

## **Mgr inż. Paweł Baranowski**

Katedra Mechaniki i Informatyki Stosowanej, Wydział Mechaniczny  
Wojskowa Akademia Techniczna  
Ul. Kaliskiego 2, 00-908 Warszawa, Polska  
E-mail: pbaranowski@wat.edu.pl, tel. +48 22 683-96-83, fax +48 22 683-93-55

## **Mgr inż. Krzysztof Damaziak**

Katedra Mechaniki i Informatyki Stosowanej, Wydział Mechaniczny  
Wojskowa Akademia Techniczna  
Ul. Kaliskiego 2, 00-908 Warszawa, Polska  
E-mail: kdamaziak@wat.edu.pl, tel. +48 22 683-96-83, fax +48 22 683-93-55

## **Dr hab. inż. Jerzy Małachowski, prof. WAT**

Katedra Mechaniki i Informatyki Stosowanej, Wydział Mechaniczny  
Wojskowa Akademia Techniczna  
Ul. Kaliskiego 2, 00-908 Warszawa, Polska  
E-mail: jerzy.malachowski@wat.edu.pl, tel. +48 22 683-96-83, fax +48 22 683-93-55

## **Badania układów hamulcowych metodami numerycznymi**

**Słowa kluczowe:** hamulce, modelowanie MES, modelowanie SPH, termomechanika, tarcie

**Key words:** brakes, FEM modelling, SPH modelling, thermomechanics, friction

**Streszczenie:** W pracy przedstawiono przykłady symulacji numerycznych układów hamulcowych wykonanych w celu wyznaczenia parametrów ich pracy. Stosując siatkowe i bezsiatkowe metody numeryczne przeprowadzono dynamiczne analizy pracy hamulca ze zwróceniem szczególnej uwagi na zjawiska sprzężone (cieplno – mechaniczne) występujące w procesie hamowania oraz procesy zużycia zachodzące na powierzchni okładziny ciernej. W artykule przedstawiono kolejne kroki badań obejmujące modelowanie hybrydowe układu hamulcowego

### **1. Wstęp**

Niniejsza publikacja porusza zagadnienia związane z działaniem układu hamulcowego, który jest jednym z najważniejszych układów związanych z bezpieczeństwem w ruchu drogowym [23]. W wyniku procesu hamowania powierzchnie okładziny ciernej nagrzewane są do temperatury sięgającej nawet 500°C [14,15,19]. Warunki panujące w obszarach kontaktowych oraz zjawiska towarzyszące procesowi hamowania powodują, iż wymagania stawiane przed materiałami stosowanymi na okładziny cierne hamulców są bardzo wysokie i nieustannie rosną.

Coraz większa dostępność odpowiednich narzędzi sprawia, że tak jak w wielu innych dziedzinach, w procesie projektowania hamulców rośnie rola analiz numerycznych. Niemniej jednak charakter procesów fizycznych towarzyszących hamowaniu powoduje, że ich poprawne zamodelowanie przy użyciu najbardziej rozpowszechnionych narzędzi analitycznych (opartych o metodę elementów skończonych) jest w chwili obecnej praktycznie niemożliwe [20]. Powyższe stwierdzenie może wydawać się zaskakujące, ale tylko do momentu, w którym zdamy sobie sprawę jakie elementy powinien uwzględniać model numeryczny hamulca w pełni odwzorowujący jego pracę:

- nieliniowości związane z dużymi obrotami,
- nieliniowości warunków brzegowych (kontakt, tarcie),
- niestacjonarny charakter procesu,
- sprzężenie termomechaniczne,
- zużycie okładzin ciernych, niezbędne do zamodelowania zmieniających się warunków współpracy (geometrii) par ciernych.

Z tego powodu, w badaniach numerycznych układów hamulcowych stosuje się najczęściej różnego rodzaju uproszczenia. Sprowadza się na przykład geometrię hamulca do układu osiowosymetrycznego [24] lub pracującego w płaskim stanie odkształcenia [16].

W przypadku analiz pola temperatur wielu autorów pomija fakt generowania energii cieplnej przez siły tarcia stwierdzając, że ciepło wytwarzane jest przez stacjonarne lub niestacjonarne źródła ciepła [2,4,8,21]. Innymi słowy pomija się sprzężenie cieplno-mechaniczne.

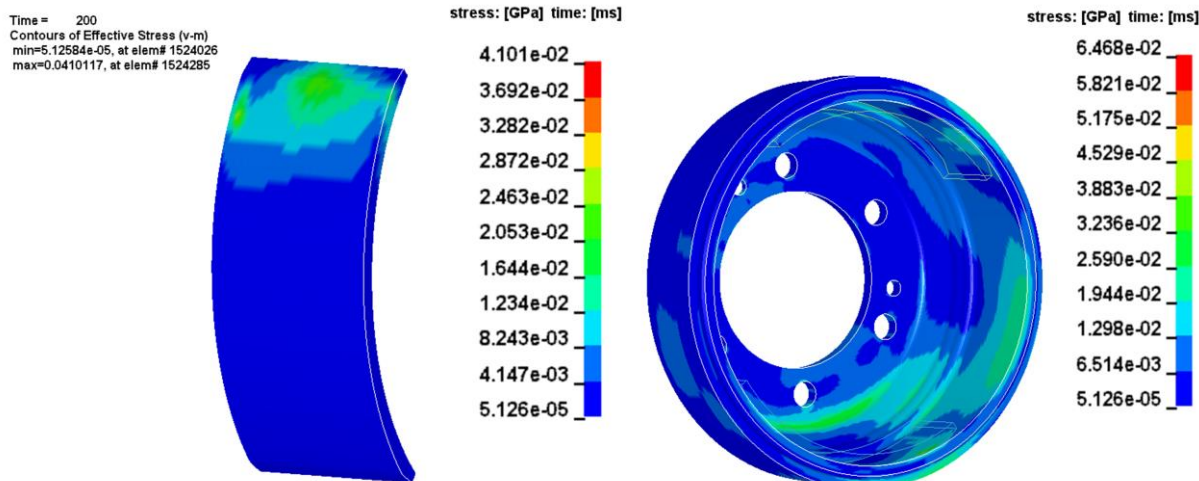
Zużycie powierzchni par ciernych rozpatrywane jest najczęściej metodami używanymi w trybologii, które – z punktu widzenia niniejszej pracy – można podzielić takie, w których stosuje się pół-empiryczne zależności opisujące zużycie powierzchni [3,12,17] i takie, w których modeluje się pewne wybrane aspekty zjawisk zachodzących w skali mikro, na poziomie warstwy wierzchniej współpracujących elementów. Przegląd prac reprezentujących to ostatnie podejście można znaleźć w [26].

