distribution of real forces acting on the shifted body

Wektorowe równanie ruchu przesuwanego ciała w układzie odniesienia $Oxyz$, przy oznaczeniach jak na Rys. 3, ma postać:

$$m\vec{a} = \vec{F}_n + \vec{F}_z + \vec{F}_G + \vec{F}_T + \vec{F}_N \quad (5)$$

gdzie: m – masa przesuwanego ciała, \vec{a} – jego przyspieszenie, \vec{F}_n – siła napędu, \vec{F}_z – wektor obciążenia zewnętrznego, \vec{F}_G – siła ciężkości, \vec{F}_T – siła tarcia, \vec{F}_N – reakcja normalna podłoża. Z równania tego otrzymuje się skalarowe równania ruchu. Równania te w kierunku osi Ox i Oy mają postać:

$$m\ddot{x} = F_n - F_T \cdot \cos \beta \quad (6)$$

i

$$m\ddot{y} = F_T \cdot \sin \beta \quad (7)$$

Siłę napędu wyznacza się z zależności:

$$F_n = k_n \cdot (v_n t - x) \quad (8)$$

W przypadku drgań wzdłużnych ruch w kierunku osi Oy nie występuje, gdyż wektory prędkości drgań \vec{u} i prędkości napędu \vec{v}_n są kolinearne (kąt $\beta = 0$). Stąd, w przypadku tych drgań, ruch przesuwanego ciała opisuje tylko jedno równanie ruchu, które może być zapisane w postaci:

$$m\ddot{x} = F_n - F_T \quad (9)$$

Sposób wyznaczania odkształcenia sprężystego s co do wartości i kierunku w przypadku drgań poprzecznych opisany jest szczegółowo w pracy [L. 2].

Na podstawie podanych wyżej zależności opracowane zostały w środowisku Matlab/Simulink programy obliczeniowe, które umożliwiają wyznaczenie chwilowych przebiegów siły tarcia w ruchu ślizgowym dla zadanych parametrów styku (sztywność styku k_r) i zadanej prędkości napędu v_n przy znanych parametrach drgań (amplituda i częstotliwość). Średnia wartość \tilde{F}_{Tx} składowej siły tarcia \vec{F}_{Tx} wzdłuż osi zgodnej z kierunkiem napędu (oś Ox) w czasie jednego okresu drgań odpowiada wartości siły napędu niezbędnej do wprawienia ciała w ruch ślizgowy i utrzymania tego ruchu. W przypadku drgań wzdłużnych jest to średnia wartość siły tarcia. Wartość tę można wyznaczyć z zależności:

$$\tilde{F}_{Tx} = F_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n F_{Tx_i}(t + \Delta t_i) \quad (10)$$

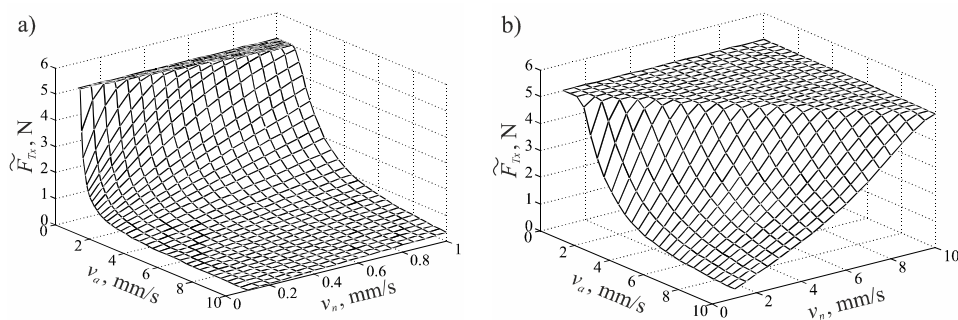
gdzie: n – liczba przedziałów czasowych Δt , na jakie podzielony został jeden okres drgań T :

$$n = \frac{T}{\Delta t} = \frac{1}{f \cdot \Delta t} \quad (11)$$

gdzie: f – częstotliwość drgań.

