



Sebastian GŁOWIŃSKI

MODEL MATEMATYCZNY TORU LOTU FOTEŁA KATAPULTOWEGO

Streszczenie

W artykule przedstawiono model matematyczny toru lotu fotela katapultowego w układzie symetrycznym. Metodą analityczną wyznaczono składowe prędkości i przemieszczenia w funkcji czasu. Opracowany model uwzględnia zmianę gęstości powietrza w funkcji wysokości oraz zmianę przyspieszenia ziemskiego w zależności od szerokości geograficznej i wysokości lotu fotela. Określono wartość przeciążenia działającego na pilota w kierunku klatka piersiowa – plecy po wyjściu fotela z prowadnic w funkcji wysokości i prędkości lotu statku powietrznego.

WSTĘP

Jednym z istotnych zagadnień związanym z lotem statku powietrznego jest problem ratowania życia ludzkiego w sytuacji awaryjnej. Podczas niesprawności statku powietrznego niejednokrotnie pilot zmuszony jest do opuszczenia kabiny i bezpiecznego lądowania na ziemi. Podstawowym urządzeniem służącym do tego celu jest spadochron. Jednak aby skorzystać z jego możliwości należy opuścić statek powietrzny i po oddzieleniu od fotela na bezpieczną odległość otworzyć spadochron.

W początkowych konstrukcjach gdy samolot był sterowny, pilot odwracając statek powietrzny wzdłuż osi podłużnej i wychylając drążek sterowy "od siebie" wykorzystywał przeciążenie ujemne i dokonywał odśrodkowego wyrzucenia z kabiny. W przypadku braku sterowności, o ile pozwalało na to przeciążenie, samolot opuszczany był tzw. „skokiem przez burtę”. Jednak rozwój techniki lotniczej oraz wzrost prędkości użytkowanych sprzętu spowodował niebezpieczeństwo zderzenia podczas takiego manewru ze statecznikiem pionowym. Wprowadzono więc do użytku urządzenie nazywane fotelom katapultowym, które powinno zapewnić bezpieczny przelot nad statecznikiem pionowym.

Pierwsze fotelom wykorzystano już podczas II wojny światowej. Początkowo do napędu fotela używano układów naciągających, następnie wykorzystywano sprężone powietrze. Jednak najbardziej niezawodny w latach 40 i 50 XX wieku okazał się ładunek pirotechniczny, umożliwiający opuszczenie samolotu bez względu na działające na pilota przeciążenie. Po zainicjowaniu procesu katapultowania przyspieszenie o dużej wartości pozwalało pilotowi na przelot w bezpiecznej odległości nad statecznikiem pionowym. W przypadku fotela napędzanego ładunkiem pirotechnicznym jedynym ograniczeniem jest wysokość katapultowania zapewniająca oddzielenie się od fotela, otwarcie spadochronu i wyhamowanie prędkości opadania. Zastosowane pironaboje do napędu foteli katapultowych posiadają odpowiedni ładunek prochowy o określonej sile działania. W związku z tym, że samoloty są eksploatowane przez pilotów o różnej masie (od 60 kg do 120 kg) celowe wydaje

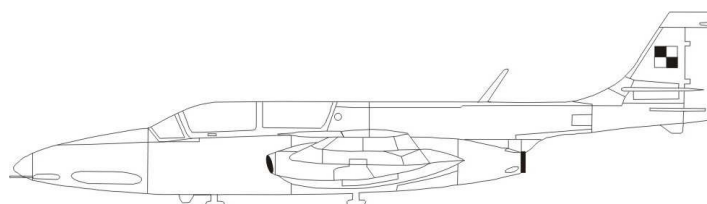
się przeanalizowanie w jakiej odległości wystrzelony pilot przelatuje nad statecznikiem pionowym.

Próby opracowania analitycznego modelu matematycznego procesu katapultowania zostały przedstawione w [3], gdzie skupiono się głównie na minimalnym czasie katapultowania uniemożliwiającym przelot fotela nad statecznikiem pionowym. Inny model dynamiczny oparty na drugiej zasadzie dynamiki przedstawiono w [4].

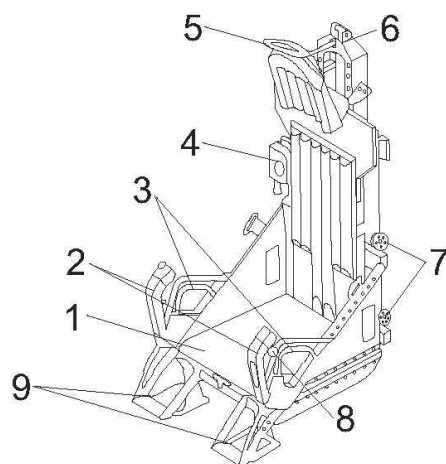
Celem niniejszego artykułu jest opracowanie modelu analitycznego toru lotu fotela w locie symetrycznym (czyli samolot porusza się w locie poziomym bez przechylenia).