Ciekawą próbę zaimplementowania podejścia trybologicznego do modeli makro przedstawiono w pracy [18], w której opracowano procedurę losowej generacji nierówności pojawiających się na powierzchni roboczej klocka hamulcowego. Z kolei w [25] podjęto próbę oszacowania zużycia okładzin w modelu makroskopowym, jednak i w tej pracy zagadnienie sprowadzono do analizy samego klocka hamulcowego pracującego w warunkach stacjonarnych. Do opisu procesu zużycia użyto często stosowanego, liniowego, modelu Archarda. Dokładniejszy model całego hamulca opisany został w [1], chociaż tu również pominięto efekty cieplne a zmianę geometrii powierzchni ciernych wynikającą ze zużycia zamodelowano bazując na pomiarach eksperymentalnych, poprzez arbitralne przesunięcie węzłów na kierunku normalnym do powierzchni kontaktu.

Przytoczone przykłady pokazują trudności, jakie pojawiają się przy próbach uwzględnienia mikroskopowych procesów towarzyszących zużyciu w makroskopowych modelach całych podzespołów. W przypadku hamulca niedogodność ta objawia się, gdy w modelu całego podzespołu chcemy zawrzeć wystarczająco dokładny opis geometrii powierzchni trących, na co wskazano w [17] i [20]. Jednym ze sposobów na rozwiązanie wspomnianego problemu może być wykorzystanie metod bezsiatkowych. W metodzie tej analizowany obiekt reprezentowany jest poprzez opis dynamicznego zachowania zbioru cząstek o skończonych wymiarach i o dowolnym kształcie [22]. W ostatnim czasie metoda jest coraz szerzej stosowana w analizach procesów trybologicznych [11,20]. Autorzy, wpisując się w ten trend, zastosowali również to podejście w symulacji pracy ciernej.

W pracy omówione są symulacje numeryczne procesu hamowania w układzie hamulca tarczowego, wykonane przy użyciu programu obliczeniowego LS-Dyna. Porównano wyniki z układu zacisku dwutłoczkowego oraz układu ze zmodyfikowaną geometrią, w którym dodano trzeci tłoczek. Ze względu na fakt, iż szereg zjawisk termomechanicznych ma swój początek w mikroobszarach powierzchni styku ciał ciernych zdecydowano się również na przeprowadzenie analiz w skali mikroskopowej z uwzględnieniem procesu zużycia (z zastosowaniem metody Smooth Particle Hydrodynamics).

We wcześniejszych pracach autorzy przedstawili efekt prac związanych z hamulcem bębnowym [10]. Zaprezentowane wówczas modele i wyniki umożliwiły opracowanie ścieżki numerycznej pozwalającej na szacowanie skuteczności hamulców oraz analizę obszarów najbardziej narażonych na zużycie (Rys. 1).



Rys. 1 Naprężenia zredukowane w okładzinie oraz bębnie dla wybranej chwili czasowej [10]

Uzyskane wyniki pokazały, że zastosowane algorytmy zamiany pracy sił tarcia na ciepło działają prawidłowo, co jest jednym z najważniejszych elementów niezbędnych do prawidłowego odwzorowania pracy hamulca. Są one jednak niezwykle czułe na parametry opisujące właściwości termiczne i mechaniczne materiałów konstrukcyjnych. Innym istotnym czynnikiem mającym wpływ na otrzymywane wyniki jest odpowiednia dyskretyzacja powierzchni styku współpracujących ciał (uwzględnienie nierówności oraz imperfekcji geometrii). Uzyskanie poprawnych wartości sił kontaktowych i obszarów styku jest niezbędne do wyznaczenia prawidłowego strumienia ciepła generowanego przez tarcie.

## 2. Opis metod numerycznych badań układów hamulcowych

W celu numerycznego zamodelowania zaprezentowanych przypadków zastosowano program obliczeniowy LS-Dyna wykorzystujący do rozwiązywania zagadnień mechanicznych metodę bezpośredniego całkowania pełnych równań ruchu przy użyciu algorytmu tzw. różnic centralnych. W metodzie tej prędkość oraz przyspieszenie wybranego punktu przedstawia się jako [13]:

$$\dot{x}_{n+\frac{1}{2}} = \frac{1}{\Delta t_{n+\frac{1}{2}}} [x_{n+1} - x_n] \quad (1)$$

$$\ddot{x}_n = \frac{1}{\Delta t_n} \left[ \dot{x}_{n+\frac{1}{2}} - \dot{x}_{n-\frac{1}{2}} \right] \quad (2)$$

Macierzowe równanie ruchu dla nieliniowego przypadku opisane jest w sposób następujący [13]:

$$M\ddot{x}_n = F_n^{ext} - F_n^{int} - C\dot{x}_n \quad (3)$$

gdzie:  $M$  – globalna macierz bezwładności,  $C$  – globalna macierz tłumienia,  $F_n^{ext}$  – wektor sił zewnętrznych,  $F_n^{int}$  – wektor sił wewnętrznych.

W poszczególnych modelach zdefiniowano także warunki kontaktu pomiędzy okładzinami, a bębniem lub tarczą. Przyjęto, że współczynnik tarcia w parze okładzina –

bęben (tarcza) ma stałą, nie zmieniającą się w czasie, wartość wynoszącą  $\mu = 0,4$  (oszacowana podczas badań eksperymentalnych [14,15]). W algorytmie zastosowano procedurę wykrywania kontaktu pomiędzy współpracującymi elementami, w której siły kontaktowe wyliczane były z wykorzystaniem funkcji kary [9,13]. Na podstawie wyliczonych sił tarcia wyznaczano przyrost temperatury, zgodnie ze wzorem :

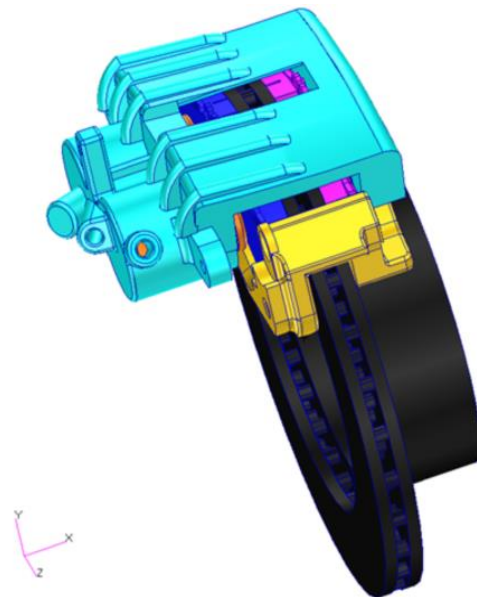
$$F_f \frac{dS}{dt} = mc_p \frac{dT}{dt} \quad (4)$$

gdzie:  $F_f$  – siła tarcia,  $S$  – droga hamowania,  $t$  – czas,  $m$  – masa,  $c_p$  – ciepło właściwe,  $T$  – temperatura.

