

GLINICKA Aniela

METODY WZBOGACAJĄCE TREŚCI MECHANIKI TECHNICZNEJ STOSOWANE W DYDAKTYCE

Streszczenie

W artykule przedstawiono i przedyskutowano stosowane aktualnie w dydaktyce metody, które wzbogacają, rozszerzają i przybliżają treści mechaniki technicznej. Są nimi: przybliżenie zagadnień teoretycznych przykładami rzeczywistych konstrukcji inżynierskich, ilustrowanie treści teoretycznych testami laboratoryjnymi, stosowanie do obliczeń metody elementów skończonych. Artykuł dotyczy przedmiotu wytrzymałość materiałów prowadzonego na drugim roku kursu inżynierskiego na Wydziale Inżynierii Lądowej Politechniki Warszawskiej. Dyskusję zilustrowano odpowiednio wybranymi przykładami.

WSTĘP

Wytrzymałość materiałów (inaczej mechanika techniczna) to podstawowy przedmiot prowadzony na wydziałach inżynierii lądowej, na wydziałach mechanicznych, a także na wydziałach inżynierii środowiska i architektury. Specyfika tego przedmiotu, czyli zawarte w nim treści i liczba godzin, związana jest z kierunkiem kształcenia. Na wydziałach inżynierii lądowej i wydziałach mechanicznych liczba godzin przeznaczona na przedmiot jest stosunkowo duża, a na wydziałach inżynierii środowiska i architektury znacznie mniejsza. Ponadto na wydziałach budowlanych analizuje się głównie obciążenia statyczne, podczas gdy na wydziałach mechanicznych obok obciążeń statycznych rozważa się obciążenia dynamiczne. Przykładowo na wydziale architektury zagadnienia statyki rozwiązuje się wykreślnie, a na wydziałach budowlanych te zagadnienia rozwiązuje się tylko analitycznie. Na wydziałach mechanicznych wyeksponowane jest skręcanie elementów konstrukcji, a na wydziałach budowlanych wyeksponowane jest zginanie elementów konstrukcji. Takich przykładów można byłoby przytoczyć tu o wiele więcej, ale nie wydaje się być to tu potrzebne. Mechanika techniczna, opiera się na kilku założeniach dotyczących ośrodka materialnego, wykorzystuje trzy podstawowe zasady obliczeniowe i jedno prawo fizyczne [2, 4]. Jest to nauka klasyczna, której początki sięgają XVII wieku. Ponieważ prowadzi ona do analizy pracy konstrukcji inżynierskich (jest wykorzystywana w projektowaniu i stosowana w obliczeniach numerycznych), nie traci swojej świeżości i śmiało wkracza w XXI wiek. Wytrzymałość materiałów jest zatem nauką klasyczną i równocześnie nowoczesną. W artykule przedyskutowano stosowanie w dydaktyce metody, którymi można wzbogacić treści mechaniki technicznej. Są nimi: odwołania do konstrukcji rzeczywistych zagadnień teoretycznych, ilustrowanie treści teoretycznych ćwiczeniami laboratoryjnymi i przykłady obliczeń metodą elementów skończonych.

1. PRZYBLIŻENIE ZAGADNIĘŃ TEORETYCZNYCH PRZYKŁADAMI KONSTRUKCJI INŻYNIERSKICH

W tym rozdziale zostaną przedstawione odwołania teoretycznych treści przedmiotu do rzeczywistych konstrukcji. Przykładami zaczerpniętymi z konstrukcji budowlanych zostanie zilustrowane zginanie prętów i zginanie z rozciąganiem osiowym prętów. Możliwa jest ilustracja wielu innych treści teoretycznych.