1. BUDOWA I ZASADA DZIAŁANIA FOTEŁA KATAPULTOWEGO

Szkolno-bojowy samolot odrzutowy TS-11 "Iskra" jest wykorzystywany z powodzeniem przez lotnictwo wojskowe RP od 1961 roku (*Rys.1*). Wyposażony jest w dwa identyczne fotele katapultowe I generacji, zaliczane do foteli lekkich (masa fotela ze spadochronem $m_f = 56$ kg) [1]. Są one zamocowane w kabynie za pomocą mechanizmu strzałowego oraz dwóch szyn prowadzących, mających za zadanie nadanie fotelowi właściwego kierunku podczas katapultowania. Ogólną budowę fotela przedstawiono na rysunku 2.



Rys. 1. Szkolno-bojowy samolot odrzutowy TS-11



Rys. 2. Ogólna budowa fotela SK-1: 1 - spadochron, 2 - dźwignie niezależnego zrzutu osłony kabiny, 3 - dźwignie strzału, 4 - automat AD-3, 5 - kabłąk do zniszczenia osłony kabiny, 6 - pironabój w rurze strzałowej, 7 - górna i dolna para rolek, 8 - dźwignia blokowania pasów, 9 - podnóżki do utrzymywania stóp podczas katapultowania

Mechanizm strzałowy zabezpiecza fotel i uniemożliwia jego wysunięcie z prowadnic podczas wykonywanych ewolucji. Odbezpieczenie mechanizmu strzałowego polega na usunięciu naziemnych zabezpieczeń fotela (czynność ta wykonywana jest przez mechanika przed lotem) oraz wysunięciu zawlecзки blokującej iglicę pironaboju. Zawlecзка blokująca jest połączona z osłoną kabiny za pomocą stalowej linki. Pilot odsuwa dźwignię zrzutu osłony kabiny (zwalnia zamki mocujące osłonę kabiny). Nacisnięcie w węźle hermetyzującym umieszczonym pomiędzy burtą a osłoną kabiny powoduje odsunięcie osłony od kabiny i

napór napływających strug powietrza powoduje automatyczne oddzielenie osłony od samolotu. Osłona jest połączona z zawleczką zabezpieczającą pironabój. W przypadku braku możliwości zrzutu kabiny (zablokowanie zamków osłony w wyniku zderzenia) pilot powinien usunąć zabezpieczenie ręcznie poprzez pociągnięcie uchwytu zamocowanego z prawej strony zagłówka fotela. Uchwyt jest również połączony z zabezpieczeniem pironaboju. Wówczas katapultowanie odbywa się przez osłonę kabiny, która zostaje skruszona stalowym kabląkiem zamocowanym do zagłówka.

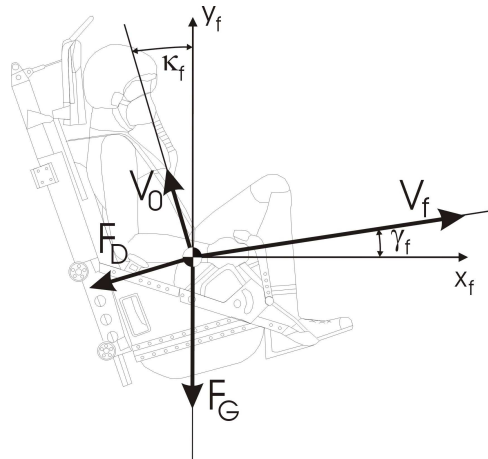
Minimalna wysokość katapultowania wynosi 250 m przy prędkości samolotu $V_s = 350-400$ km/h, natomiast zalecana wysokość w locie poziomym to 600 m i 1000 m w locie nurkowym [1]. Podczas startu i lądowania w zakresie wysokości 0 – 250 m, nie ma możliwości bezpiecznego wykorzystania fotela katapultowego. Wysokość 250 m umożliwia uratowanie się pilota pod warunkiem ręcznego otwarcia zamka pasów fotela, odepchnięcia się od fotela i ręcznego otwarcia spadochronu ratunkowego poprzez pociągnięcie kabląka zamocowanego do pasów spadochronu.

Zastosowany do napędu fotela pironabój PK-4-1 powinien zapewnić uzyskanie takiej trajektorii, która uniemożliwia zderzenie pilota z usterzeniem pionowym samolotu. Podczas katapultowania z samolotu TS-11 ważną rolę odgrywa również prawidłowa pozycja do katapultowania. Fotel SK-1 nie posiada urządzeń zapewniających automatyczne przyjęcie prawidłowej pozycji podczas strzału. Mimo znormalizowanych parametrów budowy fotela katapultowego, nieprawidłowa pozycja, w tym pochylenie głowy, przesunięcie miednicy (przy nie dociągniętych pasach biodrowych), odchylenia klatki piersiowej (przy luźnej uprzęży) czy też ustawienia kończyn górnych i dolnych mają zasadniczy wpływ na urazy podczas katapultowania. Najbezpieczniejszą pozycją jest wtedy, gdy wektor przyspieszenia przebiega przez guzy kulszowe, środek ciężkości klatki piersiowej i głowy pilota [6].