W prowadzonych analizach nie uwzględniano zjawisk konwekcji i radiacji. Na takie uproszczenie zdecydowano się dlatego, iż czas hamowania, którego dotyczyła analiza, jest na tyle krótki, że zjawiska te można pominąć.

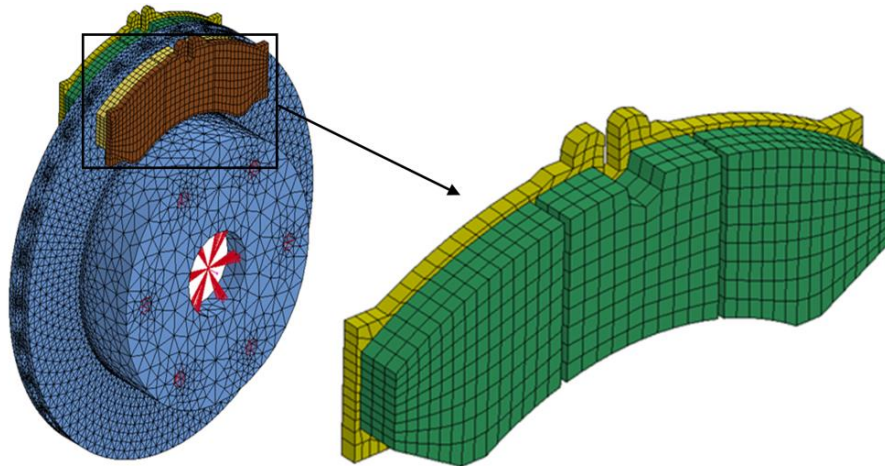
### 3. Model hamulca tarczowego

Po wykonaniu badań na układzie hamulcowym bębnowym autorzy zdecydowali się, w ramach uzupełnienia do poprzednich testów, przeprowadzić dynamiczne symulacje numeryczne z użyciem tarczowego układu hamulcowego. Uzyskane wyniki dały szerszy pogląd na zjawiska zachodzące podczas procesu hamowania i możliwości wspomagania procesu projektowania hamulców analizami numerycznymi. Na rysunku 2 przedstawiono model CAD rozpatrywanego podzespołu



Rys. 2 Model CAD zespołu hamulcowego z dwufoczkowym układem zaciskającym [5]

W dalszym etapie prac, na podstawie modelu CAD, stworzono model MES. Rysunek 3 przedstawia model hamulca po procesie dyskretyzacji. Ze względu na skomplikowany kształt tarczy hamulca, zamodelowano ją przy pomocy elementów typu tetragonalnego (TET4), natomiast klocki wraz z okładzinami odwzorowano przy pomocy elementów bryłowych heksagonalnych (HEX8). Bieżnię stanowiska pomiarowego odwzorowano jako masę skupioną (ze zdefiniowanymi momentami bezwładności), która została połączona z tarczą elementami belkowymi. Cały model składał się z ok. 150500 elementów i 40300 węzłów.

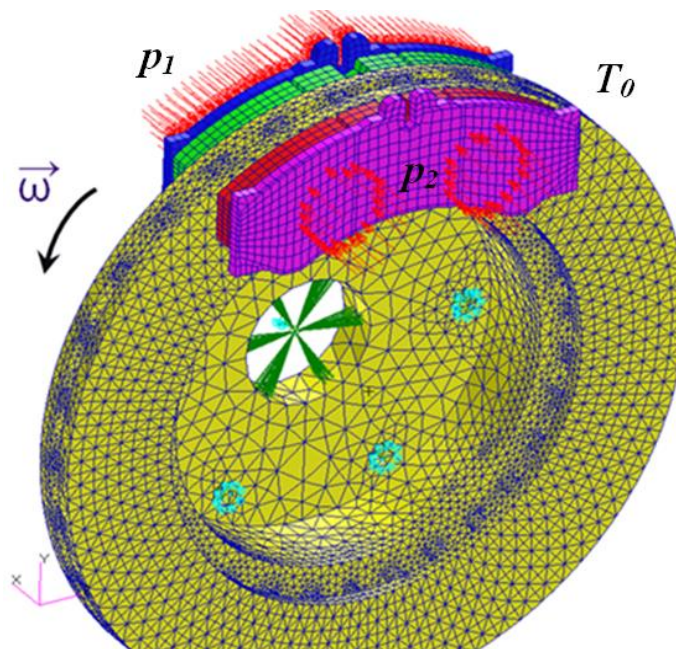


Rys. 3 Model numeryczny układu bębnowego tarczowego [5]

### 3.1. Warunki początkowo-brzegowe

Rozwiązanie zadania – polegające na rozwiązaniu układu równań różniczkowych – wymaga wprowadzenia warunków początkowo – brzegowych, tj. przyjęcie odpowiednich obciążeń (np. sił, momentów siły, ciśnienia) oraz utwierdzenia modelu MES przez odebranie stopni swobody w wybranych węzłach. Dodatkowo w rozwiązaniu muszą być uwzględnione równania konstytutywne oraz naprężeniowe i przemieszczeniowe warunki równowagi.

Poszczególnym elementom modelu MES nadano własności materiałowe takie same, jak w przypadku hamulca bębnowego [10]. W tarczy odebrano stopnie swobody w otworach mocujących (Rys. 4) co jest przybliżeniem rzeczywistych warunków utwierdzenia.

