

**METODA WYZNACZANIA OPTYMALNEJ ODLEGŁOŚCI MIĘDZY  
PRZYSTANKAMI NA SIECI AUTOBUSOWEJ KOMUNIKACJI MIEJSKIEJ  
THE METHOD OF DETERMINING OPTIMAL DISTANCES BETWEEN  
FLOORINGS ON THE BUS SERVICE OF URBAN COMMUNICATION**

**Krzysztof FICOŃ**  
krzysztof.ficon@wp.pl

Akademia Marynarki Wojennej  
Wydział Dowodzenia i Operacji Morskich

*Streszczenie: W pracy podjęto próbę modelowania zadania wyznaczenia optymalnej odległości między przystankami autobusowymi na sieci komunikacji miejskiej. W tym celu został zbudowany model logiczno-analityczny obrazujący proces poruszania się autobusu na sieci komunikacji miejskiej, uwzględniający m.in. czasową dynamikę ruszania z przystanku, liniowy odcinek ruchu jednostajnego między przystankami i czas hamowania przed kolejnym przystankiem. Dodatkowo dołączono „pieszą” procedurę dojścia pasażera do przystanku, a następnie jego dotarcie do miejsca przeznaczenia. Zaproponowana topografia miejskiej sieci komunikacji autobusowej powinna gwarantować minimalizację łącznego czasu podróży autobusem oraz czasu dojścia do przystanku i przejścia do miejsca docelowego. Skuteczność funkcjonowania modelu zilustrowano prostym przykładem liczbowym.*

*Abstract: The paper attempts to model the task of determining the optimal distance between bus stops on the public transport network. To this end, a logical-analytical model was built, illustrating the process of moving the bus on the public transport network, including temporary dynamics of starting from the stop, linear segment of uniform traffic between stops and braking time before the next stop. In addition, a "walking" procedure for the passenger to reach the stop and then reaching the destination. The proposed topography of the urban bus communication network should guarantee minimizing the total travel time of the bus and the time of reaching the bus stop and passing to the destination. The model's effectiveness is illustrated by a simple numerical example.*

*Słowa kluczowe: autobus, czas, hamowanie, miasto, odległość, przyspieszenie, przystanek, trasa.*

*Keywords: bus, time, braking, city, distance, acceleration, bus stop, route.*

## **WPROWADZENIE**

Pojęcie komunikacji formalnie obejmuje dwie dyscypliny naukowe – łączność i transport, czyli komunikację niematerialną i materialną. Transport będący obiektem naszych zainteresowań dzieli się na wiele sposobów, według rozmaitych kryteriów klasyfikacyjnych. Najprostszy tzw. gałęziowy podział transportu prowadzony według kryterium środowiska naturalnego wyróżnia transport powietrzny, lądowy i wodny. Multiśrodowiskową technologiczną kategorią transportu jest transport przesyłowy bazujący na ciągłym medium przesyłowym. Najbardziej popularny transport lądowy dzieli się powszechnie na transport samochodowy i kolejowy. Będący przedmiotem dalszych analiz transport samochodowy można podzielić ze względu na kryterium dostępności użytkowej m.in. na transport publiczny, specjalny i prywatny. Jeszcze inne kryterium podmiotowo/przedmiotowe dzieli transport samochodowy na transport pasażerski, towarowy i mieszany (Krystek, 2009).

Przedmiotem dalszych rozważań będzie publiczny transport osobowy obsługujący komunikację miejską. Środowiskowy rodzaj komunikacji miejskiej lokuje nasze rozważania w obszarze logistyki miejskiej, zaliczanej do szerszego kręgu logistyki społecznej, obejmującej ponadto takie kategorie jak: logistyka sytuacji kryzysowych, logistyka humanitarna, logistyka administracji publicznej, a także szereg tzw. logistyk branżowych dotyczących przykładowo logistyki szpitali, uczelni i szkół, imprez masowych i inne (Stajniak, 2008).

Formalnie do zbioru środków transportowych komunikacji miejskiej oprócz autobusów należą także tramwaje, trolejbusy, szynobusy oraz kolei naziemna i podziemna (metro), a także różne systemy transportu linowego i szynowego. Praktycznie we wszystkich dziedzinach transportu miejskiego, ważnym problemem racjonalizacji jego użytkowania jest optymalizacja sieci komunikacyjnej ze względu na jej topografię odnoszoną do struktury odcinków liniowych i punktów przystankowych (Ejdys, 2014). Określenie optymalnej liczby przystanków na miejskiej sieci komunikacyjnej, np. dla wyodrębnionej linii autobusowej (trolejbusowej, czy tramwajowej) jest złożonym zadaniem optymalizacji wielokryterialnej, a próbę jego rozwiązania podjęto w niniejszej pracy.

Przedmiotem dalszych badań jest próba rozwiązania zadania optymalizacji odległości między przystankami na miejskiej sieci autobusowej. Formalnie jest to zadanie z obszaru badań operacyjnych polegające na zastosowaniu pewnego aparatu matematycznego do sformułowania modelu i zaproponowania metody jego skutecznego rozwiązania (Ficoń, 2006). Praktyczny wymiar badanego problemu sprawia, że oprócz uwarunkowań czysto formalnych, takich jak ograniczenia, warunki brzegowe, funkcja kryterium istnieje wiele innych czynników które powinny być wzięte pod uwagę w trakcie rozwiązywania tego problemu. Ponieważ uwzględnienie wszystkich uwarunkowań sytuacyjnych jest praktycznie niemożliwe, dlatego rozwiązanie zostało sformułowane dla modelowych ograniczeń, co jest cechą charakterystyczną podejścia opartego o metodologię badań operacyjnych (Ficoń, 2006). Zaproponowany model może być doskonalony na drodze eksperymentalnych, komputerowych badań symulacyjnych, wieńczących w dobie obecnej „czyste” modelowanie matematyczne.