Zajmowana pozycja pilota podczas lotu w fotelu katapultowym dotyczy nie tylko bezpieczeństwa katapultowania, ale także wpływa na wygodę pilota i zakres ruchów w warunkach lotu (szczególnie podczas walki powietrznej). Pozycja pilota jest częściowo wymuszona kątem odchylenia zagłówka, kształtem hełmu lotniczego oraz punktami podparcia ciała. W mniejszym stopniu komfort pracy pilota zależy od wykorzystywanego ubioru.

2. MODEL MATEMATYCZNY I WYNIKI

Na wstępie rozważań należy przyjąć układ współrzędnych XY na płaszczyźnie wyznaczonej w przestrzeni 2 – wymiarowej przez: punkt startu, wektor prędkości początkowej fotela i wektor siły przyciągania ziemskiego przedstawiony na rysunku 3. Wektor prędkości V_0 jest zgodny z nachyleniem prowadnic i jest odchyłony od osi pionowej do tyłu pod stałym kątem κ_f . Wektor prędkości początkowej fotela V_f jest nachylony do osi poziomej pod kątem γ_f i zależy od masy pilota i prędkości statku powietrznego. Wartości kątów κ_f i γ_f będą równe gdy prędkość samolotu będzie wynosiła $V_s = 136$ km/h (przyjmując masę pilota równą $m_p = 80$ kg). Charakterystyki aerodynamiczne samolotu TS-11 i prędkość przeciągnięcia w konfiguracji gładkiej (bez wychylonych kłap i ze schowanym podwoziem) wynosi ok. 200 – 210 km/h (w zależności od pozostałości paliwa), więc w rzeczywistym locie sytuacja w której kąty κ_f i γ_f będą sobie równe nie wystąpi.



Rys. 3. Siły działające na fotel i wektory prędkości w układzie symetrycznym

Początek układu współrzędnych ustalony jest w środku ciężkości fotela (w momencie opuszczania górnej części prowadnic zamontowanych w kabine samolotu). Oś OX ma zwrot zgodny z wektorem prędkości lotu statku powietrznego \mathbf{V}_s , oś OY ma zwrot przeciwny do zwrotu wektora przyspieszenia ziemskiego \mathbf{g} . Wartość przyspieszenia ziemskiego zależy od szerokości geograficznej oraz wysokości nad poziomem morza H [2]. Określa ją zależność

$$\mathbf{g}(H) = 9.780327(1 + 0.0053024 \sin^2(\phi) - 0.0000058 \sin^2(2\phi)) - 3.086 \cdot 10^{-6} H \quad (1)$$

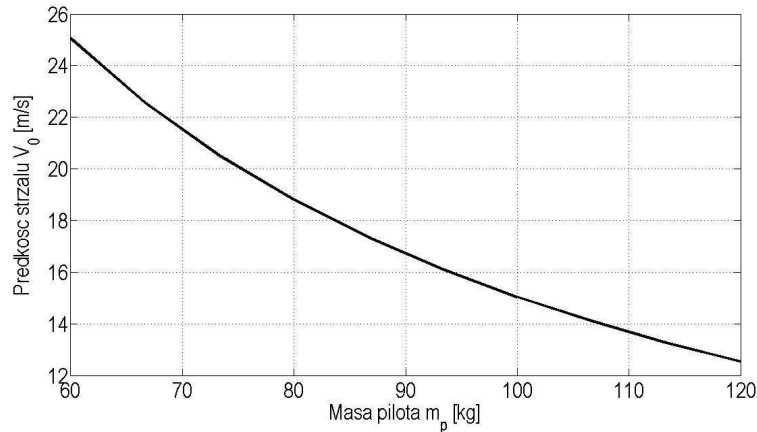
gdzie:

- $\mathbf{g}(h)$ – przyspieszenie ziemskie w funkcji wysokości [m/s²];
- H – wysokość katapultowania [m];
- ϕ – szerokość geograficzna [°].

Jeśli położenie środka ciężkości fotela przedstawione na rysunku 3, oznaczono jako $(x(t); y(t))$ wektory w chwili t i ich składowe można zapisać następująco

- wektor prędkości
 $\mathbf{V}_f(t) = (\mathbf{V}_{xf}(t), \mathbf{V}_{yf}(t))$
- wektor przyspieszenia
 $\mathbf{a}_f(t) = (\mathbf{a}_{xf}(t), \mathbf{a}_{yf}(t))$
- wektor siły przyciągania ziemskiego
 $\mathbf{F}_G = (0, -mg)$
- wektor siły oporu
 $\mathbf{F}_D = (-F_{Dx}, -F_{Dy})$.