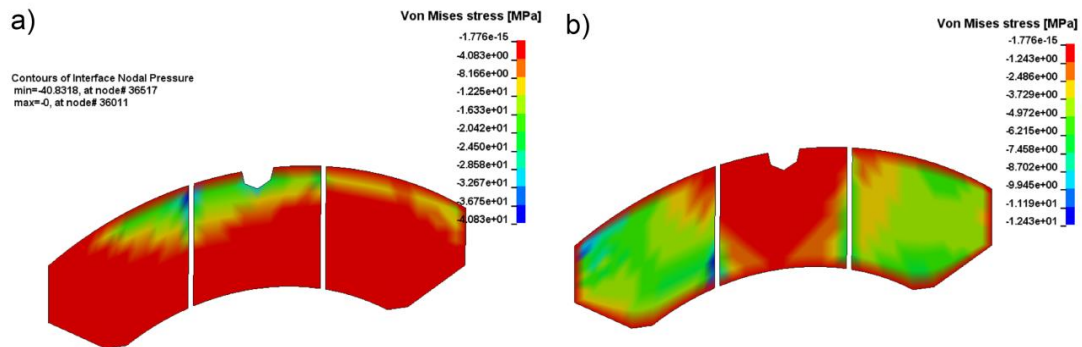


Rys. 4 Warunki początkowo-brzegowe zdefiniowane w modelu numerycznym [5]

W miejscach działania tłoczków i zacisku przyłożone zostało ciśnienie do klocków, odpowiadające temu, panującemu w instalacji hamulcowej podczas badań stanowiskowych ( $p_1 = 6,238$  MPa od strony zacisku i  $p_2 = 25,858$  MPa od strony tłoczków). Tarczy i masie skupionej nadano początkową prędkość obrotową  $\omega_0 = 42,0$  rad/s. Dla każdego węzła zdefiniowano też temperaturę początkową wynoszącą  $T_0 = 20^\circ$  C (293 K).

### 3.2. Wyniki analiz numerycznych dla układu dwutłoczkowego

Na rysunkach poniżej przedstawiono wyniki analizy hamulca dwutłoczkowego. Na rysunku 5 przedstawiono rozkład naprężeń normalnych dla okładziny czarnej a) dociskanej zaciskiem, b) dociskanej tłoczkami, dla wybranej chwili czasowej  $t = 0,4$  s.



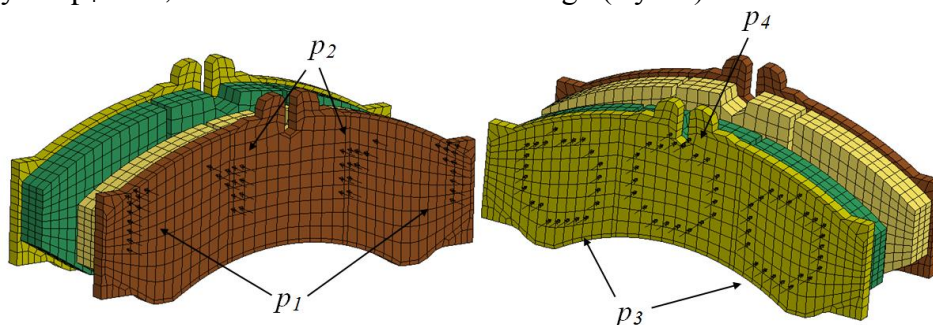
Rys. 5 Rozkład naprężeń normalnych na powierzchni klocków a) dociskanych zaciskiem, b) dociskanych tłoczkami dla wybranej chwili czasowej  $t = 0,4$  s.

Powyższe rysunki pokazują nierównomierną pracę okładziny wewnętrznej i zewnętrznej. Na podstawie tych nierównomierności można wnioskować o niezbyt dobrze dobranej sztywności i geometrii zacisku hamulca. Uzyskane wyniki stanowiły podstawę decyzji o wprowadzeniu zmian w konstrukcji hamulca.

### 3.3. Model ulepszonej wersji hamulca

Na podstawie przeprowadzonych prac badawczych, zespół zdecydował, że najlepszym, z punktu widzenia efektywności, jak i ekonomii, kierunkiem zmian konstrukcji hamulca będzie zastosowanie większej liczby tłoczków, przy – w miarę możliwości – nie zmienionych wymiarach zewnętrznych całego podzespołu. W efekcie powstał hamulec trójtłoczkowy, o zmienionej geometrii zacisku, wykorzystujący tę samą tarczę i klocki hamulcowe.

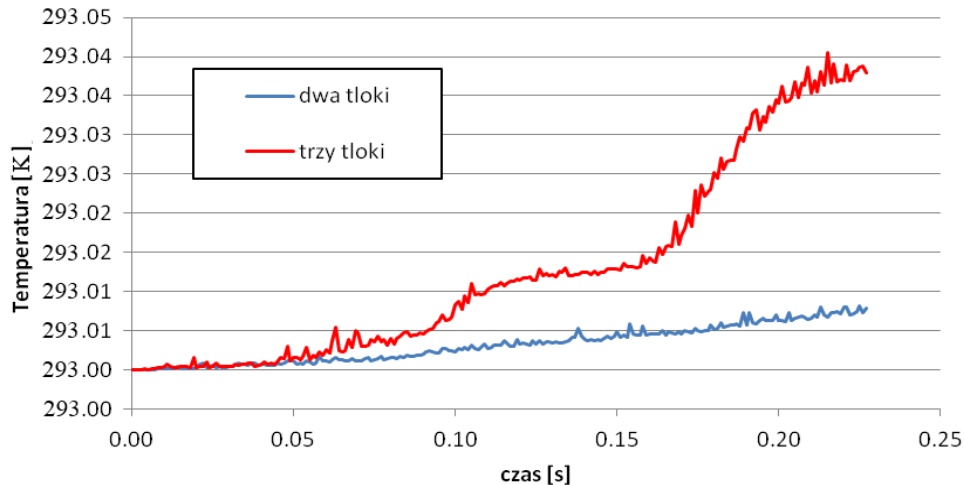
Z punktu widzenia modelowania MES, zaproponowane zmiany konstrukcyjne były bardzo niewielkie. Wykorzystanie tych samych, co dotychczas tarczy i klocków pozwoliło na użycie tej samej siatki elementów skończonych. Jedyne zmiany, w porównaniu z konstrukcją oryginalną, dotyczyły innego sposobu przyłożenia ciśnienia obciążającego konstrukcję. Warunki początkowe i utwierdzenie modelu pozostały nie zmienione. Zmodyfikowane obszary działania ciśnienia pokazane są na rysunku 6. Wartość ciśnienia przyłożonego do elementów wynosiła odpowiednio:  $p_1 = 55,954$  MPa od zewnętrznych części zacisku,  $p_2 = 34,289$  MPa od wewnętrznych części zacisku,  $p_3 = 22,408$  MPa od tłoczków zewnętrznych i  $p_4 = 21,279$  MPa od tłoczka środkowego (Rys. 6).