## 1. CHARAKTERYSTYKA TOPOGRAFICZNA SIECI DROGOWEJ KOMUNIKACJI MIEJSKIEJ

Poszczególne linie (trasy) komunikacyjne w mieście są pochodną topografii ulic miasta, która jest funkcją jego sieci osadniczej związaną ze stopniem koncentracji ludności, rozmieszczeniem centrów usług i głównych ośrodków pracy (Oziomek, Rogowski, 2016). Na strukturę miejskiej sieci komunikacyjnej istotnie rzutują takie parametry jak: aktualny układ drogowy, topografia ulic i ciągów komunikacyjnych, historia i tradycje urbanizacji oraz liczba mieszkańców i pełnione przez miasto funkcje społeczno-gospodarcze (Mindur, 2008). Nie bez znaczenia jest naturalne i przestrzenne ukształtowanie aglomeracji miejskiej, bliskość cieków i zbiorników wodnych, zwłaszcza dostępność do morza, sąsiedztwo gór, obszarów zalesionych, czy obecność dużych zakładów przemysłowych. Zawsze jednak sieć komunikacyjna miasta jest parametrem stałym i tylko sporadycznie podlegającym zmianom i różnym modernizacjom, także inwestycyjnym (Królak, Senko, Gromadzki, 2006).

Potrzeby komunikacyjne mieszkańców miasta w aspekcie statycznym zaspokaja topografia sieci drogowej (szynowej, drogowej, naziemnej, podziemnej, wodnej), natomiast w aspekcie dynamicznym – system komunikacji miejskiej, głównie zaś środki transportu miejskiego. Kryterium optymalizacji systemu transportu miejskiego dotyczy dwóch zasadniczych jego obszarów: rozmieszczenia linii komunikacji miejskiej na mapie topograficznej miasta oraz częstości kursowania środków komunikacji miejskiej na poszczególnych trasach komunikacyjnych (Naumov, 2016). Częstość kursowania środków komunikacji miejskiej rzutuje bezpośrednio na jakość obsługi i standardy życia mieszkańców w zakresie przewozów pasażerskich (Ejdys 2014). Szczególnie istotnym parametrem każdej autobusowej (trolejbusowej, tramwajowej) linii komunikacyjnej jest gęstość i rozmieszczenie przystanków – punktów przesiadkowych – na danej trasie.

Przystanek – według Ustawy Prawo o Ruchu Drogowym (1997) – to „(...) miejsce zatrzymania się pojazdów transportu publicznego, oznaczone odpowiednimi znakami drogowymi”. Według Ustawy o Transporcie Drogowym (2016), przystanek to – „(...) miejsce przeznaczone do wsiadania lub wysiadania pasażerów na danej linii komunikacyjnej, oznaczone w sposób określony w PORD z informacją o rozkładzie jazdy, z uwzględnieniem godzin odjazdów środków transportowych przewoźnika drogowego uprawnionego do korzystania z tego miejsca”.

Poszczególne linie komunikacyjne tworzą odcinki tych ulic miasta, przez które przebiega dana linia i jest obsługiwana przez ten sam środek transportu – w sensie numeru (nazwy) linii – od punktu początkowego aż do punktu końcowego. Najczęściej na jednej linii

komunikacyjnej w mieście w zależności od jej długości i statystyk w zakresie liczby przewożonych pasażerów kursuje według określonego rozkładu jazdy wiele jednorodnych środków transportowych, np. autobusów. Trasę każdej linii komunikacyjnej w mieście określa topografia ulic, przebieg (długość) linii w sensie punktu początkowego i końcowego oraz liczba i rozmieszczenie przystanków (Królak, Senko, Gromadzki, 2006).

Optymalizacja miejskiej linii komunikacyjnej polega na takim zaprojektowaniu topografii każdej trasy, aby maksymalnie zaspokoić potrzeby pasażerów – mieszkańców miasta. Z punktu widzenia potrzeb mieszkańców miasta kryterium optymalności trasy ma charakter wielowymiarowy i dotyczy takich aspektów jak: topograficzny przebieg trasy przez wybrane ulice i ciągi komunikacyjne, liczba i rozmieszczenie przystanków, skomunikowanie poszczególnych przystanków z węzłami przesiadkowymi, a przede wszystkim czas przejazdu (Steenbrink, 1978). Nie bez znaczenia z punktu widzenia są także koszty przejazdu, natomiast dla zakładów komunikacyjnych rentowność funkcjonowania danej linii jest odnoszona do ponoszonych kosztów i wpływów z tytułu opłat za korzystanie z komunikacji miejskiej (Królak, Senko, Gromadzki, 2006). Mamy tutaj do czynienia z pewną dychotomią kosztów – im dłuższa trasa tym większe koszty jej obsługi ponosi przedsiębiorstwo komunikacyjne, co zgodnie z zasadami gospodarki rynkowej skutkuje większymi opłatami ze strony przewożonych pasażerów (Krystek, 2009). Ze względów społecznych problematyka ekonomicznych kosztów jest niekiedy rozwiązywana w sposób niekomercyjny, gdy koszty komunikacji miejskiej pokrywane są częściowo lub całkowicie ze środków budżetowych miasta. Dlatego wskaźnikami ekonomicznej rentowności linii komunikacyjnych nie będziemy dalej się zajmować.

## **2. PARAMETRY OPTIMALIZACYJNE LINII KOMUNIKACJI MIEJSKIEJ**

Przedmiotem szczególnej uwagi będą dwa zasadnicze parametry badanej linii komunikacyjnej: czas przejazdu z punktu początkowego A do punktu końcowego B oraz gęstość i rozmieszczenia przystanków. Czas przejazdu jest funkcją długości trasy przejazdu, czyli marszruty spełniającej potrzeby pasażera oraz średniej prędkości podróży danego środka transportowego (Ejdys, 2014). Średnia prędkość podróży, pomijając współczesne uwarunkowania komunikacyjne w miastach typu: korki, zatory, blokady, objazdy, światła, skrzyżowania itp. na określonej linii komunikacyjnej zależy przede wszystkim od liczby i gęstości przystanków na danej linii. Liczba i rozmieszczenie przystanków determinują przestrzenne odległości między poszczególnymi przystankami (Molecki, 2015).

