



## Teorie i modele stosowane w geomechanice górotworu solnego

### Theories and models applied in salt rock geomechanics

Dr hab. inż. Grzegorz Kortas<sup>\*)</sup>

**Treść:** Praca przedstawia przegląd najczęściej stosowanych metod obliczeń geomechanicznych stanu górotworu solnego i przemieszczeń terenu. Opisano uproszczony sposób obliczania obciążeń i wyteżeń calizn w podziemnych kopalniach soli z jednopoziomą i wielopoziomą strukturą wyrobisk w powiązaniu z wynikami analogowych badań laboratoryjnych wytrzymałości soli kamiennej. Wskazano na zróżnicowanie zaciskania i ruchu górotworu spowodowanego oddziaływaniem horyzontalnych i wertykalnych struktur na ich otoczenie i tereny. Omówiono przydatność i ograniczenia, przystosowanego do warunków geologiczno-górnictwowych podziemnych kopalń soli, autorskiego rozwinięcia teorii Budryka-Knothe'go. Zasadniczą część pracy obejmuje omówienie fizycznego modelu sprężysto-lepkiego z potęgowym prawem pełzania, modelu geometrycznego z określeniem prostych i złożonych geometryzacji modelowych, zasad homogenizacji litologicznej i geometrycznej oraz modelu obliczeniowego dostosowanego do numerycznej metody elementów skończonych. Przytoczono szereg przykładów wyników własnych badań modelowych i zastosowań inżynierskich reologicznego modelu górotworu solnego z konstytutywnym potęgowym prawem pełzania Nortona – Bailey'a. Artykuł jest kontynuacją autorskich publikacji przeglądowych zamieszczonych w Przeglądzie Górniczym, które dotychczas dotyczyły sygnałów pękania skał solnych, zagrożenia wodnego oraz ochrony terenów górniczych w związku z obecnością wyrobisk w górotworze solnym.

**Abstract:** This paper presents the methods of calculating rock loads and stresses in underground salt mines, using the example of salt mine's single-layer and multi-layered structures and comparing the methods to the actual laboratory rock-salt strength testing results. The author discusses the usability and limitations of the expanded Budryk-Knothe theory to determine the influence of salt-mine workings on the land surface, adjusting the studies to specific underground geological and mining conditions. The basic portion of the study contains the presentation of an elastic-viscous model, with the exponential creep law, determination of simple and complex geometric rendering of the model, and the principles of lithological and geometric homogenization, in compliance with the numerical calculations conducted by the Finite Element Method. The author quotes selected examples of model analysis and engineering uses of the rheologic salt-rock models, with the Norton-Bailey creep law.

#### Słowa kluczowe:

kopalnie soli, górotwór solny, reologia, ośrodek sprężysto-lepki, homogenizacja, metoda elementów skończonych

#### Key words:

salt mines, salt rock mass, rheology, elastic-viscous medium, homogenization, Finite Element Method

### 1. Wstęp

Specyfika zachowania się górotworu solnego wynika z właściwości reologicznych skał solnych, unikalnej budowy złóż i sposobu rozmieszczenia w nich wyrobisk. Złoża soli wykształciły się w formie pokładów o znacznej miąższości, a także rozległych wysadów o wielokilometrowej wysokości. W tych warunkach w Polsce powstawały wielopoziomowe struktury komorowo-filarowych kopalń podziemnych, a w wysadach niezwykle wysokie pola kawern ługowniczych. Wiadomo, że podatność na pełzanie skał solnych prowadzi do relaksacji naprężeń, co sprzyja długookresowemu zachowaniu spójności w caliznach solnych otaczających pola górnicze.

Warunki te pozwalają na ogół na długotrwałą ochronę kopalń soli przed wdarciem wód. Wobec jednak niskiej długotrwałej wytrzymałości skał solnych, warunkiem zapewnienia stateczności calizn i szczelności ich otoczenia jest niewielkie wykorzystanie złoża. Dlatego po zakończeniu wydobywania w kopalniach soli, pozostają struktury wyrobisk o wielkiej objętości, które niekiedy zagospodarować można na magazyny mediów lub składowiska odpadów, a średniowieczne kopalnie udostępnić turystom.

Badania, obejmujące obserwacje, eksperymenty, formułowanie hipotez i teorii, prowadzą do tworzenia matematycznych modeli zjawisk, które służą przewidywaniu następstw procesów technologicznych. W praktyce inżynierskiej w górnictwie solnym przydatne były różne sposoby określania oddziaływania wyrobisk, w tym uproszczone – na przykład dla

<sup>\*)</sup> Instytut Mechaniki Górotworu PAN, Kraków

określenia obciążeń i wyteżeń calizn (Sałustowicz 1965), czy wpływów wyrobisk na tereny nad podziemnymi kopalniami soli (Kortas 1989).

W drugiej połowie XX wieku przeprowadzono niezwykle wszechstronne badania geomechanicznych warunków i skutków składowania odpadów promieniotwórczych w kopalniach soli. Wyniki tych studiów w USA (np. Hermann i in. 1980, Fernandez 1994), potem w Niemczech, Francji i innych krajach, wykorzystuje się coraz szerzej we współczesnym górnictwie solnym, głównie w związku z podziemnym magazynowaniem płynnych węglowodorów w wyrobiskach solnych. Prace te ujawniły właściwości skał solnych i zasadność ich ujęcia tylko w pewnych modelach fizycznych ośrodka wykazującego pełzanie. W Polsce te metody modelowania geomechanicznego wprowadzał Urbańczyk, Kunstmann, Walaszczyk, Ślizowski (2006), a później Kortas (2008).

Ze względu na złożoność warunków i sposobu obliczeń z wykorzystaniem fizycznych teorii reologicznych, w praktyce ekspertskiej stosowane są nadal modele ośrodka sprężystego lub sprężysto-plastycznego, w których nie uwzględnia się pełzania. Konsekwencją tego jest wtedy brak możliwości powiązania naprężeń, przemieszczeń i odkształceń z czasem, a także niewłaściwe określanie wyteżeń calizn, przy odnoszeniu ich do wytrzymałości doraźnej zamiast do długotrwałej, znacznie mniejszej. Zwraca na to uwagę Kłeczek (2011). Zauważyć także trzeba, że sposoby określania oddziaływań kopalń soli na tereny z wykorzystaniem funkcji wpływów, sprawdzone w innych warunkach górniczych, mają ograniczone zastosowanie, tylko do niektórych warunków w górnictwie solnym.

Z tych względów, przedstawiając w tej pracy przegląd stosowanych w praktyce krajowej teorii, modeli i obliczeń geomechanicznych, główną uwagę skierowano na omówienie fizycznej teorii sprężysto-lepkiej odwzorowującej reologiczne zachowanie się górotworu, przedstawiając jej ujęcie matematyczne i wskazując na przykładach zasadność i uniwersalność w zastosowaniach do górnictwa solnego.

## 2. Uproszczony sposób określania obciążenia filarów i półek i zależne od czasu wyteżenia

W trakcie wydobywania kopaliny, poszukiwane są zawsze sposoby maksymalnego wykorzystania złoża przy zachowaniu bezpiecznych warunków geomechanicznych. W ubiegłym wieku w projektach komorowo-filarowych kopalń soli obciążenia i wyteżenia określano przyjmując w sposób uproszczony ich zależność od sił masowych działających na filary i półki. Wyteżenia obliczano odnosząc je do doraźnej wytrzymałości próbek (np. Sałustowicz 1965).

Powiązanie obciążeń calizn ze współczynnikiem wykorzystania złoża można ująć syntetycznie przedstawionymi tutaj prostymi związkami. Stosownie do rysunku 1 oznaczono: wymiary poziome filarów  $f$  i  $l$ , ich wysokość  $h$ , odstępy poziome między filarami  $s$ ,  $d$  oraz grubość półki  $p$ .

Jeżeli wprowadzi się proporcje wymiarów  $\lambda_x=s/f$ ,  $\lambda_y=d/l$ ,  $\lambda_z=h/p$ , to współczynnik wykorzystania złoża  $\kappa$  określa wtedy wzór:

$$\kappa = \frac{1}{(1 + \lambda_x)(1 + \lambda_y)(1 + \lambda_z)}. \quad (1)$$

W górotworze solnym pierwotne naprężenia litostatyczne pionowe  $p$  i poziome  $p_x = p_y$  są jednakowe i wprost proporcjonalne, do głębokości  $H$  i gęstości skał  $\gamma$ , i są równe  $H\gamma \cdot 9.81 \text{ m/s}^2$ . W jednopoziomowej strukturze górniczej z półką spągową i stropową o grubości  $p/2$ , przedstawioną w przekroju poziomym na rysunku 1 lewym, obciążenie filarów  $p_f$  wynosi:

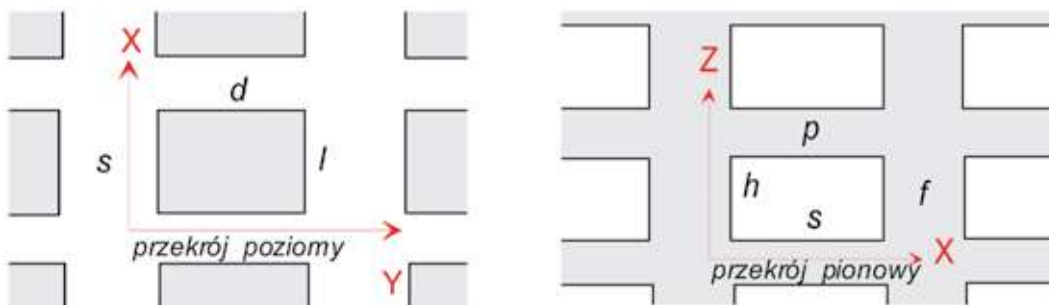
$$p_f = (1 + \lambda_x)(1 + \lambda_y)p_z, \quad (2)$$

a w wielopoziomowej strukturze przedstawionej w przekroju pionowym na rysunku 1 prawym, obciążenia filarów  $p_f$  (naprężenia pionowe) i obciążenia półek  $p_p$  (naprężenia poziome) wyrażają wzory:

$$p_f = (1 + \lambda_x)p_z, \quad p_p = (1 + \lambda_z)p_z. \quad (3)$$

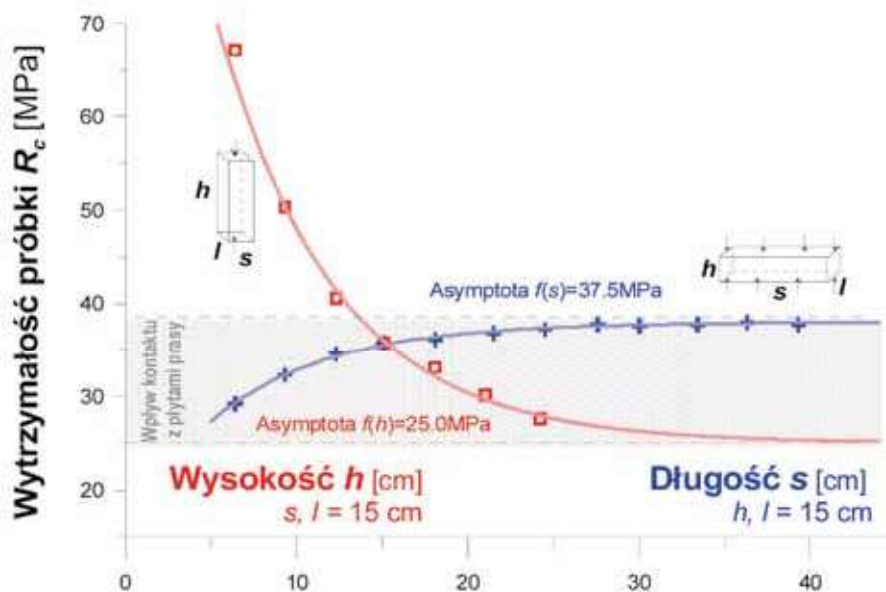
Ponieważ w tych warunkach  $\lambda_y=0$ , to dla  $s=f=p=h$ , współczynnik wykorzystania złoża (1) osiąga  $\kappa=1/4$ , a obciążenia calizn, zależne od  $s$ , maleją do wartości  $p_f=p_p=2p_z$ . Na przykład na głębokości  $H=600 \text{ m}$  przy  $\gamma=2200 \text{ kg/m}^3$  obciążenia filarów  $p_f$  i półek  $p_p$  są równe 23.9 MPa. Ponieważ ze wzrostem głębokości eksploatacji rosną pierwotne naprężenia litostatyczne, zachowanie takich samych wyteżeń w caliznach wymagało zwiększania wymiarów filarów i półek na większych głębokościach poprzez zmniejszenie wymiarów komór  $s$  i  $h$ , jak na przykład w kopalni Kłodawa poniżej poziomu 600. Wpływ zatopienia takiej struktury nasyconą solanką o gęstości  $\gamma_s=1200 \text{ kg/m}^3$  określić można zastępując  $p_z$  w (3) wyrażeniem  $H(\gamma-\gamma_s) \cdot 9.81 \text{ m/s}^2$ , co prowadzi do spadku obciążeń calizn do wartości 11.7 MPa.

Takie i podobne obliczenia były podstawą projektów wielopoziomowych komorowo-filarowych kopalń soli w wysadach solnych w Wapnie, Inowrocławiu i w Kłodawie. Wpływ smukłości filarów na wytrzymałość określano także na podstawie badań analogowych, przypisując im wprost wytrzymałość próbek soli kamienniej (Sałustowicz 1965). Piekarczyk (1972) badał doraźną wytrzymałość prostopadłościennych próbek o stałym przekroju poprzecznym  $15 \text{ cm} \times 15 \text{ cm}$  przy różnej długości próbek  $s$  i wysokości  $h$ , jako analogu wy-



Rys. 1. Przekroje kopalni: poziomy struktury jednopoziomowej (lewy), pionowy struktury wielopoziomowej (prawy)

Fig. 1. Salt-mine cross-sections: horizontal cross-section of a single-layer structure (left); vertical cross-section of a multi-layered structure (right)



Rys. 2. Zależność wytrzymałości doraźnej próbek od ich kształtu wg danych Piekarza (1972)

Fig. 2. Dependence of the samples' ultimate strength on the samples' shapes, according to the data quoted by Piekarz (1972)

trzymałości filarów solnych. Przedstawiona tu nowa analiza wyników badań Piekarza ujawnia wpływ kształtu próbek na ich wytrzymałość oraz prowadzi do określenia wytrzymałości niezależnej od kształtu próbek (rys. 2).

Wyniki oznaczeń Piekarza aproksymować można funkcjami wykładniczymi (4):

$$\begin{aligned} f(h) &= {}^{Rc}\sigma + 98\text{MPa} \exp(-\psi\lambda) & \text{dla } s = l = 15\text{cm} \\ f(s) &= {}^{Rs}\sigma - 22\text{MPa} \exp(-\psi\lambda) & \text{dla } h = l = 15\text{cm} \end{aligned} \quad (4)$$

gdzie  $\lambda = h/s$  jest smukłością próbek, a  $\Psi = 0.145$  parametrem wpływu smukłości próbki na wytrzymałość. Szczególnie interesujące są graniczne wartości funkcji (4). Ponieważ ze wzrostem wysokości próbek zanika wpływ zaburzenia kontaktu prasy z próbką, naprężenia w środku wysokich próbek określają wytrzymałość badanej skały. Wartość  ${}^{Rc}\sigma = \lim_{h \rightarrow \infty} f(h) = 25.0$  MPa odpowiada wtedy doraźnej wytrzymałości badanej soli kamienniej, natomiast druga wartość graniczna,  ${}^{Rs}\sigma = \lim_{s \rightarrow \infty} f(s) = 37.5$  MPa jest wytrzymałością doraźną próbek o bardzo dużej długości  $s$ , ale obarczonych znacząco wpływem kontaktu z prasą. Zatem różnica  ${}^{Rs}\sigma - {}^{Rc}\sigma$  określa tu wpływ kontaktu z prasą próbek o ustalonej smukłości  $h/l = 1.0$ .

Wykorzystując w praktyce górniczej wyniki laboratoryjnych badań analogowych pojawia się zawsze problem odpowiedniości warunków i skutków. W tym przypadku zróżnicowanie warunków powoduje odmiennosc kontaktu próbek z prasą oraz filarów i półek z calizną, a zróżnicowanie skutków wynika z efektu skali rozmiarów próbka/calizna i czasów obciążeń w laboratorium i *in situ*. Wiadomo, że przy naprężeniach przekraczających próg dylatacji, z upływem czasu w skale rozwija się sieć spękań, powodując spadek jej wytrzymałości, czyli  $R_c = R_c(t)$ . W ośrodku ulegającym pełzaniu z upływem czasu postępuje także relaksacja naprężeń, czyli naprężenie zależy od czasu  $\sigma = \sigma(t)$ . Pęknięcie niszczące caliznę pojawia się wtedy, gdy  $\sigma(t) = R_c(t)$ . Wpływ czasu na wytrzymałość próbek badał Avdeev i in. (1997). Około dwukrotnie niższą wytrzymałość długotrwałą od doraźnej dla soli z kopal-

ni Góra oszacowano na  ${}^{Rc}\sigma/2 = 12.5$  MPa (Kortas i Maj 2005). Uwzględnienie w obliczeniach wyteżeń calizn powyższych zjawisk wymaga rozpoznania wytrzymałości długotrwałej i stosowania w obliczeniach fizycznych modeli reologicznych, omawianych w rozdziałach 5–9.

### 3. Oddziaływanie struktur horyzontalnych i wertykalnych

W otoczeniu zaciskanych wyrobisk przemieszczenia zależą od kształtu wyrobiska i jego pozycji względem kierunku działania siły ciężenia. Z tych względów wskazać można dwie szczególne formy prostopadłościennych wyrobisk o bokach  $s, h, l$ :

- wyrobisko horyzontalne w formie poziomej ściany o wysokości  $h$  i wymiarach  $s \sim l \gg h$ , w którego zaciskaniu dominują przemieszczenia pionowe  $w$ , a małe przemieszczenia poziome na bocznych ścianach pionowych są pomijalne; zmniejszanie wymiaru  $l$  prowadzi do formy poziomego chodnika o przekrojach pionowych  $s \times h$ , w których prędkość zaciskania poza końcami chodnika jest jednakowa;
- wyrobisko wertykalne w formie pionowej ściany o szerokości  $s$  i wymiarach  $l \sim h \gg s$ , w którego zaciskaniu dominują przemieszczenia poziome; zmniejszenie wymiaru  $l$  prowadzi do formy pionowego szybu o przekrojach poziomych  $s \times l$ , w których prędkość zaciskania rośnie nieliniowo z głębokością.