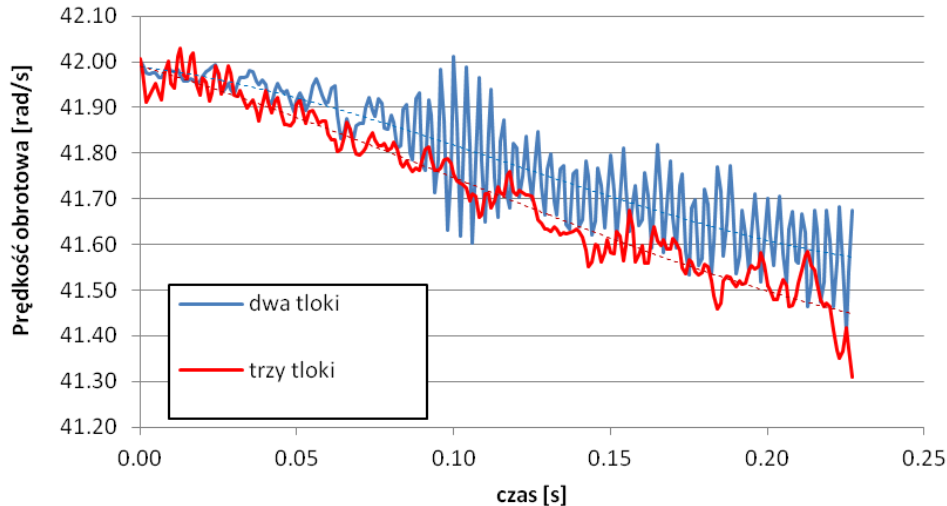
Rys. 6 Rozkład sił dociskających klocki- układ trój tłoczkowy

### 3.4. Analiza porównawcza

Zmiany wprowadzone w konstrukcji układu dały efekt w postaci większych wartości naprężeń na powierzchni klocków. W celu porównania pracy konstrukcji przed i po wprowadzeniu modyfikacji przedstawiono wykres zmiany temperatury w funkcji czasu dla obydwu układów (Rys. 7) oraz przebieg prędkości obrotowej tarczy hamulca w funkcji czasu również dla obydwu przypadków (Rys. 8). Zgodnie z oczekiwaniami, zwiększenie liczby tłoczków zaowocowało zwiększeniem siły docisku okładzin do tarczy. W efekcie przyrost temperatury oraz wytracanie prędkości tarczy hamulcowej się zwiększyły.



Rys. 7 Wykres porównawczy zmiany temperatury dla obydwu przypadków

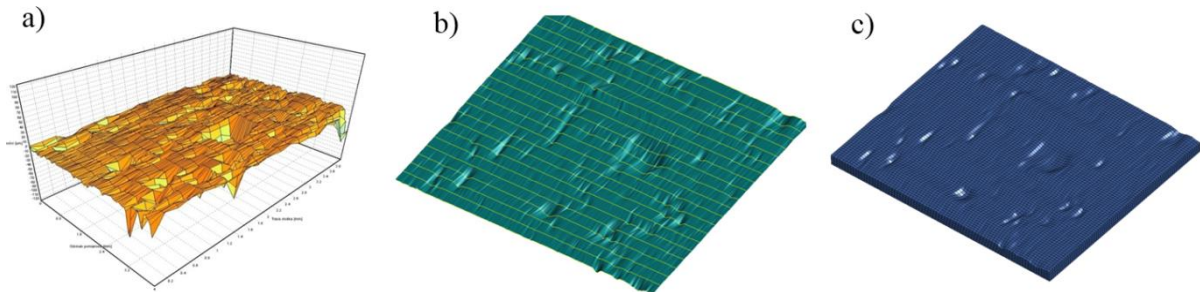


Rys. 8 Wykres porównawczy zmiany prędkości kątowej tarczy hamulcowej dla obydwu przypadków

### 4. Mikroskopowy model okładziny ciernej

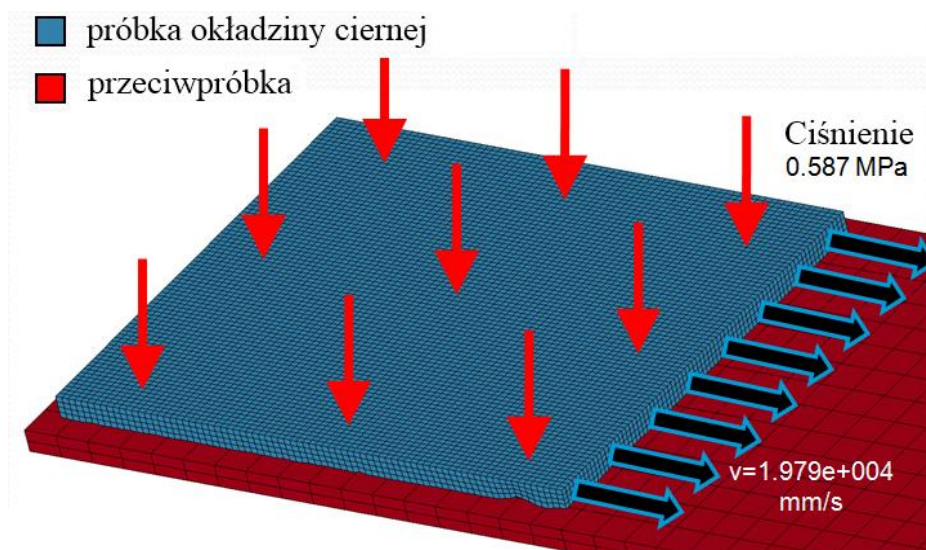
Wszelkie procesy zachodzące na powierzchni okładzin ciernych oraz tarczy lub bębna, mają swój początek w mikroobszarach styku ciał ciernych [7]. Dlatego też autorzy zdecydowali się wykonać modele numeryczne powierzchni okładziny ciernej z odwzorowaniem jej chropowatości oraz śladów zniszczenia w skali mikroskopowej. Wynikało to również z faktu, iż takie podejście jest trudne do realizacji w przypadku globalnego modelu układu hamulcowego, gdzie praktycznie niemożliwe jest wprowadzenie tak gęstej siatki prawidłowo odwzorowującej nierówności okładziny ciernej. Zaproponowane

modelowanie w skali mikroskopowej pozwoliło na dokładniejszą realizację numeryczną wpływu nierówności powierzchni na zjawiska zachodzące na powierzchni okładziny ciernej. Na rysunku 9 przedstawione są kolejne etapy tworzenia modelu okładziny ciernej w skali mikroskopowej, co zostało szerzej opisane w pracy [7].



