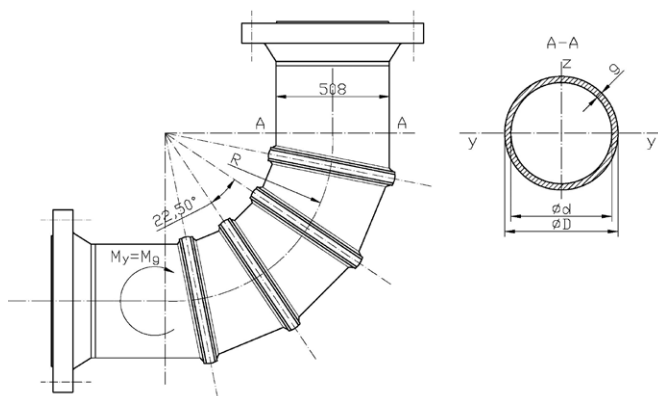


Analiza naprężeń w przekrojach poprzecznych segmentowych kolan stopowych rurociągów stosowanych w technologiach górniczych

Stanisław Wolny, Filip Matachowski

1. Wprowadzenie

W procesie projektowania kolan stopowych, rurociągów zabudowanych w szybach kopalń, kluczowym parametrem jest wartość obciążeń działających na projektowany element. W przypadku elementów obciążonych ciśnieniem przepływającego przez nich czynnika, a taką sytuację mamy dla kolana stopowego (rys. 1), poza wartością ciśnienia czynnika oddziałującego na ścianki kolana, wygenerowany zostaje moment zginający kolano. Moment ten jest spowodowany zakrzywieniem elementu kolana.



Rys. 1. Rysunek techniczny kolana 3-segmentowego DN500 PN110

2. Numeryczna analiza stanu naprężenia

Wymiarowanie elementów konstrukcyjnych rurociągów służących do transportu wody z dolnych pokładów kopalni na jej powierzchnię, zabudowanych w szybach wydobywczych, w tym kolan stopowych (rys. 1 i rys. 2), wymaga określenia stanu naprężenia wygenerowanego w tych elementach podczas przepływu medium.

Szczegółowej analizie wytrzymałościowej (numerycznej) poddano kolano stopowe wsporcze 3-segmentowe rury DN500 z wkładką z tworzywa sztucznego STPE, obciążone ciśnieniem PN110 (rys. 2).

Kolano jest wykonane z segmentów rury DN500, które na przeciwległych końcach mają pierścienie o przekroju 25×25 mm przyspawane spoiną pachwinową $a = 12$ mm. Pierścienie służą do połączenia poszczególnych segmentów za

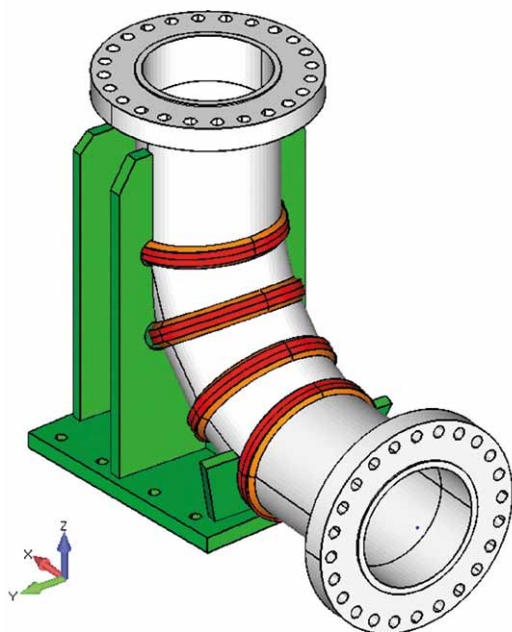
Streszczenie: Podstawowym parametrem niezbędnym w trakcie projektowania konstrukcji są wartości obciążeń działających na jej poszczególne elementy. W artykule podjęto próbę określenia wartości obciążeń dla konstrukcji segmentowego kolana stopowego wykorzystywanego w technologiach górniczych, pochodzących od ciśnienia przepływającej przez nie cieczy, dla poszczególnych przekrojów kolana. Zaproponowano też metodę wymiarowania grubości ścian kolana, pierścieni łączących oraz spoin z warunku bezpieczeństwa. Obliczenia analityczne zweryfikowano obliczeniami numerycznymi MES.