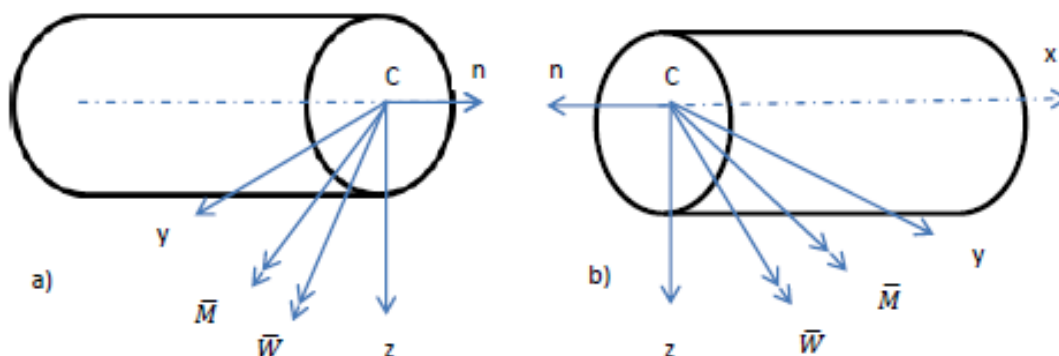
Niech danych będzie pręt, który został przecięty myślowym przekrojem na dwie części, rys. 1. Przyjęto prawoskrętny układ osi współrzędnych x, y, z (gdzie x jest osią pręta, a osie y, z są to osie główne środkowe. Wektor główny sił \bar{W} i moment główny \bar{M} rozkładają się na następujące składowe:

$$\bar{W} = \bar{N}_x + \bar{T}_y + \bar{T}_z \quad (1)$$

$$\bar{M} = \bar{M}_x + \bar{M}_y + \bar{M}_z \quad (2)$$

gdzie: $\bar{M}_x, \bar{M}_y, \bar{M}_z$ - rzuty wektora \bar{M} na osie x, y, z ;

$\bar{N}_x, \bar{T}_y, \bar{T}_z$ - rzuty wektora \bar{W} na osie x, y, z .



Rys. 1. Siły przekrojowe pręta

Naprężenie $\sigma_x = \sigma$ w przekroju poprzecznym, traktowane jako miara wektora, oblicza się według poniższego wzoru

$$\sigma = \mp \frac{N_x}{A} + \frac{M_y}{J_y} z - \frac{M_z}{J_z} y \quad (3)$$

gdzie: A - pole przekroju poprzecznego,

J_y, J_z - momenty bezwładności względem osi głównych środkowych y i z .

Pierwszy składnik wzoru pochodzi z osiowego rozciągania lub ściskania. Drugi i trzeci składnik wzoru pochodzi, odpowiednio, ze zginania jednokierunkowego w płaszczyźnie x, z i ze zginania jednokierunkowego w płaszczyźnie x, y . Naprężenia styczne w przekroju poprzecznym pręta oblicza się według wzorów

$$\tau_{xz} = \frac{T_z \bar{S}_y}{J_z b(z)}, \quad \tau_{xy} = \frac{T_y \bar{S}_z}{J_y b(y)} \quad (4)$$

gdzie: \bar{S}_y, \bar{S}_z - momenty statyczne odciętych części przekroju względem osi y, z ,

$b(y), b(z)$ - szerokości przekroju poprzecznego mierzone wzdłuż osi y lub z .

Przemieszczenia elementarne w prętach oblicza się według wzorów:

$$du(x) = \mp \frac{N_x}{EA} dx, \quad d\varphi(x, z) = -\frac{M_y}{EJ_z} dx, \quad d\varphi(x, y) = \frac{M_z}{EJ_y} dx \quad (5)$$

gdzie: $du(x)$ - elementarne wydłużenie lub skrócenie pręta,

E - moduł Younga,

$d\varphi(x, z), d\varphi(x, y)$ - elementarne kąty obrotu osi odkształconej pręta w płaszczyznach x, z ; x, y .

Wypadkowe przemieszczenie przekroju poprzecznego dwukierunkowego zginanego pręta oblicza się ze wzoru:

$$\delta = \sqrt{w^2 + v^2} \quad (6)$$

gdzie: δ - przemieszczenie wypadkowe pręta zginanego,

v i w - przemieszczenia wzdłuż osi y i z ; obliczone z równań różniczkowych osi odkształconych.

Wypadkowe przemieszczenie przekroju poprzecznego pręta zginanego dwukierunkowo oraz rozciąganego lub ściskanego wynosi:

$$\delta_c = \sqrt{u^2 + \delta^2} \quad (7)$$

gdzie δ_c - przemieszczenie wypadkowe pręta zginanego i ściskanego lub rozciąganego,

u - przemieszczenie wzdłuż osi x .