Zakłada się, że samolot porusza się w locie poziomym prostoliniowym jednostajnym z prędkością \mathbf{V}_s . Katapultowanie następuje z I i II kabiny, dla których pozioma odległość od środka ciężkości fotela opuszczającego wierzchołek prowadnic do górnej części statecznika pionowego wynosi $L_I = 6.32$ m (dla pierwszej) oraz $L_{II} = 5.32$ m (dla drugiej kabiny). Wysokość całkowita jaką powinny osiągnąć fotele równa się $h = h_1 + h_2 = 2.61$ m. Wysokość h składa się z wysokości $h_1 = 1$ m (wysokość prowadnic) oraz $h_2 = 1.61$ m (pionowa odległość od końca prowadnic do górnej części statecznika pionowego). Kąt nachylenia prowadnic wynosi $\kappa_f = 12^\circ$. Wektor prędkości \mathbf{V}_0 jaką uzyskuje fotel od pionobójcu jest skierowany wzdłuż prowadnic i jego wartość zależy od masy pilota (Rys.4).



Rys.4. Prędkość fotela V_0 przy wyjściu z prowadnic w funkcji masy pilota m_p

W momencie wyrzucania fotela z kabiny, na pilota działa siła, którą zgodnie z II prawem Newtona można zapisać

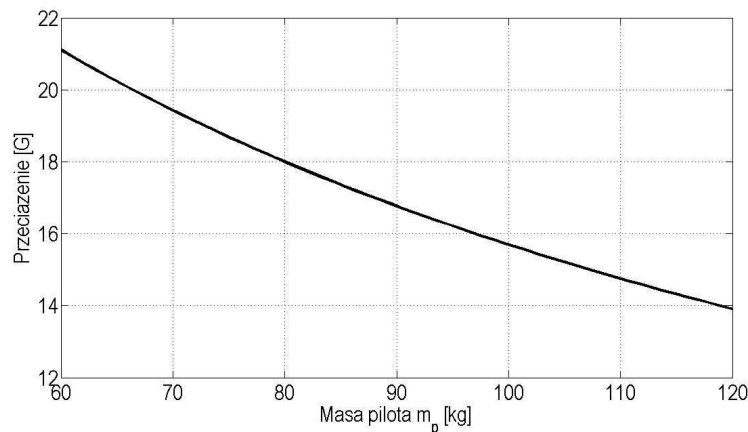
$$\mathbf{F}_{eject} = m\mathbf{a}_f \quad (2)$$

Przyspieszenie może być podane w $[m/s^2]$ lub w jednostkach [G], gdzie przyspieszenie [1 G] oznacza przyspieszenie ziemskie na poziomie morza, czyli $1 G = 9.81 m/s^2$. W takim przypadku nazywane jest przeciążeniem. Maksymalne przeciążenie, któremu poddawany jest pilot o masie 80 kg podczas katapultowania wynosi 18 G. Dla takiej wartości przeciążenia oraz masy pilota z fotelem wynoszącej $m_{136} = 136$ kg, przyspieszenie oraz działająca na pilota siła ma wartość

$$\mathbf{a}_f = 18 \cdot 9.81 = 176.58 [m/s^2]$$

$$\mathbf{F}_{eject} = m_{136} \cdot \mathbf{a}_{80} = 136 \cdot 176.58 = 24014.88 [N]$$

Początek układu współrzędnych ustalony jest w środku ciężkości



Rys.5. Przeciążenie działające na pilota podczas katapultowania

Większa wartość przeciążenia działającego w tym samym okresie czasu na pilota o mniejszej masie skutkuje większym prawdopodobieństwem wystąpienia złamań kompresyjnych kręgosłupa. Przeciążenie, któremu jest poddawany pilot od pionaroboku w funkcji masy pilota przedstawiono na rysunku 5. Prędkość fotela katapultowego w ruchu symetrycznym jest opisana zależnością

$$V_f = \sqrt{V_{xf}^2 + V_{yf}^2} \quad (3)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} V_{xf} &= V_f \cos(\gamma_f) && \text{– składowa pozioma prędkości fotela [m/s];} \\ V_{yf} &= V_f \sin(\gamma_f) && \text{– składowa pionowa prędkości fotela [m/s];} \\ \gamma_f &&& \text{– kąt pochylenia trajektorii lotu [°].} \end{aligned}$$

Na początku należy wyznaczyć początkową prędkość fotela katapultowego względem napływających strug powietrza w chwili opuszczania prowadnic kabiny w funkcji prędkości samolotu i prędkości strzału

$$\mathbf{V}_{f0} = \mathbf{V}_{f0}(\mathbf{V}_s, \mathbf{V}_0)$$

Jeżeli składowa pozioma i pionowa prędkości fotela opisane są jako

$$\begin{aligned} V_{xf0} &= V_{f0} \cos(\gamma_f) = V_s - V_0 \sin(\kappa_f), \\ V_{yf0} &= V_{f0} \sin(\gamma_f) = V_0 \cos(\kappa_f) \end{aligned} \quad (4)$$