Słowa kluczowe: rurociągi, obciążenia, naprężenia

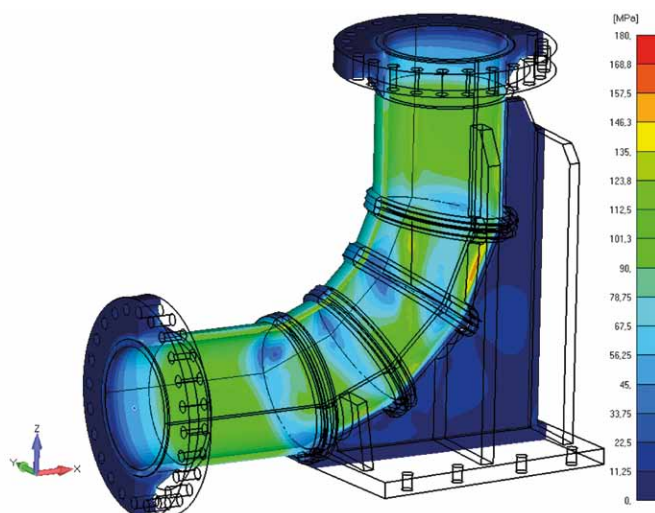
STRESS ANALYSIS OF CROSSSECTIONS OF PIPELINE SUPPORTING SECTIONAL ELBOWS APPLIED IN MINING TECHNOLOGIES

Abstract: The basic parameters necessary for the design of a structure are the values of the loads acting on its individual elements. This article attempts to determine the value of these loads for the construction of supporting sectional elbows used in mining technologies derived from the fluid pressure passing through for the individual sections of the elbow. Also proposed method of dimensioning the thickness of the elbow walls, connecting rings and welds from the safety condition. Analytical calculations were verified by numerical FEM calculations.

pomocą spoiny czołowej typu V, wchodzącej w głąb segmentu na 6 mm. Wytrzymałościową analizę statyczną przeprowadzono w oparciu o normę PN-G-05011:1998, przy wykorzystaniu metody elementów skończonych. Do budowy modelu (rys. 2) użyto przestrzennych, tetraedrycznych, parabolicznych elementów skończonych. Średni rozmiar ścianki elementu to 15 mm, jednak na krótkich krawędziach (w szczególności przekroje spoiny i pierścieni, grubość blachy) zdefiniowano minimum trzy elementy skończone, co finalnie dało 7 punktów odczytu naprężeń na krawędzi (elementy paraboliczne).



Rys. 2. Model MES kolana stopowego wsporcze 3-segmentowego DN500 PN110 – widok izometryczny



Rys. 3. Poziomice naprężeń zredukowanych. Widok wewnętrznej powierzchni kolana

Wyniki analizy wytrzymałościowej – poziomice naprężeń zredukowanych – pokazano na rysunku 3. Naprężenia zredukowane w przekroju poprzecznym płaszcza kolana nie przekraczają 157 MPa, co stanowi 82,2% naprężenia dopuszczalnego ($k_r = 180$ MPa), a dla pierścieni łączących segmenty kolana 115 MPa, co stanowi 60,2% naprężeń dopuszczalnych.

Metoda elementów skończonych pozwala wyznaczyć stan naprężenia (wyężenia) w skomplikowanych pod względem kształtu konkretnych elementach konstrukcji, przy ściśle określonych warunkach obciążenia. Natomiast ocena stanu naprężenia w elementach tego typu konstrukcji, jako funkcji wymiarów geometrycznych jej elementów oraz parametrów obciążenia (ciśnienie medium), wymagać będzie przeprowadzenia stosownej analizy teoretycznej.