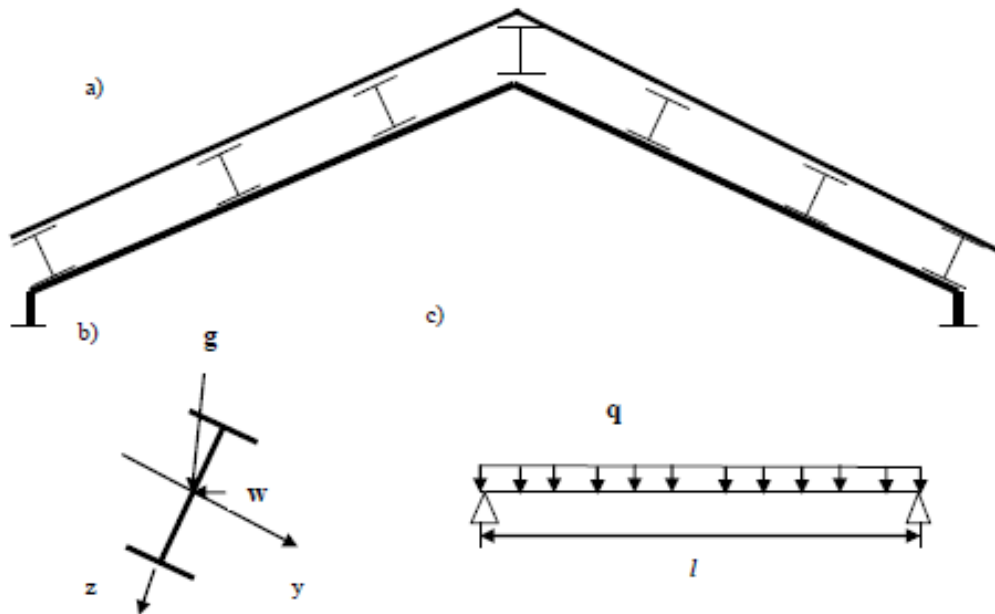
Złożony stan naprężenia w prętach zostanie zobrazowany trzema przykładami; rys. 2, 3, 4. Nie będziemy wchodzić w zasady wymiarowania zamieszczone w normach przedmiotowych. Chodzi tutaj o to, żeby obiekt teoretyczny, tzn. belka w złożonym stanie naprężenia została zilustrowana obiektem rzeczywistym.

Przykład pierwszy to zginanie ukośne płatwi stalowych; rys.2. Są one poddane zginaniu ukośnemu [4, 10]. Obciążenia, które na nie działają są następujące: obciążenie śniegiem (pionowe), wiatrem (poziome), ciężarem własnym i ciężarem pokrycia dachu (pionowe). Wypadkowe obciążenie ukośne działające na płatew q , daje dwie składowe obciążenia ciągłego q_y i q_z . Płatew rozpatrujemy w konstrukcji jako jednoprzęsłową belkę swobodnie podpartą o długości l równej rozstawowi rygli ram podpierających płatwie.

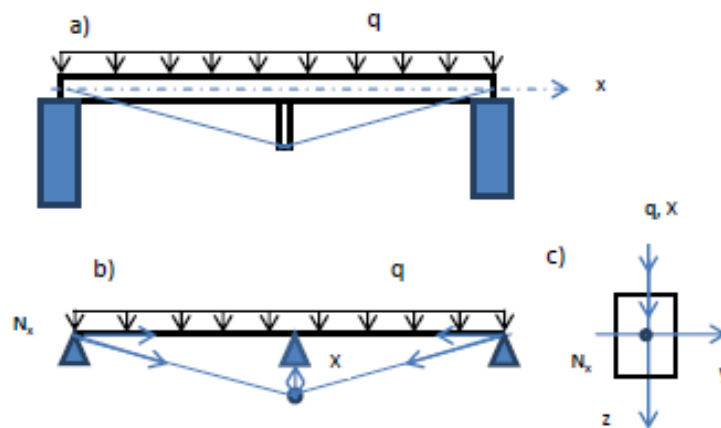
Na rys. 3 przedstawiono belkę drewnianą wzmocnioną cięgnami stalowymi. Belki wykonane z litego drewna wzmocnione cięgnami stalowymi stosuje się jako elementy konstrukcyjne stropów i dachów [5]. Pod względem statycznym ustrój prętowy składa się z następujących elementów: belki opartej na trzech podporach, układu cięgien i słupka. Naprężenia normalne w przekroju poprzecznym oblicza się uwzględniając działanie siły osiowej N_x i momentu zginającego M_y . Przemieszczenie poziome belki wynikające z działania siły N_x można pominąć jako wielkość bardzo małą. Przemieszczenie pionowe belki oblicza się uwzględniając obciążenie ciągłe równomierna q i siłę skupioną w słupku X .