Biorąc pod uwagę potrzeby komunikacyjne pasażera korzystającego (np. regularnie) z danej linii komunikacyjnej mamy do rozwiązania typowe zagadnienie minimaksowe. Z jednej strony pasażer jest zainteresowany w tym, aby czas podróży z punktu A do B był minimalny, z drugiej, biorąc pod uwagę dostępność danej linii chciałby, aby liczba przystanków była możliwie największa, gdyż dzięki temu odległości między przystankami byłyby możliwie najmniejsze. Zwiększona liczba przystanków wydłuża automatycznie łączny czas przejazdu na takiej trasie. W praktyce rozwiązaniem skrajnym są tzw. linie pospieszne na których liczba pośrednich przystanków jest drastycznie ograniczona, a czas podróży radykalnie skrócony (Kisielewski, Sobota, 2016).

Każdy środek komunikacji miejskiej podczas obsługi danej linii komunikacyjnej zatrzymuje się na przystankach pośrednich, które z punktu widzenia pasażera rozpoczynającego podróż w punkcie początkowym są nieistotne, a dodatkowo wydłużają rzeczywisty łączny czas podróży. Inaczej przystanki pośrednie postrzegają inni pasażerowie tego środka transportowego, dla których są to albo punkty początkowe podróży, albo punkty końcowe ich trasy (Oziomek, Rogowski, 2016). Widać stąd, jak bardzo skomplikowane są procesy komunikacji miejskiej, które muszą uwzględniać sprzeczne interesy wszystkich grup potencjalnych pasażerów. Problemy te nie dotyczą komunikacji prywatnej, w której nie występują przystanki pośrednie w sensie obsługi innych pasażerów. Jest to jedna z podstawowych zalet komunikacji prywatnej (indywidualnej), która w tym sensie determinuje jej wyższość nad komunikacją zbiorową.

Czas obsługi każdego przystanku – początkowego, pośredniego i końcowego jest funkcją takich zmiennych jak: czas hamowania od prędkości podróźnej do zatrzymania, czas postoju na przystanku i czas rozpędzania od zatrzymania do prędkości podróźnej. Z kolei na krytyczny czas postoju na przystanku mają wpływ takie zmienne jak: czas otwierania drzwi, czas wychodzenia/wchodzenia pasażerów do środka transportowego i czas zamykania drzwi. Czas obsługi wejścia/wyjścia pasażerów zależy istotnie od liczby osób wysiadających i wsiadających na danym przystanku (Bąkowski, Dziewguć, Krakowski, 2015).

Modelując proces obsługi pasażerów w środkach komunikacji miejskiej nie trudno zauważyć, że występują tutaj trzy rodzaje dynamiki transportowej obejmujące:

- ruch jednostajnie przyspieszony, rozpędzanie autobusu,
- ruch jednostajny, jazda ze stałą, średnią prędkością podróźną,
- ruch jednostajnie opóźniony, hamowanie i zatrzymanie na przystanku.

Nieco inaczej etapy te przebiegają z punktu widzenia pasażerów wsiadających i wysiadających. Dla pasażerów wsiadających mamy: ruch jednostajnie opóźniony, kiedy środek transportu zbliża się do przystanku, potem następuje postój na przystanku i rozpędzanie ruchem jednostajnie przyspieszonym do prędkości podróźnej. Dla pasażerów wysiadających mamy ruch jednostajny w trakcie podróży, potem ruch jednostajnie opóźniony (hamowanie przed przystankiem) i zatrzymanie środka transportowego. Im większa jest liczba przystanków, tym większa jest liczba czynności hamowania, postoju i przyspieszania, które absorbują określone resursy czasowe, wydłużając tym sposobem łączny czas podróży (Kisielewski, Sobota, 2016).

Zmniejszona liczba przystanków powoduje, po pierwsze, że zwiększa się odległość między przystankami, a tym samym zwiększa się krytyczny czas dojścia pasażera do przystanku początkowego, umożliwiającemu korzystanie ze środków komunikacji miejskiej (<http://www.transport-publiczny.pl/>, 2018). Po drugie, zwiększa się czas dojścia z przystanku końcowego do miejsca docelowego. Po trzecie, zwiększa się średnia prędkość podróży środka komunikacji miejskiej na skutek ograniczonych czynności hamowania, postoju i rozpędzania. W efekcie skróceniu ulega łączny czas trwania podróży z punktu A do B. Z kolei zwiększona liczba przystanków wywołuje skutki odwrotne do zaprezentowanych powyżej dla ograniczonej liczby przystanków. Przy gęstej sieci przystanków zmniejszają się odpowiednie czasy dojścia, a zwiększa się fizyczny czas podróży danym środkiem komunikacji miejskiej (Królak, Senko, Gromadzki, 2006).

Jak widać z powyższych dywagacji zadanie konfigurowania optymalnej struktury linii komunikacyjnej na danej sieci transportowej miasta jest zadaniem dychotomicznym wymagającym poważnych badań statystycznych w zakresie obciążenia poszczególnych przystanków przez pasażerów wsiadających i wysiadających (Ejdys 2014). Liczba użytkowników poszczególnych przystanków powinna determinować ich intensywność (gęstość) strumienia obsługi, czyli rozmieszczenie na danej linii komunikacyjnej. Liczba środków transportowych pracujących jednocześnie na danej linii komunikacyjnej jest zadaniem wtórnym, wynikającym głównie z tzw. obciążeń szczytowych, powodujących zwiększoną podaż pasażerów do systemu obsługi (Naumov, 2016).