3. Teoretyczna analiza stanu naprężenia

Naprężenia w przekroju poprzecznym kolana rurociągu obciążonego przepływającym medium wyznaczyć można, bazując na analizie przypadku zginania rury zakrzywionej o przekroju pierścieniowym ze wzoru (oznaczenia jak na rysunku 1) [1].

$$\sigma_x = -\frac{M_y \cdot z}{J_y} \left(1 - \frac{\xi z^2}{a^2}\right) \quad (1)$$

gdzie:

$M_y = M_g$ – moment zginający;

z – współrzędna przekroju, w którym wyznaczamy naprężenia;

J_y – moment bezwładności przekroju względem osi y ;

$a = \frac{d}{2}$ – promień wewnętrzny rury;

g – grubość rury;

R – promień krzywizny rury.

$$\xi = \frac{1}{0,833 + (R^2 g^2 / a^4)} \quad (2)$$

Stosując równania równowagi statycznej, określono wartość obciążenia segmentu kolana rury ograniczonego kątem α (rys. 4).

$$P(\alpha) = p_d \cdot \alpha \left(R + \frac{d}{2}\right) - p_d \cdot \alpha \left(R + \frac{d}{2}\right) = p_d \cdot d \cdot \alpha \quad (3)$$

gdzie:

p_d – składowa pionowa ciśnienia;

d – średnica rury;

α – kąt wierzchołkowy segmentu kolana

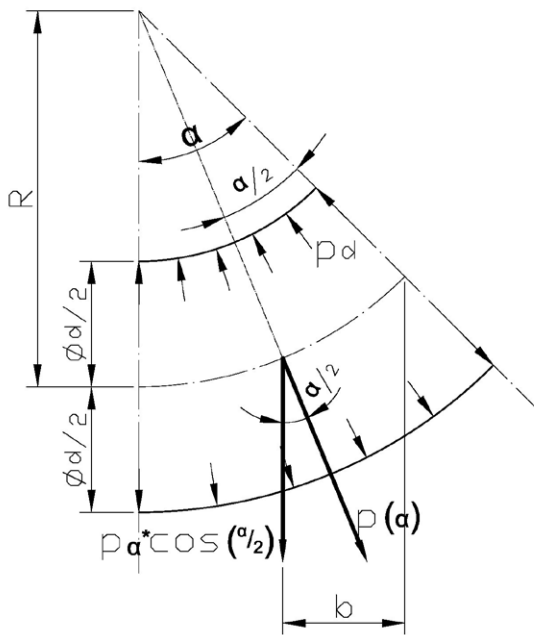
oraz wyznaczono moment gnący obciążenia kolana rury od ciśnienia przepływającej cieczy (rys. 4) równy

$$M_y = M_{g(\alpha)} = P(\alpha) \cdot \cos \alpha \cdot b = \frac{1}{2} P_d \cdot d \cdot R \cdot \alpha \cdot \sin \alpha \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \quad (4)$$

Przyjmując sinusoidalny rozkład składowej pionowej ciśnienia w przekroju poprzecznym rury, jej wypadkowa przyłożona w środku ciężkości tej figury jest równa

$$P_d = P(\alpha) = \frac{2}{\pi} p \cdot d \quad (5)$$

Zatem moment gnący określony zależnością (4) przyjmuje postać:



Rys. 4. Schemat geometryczny i obciążenia ciśnieniem segmentu kolana rury

$$M_y = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot p \cdot d \cdot d \cdot R \cdot \alpha \cdot \sin \alpha \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{\pi} p d^2 R \cdot \alpha \cdot \sin \alpha \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \quad (6)$$