Na rys. 4 zilustrowano fragment płyty biegowej schodów. Stałe i zmienne obciążenie pionowe q , które na nią działa rozkłada się na dwie składowe q_t oraz q_n (składową styczną oraz normalną). Schody (żelbetowe lub z innego materiału) projektuje się na działanie obciążenia q_n [8]. Schematy podparcia płyty biegowej i płyt spocznikowych mogą być różne [6]. Jednym z możliwych schematów, który może być przyjęty w obliczeniach statycznych jest belka pokazana na rys. 5c; jest to belka trójprzęsłowa statycznie niewyznaczalna.

Siły przekrojowe układach prętowych, rys. 1, oraz naprężenia i przemieszczenia można obliczać ręcznie (tj. na kalkulatorze), za pomocą programu Mathcad lub za pomocą programów opartych na metodzie elementów skończonych [1].



Rys. 2. Nieocieplony dach hali stalowej: a) widok płatwi w konstrukcji, b) obciążenia w przekroju poprzecznym płatwi, c) schemat statyczny płatwi

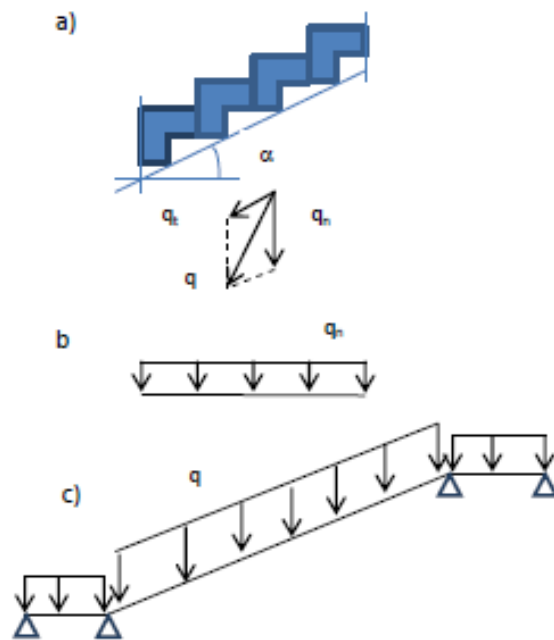


Rys. 3. Belka drewniana wzmocniona cięgnami stalowymi: a) widok ogólny elementu konstrukcji, b) schemat statyczny, c) przekrój poprzeczny