### 3. MODELOWANIE DYNAMIKI AUTOBUSOWEJ LINII TRANSPORTU MIEJSKIEGO

Analizując trasę modelowej podróży środkami komunikacji miejskiej z punktu widzenia pasażera, np. rozpoczynającego codzienną podróż ( $L$ ) można wyróżnić 3 charakterystyczne jej odcinki (Piasecki, 1973):

$$L = \sum_{i=1}^3 L_i \quad (1)$$

gdzie:

$L_1$  – odcinek startowy, pokonywany z reguły pieszo od miejsca, np. zamieszkania do najbliższego przystanku komunikacji miejskiej,

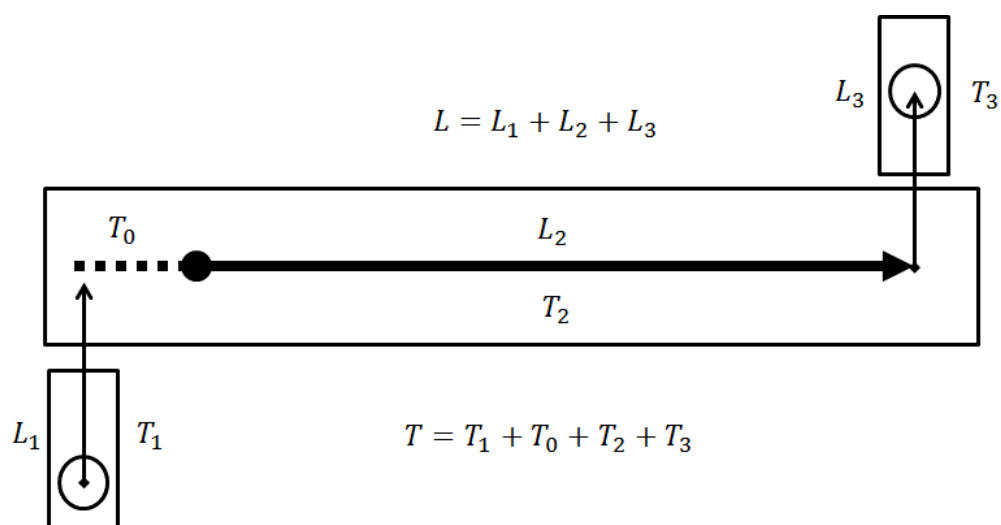
$L_2$  – odcinek podróży środkami komunikacji miejskiej zaczynający się na przystanku początkowym, a kończący się na przystanku końcowym,

$L_3$  – odcinek docelowy, pokonywany tradycyjnie pieszo od przystanku końcowego do miejsca docelowego, np. miejsca pracy.

Łączna długość rozpatrywanej trasy ( $L$ ) pasażera przemieszczającego się z punktu startowego do miejsca docelowego wyniesie:

$$L = L_1 + L_2 + L_3 \quad (2)$$

Spśród trzech odcinków składowych  $\{L_1, L_2, L_3\}$  tylko środkowy odcinek  $L_2$  pasażer będzie pokonywał środkami komunikacji miejskiej (rys. 1):



Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 1. Składowe odcinki drogi i czasu podróży pasażera korzystającego z komunikacji miejskiej

Pokonanie każdego odcinka trasy (1) wymaga zużycia określonych zasobów czasowych, które można podzielić na (Kisielewski, Sobota, 2016):

$$T = \sum_{i=1}^3 T_i + T_{10} \quad (3)$$

gdzie:

$T_1$  – czas przemarszu z punktu startowego na przystanek początkowy komunikacji miejskiej,

$T_{10}$  – czas oczekiwania na przyjazd środka komunikacji miejskiej na przystanku początkowym,

$T_2$  – czas przemieszczania się środkiem komunikacji miejskiej od przystanku początkowego do końcowego,

$T_3$  – czas przemarszu od przystanku końcowego komunikacji miejskiej do miejsca docelowego.

Łączny czas trwania podróży pasażera komunikacji miejskiej ( $T$ ) będzie więc wynosił:

$$T = T_1 + T_{10} + T_2 + T_3 \quad (4)$$

W budowanym modelu dodatkowo czas przemieszczania się środkami komunikacji miejskiej ( $T_2$ ) został podzielony na 3 charakterystyczne odcinki:

$$T_2 = \sum_{i=1}^3 T_{2i} \quad (5)$$

gdzie:

$T_{21}$  – czas rozpędzania się środka komunikacji miejskiej ruchem jednostajnym przyspieszonym od prędkości zerowej do prędkości podróźnej,

$T_{22}$  – czas jazdy ruchem jednostajnym z prędkością podróźną,

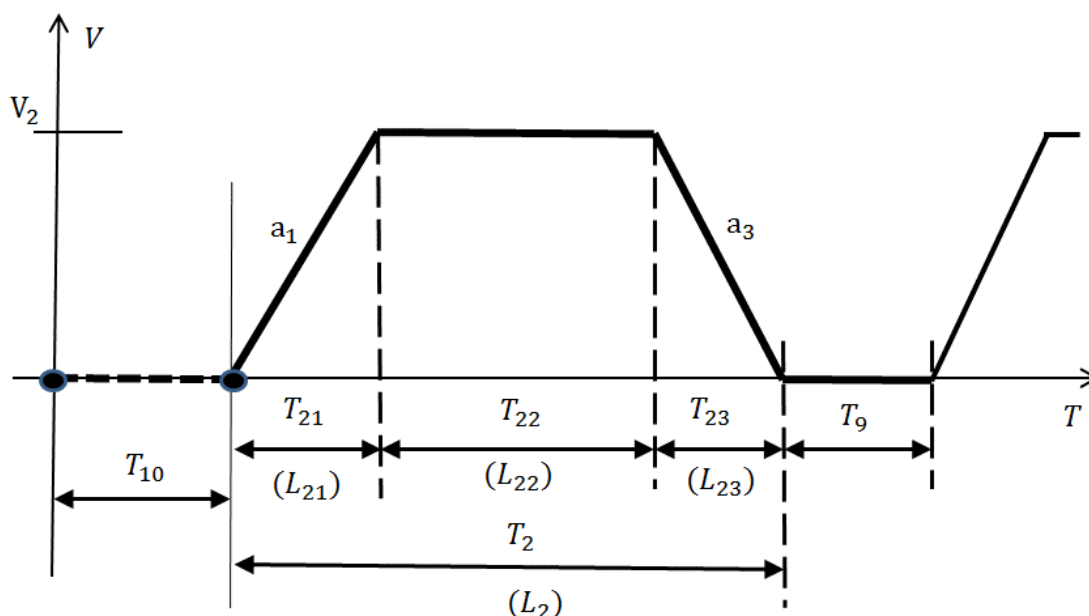
$T_{23}$  – czas hamowania ruchem jednostajnie opóźnionym od prędkości podróźnej do chwili zatrzymania na przystanku końcowym (pośrednim).