Dla kolana podpartego stopą wsparczą przyjęto schemat podparcia rurociągu jak na rysunku 5 oraz założono (stosowane w podobnych obliczeniach konstrukcji stalowych [5]) następujące relacje:

$$\frac{R_3}{R_1} = \frac{s_1}{s_1 + s_2 + s_3}$$

oraz

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{s_1 + s_2}{s_1 + s_2 + s_3}$$

Korzystając z zależności geometrycznych (rys. 5), otrzymano:

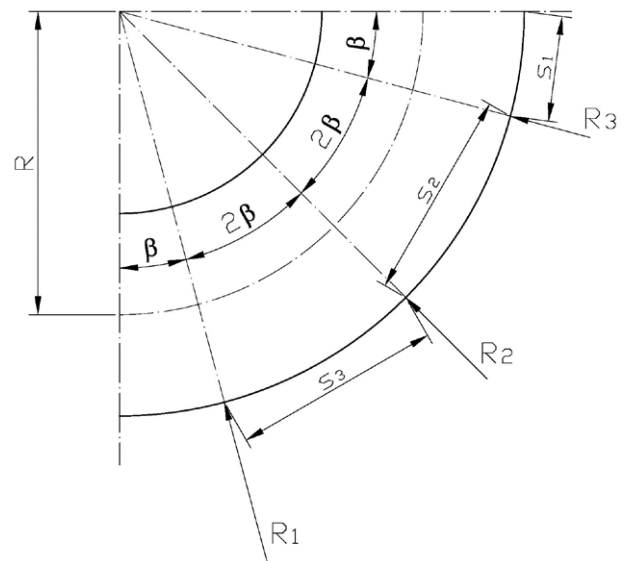
$$s_1 = s; s_2 = 2s; s_3 = 2s$$

Stąd

$$R_3 = \frac{R_1}{5}, R_2 = \frac{3}{5} R_1$$

Następnie przyjęto:

$$R_1 = Q, \text{ stąd } R_2 = \frac{3}{5} Q \text{ i } R_3 = \frac{1}{5} Q \quad (7)$$



Rys. 5. Schemat obciążenia kolana rurociągu siłą reakcji stopy Q

Równania momentów gnących od reakcji (na zasadzie superpozycji), jak na rysunku 5, wyznaczono odpowiednio dla poszczególnych przedziałów:

Przedział $0 \leq \alpha \leq \beta$

$$M_{g(\alpha)}^Q = 0$$

$$\beta \leq \alpha \leq 3\beta$$

$$M_{g(\alpha)}^Q = Q \cdot \cos \beta \cdot a = Q \cdot R \cdot \cos \beta (\sin \alpha - \sin \beta) \quad (8 a)$$

$$3\beta \leq \alpha \leq 5\beta$$

$$M_{g(\alpha)}^Q = Q \cdot R \cdot \cos \beta (\sin \alpha - \sin \beta) + \frac{3}{5} QR \cdot \cos 3\beta (\sin \alpha - \sin 3\beta) \quad (8 b)$$

$$5\beta \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$$

$$M_{g(\alpha)}^Q = Q \cdot R \cdot \cos \beta (\sin \alpha - \sin \beta) + \frac{3}{5} Q \cdot R \cdot \cos 3\beta (\sin \alpha - \sin 3\beta) + \frac{Q}{5} R \cos 5\beta (\sin \alpha - \sin 5\beta) \quad (8 c)$$

Wyznaczenie reakcji stopy Q oparto o zasadę zgodności przemieszczeń [4], co wymagało wyznaczenia przemieszczenia na kierunku tej siły po uwolnieniu więzów i ostatecznie, po przyjęciu $\beta = 11,25^\circ$ jak dla konstrukcji z rysunku 1, przyjęło postać

$$\delta^Q \cong 0,15 \frac{QR^2}{EJ} \quad (9)$$

Wyznaczenie reakcji stopy Q wymaga również wyznaczenia przemieszczenia na kierunku tej siły wywołanej przepływającą cieczą. Przemieszczenie to będzie równe

$$\delta^{(P)} = \frac{1}{EJ} \int_{\beta}^{\alpha} M_{g(\alpha)} \cdot M_{g(\alpha)}^{(1)} d\alpha \quad (10)$$