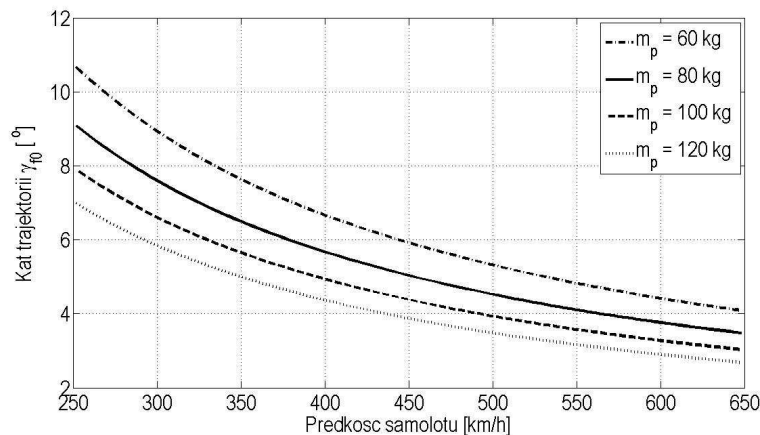
początkową prędkość fotela można wyznaczyć

$$\begin{aligned} V_{xf0} &= \sqrt{V_{xf0}^2 + V_{yf0}^2} = \sqrt{(V_s - V_0 \sin(\kappa_f))^2 + (V_0 \cos(\kappa_f))^2} = \\ &= \sqrt{V_s^2 - 2V_s V_0 \sin(\kappa_f) + V_0^2 \sin^2(\kappa_f) + V_0^2 \cos^2(\kappa_f)} = \\ &= \sqrt{V_s^2 + V_0^2 - 2V_s V_0 \sin(\kappa_f)} \end{aligned} \quad (5)$$

Z zależności (5) wynika, że im większa prędkość statku powietrznego i prędkość strzału, tym większa jest prędkość początkowa fotela. Pilot o większej masie podczas katapultowania posiada mniejszą prędkość wyjścia z prowadnic, więc początkowa prędkość fotela zmniejsza się ze wzrostem masy pilota przy stałej prędkości samolotu. W niektórych statkach powietrznych (F-16) fotele katapultowe wyposażone są w przełączniki określające przedział masy pilota, który należy ustawić przed lotem. Odpowiednie ustawienie przełącznika określającego masę pilota zabezpiecza przed nadmiernym przeciążeniem podczas katapultowania. Początkowy kąt trajektorii lotu fotela jest opisany zależnością

$$\gamma_{f0} = \arcsin\left(\frac{V_0 \cos(\kappa_f)}{V_{f0}}\right) = \arcsin\left(\frac{V_0 \cos(\kappa_f)}{\sqrt{V_s^2 + V_0^2 - 2V_s V_0 \sin(\kappa_f)}}\right) \quad (6)$$

Wraz ze wzrostem prędkości samolotu kąt γ_{f0} zmniejsza się (Rys.6). Większa masa pilota wpływa na zmniejszenie prędkości strzału V_0 i mniejszą wartość kąta γ_{f0} .



Rys.6. Początkowy kąt trajektorii fotela γ_{f0} w funkcji prędkości samolotu

Podczas katapultowania na fotel działa siła ciężkości, opisana równaniem

$$F_G = mg(H) \quad (7)$$

Na poruszający się fotel działa siła oporu pochodząca od napływających strug powietrza F_D . Wektor siły oporu posiada zwrot przeciwny do wektora prędkości fotela. Siła oporu zależy od pola powierzchni czołowej fotela, wysokości katapultowania, współczynnika oporu oraz prędkości fotela względem powietrza. Dane masowe i wymiary fotela opracowano na podstawie badań własnych [5]. Siła oporu określona jest zależnością

$$F_D = \frac{1}{2} \rho S C_D V_f^2 \quad (8)$$

gdzie:

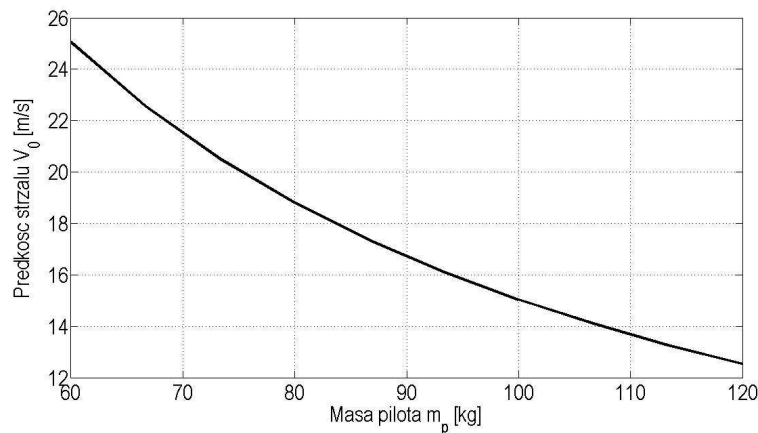
C_D – współczynnik oporu zależny od kształtu;

S – pole powierzchni czołowej fotela [m^2];