Wyróżnienie to można w przybliżeniu uogólnić na formy złożone z szeregu wyrobisk i calizn tworzące postać struktury horyzontalnej lub wertykalnej.

Przemieszczenia w oddaleniu od wyrobisk są skutkiem ruchu górotworu powiązanego z zaciskaniem wyrobisk. Awierszyn (1947) zauważył, że nad wyrobiskami horyzontalnymi, czyli ulegającymi głównie zaciskaniu w kierunku pionowym, przemieszczenia poziome terenu  $u$  i  $v$  w kierunkach osi układu współrzędnych  $X$  i  $Y$  spełniają zależność:

$$u \approx C dw/dx, \quad v \approx C dw/dy, \quad \text{gdzie } 0 < C < 1. \quad (5)$$

Przykładem wykształcania się obniżen terenu nad strukturami wertykalnymi są przemieszczenia obserwowane nad niektórymi otworowymi kopalniami soli (Kortas 2008). Zauważmy, że ze wzrostem upadu struktury horyzontalnej, czy ze spadkiem wartości stosunku wymiaru poziomego do pionowego w strukturze wertykalnej, w ich otoczeniu rośnie udział zaciskania w kierunku poziomym oraz udział składowych poziomych w przemieszczeniach. Taka zmiana warunków statycznych powoduje, że rozkład przemieszczeń na terenach jest wynikiem rozpraszania przede wszystkim przemieszczeń poziomych. W wyniku zaciskania struktury z zachowaniem lub z niezachowaniem warunku ciągłości jej otoczenia pojawić się mogą wtedy inne niż (5) związki przemieszczeń poziomych z pionowymi.

Proces oddziaływania struktur wertykalnych symulować można modelem fizycznym, szczegółowo omawianym w rozdziale 5. Przykładowy rozkład przemieszczeń nad taką strukturą dla dwóch czasów  $t_2 > t_1$  pokazano na rysunku 3. Wartości ekstremalne  $u(x)$  występują w innych miejscach niż ekstrema  $dw(x)/dx$ .

W fazie procesów ciągłych wywołanych zaciskaniem struktur wertykalnych pojawić się może osobliwy rozkład przemieszczeń pionowych, nawet z wypiętrzeniami terenu nad strukturą i niekiedy z przewagą przemieszczeń poziomych. Powodem tego jest reakcja mechaniczna górotworu na obciążenia siłami masowymi struktury złożonej z wyrobisk i calizn, której średnia gęstość jest mniejsza niż gęstość jej otoczenia. Statyczne skutki takich warunków, za Archimedesem, określa się efektem wypornościowym. W górotworze, warunkiem występowania tego zjawiska jest zachowanie ciągłości. Naruszenie jej powoduje opadanie skał do wnętrza wyrobisk i zmianę warunków i skutków zaciskania w otoczeniu rozwijającego się obwał.

#### 4. Modele ruchu górotworu z funkcją wpływów zaciskania wyrobisk

Badania analogowe są przydatnym sposobem określenia wpływu warunków eksperymentów na ich wynik. Jeżeli wyniki takich testów odnoszą się do rzeczywistości, to obciążone są zawsze wpływem skali odniesienia. Wpływ ten znika, gdy podstawą opisu matematycznej teorii badanego zjawiska są obserwacje w warunkach rzeczywistych, na przykład przemieszczeń spowodowanych robotami górniczymi.

Przykładem matematycznego ujęcia opisu wpływów zaciskania wyrobisk horyzontalnych na powierzchnię terenu jest teoria Budryka-Knothe (Budryk 1953, Knothe 1953), sformu-

łowana dla warunków eksploatacji poziomych pokładów węgla kamiennego. Jej podstawą obserwacyjną były wyniki pomiarów obniżen terenu pod wpływem zaciskania wyrobisk ścianowych z obwałem skał stropowych, czyli bez zachowania ciągłości otoczenia. W ujęciu matematycznym Knothego obniżenia terenu określa funkcja wpływów  $F$  – krzywa rozkładu normalnego Gaussa, a przemieszczenia pionowe są jej całką w granicach wymiarów poziomych  $P$  wyrobiska (Knothe 1953):

$$w(x, y) = ag \iint_P F(\beta) dx dy. \quad (6)$$

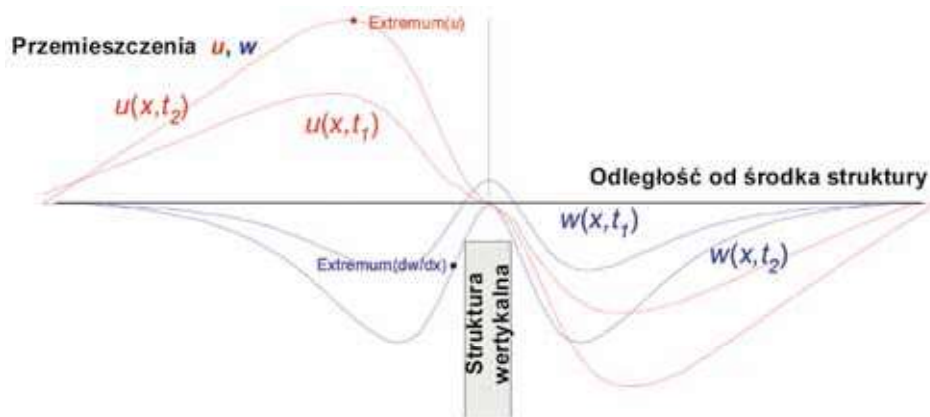
Parametrem teorii określającym warunki geologiczne jest kąt wpływów  $\square$ , wyrażający zasięg rozpraszania obniżen w kierunkach poziomych, natomiast zaciskanie w kierunku pionowym określa parametr  $0 < a < 1$ . Obniżenia w funkcji czasu, proporcjonalne do wysokości wyrobiska  $g$ , określa funkcja (7), wyrażająca proces konsolidacji obwał skał pod naciskiem nadległego górotworu:

$$\frac{dw}{dt} = c[w_k - w(t/t_j)]. \quad (7)$$

gdzie  $w_k$  jest końcowym obniżeniem,  $c$  jest stałą, a  $t_j$  jest jednostką czasu. Całką (7) jest eksponentialna funkcja wykładnicza.

Sformułowano także inne teorie wpływów zaciskania horyzontalnych wyrobisk na powierzchnię terenu różniące się funkcjami, które tu nie są omawiane. Stochastycznym ujęciem skutków procesu obwał nad eksploatowanym pokładem była teoria Litwiniszyna (1953), w której – tak jak w teorii Budryka-Knothe – zakładano, że skutki zaciskania obejmują tylko przestrzeń nad wyrobiskami. Przyjęcie w tych teoriach, za Budrykiem (1953), założenia Awierszyna (5) umożliwiało określanie odkształceń i zagrożenia szkodami górniczymi. Wyniki licznych pomiarów geodezyjnych na powierzchni terenu nad wybieranymi, prawie poziomymi pokładami węgla kamiennego, szczególnie w górotworze nienaruszonym wcześniejszą eksploatacją, potwierdziły dobrą zgodność tych teorii z obserwacjami.

Opracowano szereg przystosowań teorii Budryka-Knothe do innych warunków geologicznych i górniczych, na przykład do warunków wielopoziomowej eksploatacji komorowo-filarowej (Kortas 1989). W tej pracy uogólnienie teorii Budryka-Knothe było konsekwencją założenia, że rozpraszanie wpływów obejmuje także przestrzeń pod wyrobiskami, co zawsze jest obserwowane w kopalniach w postaci wypiętrzeń dolnych poziomów. Stosując superpozycję wpływów poszczególnych komór, uzyskano rozkłady przemieszczeń w bliskim sąsiedztwie wyrobisk, a nawet



Rys. 3. Przemieszczenia nad strukturą wertykalną w płaskim stanie odkształcenia – model fizyczny sprężysto-lepki

Fig. 3. Displacements over the vertical structure in plane strain – a physical model

w caliznach między komorami. Stwierdzono, że w fazie zaciskania z zachowaniem ciągłości otoczenia związek konwergencji objętościowej wyrobisk  $k_v$  z czasem lepiej opisuje funkcja potęgowa (8) niż (7),

$$k_v(t) = c(t/t_j)^\mu, \quad \mu > 0, \quad (8)$$

gdzie  $c$  określa konwergencję w czasie jednostkowym  $t_j$ . Przemieszczenia poziome powiązane z konwergencją poziomą, a obniżenia – z pionową.

Obliczanie przemieszczeń spowodowanych wyrobiskami komorowo-filarowych kopalń poprzedza modelowa geometryzacja wyrobisk. I tak na przykład, na podstawie map górniczych kopalni Wieliczka geometryzowano kilka tysięcy wyrobisk komorowych ekwiwalentnymi prostopadłościanami z zachowaniem w odwzorowaniu objętości i kierunku dłuższego wymiaru. Każdemu z nich przypisano odpowiednie składowe pionowe i poziome konwergencji objętościowej, dostosowane do głębokości, formy i stanu komory, określonego poprzez inwentaryzację wszystkich komór. Takie obliczenia doprowadziły do uzyskania zgodności z okresowymi pomiarami obniżenia terenu w latach 1925–2005. Studium dat powstawania komór w kopalni Wieliczka, wykonane przez mierniczego górniczego Wójcika (1996), było podstawą do oszacowania przemieszczenia terenu również w minionych wiekach przedstawione przez Kortasa (2007a).