Po uwzględnieniu zasady zgodności przemieszczeń otrzymano wartość siły reakcji [4] równą

$$Q \cong 0,85pd^2 \quad (11)$$

Zatem moment gnący w przekroju poprzecznym kolana rurociągu zawierający punkt A jest równy, zgodnie z równaniem (6) dla $\alpha = \beta = 11^\circ 15'$ [3]

$$\begin{aligned} M_{g(\alpha)}^A &= \frac{\alpha}{\pi} \cdot pd^2R \cdot \sin \alpha \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = \\ &= \frac{\alpha}{\pi} \cdot \sin 11^\circ 15' \cdot \cos 5^\circ 37' = 0,012pd^2R \end{aligned} \quad (12)$$

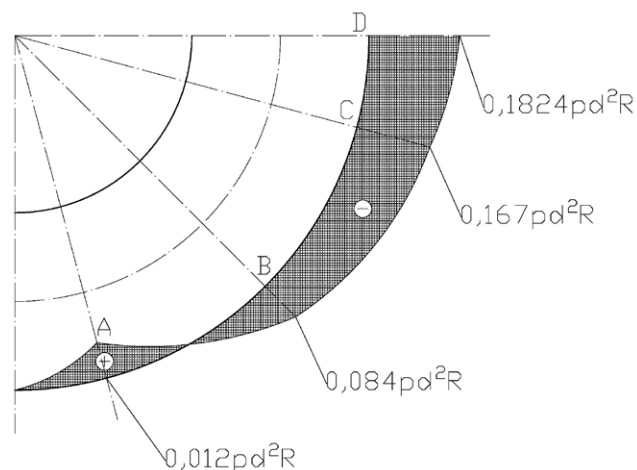
Moment gnący w przekroju poprzecznym zawierającym punkt B (zgodnie z równaniami (6) oraz (8 b) dla $\alpha = 3\beta = 33^\circ 45'$) jest równy

$$\begin{aligned} M_{g(\alpha)}^B &= \frac{1}{\pi} \cdot pd^2R \cdot \alpha \cdot \sin \alpha \cdot \cos \frac{\alpha}{2} - QR \cdot \cos \beta (\sin \alpha - \\ &- \sin \beta) = pd^2R \left[\frac{\alpha}{2} \cdot \sin \alpha \cos \frac{\alpha}{2} - +0,52 \cos \beta (\sin \alpha - \right. \\ &\left. - \sin \beta) \right] = pd^2R [0,099 - 0,1837] = -0,085pd^2R \end{aligned} \quad (13)$$

Natomiast moment gnący w przekroju poprzecznym kolana rurociągu zawierającym punkt C jest równy (zgodnie z równaniem (6) i (8 b) ($\alpha = 5\beta = 56^\circ 15'$))

$$\begin{aligned} M_{g(\alpha)}^C &= \frac{\alpha}{\pi} \cdot pd^2R \cdot \sin \alpha \cdot \cos \frac{\alpha}{2} - QR \left[\cos \beta (\sin \alpha - \right. \\ &- \sin \beta) + \frac{3}{5} \cos 3\beta (\sin \alpha - \sin 3\beta) \left. \right] = pd^2R \left[\frac{\alpha}{\pi} \cdot \sin \alpha \cdot \right. \\ &\cdot \cos \frac{\alpha}{2} - 0,52 \left[\cos \beta (\sin \alpha - \sin \beta) + \frac{3}{5} \cos 3\beta (\sin \alpha - \right. \\ &\left. - \sin 3\beta) \right] \left. \right] = pd^2R [0,2293 - 0,39] \cong pd^2R (-0,1607) \cong \\ &\cong -0,16pd^2R \end{aligned} \quad (14)$$