$\rho = \frac{p}{RT} \approx \rho_0 \left(1 + \frac{H}{44300}\right)^{4.256}$ – gęstość powietrza na wysokości H [kg/m^3];

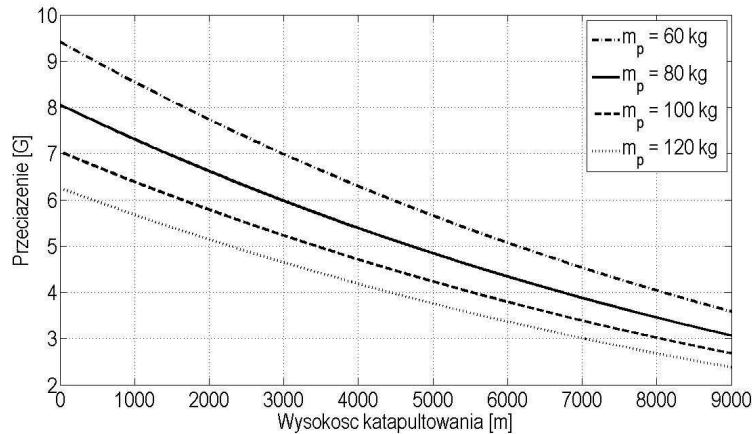
ρ_0 – gęstość powietrza na poziomie morza [kg/m^3];

Wartość siły oporu zmniejsza się ze wzrostem wysokości, natomiast zwiększa się ze wzrostem prędkości. Przeciążenie od napływających strug powietrza, jakiemu jest poddawany pilot (w kierunku klatka piersiowa – plecy) w funkcji prędkości dla zróżnicowanej masy pilota na wysokości katapultowania 250 m przedstawiono na rysunku (Rys.7). Wraz ze wzrostem masy pilota zmniejsza się przeciążenie działające w kierunku klatka piersiowa – plecy. Natomiast wzrost prędkości statku powietrznego wpływa na zwiększenie przeciążenia.



Rys.7. Przeciążenie od napływających strug powietrza działające na fotel w funkcji prędkości samolotu

Wraz ze wzrostem wysokości zmniejsza się gęstość powietrza i siła oporu z jaką powietrze oddziałuje na pilota podczas lotu fotela. Przeciążenie od napływających strug powietrza (w kierunku klatka piersiowa - plecy) w funkcji wysokości katapultowania dla prędkości 650 km/h przedstawiono na rysunku (Rys.8).



Rys.8. Przeciążenie od napływających strug powietrza działające na fotel w funkcji wysokości

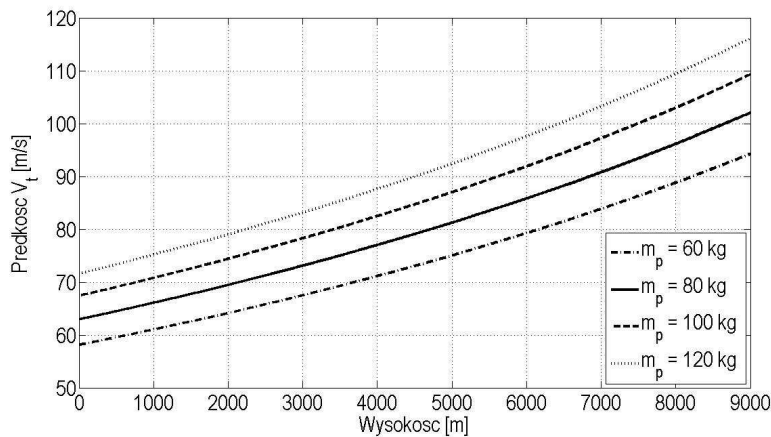
Równanie ruchu fotela po katapultowaniu po okresie czasu $t \gg 0$ można zapisać jako

$$\mathbf{F} = m_f \mathbf{a}_f = m\mathbf{g} - \mathbf{F}_D = m\mathbf{g} - \frac{1}{2} \rho S C_D \mathbf{V}_f^2 \quad (9)$$

Maksymalna prędkość jaką uzyskuje fotel w tym okresie czasu można wyznaczyć z zależności

$$\mathbf{V}_t = \sqrt{\frac{2mg}{\rho S C_D}} \quad (10)$$

Prędkość \mathbf{V}_t zależy od masy pilota i gęstości powietrza. Wykres przedstawiający prędkość końcową w funkcji wysokości prezentuje rysunek 9.