Rys. 9 Etapy tworzenia mikroskopowego modelu numerycznego okładziny ciernej  
a) model uzyskany z profilometru, b) model geometryczny, c) model numeryczny

Tak utworzona próbka miała wymiary 4 mm x 4 mm x 0.25 mm. Ilość elementów bryłowych (HEX8) budujących próbkę wyniosła 25600, natomiast liczba węzłów 32805. Próbkę oraz przeciwpróbkę nadano literaturowe właściwości materiałowe. W celu odzwierciedlenia procesu hamowania próbkę nadano prędkość liniową wynoszącą  $v = 19,79$  m/s oraz na jej górną powierzchnię przyłożono ciśnienie o wartości  $p = 0,587$  MPa (Rys. 10). Warunki początkowo-brzegowe odpowiadały warunkom występującym podczas eksperymentu, który został szerzej opisany w pracy [6].

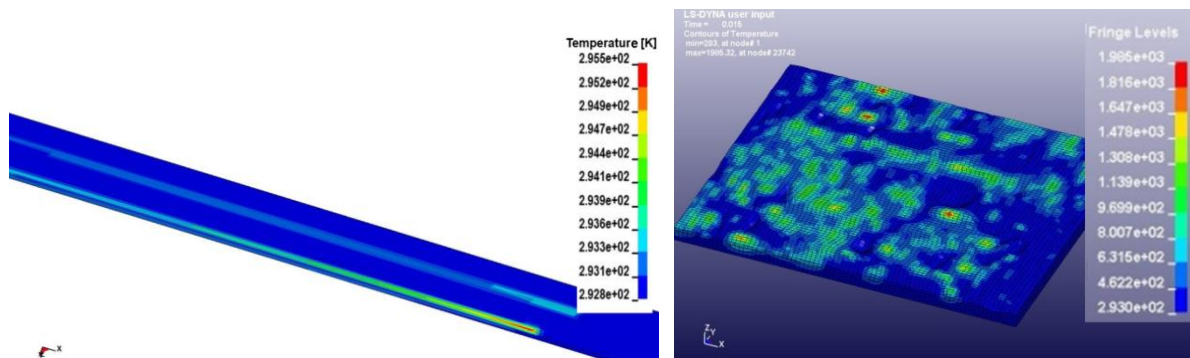


Rys. 10 Warunki początkowo-brzegowe dla mikroskopowego modelu [7]

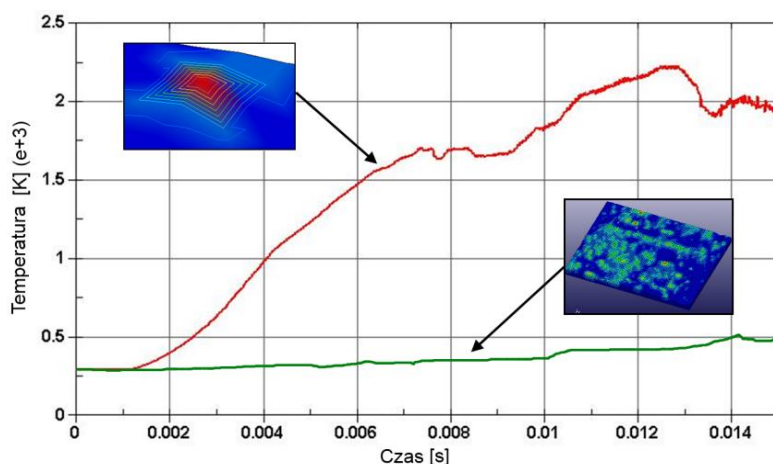
#### 4.1. Wyniki analizy numerycznej

W wyniku przeprowadzonych dynamicznych analiz numerycznych otrzymano wartości temperatur na powierzchni przeciwpróbki oraz próbki dla wybranej chwili czasowej  $t=0,15$  s (Rys. 11), natomiast przebieg zmian temperatury w funkcji czasu dla najwyższego wierzchołka oraz dla całego modelu próbki przedstawiony jest na rysunku 12.





Rys. 11 Rozkład temperatury na powierzchni modelu okładziny czarnej oraz przeciwpróbki dla  $t=0,15$  s



Rys. 12 Przebieg zmiany temperatury w najwyższym punkcie chropowatości oraz na całej powierzchni próbki

Na podstawie powyższych rysunków widać, iż maksymalne temperatury generowane są na wierzchołkach chropowatości, co w połączeniu z warunkami panującymi podczas procesu hamowania powoduje ścinanie tych wierzchołków, propagację zużycia oraz tworzenie się gorących plam [7]. Mając to na uwadze, autorzy postanowili odwzorować proces zużywania się próbek przy pomocy implementacji metody SPH.

#### 4.2. Modelowanie procesu zużycia okładziny czarnej-metoda SPH

Metoda Smooth Particle Hydrodynamics (SPH) jest metodą bezsiatkową służącą do przeprowadzania symulacji gdzie występują duże odkształcenia materiału, tj. crash testy czy przepływy płynów. Została ona opracowana w celu uniknięcia znacznego pogorszenia jakości siatki Metody Elementów Skończonych podczas dużych deformacji. Główną zaletą metody SPH jest brak siatki łączącej węzły.

Podstawą tej metody jest interpolacja. Rozkłady parametrów fizycznych zastępuje się odpowiednimi estymatami przy założonym jądrze interpolacji [13]:

$$\Pi^k f(x) = \int f(y)W(x-y, h)dy \quad (5)$$

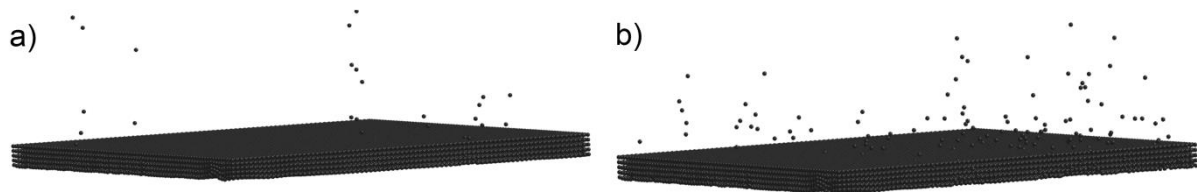
gdzie:  $W$  jest jądrem interpolacji.