Podobnie moment gnący w przekroju zawierającym punkt D jest równy (dla $\alpha = \frac{\pi}{2}$) zgodnie z równaniami (6) i (8 c)



Rys. 6. Wykres momentów gnących na długości kolana rurociągu

$$\begin{aligned} M_{g(\alpha)}^D &= \frac{\alpha}{\pi} \cdot pd^2R \cdot \sin \alpha \cdot \cos \frac{\alpha}{2} - QR \left[\cos \beta (\sin \alpha - \right. \\ &- \sin \beta) + \frac{3}{5} \cos 3\beta (\sin \alpha - \sin 3\beta) + \frac{1}{5} \cos 5\beta (\sin \alpha - \\ &\left. - \sin 5\beta) \right] = pd^2R (0,35355 - 0,536) \cong -0,1824pd^2R \end{aligned} \quad (15)$$

Wykres momentów gnących w funkcji pd^2R przedstawiono na rysunku 6.

Maksymalna wartość momentu zginającego kolano podparte w trzech miejscach występuje w przekroju zawierającym punkt D i wynosi:

$$M_{g(\alpha)}^{max} = M_{g(\alpha)}^D = 0,1824 pd^2R \quad (16)$$

W przypadku niepodpartego kolana rurociągu moment gnący opisany jest zależnością (6), a maksymalną wartość przyjmuje dla $\alpha = \frac{\pi}{2}$ i wynosi:

$$M_{g(\alpha)}^{max(s)} = \frac{\alpha}{\pi} \cdot pd^2R \cdot \sin \alpha \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \cong 0,3535pd^2R \quad (17)$$

Stosunek maksymalnej wartości momentu w tym przekroju w przypadku kolana pozbawionego podparcia, do maksymalnej wartości momentu w przypadku kolana podpartego wynosi:

$$\frac{M_{g(\alpha)}^{max(s)}}{M_{g(\alpha)}^{max}} = \frac{0,3535pd^2R}{0,1824pd^2R} \cong 1,94 \quad (18)$$

4. Stan naprężenia w najbardziej wyężonych przekrojach poprzecznych kolana rurociągu

Maksymalne naprężenia w przypadku zginania kolana rurociągu występują w zewnętrznej warstwie rury dla $z = \frac{D_c}{2}$ (rys. 1).

Moment bezwładności przekroju poprzecznego rurociągu jest równy (przyjęto dane jak dla konstrukcji na rys. 1) [3]

$$J_y = \frac{\pi(D_z^4 - D_w^4)}{64} \quad (19)$$

gdzie:

$D_z = D = 508$ mm – średnica zewnętrzna rurociągu;

$D_w = d = 458$ mm – średnica wewnętrzna rurociągu.

Stąd

$$J_y = \frac{3,14(0,508^4 - 0,458^4)}{64} = 110862 \cdot 10^{-8} [m^4] \quad (20)$$

Ostatecznie maksymalne naprężenia w przekroju poprzecznym kolana rurociągu wynoszą

$$\sigma_{max} = \frac{M_y^{max}}{J_y} \cdot \rho_{max} \quad (21)$$

gdzie:

$$\rho_{max} = \frac{D_z}{2} = 0,254 \text{ m} \quad (22)$$

Stąd

$$\begin{aligned} \sigma_{max} &\cong \frac{0,1824pd^2R}{0,11 \cdot 10^{-2}} \cdot 0,254 = \\ &= \frac{0,1824 \cdot 11 \cdot 10^6 \cdot (0,229)^2 \cdot 1,248}{0,11 \cdot 10^{-2}} \cdot 0,254 \cong 37 \text{ MPa} \end{aligned} \quad (23)$$

Jest to maksymalna wartość naprężenia normalnego w przekroju poprzecznym kolana rurociągu podpartego. W przypadku kolana swobodnie zamocowanego naprężenia te wynoszą:

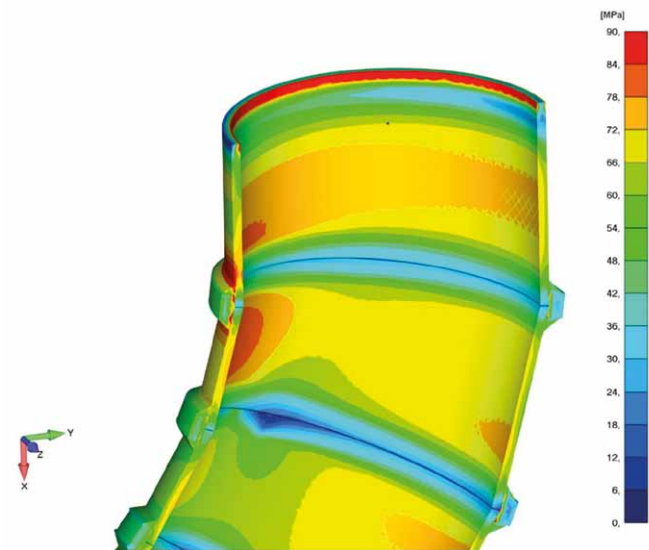
$$\sigma_{max}^{(s)} = 1,94 \cdot \sigma_{max} \cong 72 \text{ MPa} \quad (24)$$

zgodnie z zależnością (18).

5. Podsumowanie

Weryfikacje poczynionych założeń upraszczających w obliczeniach analitycznych (rozdział 3) ograniczono do maksymalnych naprężeń występujących w przekrojach poprzecznych kolana rurociągu. Dla przypadku kolana rurociągu DN500 swobodnie zamocowanego porównano maksymalne naprężenia wyznaczone na drodze analitycznej z wartościami naprężeń wyznaczonych metodą elementów skończonych, wykorzystując model numeryczny układu opisany w rozdziale 2.

Wartości naprężeń, jakie uzyskano z analizy metodą elementów skończonych (rys. 7) w segmentach kolana rurociągu, w dużym stopniu odpowiadały naprężeniom otrzymanym na



Rys. 7. Poziomice naprężeń normalnych w przekroju kolana DN500 PN110

drodze analitycznej. Po odrzuceniu lokalnych koncentracji naprężeń, wynikających ze sposobu zamocowania kołnierza i jego podparcia oraz kołnierza łączącego segmenty, naprężenia maksymalne w płaszczu rury wynoszą 74 MPa w miejscu, dla którego wyliczone naprężenia analityczne wykazały wartość 72 MPa.

Uzyskane analitycznie wartości momentu gnącego obciążenia kolana rury od ciśnienia przepływającej cieczy i wyliczone na podstawie tego momentu naprężenia w płaszczu rury, które zweryfikowano obliczeniami numerycznymi, mogą być przydatne przy projektowaniu segmentowych kolan stopowych stosowanych w technologiach górniczych, dając jednoznaczny wynik co do minimalnej grubości ścian projektowanej rury.

Literatura

- [1] BRZOSKA Z.: *Wytrzymałość materiałów*. PWN. Warszawa 1979.
- [2] *Mechanika techniczna. T. IX. Wytrzymałość elementów konstrukcyjnych*. PWN. Warszawa 1988.
- [3] WOLNY S., MATACHOWSKI F.: *Wykonanie obliczeń statycznych kolana stopowego wsporczonego 3-segmentowego rury DN500 PN110*. Kraków 2016.
- [4] WOLNY S., SIEMIENIEC A.: *Wytrzymałość materiałów*. UWND. AGH, Kraków 2008.
- [5] ŁUBIŃSKI W., FILIPOWICZ A., ŻÓŁTOWSKI W.: *Konstrukcje stalowe*. Arkady 2000.

Stanisław Wolny, Filip Matachowski
Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie

artykuł recenzowany