Rys.9. Prędkość opadania w funkcji wysokości

Wprowadzenie stałej dodatniej $b = m \frac{\mathbf{g}}{\mathbf{V}_t} \left[\frac{kg}{s} \right]$ do równania (9) umożliwia zapisanie go w postaci

$$m \frac{d\mathbf{V}_f}{dt} = m\mathbf{g} - b\mathbf{V}_f \quad (11)$$

Równanie dynamiki fotela (11) można rozłożyć na składową poziomą i pionową

$$\frac{d\mathbf{V}_{xf}}{dt} = -\frac{b\mathbf{V}_{xf}}{m} = -\mathbf{g} \frac{\mathbf{V}_{xf}}{\mathbf{V}_k}, \quad (12)$$

$$\frac{d\mathbf{V}_{yf}}{dt} = -\mathbf{g} - \mathbf{g} \frac{\mathbf{V}_{yf}}{\mathbf{V}_k} = -\mathbf{g} \left(1 + \frac{\mathbf{V}_{yf}}{\mathbf{V}_k} \right) \quad (13)$$

Po scałkowaniu zależności (14) w granicach $(\mathbf{v}_{yf0}, \mathbf{v}_f)$

$$\int_{\mathbf{v}_{yf0}}^{\mathbf{v}_f} \frac{d\mathbf{V}_{yf}}{\mathbf{V}_{yf}} = -\frac{\mathbf{g}}{\mathbf{V}_t} t, \quad (14)$$

$$\log\left(\frac{\mathbf{V}_{yf}}{\mathbf{V}_{yf0}}\right) = -\frac{\mathbf{g}}{\mathbf{V}_t} t, \quad (15)$$

$$\mathbf{V}_{yf} = \mathbf{V}_{yf0} \cos(\gamma_f) \exp\left(-\frac{\mathbf{g}}{\mathbf{V}_t} t\right) \quad (16)$$

Po podstawieniu (4) do zależności (16) składowa pozioma wektora prędkości fotela wynosi

$$\mathbf{V}_{yf} = (\mathbf{V}_s - \mathbf{V}_0 \sin(\kappa_f)) \exp\left(-\frac{\mathbf{g}}{\mathbf{V}_t} t\right) \quad (17)$$

Po scałkowaniu zależności (15) w granicach $(\mathbf{v}_{yf0}, \mathbf{v}_f)$

$$\int_{\mathbf{v}_{yf0}}^{\mathbf{v}_f} \frac{d\mathbf{V}_{yf}}{\mathbf{V}_t + \mathbf{V}_{yf0}} = -\frac{\mathbf{g}}{\mathbf{V}_t} t, \quad (18)$$

$$\log\left(\frac{\mathbf{V}_t + \mathbf{V}_{yf}}{\mathbf{V}_t + \mathbf{V}_{yf0}}\right) = -\frac{\mathbf{g}}{\mathbf{V}_t} t, \quad (19)$$

$$\mathbf{V}_{yf} = \mathbf{V}_{yf0} \sin(\gamma_f) \exp\left(-\frac{\mathbf{g}}{\mathbf{V}_t} t\right) - \mathbf{V}_t \left(1 - \exp\left(-\frac{\mathbf{g}}{\mathbf{V}_t} t\right) \right) \quad (20)$$

Po podstawieniu (4) do zależności (20) składowa pionowa wektora prędkości fotela wynosi

$$\mathbf{V}_{yf} = \mathbf{V}_{yf0} \cos(\kappa_f) \exp\left(-\frac{\mathbf{g}}{\mathbf{V}_t} t\right) - \mathbf{V}_t \left(1 - \exp\left(-\frac{\mathbf{g}}{\mathbf{V}_t} t\right) \right) \quad (21)$$

Z równań (17,21) wynika, że jeśli czas opadania fotela $t \geq \frac{\mathbf{V}_t}{\mathbf{g}}$, fotel porusza się zgodnie z wektorem przyspieszenia ziemskiego, co jest zgodne z rzeczywistymi warunkami. Po scałkowaniu zależności (17) i przekształceniach składowa pozioma drogi fotela wynosi

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \frac{\mathbf{V}_{yf0} \mathbf{V}_t \cos(\kappa_f)}{\mathbf{g}} \left(1 - \exp\left(-\frac{\mathbf{g}}{\mathbf{V}_t} t\right) \right) \\ \mathbf{x} &= \frac{(\mathbf{V}_s - \mathbf{V}_0 \mathbf{V}_t \sin(\kappa_f)) \mathbf{V}_t}{\mathbf{g}} \left(1 - \exp\left(-\frac{\mathbf{g}}{\mathbf{V}_t} t\right) \right) \end{aligned} \quad (22)$$

Jeśli $t \leq \frac{\mathbf{V}_t}{\mathbf{g}}$ wtedy (22) redukuje się do $\mathbf{x} = (\mathbf{V}_s - \mathbf{V}_0 \sin(\kappa_f)) t$, czyli tak jakby fotel poruszał się bez uwzględniania siły oporu od strug powietrza. Jeśli $t \geq \frac{\mathbf{V}_t}{\mathbf{g}}$ wówczas

$$\mathbf{x} = \frac{(\mathbf{V}_s - \mathbf{V}_0 \sin(\kappa_f)) \mathbf{V}_t}{\mathbf{g}} \quad (23)$$

czyli uzyskujemy zasięg fotela do osiągnięcia wysokości wystrzału (poziomu lotu samolotu).