W zastosowaniach tej metody uzyskiwano dobrą zgodność obliczeń z pomiarami obniżenia także nad innymi podziemnymi kopalniami soli: w Wapnie, Inowrocławiu, Bochni i w Kłodawie (rys. 4) oraz nad kopalnią otworową w pokładowym złożu w Łęzkowicach.

Obserwacje wskazują, że ze wzrostem nachylenia eksploataowanych pokładów węgla czy struktur górniczych w złożach soli zmniejsza się zasięg wpływów po stronie wzniosu i zwiększa w kierunku upadu. Małe także udział w zaciskaniu przemieszczeń w kierunku pionowym, a rośnie –

w kierunku poziomym. Obserwacje obniżenia terenu nad kopalnią soli w Kłodawie (rys. 4) i w Bochni wskazywały, że także w tych warunkach nachylenie struktury wyrobisk solnych powoduje przesunięcie lokalizacji centrum niecki obniżenia w kierunku upadu.

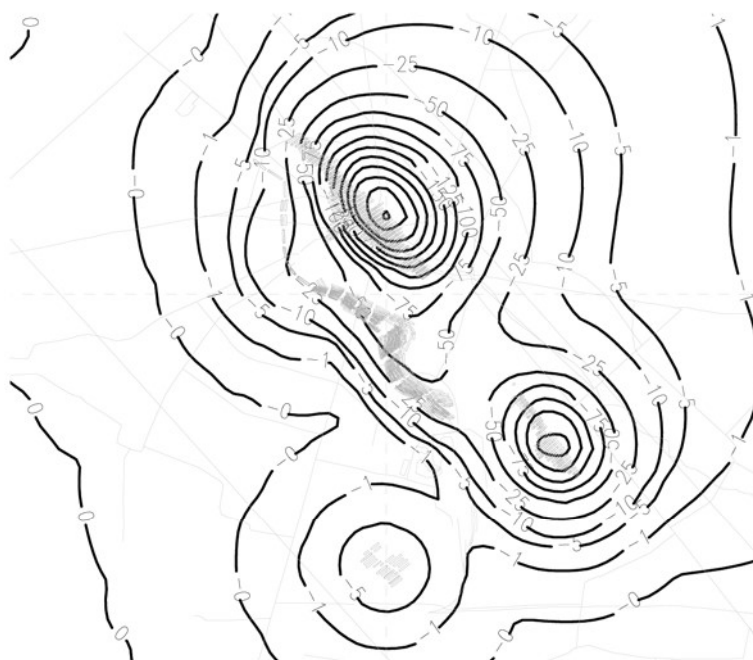
Szczególnie interesujące są wpływy na tereny zaciskania struktur wertykalnych, które tworzą układy bardzo wysokich wyrobisk otworowych w wydajach solnych (Kortas 2008). Kawerny w Górze k. Inowrocławia i Przyjmie k. Mogilna obejmują interwał głębokości od 240 do 1700 m, przy stosunku wysokości do średnicy większym nawet niż 25. Konsekwencją tego jest około 50 razy większe zaciskanie ich w kierunku poziomym niż w pionowym.

W pomiarach przemieszczeń terenu ujawniały się osobliwe niecki obniżenia (Kortas 2000, 2007, 2009). Po przeciwnych stronach wydłużonego w kierunku poziomym pola kopalni otworowej Mogilno wykształcają się dwa centra niecek obniżenia, natomiast w Górze nad środkiem pola górniczego wystąpiły wypiętrzenia przechodzące w okalający je koliste pas z maksymalnymi obniżeniami poza granicami pola górniczego. Przyczyną tego zjawiska jest efekt wypornościowy.

Oddziaływanie wyrobisk, także osobliwych, dobrze opisują modele teorii fizycznych. Obliczenia wymagają wtedy powiązania trzech modeli, opisanych w następnych rozdziałach, z których model fizyczny określa różniczkowe prawo konstytutywne, a geometryczny i obliczeniowy służy odwzorowaniu i przystosowaniu do obliczeń numerycznych.

## 5. Reologiczny, sprężysto-lepki model górotworu solnego

Wielkością fizyczną powodującą w górotworze odkształcenia są siły masowe, spowodowane grawitacją. Podstawą modelu sprężystego jest związek odkształcenia  $\varepsilon$  z naprężeniem  $\sigma$  dla modułu Younga  $E$ , który wyraża prawo Hooke'a:



Rys. 4. Obliczone obniżenia terenu [mm] w latach 1954–2010 w Kłodawie, w tle zarys wyrobisk wielopoziomowej kopalni soli

Fig. 4. Land subsidence [mm] in Kłodawa mining area in 1954–2010; background: the profile of multi-layered salt-mine workings

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}. \quad (9)$$

W przestrzeni 3D naprężenie  $\sigma_{ij}$  i odkształcenie  $\varepsilon_{ij}$  są symetrycznymi tensorami drugiego rzędu, to znaczy, że  $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$  i  $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ ,

$$\varepsilon_{ij} \equiv \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ & & \varepsilon_{33} \end{pmatrix}, \quad \sigma_{ij} \equiv \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ & & \sigma_{33} \end{pmatrix}, \quad (10)$$

a związek między nimi, określający reakcję sprężystą zapisać można w postaci dwóch równań tensorowych, z których pierwsze opisuje zasadę zmiany postaci, a drugie – objętości:

$${}^D\varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E} {}^D\sigma_{ij}; \quad {}^A\varepsilon_m = \frac{1-2\nu}{E} {}^A\sigma_m, \quad (11)$$

gdzie:  $\nu$  – liczba Poissona,  $\delta_{ij}$  – delta Kroneckera,  ${}^D\varepsilon_{ij}$  – dewiator tensora odkształcenia:  ${}^D\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij} - {}^A\varepsilon_m \delta_{ij}$ ,  $\varepsilon_{ij}$  – tensor odkształcenia,  ${}^D\sigma_{ij}$  – dewiator tensora naprężenia:  ${}^D\sigma_{ij} = \sigma_{ij} - {}^A\sigma_m \delta_{ij}$ ,  $\sigma_{ij}$  – tensor naprężenia,  ${}^A\varepsilon_m$  – odkształcenie średnie:  ${}^A\varepsilon_m = \frac{1}{3}(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33})$ ,  ${}^A\sigma_m$  – naprężenie średnie:  ${}^A\sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})$ .

W ośrodku reologicznym, czyli ulegającym pełzaniu, stan naprężenia i odkształcenia zależy od czasu. Wyróżnia się ciała proste: sprężyste Hooke'a (H) i lepkie Newtona (N). W ciele Maxwella (H–N) złożonym szeregowo z tych ciał, odkształcenie jest sumą odkształcenia sprężystego i lepkiego. Bardziej złożone ciała reologiczne omawia Słizowski (2006), wprowadzając dodatkowo granicę plastyczności.

W tej pracy omawia się model reologiczny sprężysto-lepki Maxwella z uogólnieniem do ciała Newtona (Maj 2012), ujętym w potęgowym prawie pełzania Nortona – Bailey'a (Hermann 1980, Fernandez 1994, Muson 1997, Muson i Wawersik 1991 i inni). Obecnie, w geomechanicznej praktyce eksperckiej model ten jest stosowany także w zagadnieniach dotyczących kopalń wydobywczych, podziemnych magazynów i składowisk odpadów niebezpiecznych w złożach soli. Prawo to w zapisie tensorowym wyraża związek:

$${}^D\varepsilon_{ij} = \frac{3}{2} m A \exp\left(-\frac{Q}{RT}\right) \sigma_{ef}^{n-1} {}^D\sigma_{ij} t^{m-1}, \quad (12)$$

gdzie  ${}^D\varepsilon_{ij}$  – dewiator tensora prędkości odkształcenia,  ${}^D\sigma_{ij}$  – dewiator tensora naprężenia,  $\sigma_{ef}$  – naprężenie efektywne,  $Q$  – energia aktywacji,  $R$  – stała gazowa,  $T$  – temperatura,  $t$  – czas,  $A$ ,  $m$  i  $n$  – stałe materiałowe.

Istotną zmienną procesów reologicznych jest czas, w potęgowym prawie pełzania Nortona – Bailey'a podniesiony do stałej potęgi  $m \leq 1$ , odwrotnie proporcjonalnej do wzmocnienia w procesie pełzania. Im  $m$  jest mniejsze tym wzmocnienie większe. Naprężenie efektywne  $\sigma_{ef}$  (12) określone jest wzorem:

$$\sigma_{ef} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2}, \quad (13)$$

i decyduje o prędkości pełzania. W ustalonej temperaturze i przy stałych wartościach  $n$  i  $m$ , właściwości lepkie określić można, wprowadzając podatność na pełzanie  $B$  wiążącą stałe materiałowe:

$$B = A \exp[-Q/(RT)]. \quad (14)$$

Właściwości sprężyste i lepkie wyznaczane są w laboratoriach, a także na podstawie obserwacji *in situ*, poprzez ich wykorzystanie w analizie odwrotnej w trybie badań modelowych.