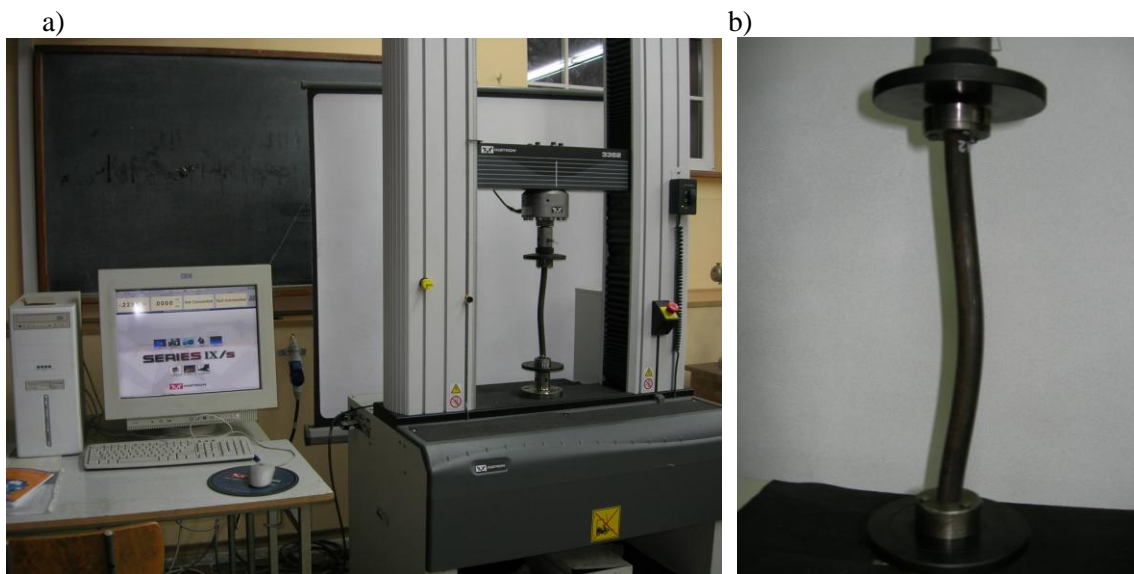
2. ILUSTROWANIE TREŚCI TEORETYCZNYCH TESTAMI LABORATORYJNYMI

Niektóre treści teoretyczne mechaniki technicznej bardzo dobrze ilustruje się próbami laboratoryjnymi. W niniejszym rozdziale przedstawiono dwa wybrane przykłady badań wykonywanych w laboratorium wytrzymałości materiałów Wydziału IL PW.

Jako pierwsze zilustrowano wyoboczenie pręta, fot. 5.



Rys. 4. Obciążenie płyty biegowej schodów



Fot. 5. Próba ściskania pręta w maszynie wytrzymałościowej Instron 3382: a) stanowisko badawcze, b) pręt po utracie stateczności obustronnie zamocowany w oprzyrządowaniu

Siłę krytyczną P_k i naprężenie krytyczne R_k prętów, które wybaczą się sprężycie oblicza się ze wzoru Eulera [4]

$$P_k = (\pi^2 EJ_{min}) / (\mu l)^2, \quad R_k = P_k / A \quad (8)$$

gdzie: J_{min} - najmniejszy moment bezwładności przekroju poprzecznego,

l - długość pręta,
 μ - współczynnik długości wyboczeniowej pręta,
 A - pole przekroju poprzecznego pręta.

Współczynnik μ w podstawowych schematach statycznych przyjmuje wartości: 1; 0,5; 0,7;
 2. Zależą one od warunków podparcia pręta. Naprężenie krytyczne R_k i siłę krytyczną P_k przy wyboczeniu niesprężystym pręta oblicza się ze wzoru Tetmajera - Jasińskiego lub z innych zależności [3, 4]

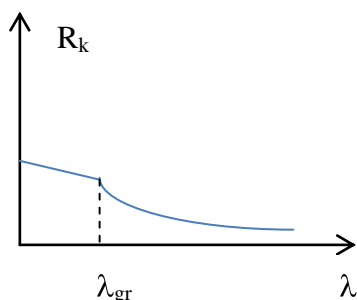
$$R_k = a - b\lambda, \quad P_k = R_k A \quad (9)$$

gdzie a i b - współczynniki zależne od rodzaju materiału pręta.

Granicę między wyboczeniem sprężystym i niesprężystym na wykresie (rys. 6) w układzie osi $R_k - \lambda$ stanowi punkt o współrzędnych $R_H - \lambda_{gr}$, gdzie jest λ_{gr} smukłością graniczną obliczaną wzoru

$$\lambda_{gr} = \pi \sqrt{E/R_H} \quad (10)$$

gdzie R_H - granica proporcjonalności materiału.



Rys. 6. Zależność naprężenia krytycznego od smukłości pręta

W próbie ściskania bardzo dobrze ilustruje się następujące teoretyczne treści:

- warunki brzegowe obustronnie utwierdzonego pręta (fot. 5b - talerzyki mocujące),
- ścieżkę równowagi statycznej, czyli wykres siła ściskająca - skrócenie pręta, (fot. 5a); wizualizacja następuje na monitorze i jednocześnie zachodzi, w oprogramowaniu komputera sprzężonego ze sterowaną maszyną wytrzymałościową, rejestracja pomiarów,
- odróżnienie wyboczenia sprężystego od niesprężystego pręta; jeśli po wygięciu się pręta zdejmemy obciążenie i on wyprostuje się, to wyboczenie było sprężyste, jeśli on nie wyprostuje się to wyboczenie było niesprężyste.