Po scałkowaniu równania (21) i przekształceniach, składowa pionowa drogi fotela wynosi

$$\mathbf{y} = \frac{\mathbf{V}_t}{\mathbf{g}} (\mathbf{V}_0 \cos(\kappa_f) + \mathbf{V}_t) \left(1 - \exp\left(-\frac{\mathbf{g}}{\mathbf{V}_t} t\right) \right) - \mathbf{V}_t t + H \quad (24)$$

Jeśli $t \leq \frac{\mathbf{V}_t}{\mathbf{g}}$ wtedy (24) redukuje się do

$$y = V_0 \cos(\kappa_f) t - \frac{g}{2} t^2 \quad (25)$$

Natomiast gdy $t \geq \frac{V_t}{g}$, wówczas

$$y = \frac{V_t}{g} (V_0 \cos(\kappa_f) + V_t) - V_t t \quad (26)$$

czyli siła oporu powietrza ma znaczący wpływ na trajektorię lotu fotela. W celu wyznaczenia zależności $y = y(x)$ należy z równania (22) wyznaczyć czas t

$$\begin{aligned} x &= \frac{(V_s - V_0 V_t \sin(\kappa_f)) V_t}{g} \left(1 - \exp\left(-\frac{g}{V_t} t\right) \right), \\ \exp\left(-\frac{g}{V_t} t\right) &= 1 - \frac{g x}{(V_s - V_0 \sin(\kappa_f)) V_t}, \\ t &= -\frac{V_t}{g} \log\left(1 - \frac{g x}{(V_s - V_0 \sin(\kappa_f)) V_t}\right). \end{aligned} \quad (27)$$

Po podstawieniu (27) do zależności (24) i prostych przekształceniach otrzymuje się zależność przedstawiającą wysokość lotu fotela w funkcji przebytej drogi poziomej przez fotel.

$$y = \frac{x(V_0 \cos(\kappa_f) + V_t)}{V_s - V_0 \sin(\kappa_f)} + \frac{V_t^2}{g} \log\left(1 - \frac{g x}{(V_s - V_0 \sin(\kappa_f)) V_t}\right) + H. \quad (28)$$

Równanie (28) przedstawia wysokość lotu fotela w funkcji przebytej drogi poziomej przez fotel. Można więc określić jaką wysokość osiągnie fotel po przebyciu składowej poziomej drogi x .

PODSUMOWANIE

Opracowane modele matematyczne katapultowania przedstawiające ruch fotela jak i obciążenia działające na pilota w zależności od wysokości lotu, masy fotela i prędkości samolotu umożliwiają wykonanie symulacji i otrzymanie danych dotyczących toru lotu oraz jego kąta pochylenia w zależności od wysokości (co jest istotne w przypadku analizowania upadku fotela na ziemię). Wyznaczone równanie (28) pozwala na określenie jaką wysokość osiągnie fotel po przebyciu składowej poziomej drogi x . Uzyskane modele matematyczne mogą z powodzeniem być wykorzystane do zaimplementowania w pakiecie MATLAB – Simulink. Celem następnych badań powinno być opracowanie modelu przestrzennego oraz uwzględnienie różnych faz lotu i zmiennego obciążenia. Należy zwrócić uwagę na fakt, że proces katapultowania występuje w większości przypadków w deficycie czasu i ustalenie lotu poziomego jest z reguły utrudnione.

MATHEMATICAL MODEL OF THE EJECTION SEAT TRAJECTORY IN THE SYMETRICAL FLIGHT

Abstract

This paper presents a mathematical model of the ejection seat trajectory in a symmetrical design.

The component speeds and seat displacements in the function of time were determined by analytical method. The model takes into account the air density change in the function of the height and the change of the free fall acceleration in the dependence from the latitude and the flight height of the seat. The value was determined of the gravity load that acts on the pilot in the direction of the chest – the back in the function of the flight height and speed.

BIBLIOGRAFIA

1. DWL,: *Samolot TS-11 Iskra, Instrukcja Techniki Pilotowania*, Ministerstwo Obrony Narodowej, Poznań 1978.
2. Lambert W.D.: *The International Gravity Formula*, Daly Volume, Problems In Geology And Geophysics, 360 – 392, 1945.
3. Ramm A.G., Kaleps I.: *Modeling of the Ejection Process*, Mathl. Comput. Modelling, Vol. 20, 95 – 101, 1994.
4. Szendzielorz C.: *Dynamika ruchu fotela odrzucanego względem samolotu w locie symetrycznym*, Mechanika Teoretyczna i Stosowana 1/2, 24, 1986.
5. Głowiński S., Krzyżyński T.: *Charakterystyki masowe fotela katapultowego samolotu TS-11 Iskra*, Logitrans, 2011.
6. Wojtkowiak M., Domaszuk J.: *Wpływ pozycji pilota na urazy kręgosłupa podczas katapultowania*, Med. Lotn., 42, 5-14, 1973.

Autor:

mjr rez. pil. dr inż. Sebastian GŁOWIŃSKI – Politechnika Koszalińska,
Zakład Mechatroniki i Mechaniki Stosowanej