## 6. Model geometryczny, homogenizacja, warunki brzegowe i początkowe

Model geometryczny służy odwzorowaniu geometrycznemu górotworu z wyrobiskami, z wyodrębnieniem w nim podprzestrzeni różniących się parametrami geomechanicznymi. Własnością topologiczną modelu geometrycznego jest spójność, charakteryzująca *continuum*. Cechą sposobu odwzorowania geometrycznego jest wymiar modelu. Dwuwymiarowa przestrzeń 2D określa płaski stan odkształceń, na przykład układ poziomych równoległych chodników lub symetrię osiową, na przykład dla modelu szybu lub pojedynczej kawerny z ich otoczeniem. Pełne odwzorowanie warunków geologiczno-górnich wymaga przyjęcia w modelu geometrycznym trójwymiarowej przestrzeni 3D. Konsekwencją uwzględnienia w obliczeniach numerycznych właściwości reologicznych jest wprowadzenie wymiaru czasu, co określa się skrótowym zapisem 2D+t lub 3D+t.

W każdej przestrzeni modelowej określić trzeba przymieszczeniowe lub naprężeniowe warunki brzegowe, które mogą zmieniać się w czasie. Brzegiem obszaru dla prostopadłościennego bryły modelu są jej ściany boczne, dolna i górna oraz ściany wyrobisk. Jeżeli wyrobiska są wypełnione płynem, to do ścian przykładane są ciśnienia o odpowiednich wartościach.

Cechą charakteryzującą pierwotny stan naprężeń w solach jest hydrostatyczny stan naprężeń litostatycznych. Wytworzenie takiego stanu, poprzedzające w modelu utworzenie wyrobisk, jest bezwzględnie warunkiem poprawności obliczeń. Jeżeli górotwór zbudowany jest ze skał o różnej podatności na pełzanie, stan naprężeń pierwotnych uzyskać można symulując długotrwałe pełzanie przy stałym obciążeniu siłami masowymi.

Jednoczesne utworzenie wyrobisk po uzyskaniu pierwotnego stanu naprężeń jest najprostszym sposobem wprowadzenia do modelu warunków górniczych. W złożonym odwzorowaniu warunków górniczych geometria modelu i czynności technologiczne obejmują symulacje: (i) powstawania wyrobisk, (ii) podporności calizn poprzez wypełnienie pustek czy podparcie obudową, (iii) zmian właściwości skał z przyczyn technologicznych, na przykład w wyniku spekań, obwał, nawodnienia, zmian temperatury, iniekcji czy zastąpienia skał innym materiałem. Rozłożenie w czasie symulacji modelowych tych czynności górniczych znacznie wydłuża czas obliczeń. Tak złożony model 3D+t odróżnić można nazwą 3D+t+m.

Górotwór składa się z wielu skał różniących się właściwościami fizycznymi. Kształt komorowych wyrobisk może być nieregularny, a struktura górnicza składać może się z setek wyrobisk. Konstruując model, złożoność geometryczną i fizyczną upraszcza się poprzez: redukcję wymiaru przestrzeni, doprowadzenie do prostszych kształtów i pozycji wyrobisk poprzez geometryzację wyrobisk oraz homogenizację litologiczną, geometryczną czy rezygnację ze złożoności praw konstytutywnych. Stopień uproszczenia może być większy w miejscach oddalonych od badanej strefy górotworu. Uproszczenia i redukcje prowadzą do zubożenia modelowego. Przykładem takiego zubożenia jest stosowanie modeli sprężysto-plastycznych w mechanice górotworu solnego.

Homogenizacja litologiczna jest koniecznością wynikającą z braku rozpoznania właściwości skał. Polega na redukcji liczby podprzestrzeni o zróżnicowanych właściwościach i zastąpienie ich mniejszą liczbą o ekwiwalentnych właściwościach fizycznych. Podstawą określenia właściwości poszczególnych skał w górotworze powinna być dokumentacja geologiczna. Na ogół jednak wyodrębnienie skał w dokumentacjach geologicznych ogranicza się do ich litologicznej identyfikacji

i oznaczenia ich pozycji stratygraficznej, przy braku na ogół jakichkolwiek danych o właściwościach mechanicznych. Natomiast geomechaniczne badania, ze względu na koszty, zazwyczaj sprowadzają się do określania właściwości do-  
raźnych i tylko skał solnych, chociaż w przestrzeni modelu geometrycznego większość stanowią przeciw skały niesolne.

Homogenizacja geometryczna polega na zamianie części przestrzeni struktury komorowo-filarowej – utworem spójnym o odpowiednio dobranych właściwościach fizycznych. Warunkiem zastąpienia jest wtedy wprowadzanie takich właściwości, aby oddziaływanie w funkcji czasu homogenizowanej strefy na jej otoczenie było podobne. Kontrolę homogenizacji przeprowadzać można, porównując wyniki obliczeń z obserwacjami przemieszczeń czy konwergencji objętościowej, a wobec braku takich danych, w trybie badań modelowych.

## 7. Model obliczeniowy w metodzie elementów skończonych

Podstawy matematyczne metody elementów skończonych MES, jako sposobu przybliżonego rozwiązywania układów nieliniowych równań różniczkowych w zastosowaniu do zagadnień fizycznych, przedstawił Zienkiewicz (1972). Oprócz MES w geomechanice stosuje się także inne matematyczne metody przybliżonych obliczeń numerycznych (np. Filcek i in. 1994)

Podstawą konstrukcji modeli obliczeniowych MES jest najpierw określenie położenia geometrycznego punktów, odcinków/łuków, obszarów i podprzestrzeni, które wypełniane są następnie elementami. Kolejną czynnością jest przypisanie właściwości fizycznych odpowiednim obszarom modelu, tworzenie i kompilacja układu elementów, zapis scenariusza obliczeń oraz edytowania wyników w formie plików tekstowych lub w formie graficznej.

Podział przestrzeni przez wybór rodzaju elementów i ich gęstości zależy od rozmiaru modelu geometrycznego, jego złożoności geometrycznej i należy do subiektywnej decyzji konstruktora modelu obliczeniowego. Im mniejsze wymiary elementów, tym lepiej odwzorowują rzeczywistość, ale tym dłuższy czas obliczeń. Sztuka modelowania procesów geomechanicznych polega na takim doborze rodzaju i rozmiaru elementów, aby uzyskać poprawny wynik obliczeń w przeznaczonym na rozwiązanie problemu czasie. Czas potrzebny na wykonanie obliczeń modelem sprężysto-lepkim jest na ogół setki razy dłuższy niż przy obliczeniach z modelem sprężystym czy sprężysto-plastycznym.

Sieć węzłów i jej wypełnienie elementami tworzy przestrzeń modelu geometrycznego w formie umożliwiającej przeprowadzenie obliczenia MES. W tych obliczeniach przemieszczenia węzłów stanowią podstawowy układ niewiadomych. Wałaszczuk w monografii Kortasa (2008) wskazuje, że stan przemieszczenia określa się dla wnętrza i brzegów wszystkich elementów z uwzględnieniem funkcji ich kształtu. Następnie wylicza się układ sił węzłowych równoważnych obciążeniom elementu, na przykład siłami skupionymi czy masowymi. Dla tych układów formułuje się równania równowagi elementów w postaci związku pomiędzy siłami węzłowymi a przemieszczeniami punktów węzłowych. Z równań równowagi pojedynczych elementów poprzez ich sumowanie otrzymuje się równania równowagi całego układu elementów, które odwzorowuje stan kontinuum. W końcu, rozwiązując układ równań równowagi, wylicza się wartości przemieszczeń punktów węzłowych, co pozwala dalej na obliczenie składowych odkształceń i naprężeń. Czynności te wykonuje automatycznie program MES.

Podstawowe związki matematyczne przedstawia się w zapisie macierzowym (Zienkiewicz 1972). I tak równanie równowagi w kontinuum sprężystym ma postać:

$$[K] \{U\} = \{F\}, \quad (15)$$

gdzie  $[K]$  – jest macierzą sztywności kontinuum,  $\{U\}$  jest wektorem przemieszczeń węzłów,  $\{F\}$  jest wektorem kolumnowym ekwiwalentnych sił węzłowych. Macierz sztywności kontinuum oblicza się poprzez składanie macierzy sztywności pojedynczych elementów  $[K]^e$  ze wzoru:

$$[K]^e = \int [D]^T [Y][D]dV, \quad (16)$$

gdzie  $[D]$  jest macierzą odkształceń elementu,  $[Y]$  jest macierzą sprężystości,  $V$  jest objętością elementu, po którym odbywa się całkowanie. Postać macierzy  $[D]$  wynika z zasady ciągłości, czyli związku pomiędzy odkształceniem  $\{e\}$  a przemieszczeniem  $\{U\}$ , zapisanym następująco:

$$\{\varepsilon\} = [G] \{U\}. \quad (17)$$

Postać macierzy sprężystości  $[Y]$  wynika z prawa Hooke'a a zapisanego macierzowo i zależy od modułu Younga  $E$  oraz współczynnika Poissona  $\nu$ .