Jako drugi przykład zilustrowano blachownicę stalową, fot. 7. Jest to belka jednokierunkowo zginana o przekroju dwuteowym, w której tensometrami elektrooporowymi mierzy się odkształcenia w przekroju poprzecznym [9]. W laboratoryjnej próbie zginania blachownicy dobrze ilustruje się następujące treści teoretyczne:

- konfrontuje się teoretyczny schemat statyczny belki swobodnie podpartej obciążonej siłą po środku z belką rzeczywistą,
- wyróżnia się miejsca w przekroju poprzecznym, gdzie panuje płaski stan naprężenia (ścianka środkowa) i jednoosiowy stan naprężenia (dolna i górna oś półek),
- na podstawie pomiarów odkształceń i obliczeń naprężeń (dane pomiarowe są wprowadzane do programu zainstalowanego na komputerze) otrzymuje się wyniki, które

pokazują, że naprężenia σ_x i τ_{xz} (gdzie x oś belki) są znaczne, a σ_z (gdzie x, z płaszczyzna zginania) na tyle małe, że można je przyjąć jako zerowe, co charakteryzuje belkę.

W laboratorium ilustruje się też inne próby, którymi są: próby służące do wyznaczania charakterystyk materiałowych, eksperyment wiążący odkształcenia skrajnych włókien belki zginanej ze strzałką ugięcia, wyoboczenie lokalne pręta cienkościennego.

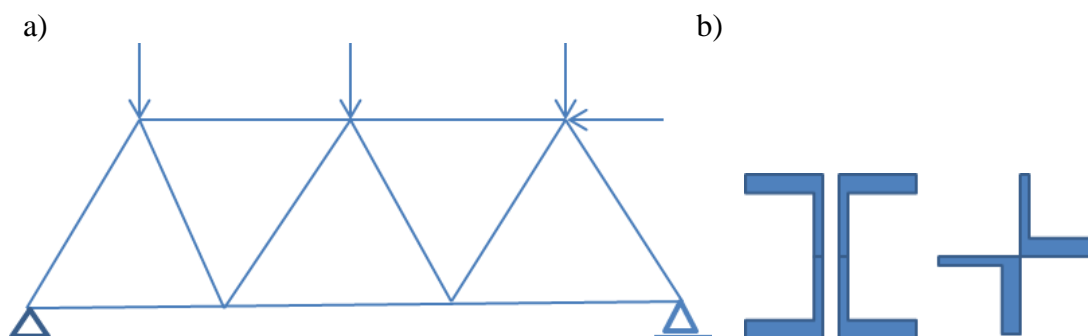


Fot. 7. Blachownica stalowa: a) widok blachownicy, b) wizualizacja wykresów naprężeń

3. ZASTOSOWANIE METODY ELEMENTÓW SKOŃCZONYCH

W wytrzymałości konstrukcji inżynierskich obecnie stosuje się metody numeryczne, przede wszystkim metodę elementów skończonych [1, 7]. Podwalną tej metody jest podział konstrukcji na skończoną liczbę małych elementów składowych i prowadzenie analizy wytrzymałościowej tych elementów. W rezultacie rozwiązuje się układy równań z wieloma niewiadomymi. MES można wykorzystać do obliczeń belek sprężystych przyjmując elementy jednowymiarowe (1D) albo elementy trójwymiarowe (3D). Rozwiązania prętów rozpoczyna się stosując elementy jednowymiarowe. Bierze się tu pod uwagę fakt, że wiedza studentów drugiego roku nie jest jeszcze duża.