Wobec tego odcinkowy czas przemieszczania środkiem komunikacji miejskiej między dwoma przystankami, w szczególności początkowym i końcowym będzie wynosił:

$$T_2 = T_{21} + T_{22} + T_{23} \quad (6)$$

W praktyce miejskiej najczęściej w trakcie podróży między wyodrębnionym przystankiem początkowym, a przystankiem końcowym występuje wiele przystanków pośrednich ( $N$ ), z których każdy jest opisany za pomocą 3 odcinków czasowych: dotyczących ruchu jednostajnie przyspieszonego ( $a_1$ ), ruchu jednostajnego ( $a_2$ ) i ruchu jednostajnie opóźnionego ( $a_3$ ) (rys. 2).



Źródło: Opracowanie własne.

Rys. 2. Cykliczność dynamiki procesu podróży środkiem komunikacji miejskiej

Rzeczywisty czas przemieszczania się wyłącznie środkiem komunikacji miejskiej ( $T_{20}$ ), uwzględniający liczbę przystanków pośrednich ( $N$ ) wynosi:

$$T_{20} = N(T_{21} + T_{22} + T_{23} + T_9) \quad (7)$$

gdzie:

$N$  – liczba przystanków pośrednich na danej trasie podróźnej,

$T_9$  – czas oczekiwania autobusu na przystanku pośrednim.

#### 4. MINIMALIZACJA ŁĄCZNEGO CZASU PODRÓŻY ŚRODKAMI KOMUNIKACJI MIEJSKIEJ

Uwzględniając dotychczasowe założenia całkowity czas podróży ( $T(N)$ ) obejmujący: dojście pasażera na przystanek początkowy, czas oczekiwania na przyjazd środka komunikacji miejskiej, czas przejazdu środkiem komunikacji miejskiej i czas dojścia od przystanku końcowego do miejsca docelowego można formalnie zapisać w postaci następującego wyrażenia (Piasecki, 1973):

$$T(N) = T_1 + T_0 + T_2 + N(T_{21} + T_{23} + T_9) + T_3 \quad (8)$$

Biorąc pod uwagę odległości przestrzenne poszczególnych marszrut odcinkowych wyrażenie (8) zapiszemy jako:

$$T(N) = \frac{L_1}{V_p} + T_0 + \frac{L_2 - (L_{21} + L_{23})N}{V_2} + N(T_{21} + T_{23} + T_9) + \frac{L_3}{V_p} \quad (9)$$

gdzie:

$L_{21}$  – droga przebyta przez autobus podczas ruszania z przystanku,

$L_{23}$  – droga przebyta przez autobus podczas hamowania przed przystankiem.

Problemem badawczym jest minimalizacja całkowitego czasu podróży pasażera ( $T(N)$ ) rozpoczynającego ją od punktu startowego do punktu końcowego z pośrednim wykorzystaniem komunikacji miejskiej. Ze względu na jednokrotne i zdeterminowane czasy pokonania odcinków pieszo zmienną decyzyjną rozpatrywanego zagadnienia optymalizacyjnego jest określenie optymalnej liczby przystanków ( $N^*$ ) rzutujących na łączny czas podróży środkiem komunikacji miejskiej:

$$T(N^*) = \min T(N): \quad dla \quad N > 1 \quad (10)$$

Należy więc znaleźć optymalną liczbę przystanków ( $N^*$ ), jaka powinna być rozlokowana na rozpatrywanej linii komunikacji miejskiej. Całkowita liczba przystanków obejmująca przystanki początkowy, końcowy i pośrednie powinna minimalizować łączny czas przejazdu pasażera na całej trasie (Kisielewski, Sobota, 2016).

Wyznaczenie łącznego czasu przemieszczania się pasażera środkiem komunikacji miejskiej ruchem jednostajnym przedstawia następująca procedura:

$$T_2 = \frac{L_2 - (L_{21} + L_{23})N}{V_2} \quad (11)$$

przy czym:

$$L_{21} = \frac{a_1 T_1^2}{2}; \quad T_1 = \frac{V_2}{a_1} \quad (12)$$

gdzie:

$a_1$  – przyspieszenie środka komunikacji miejskiej podczas rozpędzania,

$$L_{23} = \frac{a_3 T_3^2}{2}; \quad T_3 = \frac{V_2}{a_3} \quad (13)$$

gdzie:

$a_3$  – opóźnienie środka komunikacji miejskiej podczas hamowania.

W ogólności czas postoju środka komunikacji miejskiej na przystanku ( $T_{pp}$ ) jest funkcją trzech zmiennych:

$$T_{pp} = HT_p^1 + T_p^D \quad (14)$$

gdzie:

$H$  – liczba pasażerów wsiadających/wysiadających na przystanku,

$T_p^1$  – statystyczny czas obsługi 1 pasażera podczas wsiadania/wysiadania,

$T_p^D$  – statystyczny czas otwierania/zamykania drzwi w środkach transportu.

Dodatkowo przyjmujemy założenie, że pasażer zdążający na przystanek początkowy z jednakowym prawdopodobieństwem może znaleźć się na przystanku w dowolnym momencie czasu między kolejnymi kursami środków komunikacji miejskiej (Filipowicz, 1996).