Rozwiązanie równań równowagi polega na wyznaczeniu nieznanych przemieszczeń  $\{U\}$  ze znanej macierzy sztywności  $[K]$  oraz znanych sił węzłowych  $\{F\}$ . W modelu sprężystym lub sprężysto-plastycznym na tym kończą się obliczenia. W przypadku kontinuum sprężysto-lepkiego stan ośrodka zmienia się w czasie. Nie ulegnie wtedy zmianie postać równania równowagi, a zmieni się jedynie macierz sztywności  $[K]$ . Równanie (17) zapisuje się w wtedy w formie przyrostowej, przy równoczesnej modyfikacji zależności odkształceń od przemieszczeń, która staje się funkcją czasu (Zienkiewicz 1972).

Po obliczeniu przyrostów po każdym  $i$ -tym kroku czasowym w okresie  $\Delta t_p$  uzyskuje się: trzy składowe wektora przemieszczenia oraz sześć składowych tensora naprężenia i odkształcenia każdego elementu i każdego węzła siatki modelu dla czasu  $t+\Delta t_p$ , które określają wyjściowy stan ośrodka do obliczeń w następnym kroku. Postępując tak dalej otrzymuje się wyniki dla końcowego czasu  $t_k$ , równemu sumie przyrostów w poszczególnych  $\Delta t_p$ . Jest oczywiste, że ze wzrostem czasu  $t_k$  rośnie liczba kroków i czas obliczeń. W typowych zadaniach obliczeniowych liczba kroków osiąga kilkaset, wyjątkowo kilkadziesiąt.

Przerwanie obliczeń w czasie  $t_m < t_k$  dla przeprowadzenia zmian w modelu symulującym działania górnicze, powoduje ponowne rozpoczęcie cyklu obliczeń w następnym okresie  $t_n - t_m$  dla  $t_n \leq t_k$ . Im większa liczba takich przerw, tym lepsze przybliżenia warunków górniczych, ale zarazem wzrasta czas obliczeń. Wyniki obliczeń poszczególnych kroków zapisywane są w pamięci operacyjnej komputera. W komputerach osobistych, dla dużej liczby węzłów,  $N > 10^6$  powstawać może problem gospodarki zasobami pamięci i dostępu do wyników. Rosnący z liczbą elementów i liczbą wymiarów czas obliczeń i rozmiar danych wynikowych skłania wtedy do obliczeń komputerami o wielkich mocach lub poszukiwaniu uproszczeń w modelowaniu, przede wszystkim dlatego, że w praktyce obliczenia powtarza się wielokrotnie przed ostatecznym sformułowaniem pełnych założeń modelowych.

## 8. Badania modelowe i przykłady zastosowań teorii fizycznej

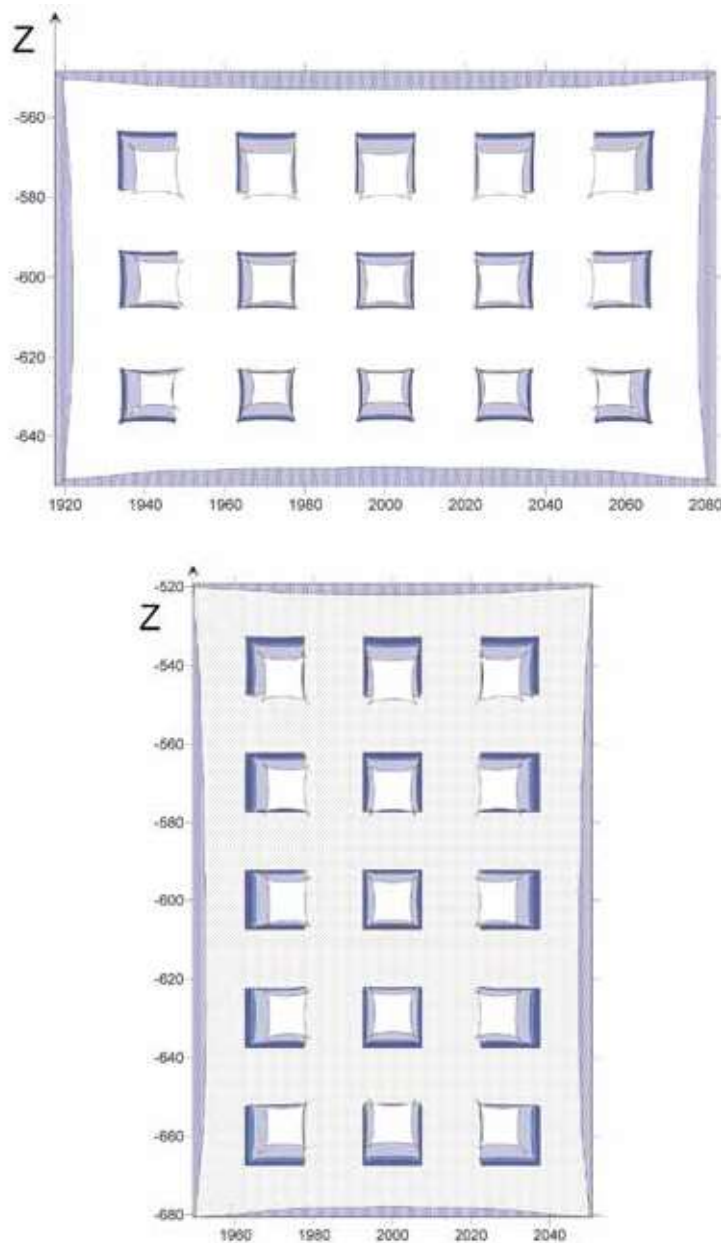
Badania modelowe z wykorzystaniem programów komputerowych MES służą na ogół rozpoznaniu własności modelu w zadawanych warunkach geometrycznych, fizycznych lub górniczych. Przykładem jest poszukiwanie zależności wyte-

żenia calizn, konwergencji wyrobisk czy obniżen terenu od zmiennych, takich jak: wymiary lub głębokość wyrobisk, moduł odkształceń, podatność na pełzanie czy rozkład w czasie powstawania wyrobisk. Badania takie są szczególnie przydatne wtedy, gdy rozpoznanie własności teorii, czy warunków obserwowanego zjawiska na innej drodze nie jest możliwe (Kortas 2006, 2008, 2015). Celem badań modelowych może być także poszukiwanie właściwości fizycznych górotworu w trybie analizy odwrotnej poprzez badanie zgodności z obserwacjami obniżen terenu czy konwergencji wyrobisk. Wyniki kilku przykładowych badań modelowych przedstawiono na rysunkach 5 – 9.

Przykład badania zależności konwergencji od czasu i rozkładu wyrobisk zilustrowano deformowaniem się 15 komór w dwóch strukturach różniących się proporcją wymiarów.

Badano model sprężysto-lepki 2D+t w płaskim stanie odkształcenia. Na rysunku 5 pokazano zmiany konturów komór oraz ich otoczenia po 10, 15, 20 i 50 latach. Komory ulegają wszechstronnemu zaciskaniu, skrajne wyrobiska przemieszczają się ku środkowi struktury. Największe przemieszczenia występują w komorach przy brzegach struktury. Maksymalne przemieszczenia poziome w strukturze trzypoziomowej występują tu pod spągiem 2. poziomu, a w strukturze pięciopoziomowej na 4. poziomie.

Obliczenia w trybie badań modelowych ułatwia ich automatyzacja poprzez uruchamianie dostosowanych do tego sterujących programów komputerowych. Programy te służą do zarządzania sekwencją zadań, obejmując: ułożenie kodów/skryptów dla modeli obliczeniowych, sterowanie wykonaniem obliczeń MES, wypisywanie z plików danych



Rys. 5. Dwie struktury w przekroju pionowym, konwergencję ilustrowane zmianą konturu komór w okresach 10, 15, 20 i 50 lat, a przemieszczenia otoczenia – po 50 latach

Fig. 5. Two structures in vertical cross-section; convergence illustrated by changes in chamber shapes within 10, 15, 20, and 50 years, with surrounding rock relocation after 50 years



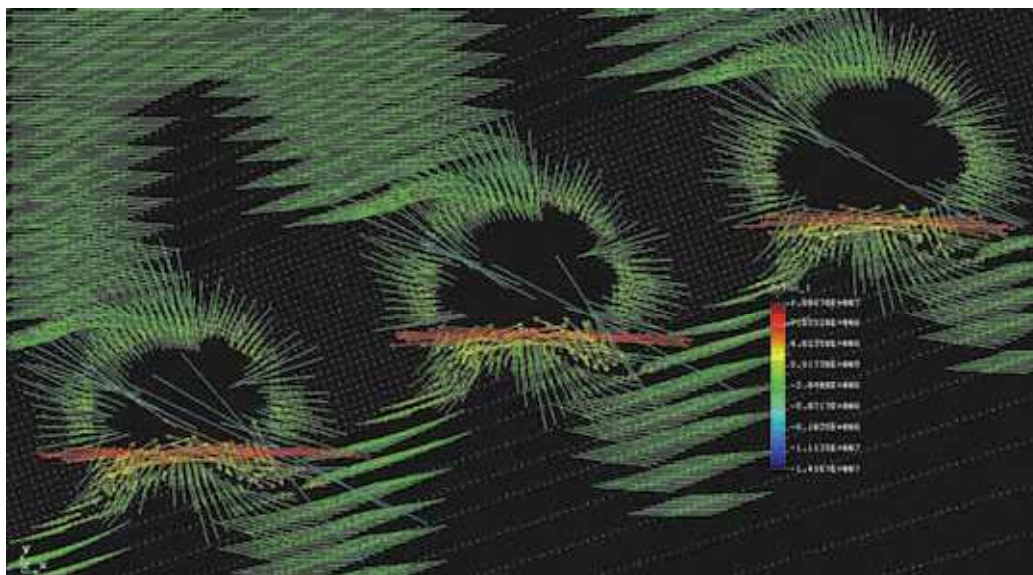
wynikowych z poszczególnych zadań oraz na końcu ich przetwarzanie z zapisem syntetycznych danych odpowiednich dla celu prowadzonych badań.