Prowadzono rozwiązania MES kratownic płaskich. W kratownicy płaskiej, której przekroje poprzeczne są wykonane z kształtowników stalowych, przykładowo zilustrowanej na rys. 8, wyznacza się:



Rys. 8. Kratownica: a) widok kratownicy, b) przekroje poprzeczne pasa dolnego i górnego oraz krzyżulców

- macierz sztywności prętów w układzie globalnym,
- macierz sztywności całej kratownicy,

- macierz sztywności całej kratownicy z uwzględnieniem warunków brzegowych,
- przemieszczenia wszystkich węzłów,
- reakcje i siły w prętach.

Ponadto sprawdza się poprawność obliczeń przemieszczeń w węzłach (obliczeń ręcznych tzn. wykonanych na kalkulatorze lub przy częściowej pomocy odpowiedniego programu numerycznego) dowolnym dostępnym programem MES np. RM-Win.

PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiono stosowane aktualnie w dydaktyce metody, które wzbogacają, rozszerzają i przybliżają treści mechaniki technicznej. Były nimi:

- ilustrowanie zagadnień teoretycznych konstrukcjami inżynierskimi - tu zilustrowano dwukierunkowe zginanie i zginanie z rozciąganiem,
- ilustrowanie treści teoretycznych próbami laboratoryjnymi - tu zilustrowano wyboczenie prętów i zginanie blachownicy,
- stosowanie do obliczeń MES - tu przedstawiono rozwiązanie kratownicy płaskiej.

Przedstawione metody są pod względem metodologicznym bardzo przydatne. Dwie, wymienione jako pierwsze metody, są przejrzyste pod względem dydaktycznym oraz praktycznym i ułatwiają zrozumienie pracy realnych belek konstrukcyjnych. Metoda trzecia służy usprawnieniu obliczeń, jednak w mechanice technicznej może być ona stosowana tylko w małym zakresie ze względu na początkowy etap kształcenia studentów.

Zdaniem autorki powinno się wzbogacać treści mechaniki technicznej i wybierać metodę odpowiednią do zilustrowania konkretnej tematyki. Dobrze jest ilustrować teoretyczne treści przykładami z realnych konstrukcji budowlanych, aby w ten sposób podnieść jakość kształcenia.

BIBLIOGRAFIA

1. Bąk R., Burczyński T. *Wytrzymałość materiałów z elementami ujęcia komputerowego*. WNT, Warszawa 2001.
2. Glinicka A. *Wytrzymałość Materiałów I*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2011.
3. Glinicka A. *Doświadczalna analiza wyboczenia niesprężystego kształtowników o przekrojach rurowych czworobocznych*. Drogi i Mosty nr 2, 2005, s 5-37.
4. Jastrzębski P., Mutermilch J., Orłowski W. *Wytrzymałość materiałów. Tom 2*. Arkady. Warszawa 1986.
5. Kotwica J. *Konstrukcje drewniane w budownictwie tradycyjnym*. Arkady, Warszawa 2009.
6. Lichołai L. *Budownictwo ogólne. Tom 3*. Arkady 2008.
7. Łodygowski T., Kąkol W. *Metoda elementów skończonych w wybranych zagadnieniach mechaniki konstrukcji inżynierskich*. Politechnika Poznańska 2003r.
8. Sieczkowski J., Sieczkowski J. *Przykłady obliczeń konstrukcji murowych i żelbetowych. 5 Konstrukcje budowlane*. Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne. Warszawa 2001.
9. Wichniewicz S. *Wytrzymałość materiałów. Ćwiczenia laboratoryjne*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2000.
10. Włodarczyk W. *Konstrukcje stalowe z uwzględnieniem eurokodów*. Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne Warszawa 2000.

METHODS ENRICHING CONTENTS OF THE TECHNICAL MECHANICS APPLIED IN THE DIDACTICS

Abstract

In the article the author presented and discussed applied currently in the didactics of the method which enriches, extend and illustrate contents of the technical mechanics. They are following: illustrating of theoretical issues with examples of real engineer constructions, illustrating of theoretical contents with laboratory tests, the application to calculations of the finite element method. The strength of materials (technical mechanics) is led on the second year of studies of the Faculty of Civil Engineering of the Warsaw Technical University. The discussion was illustrated with chosen examples.

Autor:

dr hab. inż. Aniela Glinicka, prof. PW i SW – Wydz. Inżynierii Lądowej Politechniki Warszawskiej i Szkoła Wyższa im. B. Jańskiego w Warszawie