## 5. WYZNACZANIE ŚREDNIEJ DŁUGOŚCI TRASY PRZEBYTEJ PIESZO

Długość linii komunikacyjnych obsługiwanych przez środki komunikacji miejskiej stanowi pewną część długości wszystkich ulic w mieście. Powierzchnia dróg i ulic miejskich obsługiwanych przez środki komunikacji miejskiej stanowi pewien procent ogólnej

powierzchni miasta, odnoszony do wskaźnika gęstości sieci komunikacyjnej, który można wyrazić wzorem:

$$G_M = \frac{L_M}{P_M} \quad (15)$$

gdzie:

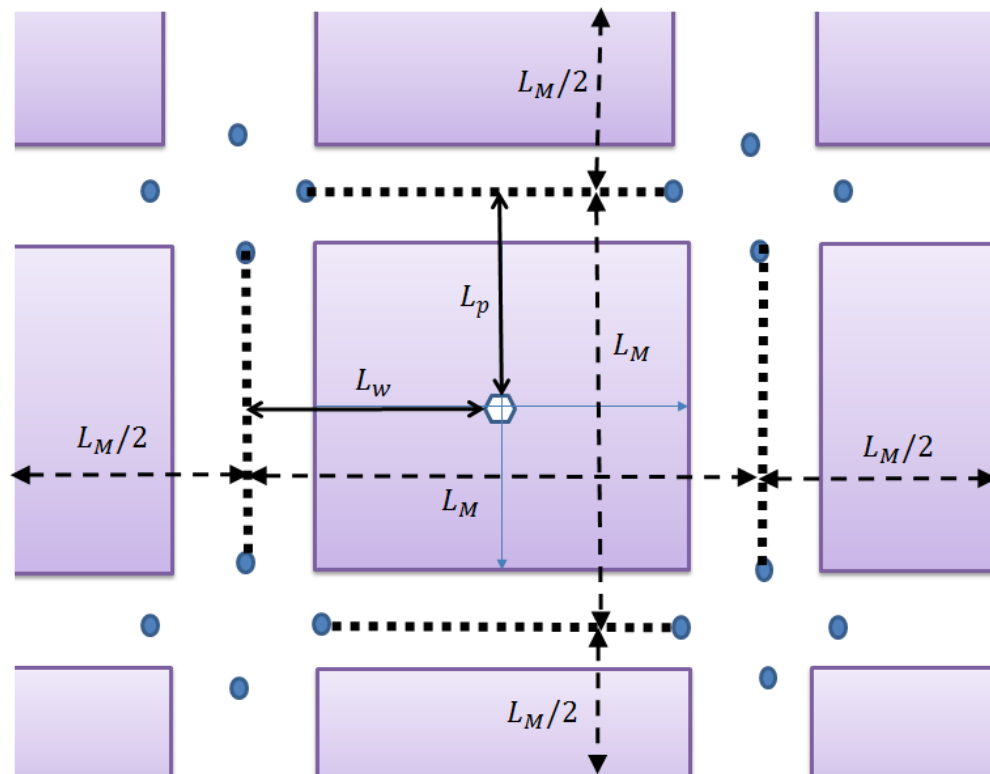
$L_M$  – długość (powierzchnia) szlaków komunikacyjnych (dróg, ulic) miasta,

$P_M$  – powierzchnia obszaru miasta.

Duża gęstość szlaków komunikacyjnych ( $G_M \rightarrow \max$ ) w mieście powoduje z jednej strony, że zmniejsza się czas przemarszu pasażera od punktu startowego do przystanku początkowego oraz od przystanku końcowego do miejsca docelowego, z drugiej, wydłuża się czas oczekiwania na przystanku na środki komunikacji miejskiej, gdyż wydłużają się odstępy czasowe kursowania przy takiej samej ilości środków transportowych (Piasecki, 1973). Mała gęstość szlaków komunikacyjnych ( $G_M \rightarrow \min$ ) w mieście z jednej strony, zwiększa czas dojścia piechotą pasażera do przystanku początkowego oraz do miejsca docelowego, z drugiej, zmniejsza czas oczekiwania na przystanku początkowym na środki komunikacji miejskiej.

Przyjmując prostokątny kartezyjski układ szlaków komunikacyjnych w mieście (rys.3) zakładamy, że każda linia komunikacyjna obsługuje nie tylko kwartał wewnętrzny do którego przylega linia komunikacyjna, ale także połowę kwartałów sąsiednich. Zakładamy też, że istnieje równomierny rozkład prawdopodobieństwa zamieszkania pasażerów w całym rejonie między liniami komunikacji miejskiej. W najgorszym przypadku pasażer musi pokonać połowę odległości między sąsiednimi liniami komunikacyjnymi oraz połowę odległości między poszczególnymi przystankami (Filipowicz, 1996).

Nie trudno zauważyć, że średnia długość trasy pieszej od punktu startowego do przystanku początkowego składa się w ogólnym przypadku z odcinka pokonywanego w poprzek ( $L_p$ ) i wzdłuż linii komunikacyjnych ( $L_w$ ) (rys.3).



Rys. 3. Modelowy obraz topograficznej konfiguracji szlaków komunikacyjnych autobusowych i pieszych w mieście

Źródło: Opracowanie własne.

Przy modelowym, prostokątnym układzie urbanistycznym miasta gęstość sieci komunikacyjnej określa wzór:

$$G_M = \frac{4L_M}{2L_M^2} = \frac{2}{L_M} \frac{[km]}{[km^2]} \quad (16)$$

Wartość przeciętna jaką musi przebyć pieszo pasażer od punktu startowego do przystanku początkowego w poprzek linii komunikacyjnej wynosi:

$$L_p = \int_0^{L_M/2} x \frac{2}{L_M} dx = \frac{2}{L_M} \frac{x^2}{2} = \frac{L_M}{4} \quad (17)$$

Analogicznie wyznaczamy wartość przeciętna jaką musi przebyć pieszo pasażer od punktu startowego do przystanku początkowego wzdłuż linii komunikacyjnej wynosi:

$$L_w = \int_0^{L/2N} x \frac{2N}{L} dx = \frac{2N}{L} \frac{x^2}{2} = \frac{L}{4N} \quad (18)$$

$\frac{L}{4N}$  – średnia odległość między przystankami na trasie o długości  $L$ .