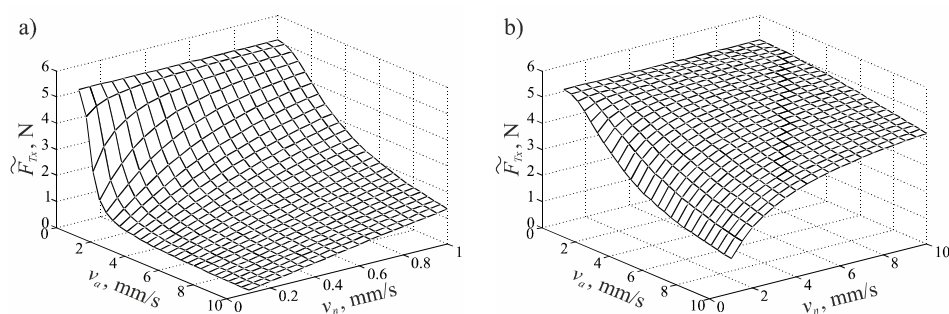
ANALIZY SYMULACYJNE

Wykorzystując opracowane modele, przeprowadzono analizy symulacyjne zależności średniej siły tarcia równoważnej sile napędu, niezbędnej do wprawienia ciała w ruch ślizgowy i utrzymania tego ruchu, od parametrów drgań wymuszonych podłoża i od prędkości napędu. Analizy te przeprowadzono zarówno dla drgań wzdłużnych, jak i poprzecznych. Przykładowe wyniki przedstawiono na **Rys. 4** i **5**. W analizach przyjęto następujące dane: częstotliwość drgań podłoża $f = 3000$ Hz, wartość nacisków powierzchniowych $p_n = 0,022$ N/mm², wartość współczynnika sztywności kontaktowej stycznej styku $k_t = 67,29$ N/μm, sztywność napędu $k_n = 0,92$ N/μm, współczynnik tarcia statycznego $\mu = 0,193$. Przyjęte wartości współczynników p_n , k_n , k_t , μ wyznaczone zostały doświadczalnie na stanowiskach badawczych, na których przeprowadzono weryfikacyjne badania doświadczalne. Obliczenia przeprowadzono z wykorzystaniem modelu tarcia Dahla.



Rys. 4. Zależność średniej siły tarcia \tilde{F}_{Tx} od amplitudy prędkości drgań v_a i prędkości napędu v_n przy drganiach wzdłużnych: a) $v_n = 0 \div 1$ mm/s, b) $v_n = 1 \div 10$ mm/s

Fig. 4. Dependence of average friction force \tilde{F}_{Tx} on amplitude of vibration velocity v_a and sliding velocity v_n at longitudinal vibrations: a) $v_n = 0 \div 1$ mm/s, b) $v_n = 1 \div 10$ mm/s



Rys. 5. Zależność średniej siły tarcia \tilde{F}_{Tx} od amplitudy prędkości drgań v_a i prędkości napędu v_n przy drganiach poprzecznych: a) $v_n = 0 \div 1$ mm/s, b) $v_n = 1 \div 10$ mm/s

Fig. 5. Dependence of average friction force \tilde{F}_{Tx} on amplitude of vibration velocity v_a and sliding velocity v_n at transverse vibrations: a) $v_n = 0 \div 1$ mm/s, b) $v_n = 1 \div 10$ mm/s

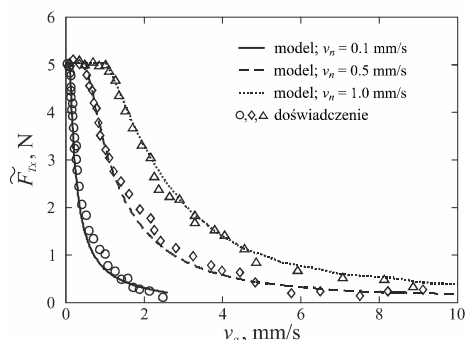
Z przedstawionych wyników widać, że w obydwu przypadkach wprowadzenie drgań w obszar styku spowodowało obniżenie wartości siły napędu niezbędnej do wprawienia ciała w ruch ślizgowy i utrzymania tego ruchu. Nastąpiła więc redukcja siły tarcia. Redukcja ta jest tym większa, im wyższa jest amplituda drgań wymuszonych. W obydwu analizowanych wariantach zwiększenie prędkości przesuwu (prędkości napędu) skutkowało zmniejszeniem poziomu redukcji siły tarcia powodowanej wprowadzonymi drganiami.

Z porównania przebiegów przedstawionych na **Rys. 4 i 5** widać zasadniczą różnicę w skutkach oddziaływania drgań wzdłużnych i drgań poprzecznych na siłę tarcia w ruchu ślizgowym. Przy drganiach wzdłużnych redukcja występuje dopiero przy amplitudach prędkości drgań v_a większych od prędkości napędu v_n . Przy drganiach poprzecznych ograniczenia takiego nie ma. Jednak przy drganiach wzdłużnych, po spełnieniu warunku $v_a > v_n$, wpływ drgań na średnią siłę tarcia (siłę napędu) jest znacznie większy niż przy drganiach poprzecznych.