Funkcja jądra interpolacji  $W$  ma następującą postać:

$$W(x, h) = \frac{1}{h(x)^d} \theta(x) \quad (6)$$

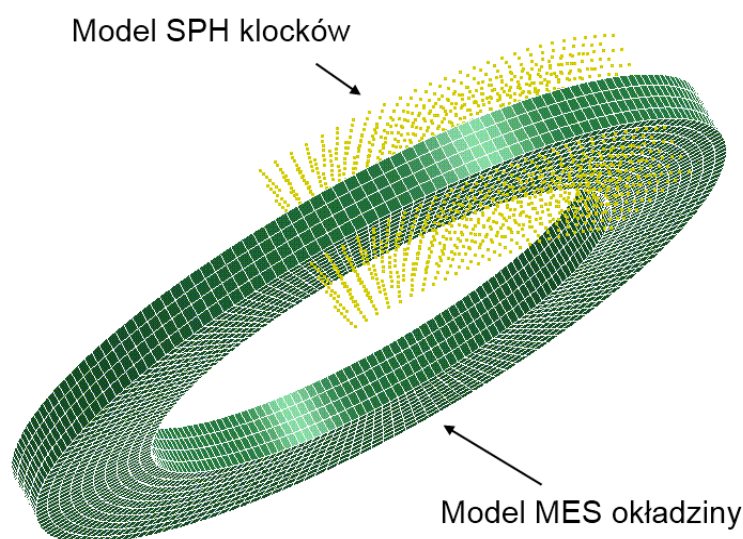
gdzie  $d$  jest liczbą wymiarów przestrzeni,  $h$  jest długością wygładzania (smoothing length), która określa odległość na jaką cząstka może oddziaływać z innymi cząstkami, może być zmienna w czasie i przestrzeni.

Elementy skończone tworzące model dyskretny próbki zostały zastąpione swobodnymi cząstkami. Warunki początkowo-brzegowe były identyczne jak dla modelu MES w skali mikroskopowej, z tą różnicą iż zdefiniowano kryterium zniszczeniowe w postaci odkształceniowej co pozwoliło uzyskać efekt odrywania się kawałków materiału (cząstek SPH) od modelu próbki. Na rysunku 13 przedstawione są wyniki analizy numerycznej obejmującej proces zniszczenia próbki dla dwóch wybranych chwil czasowych.

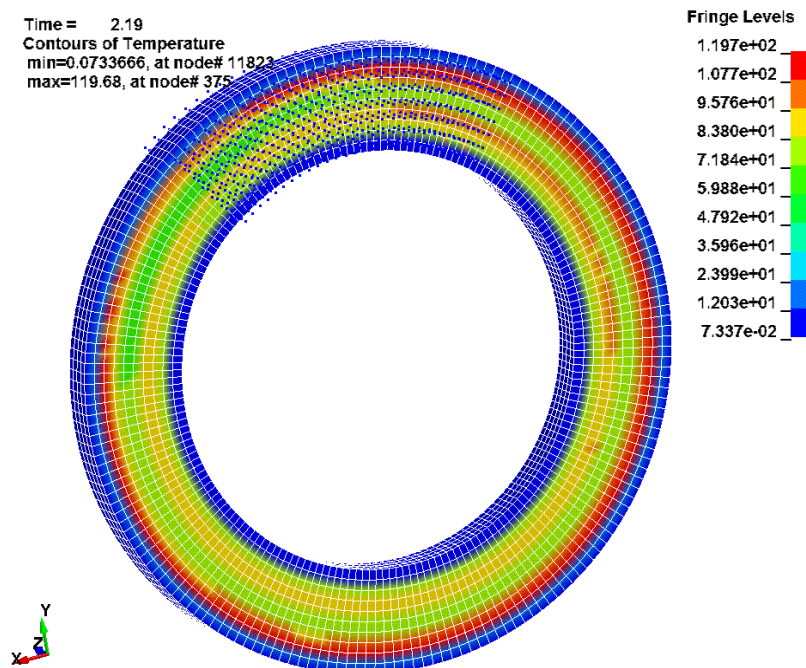


Rys. 13 Zniszczenie próbki dla wybranych dwóch chwil czasowych, a)  $t = 0,08$  s, b)  $t = 0,2$  s

Na podstawie powyższych wyników zauważyć można, że zaproponowany algorytm implementacji zniszczenia materiału okładziny działa w sposób prawidłowy. Ciężko jest jednoznacznie stwierdzić, czy otrzymane wyniki dają pełne odzwierciedlenie rzeczywistego zniszczenia materiału, jednak z numerycznego punktu widzenia procedura działa prawidłowo. Aby mieć pełny obraz charakteru zużycia materiałów zastosowanych podczas badań należałoby pozyskać ich dokładne charakterystyki. Pozwoliłoby to na lepsze odwzorowanie symulacji procesu zużycia. Pomimo braku tych danych, z uwagi na obiecujące efekty zastosowania metod bezsiatkowych, autorzy postanowili rozwinąć to podejście i chwili obecnej prowadzą badania nad modelami hybrydowymi obejmującymi połączenie techniki MES z modelowaniem SPH. Na rysunkach 14 i 15 przedstawiono wstępny model obliczeniowy, gdzie klocki zamodelowane zostały przez cząstki SPH, natomiast uproszczona tarcza hamulcowa odzwierciedlona została przez elementy bryłowe.