Uwzględniając powyższe wartości średnia odległość, jaką przejdzie pasażer pieszo od punktu startowego do przystanku początkowego ( $L_1$ ) wyniesie:

$$L_1 = \frac{L}{4N} + \frac{L_M}{4} = \frac{L + NL_M}{4N} \quad (19)$$

Przyjmujemy założenie, że identyczną odległość przejdzie pasażer od przystanku końcowego do miejsca docelowego ( $L_3$ ):

$$L_3 = \frac{L}{4N} + \frac{L_M}{4} = \frac{L + NL_M}{4N} \quad (20)$$

Długość statystycznej trasy jaką musi przebyć podróżny piechotą, aby skorzystać ze środków komunikacji miejskiej jest jawną funkcją 3 zmiennych: łącznej długości szlaków komunikacyjnych w mieście ( $L_M$ ), całkowitej długości trasy podróży na danej linii komunikacyjnej ( $L$ ) oraz liczby przystanków pośrednich na tej linii komunikacji miejskiej ( $N$ ). Wyrażenia (19) i (20) mają więc charakter miary statystycznej ściśle wiążącej się z topografią danego miasta.

## 6. FORMUŁA WYZNACZANIA OPTYMALNEJ LICZBY PRZYSTANKÓW

Biorąc pod uwagę wyznaczone czasy dojścia pasażera do przystanku początkowego oraz miejsca docelowego ostatecznie wzór na całkowity czas podróży, włączając przejazd środkami komunikacji miejskiej przyjmie postać:

$$T(N) = \frac{L_1}{V_p} + T_0 + \frac{L_2 - (L_{21} + L_{23})N}{V_2} + N(T_{21} + T_{23} + T_9) + \frac{L_3}{V_p} \quad (21)$$

Po prostych przekształceniach wyrażenia (21) otrzymamy ostatecznie wyrażenie pozwalające obliczyć łączny czas pokonania trasy (pieszej i autobusowej) przez podróżnego:

$$T(N) = N(T_{21} + T_{23} + T_9) + \frac{L_2}{V_2} - N \frac{(L_{21} + L_{23})}{V_2} + \frac{L}{2NV_p} + \frac{L_M}{2V_p} + T_0 \quad (22)$$

Aby wyznaczyć szukaną odległość między przystankami należy przeprowadzić badanie funkcji  $T(N)$  ze względu na zmienną  $N$ . W tym celu obliczamy pierwszą pochodną celem stwierdzenia czy funkcja (22) posiada ekstremum (Filipowicz, 1996):

$$T(N)' = (T_{21} + T_{23} + T_9) - \frac{L}{2N^2V_p} - \frac{L_{21} + L_{23}}{V_2} \quad (23)$$

Rodzaj ekstremum określa znak drugiej pochodnej:

$$T(N)'' = \frac{L4NV_p}{4N^4V_p^2} = \frac{L}{N^3V_p} \quad (24)$$

Ponieważ  $T(N)'' > 0$ , zatem funkcja  $T(N)$  ma minimum, które wyznaczymy na podstawie następującego wyrażenia:

$$(T_{21} + T_{23} + T_9) - \frac{L}{2N^2V_p} - \frac{L_{21} + L_{23}}{V_2} = 0 \quad (25)$$

$$\frac{2N^2(T_{21} + T_{23} + T_9)V_2V_p - 2N^2(L_{21} + L_{23})V_p - LV_2}{2N^2V_aV_p} = 0 \quad (26)$$

Po prostych przekształceniach otrzymujemy:

$$N^2 = \frac{LV_2}{2V_pV_2(T_{21} + T_{23} + T_9) - 2V_p(L_{21} + L_{23})} \quad (27)$$

Ostatecznie szukaną wartość określającą minimalną liczbę przystanków ( $N^*$ ) obliczamy ze wzoru:

$$N^* = E \sqrt{\frac{L}{2V_p((T_{21} + T_{23} + T_9) - 1/V_2(L_{21} + L_{23}))}} \quad (28)$$

gdzie:

E – funkcja entier wyznaczająca największą liczbę całkowitą nie większą od X.

Poszukiwaną optymalną odległość ( $Q^*$ ) między przystankami ( $N^*$ ) wyznaczmy ze wzoru:

$$Q^* = \frac{L}{N^*} \quad (29)$$

Przydatność zaproponowanej metodyki wyznaczania optymalnej liczby przystanków na hipotetycznej trasie komunikacji miejskiej ze względu na przyjęte założenia organizacyjno-techniczne zobrazujemy za pomocą następującego przykładu liczbowego.

## 7. PRZYKŁAD LICZBOWY WYZNACZANIA OPTYMALNEJ LICZBY PRZYSTANKÓW

Jak wynika ze wzoru (22) do formalnego wyznaczenia optymalnej liczby przystanków na wybranej trasie miejskiej linii komunikacyjnej są wymagane wartości liczbowe zmiennych przedstawionych w tabeli 1.

Tabela 1. Przykładowe dane wejściowe (techniczno-eksploatacyjne)

Nazwa parametru	Symbol	Wartość
Długość trasy przejazdu	$L_M$	3000 m
Średnia prędkość marszu podróżnego	$V_p$	5 km/g.=1,4 m/s
Średnia prędkość przejazdu autobusu	$V_2$	50 km/g.=13,9 m/s
Przyspieszenie hamowania autobusu	$a_1$	1 m/s <sup>2</sup>
Przyspieszenia ruszania z przystanku	$a_3$	1,5 m/s <sup>2</sup>
Czas postoju autobusu na przystanku	$T_9$	30 s

Źródło: Opracowanie własne.



Tabela 2. Obliczone wielkości pomocnicze

Nazwa wyznaczonej wielkości	Formuła	Wartość
Czas rozpędzania autobusu do prędkości podróźnej	$T_{21} = \frac{V_2}{a_1}$	13,9 s
Czas hamowania autobusu przed przystankiem	$T_{23} = \frac{V_2}{a_3}$	9,27 s
Droga przebyta przez autobus podczas rozpędzania	$L_{21} = \frac{a_1 T_{21}^2}{2}$	96,6
Droga przebyta przez autobus podczas hamowania	$L_{23} = \frac{a_3 T_{23}^2}{2}$	64,45
Optymalna liczba przystanków	$N^*$	4
Średnia odległość między przystankami	$Q^*$	750 m

Źródło: Opracowanie własne.