BADANIA DOŚWIADCZALNE

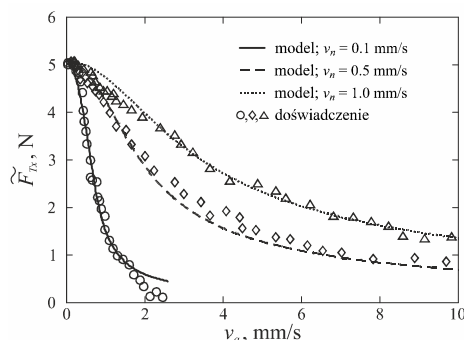
Wyniki badań symulacyjnych zweryfikowano, przeprowadzając odpowiednie badania doświadczalne. Badania te przeprowadzono na stanowiskach badawczych szczegółowo opisanych w pracach [**L. 5 i 6**]. Przykładowe wyniki ukazano na **Rys. 6 i 7**. Na rysunkach tych przedstawiono wykresy zmian siły napędu – średniej siły tarcia, w funkcji amplitudy prędkości drgań v_a dla trzech prędkości napędu v_n równych: 0,1, 0,5 i 1,0 mm/s. Liniami przedstawione są przebiegi wyznaczone analitycznie, z wykorzystaniem opracowanych modeli, a na ich tle naniesione są punktowo przebiegi określone w sposób doświadczalny. Przebiegi te wyznaczono przy naciskach powierzchniowych równych

$p_n = 0,022 \text{ N/mm}^2$ i częstotliwości drgań równej $f = 3000 \text{ Hz}$. Widać bardzo dobrą zgodność wyników analiz modelowych i badań doświadczalnych.



Rys. 6. Porównanie wyników analiz symulacyjnych i badań doświadczalnych wpływu drgań wzdłużnych na średnią siłę tarcia w ruchu ślizgowym

Fig. 6. Comparison of simulation and experimental tests results of the longitudinal vibration effect on mean friction force in sliding motion



Rys. 7. Porównanie wyników analiz symulacyjnych i badań doświadczalnych wpływu drgań poprzecznych na średnią siłę tarcia w ruchu ślizgowym

Fig. 7. Comparison of simulation and experimental tests results of the transverse vibration effect on mean friction force in sliding motion

Z przedstawionych wykresów widać bardzo dobrą zgodność wyników badań doświadczalnych i obliczeń symulacyjnych, co świadczy o poprawności opracowanych modeli i dokładności przeprowadzonych badań doświadczalnych.

PODSUMOWANIE

Przeprowadzone analizy symulacyjne i badania doświadczalne wykazały, że wpływ drgań na siłę tarcia w ruchu ślizgowym jest bardzo złożony. Ewentualne wykorzystanie drgań do sterowania tą siłą wymaga wyznaczenia funkcyjnych związków poziomu siły tarcia nie tylko z parametrami drgań, takimi jak częstotliwość i amplituda, ale również związku z prędkością poślizgu. Należy przy tym pamiętać, że związki te są funkcją sztywności styku, a więc zależą od rodzaju materiału pary ciernej, chropowatości stykających się powierzchni i wielkości nacisków powierzchniowych [L. 8].

LITERATURA

1. Gutowski P., Leus M.: The effect of longitudinal tangential vibrations on friction and driving forces in sliding motion. *Tribology International*, 55(2012), s. 108–118.

2. Gutowski P., Leus M.: Computational model for friction force estimation in sliding motion at transverse tangential vibrations of elastic contact support. *Tribology International*, 2015, w druku.
3. Dahl P.: Solid friction model. Technical Report. TOR-0158H3107-181-1. The Aerospace Corporation. El Segundo, CA, 1968.
4. Dupont P. et al.: Single state elasto-plastic friction models. *IEEE Transactions of Automatic Control*. Vol. 47, No. 5, 2002, s. 787–792.
5. Leus M., Gutowski P.: The analysis of longitudinal tangential contact vibration effect on friction force using Coulomb and Dahl models. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 46, 1, 2008, s. 171–184.
6. Leus M., Gutowski P.: Doświadczalne i symulacyjne analizy wpływu drgań stycznych poprzecznych na siłę tarcia w ruchu ślizgowym. *Modelowanie Inżynierskie*, tom 16, nr 47, 2013, s. 129–133.
7. Bliman P.A.: Mathematical study of the Dahl's friction model. *European Journal of Mechanics, A/Solids*, 1992, 11(66), s. 835–48.
8. Gutowski P., Leus M.: Wpływ parametrów drgań stycznych wzdłużnych i sztywności styku na poziom redukcji siły napędu w ruchu ślizgowym. *Tribologia*, nr 4/2011, vol. 238, s. 113–123.

Praca niniejsza została w dużej części wykonana w ramach projektu badawczego własnego nr N N501 212340 finansowanego przez Narodowe Centrum Nauki w Krakowie.

Summary

The simulation analyses and experimental tests results of the influence of the direction and parameters of tangential vibrations and the velocity of drive on friction and driving forces in sliding motion are presented in this paper. The original computational dynamic models were used in simulation analyses. These models are described with additional comments. Very good consistency of simulation analyses and experimental tests results were achieved. It was demonstrated that the friction force in sliding motion in the presence of tangential vibrations strongly depends of sliding velocity.