Rys. 14 Model hybrydowy (MES+SPH) układu hamulcowego



Rys. 15 Model hybrydowy (MES+SPH) układu hamulcowego – rozkład temperatur [K] dla wybranej chwili czasowej

## 5. Wnioski

W powyższej pracy przedstawiono wyniki prac obejmujących szerokie zagadnienie jakim jest proces hamowania. Po przeanalizowaniu wyników zauważyć można, że obecnie przy pomocy metod numerycznych jest możliwe szczegółowe odwzorowanie pracy hamulca. Głównymi problemami jednak jest czasochłonność i zapotrzebowanie na zasoby sprzętowe. Konieczność pozyskania pełnych charakterystyk materiałowych w funkcji temperatury, które mają istotny wpływ na wyniki, jest dodatkowym czynnikiem utrudniającym stosowanie symulacji numerycznych do opisu omawianych zjawisk. Kolejnym ograniczeniem związanym z modelowaniem MES jest problem dyskretyzacji modelu w sposób, który jednocześnie dawałby dokładne odzwierciedlenie nierówności powierzchni okładzin, a z drugiej akceptowalny czas trwania obliczeń. Dlatego też autorzy zdecydowali się na przeprowadzenie badań osobno na obiektach makroskopowych (układ hamulcowy bębnowy oraz tarczowy) i mikroskopowych (próbka okładziny czarnej). Wyniki obliczeń pokazują, że podejście makroskopowe pozwala wnioskować o ogólnym charakterze pracy hamulca (jak równomierność pracy okładzin czy prowadzenie analiz porównawczych), jednak nie wystarcza do przewidywania zużycia okładzin, co – na przykład – uniemożliwia wnioskowanie dotyczące żywotności hamulców

Zaproponowana koncepcja numerycznego opisu procesu zużycia warstwy wierzchniej będzie podlegać dalszym modyfikacjom, w których będą poszukiwane optymalne parametry do zamodelowania procesu zużycia. Autorzy mają nadzieję, że dzięki połączeniu metody SPH z modelowaniem MES możliwe będzie przeprowadzenie analizy procesu hamowania na modelu całego hamulca, z jednoczesnym odwzorowaniem nierówności powierzchni. Wykonanie takiej analizy przy użyciu klasycznej MES i dostępnego sprzętu komputerowego jest praktycznie nie wykonalne.

## Bibliografia

1. Abu Bakar A.R., Ouyangb H., Wear prediction of friction material and brake squeal using the finite element method, *Wear* 2008, 264: 1069-1076.
2. Adamowicz A., Grzes P., Influence of convective cooling on a disc brake temperature distribution during repetitive braking, *Applied Thermal Engineering* 2011, 31:2177-2185.
3. Attanasio A., Ceretti E., Fiorentino A., Cappellina C., Giardinij C., Investigation and FEM-based simulation of tool wear in turning operations with uncoated carbide tools, *Wear* 2007, 263: 1175-1188.
4. Bagnoli F., Dolce F., Bernabei M., Thermal fatigue cracks of fire fighting vehicles gray iron brake discs, *Engineering Failure Analysis* 2009, 16: 152-163.
5. Baranowski P., Damaziak K., Jachimowicz J., Małachowski J., Niezgoda T., Badania numeryczne wybranego układu pojazdu specjalnego w aspekcie poprawy bezpieczeństwa, *Modelowanie Inżynierskie* 2011, 42: 19-26.
6. Baranowski P., Damaziak K., Małachowski J., Mazurkiewicz Ł., Kastek M., Polakowski H., Piątkowski T., Experimental and numerical tests of thermomechanical processes occurring on brake pad lining surface, *Surface Effects and Contact Mechanics* 2011, 10: 15-24.
7. Baranowski P., Małachowski J., Badania numeryczne zjawisk termomechanicznych występujących na powierzchni ciernej tarczy hamulcowej, *Wojskowa Akademia Techniczna*, 2010.
8. Belhocine A., Bouchetara M., Thermal analysis of a solid brake disc, *Applied Thermal Engineering* 2012, 32: 59-67.
9. Belytschko T., Liu W., K., Moran B., *Nonlinear Finite Elements for continua and structures*, John Wiley & Sons, 2000.
10. Damaziak K., Małachowski J., Sybilski K., Jachimowicz J.: Analiza numeryczna obszaru współpracy pomiędzy okładziną i bębniem hamulcowym, *Górnictwo Odkrywkowe* 2010, 4(51): 84-88.
11. Dmitriev A.I., Osterle W., Modeling of brake pad-disc interface with emphasis to dynamics and deformation of structures, *Tribology Int.* 2010, 43:719-727.
12. Fouvry S., Paulin C., Liskiewicz T., Application of an energy wear approach to quantify fretting contact durability: Introduction of a wear energy capacity concept, *Tribology Int.* 2007, 40: 1428-1440.
13. Hallquist J.O., *LS-Dyna. Theory manual*, California Livermore Software Technology Corporation, 1998.
14. Kajka R., Harla R.: *Raport 26/LW/2009*. Instytut Lotnictwa, Warszawa, 2009.

15. Kajka R., Harla R.: Raport 27/LW/2009. Instytut Lotnictwa, Warszawa, 2009.
16. Lei W., Zefeng W., Wei L., Xuesong J., Thermo-elastic-plastic finite element analysis of wheel/rail sliding contact, *Wear* 2011, 271: 437-443.
17. Lodygowski A., Voyiadjis G.Z. Deliktas B., Palazotto A., Non-local and numerical formulations for dry sliding friction and wear at high velocities, *Int. J. of Plasticity* 2011,27: 1004-1024.
18. Müller M., Ostermeyer G.P., A Cellular Automaton model to describe the three-dimensional friction and wear mechanism of brake systems, *Wear* 2007, 263: 1175-1188.
19. Nowicki B.: Chropowatość i falistość powierzchni. WNT, Warszawa, 1991.
20. Popova V.L., Psakhie S.G., Numerical simulation methods in tribology, *Tribology Int.* 2007, 40: 916-923.
21. Qi H.S., Day A.J., Investigation of disc/pad interface temperatures in friction braking, *Wear* 2007, 262: 505-513.
22. Rojek J., Modelowanie i symulacja komputerowa złożonych zagadnień mechaniki nieliniowej metodami elementów skończonych i dyskretnych, *Prace IPPT*, Warszawa, 2007.
23. Ścieszka S., F.: Hamulce cierne. Gliwice-Radom, WZP-ITE, 1998.
24. Shahzamanian M.M., Sahari B.B., Bayat M., Mustapha F., Ismarrubie Z.N., Finite element analysis of thermoelastic contact problem in functionally graded axisymmetric brake disks, *Composite Structures* 2010, 92: 1591-1602.
25. Söderberg A., Andersson S., Simulation of wear and contact pressure distribution at the pad-to-rotor interface in a disc brake using general purpose finite element analysis software, *Wear* 2009, 267: 2243-2251.
26. Subutay S. A., Modeling of subsurface deformation and damage in an aluminum-silicon alloy subjected to sliding contact, *Dissertation*, Windsor, Ontario, Canada, 2006.