W powyższym przykładzie skupiono się wyłącznie na wyznaczeniu optymalnej liczby przystanków ze względu na parametry techniczno-eksploatacyjne pary: podróźny – autobus. Zostało pominiętych szereg innych wielkości takich, jak np.: długość drogi pieszej – dojścia do przystanku i dojścia do celu, które są wielkościami statystycznymi związanymi z długością szlaków komunikacyjnych miasta ( $L_M$ ). Założony, statystyczny czas postoju autobusu na przystanku (w tym przypadku 30 s.), podobnie jak czas oczekiwania pasażera na autobus na przystanku początkowym w ogólności są zmienną losową o rozkładzie jednostajnym (Naumov, 2016).

## PODSUMOWANIE

Zaprezentowany powyżej model matematyczny optymalizacji odległości między przystankami autobusowej komunikacji miejskiej ma charakter typowego zadania z zakresu badań operacyjnych. Pomimo pewnej złożoności formalnej nie wyczerpuje szerokiej gamy ograniczeń i warunków techniczno-organizacyjnych czy społeczno-urbanistycznych, a nade wszystko obowiązujących uregulowań budowlanych i prawno-legislacyjnych. W praktyce komunikacyjnej o lokalizacji konkretnego przystanku autobusowego decyduje wiele różnorodnych kryteriów formalno-techniczno-społecznych, co sprawia, że skuteczne rozwiązanie zadania rozmieszczenia przystanków na miejskiej sieci komunikacyjnej jest problemem zdecydowanie bardziej heurystycznym niż stricte optymalizacyjnym (Oziomek, Rogowski, 2016). Dodatkowo przystanki autobusowe, jako bardzo ważne elementy infrastruktury miejskiej muszą spełniać rygorystyczne kryteria techniczno-budowlane,

urbanistyczno-architektoniczne, a przede wszystkim z zakresu bezpieczeństwa ruchu drogowego. Duże wymagania generują też względy społeczne i praktyczne życzenia potencjalnych użytkowników przystanków i pasażerów komunikacji autobusowej. Wobec bardzo zróżnicowanych kryteriów lokalizacyjnych konieczne jest posłużenie się w pierwszej kolejności różnymi narzędziami inżynierii wymagań (Chrabski, Zmitrowicz, 2015) definiującymi założenia wyjściowe do modelowania tego zadania optymalizacyjnego.

W dobie obecnej niemal każdy matematyczny model optymalizacyjny musi być zweryfikowany za pomocą komputerowych badań symulacyjnych, które pozwalają na jego sukcesywne doskonalenie i adaptacyjne przybliżanie do rzeczywistych warunków np. urbanizacyjnych. Punktem startowym każdej procedury optymalizacyjnej dotyczącej zadania praktycznego jest zawsze model matematyczny, który pozwala na ukierunkowanie dalszych prac badawczo-wdrożeniowych. Powszechna dostępność i narzędziowa przydatność technologii i symulacji komputerowej zasadniczo zwiększa sprawność i użyteczność budowanych modeli matematycznych i docelową ich aplikacyjność na gruncie, np. miejskiej praktyki komunikacyjnej.

## LITERATURA

1. Bąkowski W., Dziewguć S., Krakowski Z. (2015). *Metoda szacowania popytu na usługi transportu zbiorowego w regionie obsługiwanym przez przedsiębiorstwo transportowe*. Autobusy nr 10/2015.
2. Chrabski B., Zmitrowicz K. (2015). *Inżynieria wymagań w praktyce*. PWN: Warszawa.
3. Ejdys S. (2014), *Optymalizacja miejskiego transportu zbiorowego na przykładzie miasta Olsztyn*. Wyd. UB WEiZ Białystok.
4. Ficoń K. (2006). *Badania operacyjne stosowane. Model i aplikacje*. BEL Studio: Warszawa.
5. Filipowicz B. (1996). *Modele stochastyczne w badaniach operacyjnych. Analiza i synteza systemów obsługi i sieci kolejkowych*. WN-T: Warszawa.
6. <http://www.transport-publiczny.pl/wiadomosci/jak-daleko-do-przystanku-to-za-daleko-2440.html> (dostęp: 10.02.2018)
7. Kisielewski P., Sobota Ł. (2016). *Zastosowanie teorii masowej obsługi do modelowania systemów transportowych*. Autobusy nr 6/2016.
8. Królak M., Senko J., Gromadzki M. (2006). *Rozkład jazdy jako element oferty*

*przewozowej*. XXXI KZKM, IGKM: Gdańsk 2006.

9. Krystek R., (red.) (2009). *Zintegrowany system bezpieczeństwa transportu*. Tom 1-3, PG Gdańsk.
10. Mindur L. (red.), (2008). *Technologie transportowe XXI wieku*. Warszawa-Radom.
11. Molecki A. (2015). *Tablice dynamicznej informacji przystankowej jako narzędzie niwelowania niedostatków infrastruktury*. Autobusy nr 4/2015.
12. Naumov V. (2016). *Oszacowanie optymalnej liczby autobusów dla linii komunikacji miejskiej na podstawie symulacji komputerowych*. Autobusy nr 12/2016.
13. Oziomek J., Rogowski A. (2016). *Optymalny przydział autobusów do pozamiejskich linii komunikacyjnych w Ostrowcu Świętokrzyskim*. Autobusy nr 4/2016
14. Piasecki S. (1973). *Optymalizacja systemów transportowych*. WKiŁ: Warszawa.
15. Stajniak M. (2008). *Logistyka miejska*. Wyd. AE: Poznań.
16. Steenbrink P.A. (1978). *Optymalizacja sieci transportowych*. WKiŁ: Warszawa.
17. *Ustawa o Transporcie Drogowym* Dz. U. z dn. 28 listopada 2016 r. poz. 1907.
18. *Ustawa Prawo o Ruchu Drogowym* Dz. U. z dn. 20 czerwca 1997 r. poz. 1260.