Poznawcze walory badań modelowych są szczególnie wyraźne wtedy, gdy tworzą założenia do eksperymentów laboratoryjnych, obserwacji *in situ* lub ich analiz, czy prowadzą do wyjaśnienia przyczyn obserwowanych zjawisk. Przydatność organizacyjna programów sterujących jest oczywista także, jeżeli obliczenia służą badaniu wpływów na wynik obliczeń wartości parametrów praw konstytutywnych, sposobu homogenizacji czy innych uproszczeń modelowych.

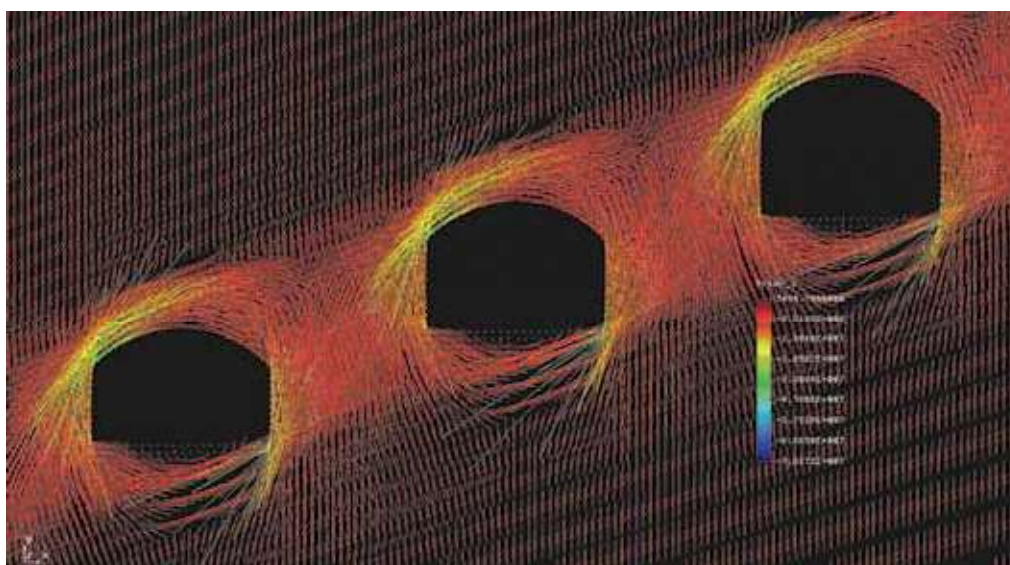
W ośrodku sprężystym w zadanych warunkach geologiczno-górnicych cykl obliczeń redukuje się do jednego kroku obliczeniowego. Przykładem tego jest określenie rozkładu naprężeń w otoczeniu komór w nachylonym pokładzie anhydrytu, symulowane modelem 2D w płaskim stanie odkształcenia (Kortas i Maj 2012). Na rysunkach 6 i 7 przedstawiono rozkłady składowych głównych naprężeń, maksymalnego i minimalnego. Kierunki naprężeń maksymalnych są prostopadłe do ścian wyrobisk (rys. 6), w sągu lokalnie są rozciąganiem. Naprężenia minimalne są ściskaniem w kierunkach równoległych do ścian wyrobisk (rys. 7). Naprężenia w tym modelu nie mogą zmieniać się w czasie, a przemieszczenia i odkształcenia są zawsze tylko jednorazową reakcją natychmiastową na utworzenie wyrobisk.

W symulacjach procesów geomechanicznych związanych z kopalniami soli w górotworze składającym się ze skał o zróżnicowanej podatności na pełzanie wyróżnić można generalnie cztery procesy: (i) tworzenia się pierwotnego stanu naprężeń litologicznych, (ii) powstawania w odpowiednich odstępach czasu wyrobisk/poziomów eksploatacyjnych, (iii) likwidacji wyrobisk przez zaciskanie lub wypełnienie, (iv) oddziaływania na otoczenie nieczynnej kopalni. Przykładem tego jest obliczenie warunków geomechanicznych w stropowej półce ochronnej, związanych z katastrofalnym wdarciem wód do kopalni soli Wapno k. Wągrowca.

Model 3D+t+m z rozłożoną w 10-letnich odstępach czasu symulacją eksploatacji wysadu solnego w kopalni soli Wapno



Rys. 6. Rozkład maksymalnego naprężenia głównego (rozciągania w sągu komór) [Pa]  
Fig. 6. The maximum main stress [Pa] distribution (tension in the chamber floor)



Rys. 7. Rozkład minimalnego naprężenia głównego (maksyma w narożach komór) [Pa]  
Fig. 7. The minimum main stress [Pa] distribution (maximum values in chamber corners)

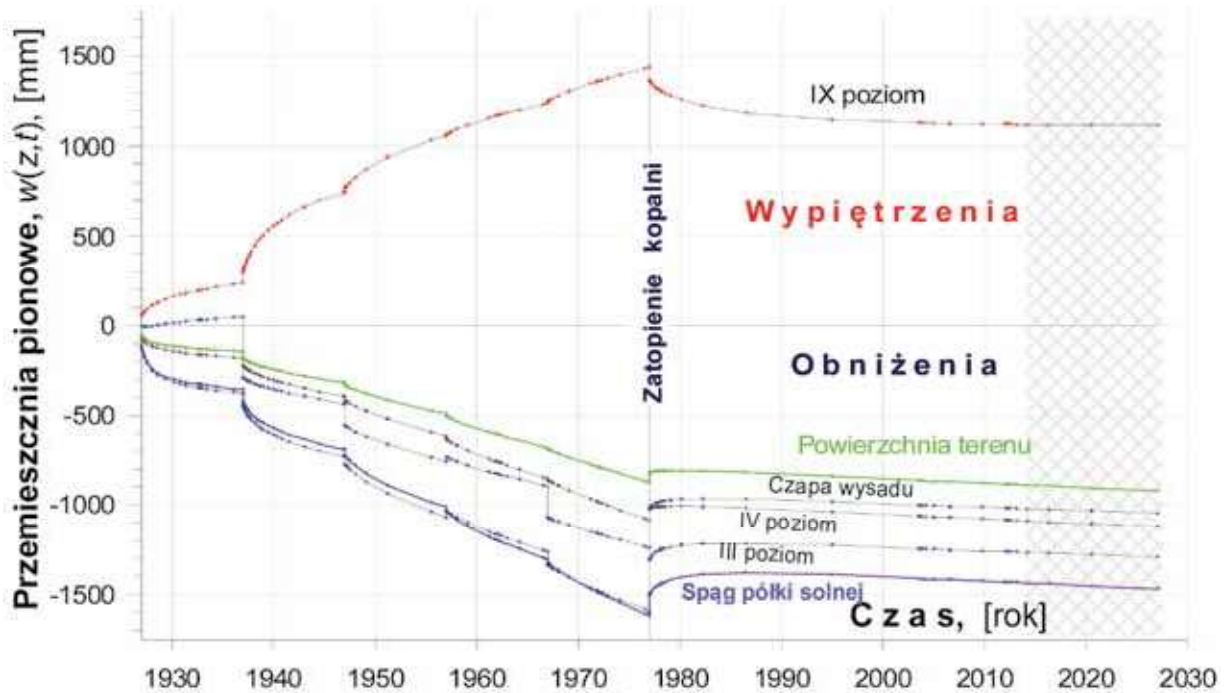
(Kortas, Maj 2014) odwzorowuje proces powstawania kopalni i narastania naprężeń rozciągających nad wyrobiskami. Po początkowej symulacji wytworzenia się stanu naprężeń pierwotnych w solach i niesolnym otoczeniu następane kroki czasowe zaznaczają się punktami na wykresie przemieszczeń (rys. 8). W odstępach 10-letnich przeprowadzano homogenizację geometryczną, symulując rozwój przestrzenny kopalni, co zaznacza się okresowymi nagłymi przyrostami prędkości przemieszczeń pionowych punktów w środku wysadu, wewnątrz kopalni i na powierzchni terenu (rys. 8).

Na rysunku 9 pokazano rozkłady składowej maksymalnej naprężenia po 10 i po 50 latach, narastającego od rozpoczęcia eksploatacji do końcowej wartości +7,8 MPa.

Analiza wykazała, że odkształcenia w półce stropowej w tych strefach przy występowaniu niejednorodności litologicznych mogły spowodować aktywizację wycieków, co było bezpośrednią przyczyną katastrofального wdarcia wód i zatopienia kopalni (Kortas, Maj 2014).

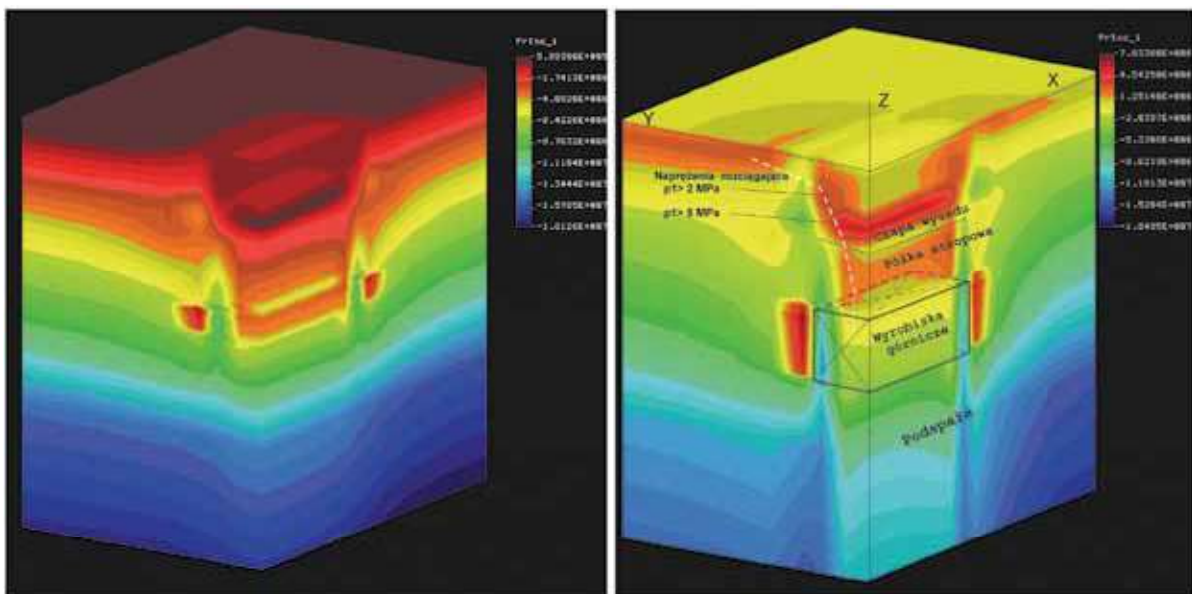
## 9. Podsumowanie i wnioski

1. W pracy przedstawiono przegląd stosowanych w praktyce krajowej teorii, modeli i sposobów obliczeń geomechanicznych, główną uwagę kierując na omówienie fizycznej



Rys. 8. Przemieszczenia pionowe w środku pól górniczych i na powierzchni terenu, przed i po zatopieniu kopalni

Fig. 8. Vertical displacements in the middle of mining fields and on the land surface before and after salt-mine flooding



Rys. 9. Wycinek ¼ modelu, rozkłady maksymalnego naprężenia: lewy po 10 latach Max=0,5 MPa, prawy po 50 latach Max=7,8 MPa

Fig. 9. ¼ section of the model; the maximum stress distribution: Max = 0.5 MPa after 10 years (left), Max = 7.8 MPa after 50 years (right)

- teorii sprężysto-lepkiej i ilustrując przykłady wyników jej stosowania na wykresach i rysunkach.
2. W pracy przedstawiono uproszczony sposób obliczania obciążeń jedno- i wielopoziomowej struktury kopalni soli. Omówiono wpływ wymiarów próbek soli, jako analogu filarów solnych, na ich wytrzymałość. W takim ujęciu łatwo powiązać można wymiary komór, filarów i półek dla uproszczonego wstępnego oszacowania ich obciążeń i stopnia wykorzystania złoża. Ze względu na reologiczne właściwości skał solnych określanie wytrzymałości w podziemnych kopalniach soli uwzględniać musi ich relaksację i wytrzymałość długotrwałą.
  3. W warunkach podziemnych kopalń soli kamiennej o znacznie większym wymiarze poziomym niż pionowym pola górniczego, wpływy na powierzchnię terenu mogą być określane poprzez stosowanie założeń teorii Budryka-Knothe'go z uwzględnieniem pełnej rozpraszalności wpływów i ich powiązaniem z konwergencją objętościową wyrobisk. Nad strukturami o większym wymiarze pionowym niż poziomym przemieszczenia na powierzchni terenu powinny być określane przy uwzględnieniu reologicznych teorii fizycznych.
  4. Zastosowanie w zagadnieniach mechaniki górotworu solnego teorii fizycznej ośrodka sprężysto-lepkiego z potężowym prawem pełzania Nortona – Bailey'a pozwala na uwzględnienie specyficznych warunków geologiczno-górnicyznych kopalń soli. Dotyczy to zagadnień tektoniki solnej, oddziaływań geomechanicznych kopalń podziemnych i otworowych na ich otoczenie i powierzchnię terenu, a także współpracy górotworu z obudową. Stosowanie teorii fizycznych bez uwzględnienia właściwości reologicznych, czyli lepkości, jest niewłaściwe.

## Literatura

- AVDEEV Y., VOROBYEV V., KRAINEV B., KUBLANOV A., SEMENOV Y. 1997 – Criteria for geomechanical stability of salt caverns. Proc. SMRI Fall Meeting. El Paso.
- AWIERSZYN S. G. 1947 – Sadwizenije gornych porod pri podziemnych razrabotkach. Ugletiechizdat. Moskwa.
- BUDRYK W. 1953 – Wyznaczenie wielkości poziomych odkształceń terenu. Archiwum Górnictwa i Hutnictwa, z.1.
- FERNANDEZ G. 1994 – Rock mechanics for underground storage. Proc. SMRI Fall Meeting. Hannover.
- FILCEK H., WALSZCZYK J., TAJDUŚ A. 1994 – Metody komputerowe w geomechanice górniczej. Śląskie Wydawnictwa Techniczne. Katowice.
- HERMANN W., WAWERSIK W.R., LAUSON H.S. 1980 – A model for transient creep of southern New Mexico Rock Salt. Sandia National Laboratories. NM SAND-8-2172 USA.
- KŁECZEK Z. 2011 – Wystąpienie w dyskusji na XVII Konferencji Polskiego Stowarzyszenia Górnictwa Solnego Quo Vadis Sal w Toruniu.
- KNOTHE S. 1953 – Równanie profilu ostatecznie wykształconej niecki osiadań. Archiwum Górnictwa i Hutnictwa z.1.
- KORTAS G. (red.) 2008 – Ruch górotworu w rejonie wysadów solnych. Monografia. Wyd. IGSMiE PAN. Kraków.
- KORTAS G. 1989 – Przemieszczenia i odkształcenia w wielopoziomowych komorowo-filarowych kopalniach soli. Zeszyty Naukowe AGH. Nr 1207. Geodezja z. 101. Monografia.
- KORTAS G. 2006 – Distributions of convergence in a modular structure projecting a multi-level salt mine. Archives of Mining Sciences. Vol.51, Iss.4. p. 547-561.
- KORTAS G. 2007a – The influence of the form of a salt mine on the displacement of the ground surface. Archives of Mining Sciences. Vol. 52, Iss. 1. p. 107-120.
- KORTAS G. 2007b – Przemieszczenia nad historyczną kopalnią w Wieliczce. „Przeгляд Górnicy” nr 3.
- KORTAS G. 2009 – Singularities of the Rock Mass Movement during the Mining of Salt Domes. Proc. SMRI Spring meeting. Kraków.
- KORTAS G. 2016 – Equalizing of the primary stress state in the rock mass. simulated by a model of layer in an elastic-viscous medium. Archives of Mining Sciences. Vol. 61, No. 4. p. 853–873.
- KORTAS G., MAJ A. 2012 – Ekspertyza geotechniczna dotycząca grubości półek stropowych, spągowych oraz filarów. Kopalnia Anhydrytu i Gipsu w Niwnicach. Praca niepublikowana.
- KORTAS G., MAJ A. 2014 – Deformation of the protection shelf in the Wapno Salt Mine based on model studies. Archives of Mining Sciences. Vol 59, Iss.4. p. 869-886.
- KORTAS G., MAJ A. – Estimation of stresses around underground petroleum storage in hardly recognized geological and mining conditions in salt dome. A.A. Balkema Publishers. Procc. Int. Symp. ISRM Eurock. p. 269-274.
- KORTAS G. 2000 – Asymmetry of subsidence above exploited salt dome. 11th International Congress of the ISM. Vol. 2. ZG SITG. Katowice. p.25-36.
- LITWINISZYN J. 1953 – Równanie różniczkowe przemieszczeń górotworu. Archiwum Górnictwa i Hutnictwa, t. 1, z. 1.
- MAJ A. 2012 – Convergence of gallery workings in underground salt mines. Archives of Mining Sciences. Monograph. No.14.
- MUNSON D.E. 1997 – Constitutive model of creep in rock salt applied to underground roof closure. Int. Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanic. Vol. 34, Iss. 2. p. 233-247.
- MUNSON D.E., WAWERSIK W.R. 1991 – Constitutive modeling of salt behavior – state of the technology. 7-th Int. Congress of Rock Mechanics. A.A. Balkema. Rotterdam
- ODE H. 1968 – Review of mechanical properties of salt relating to salt-dome genesis. Saline Deposits. Geological Society of America. Special Paper 88. pp. 543-593.
- PIEKARZ J. 1972 – Wpływ rozmiarów i kształtów filarów solnych na ich wytrzymałość w świetle wyników badań laboratoryjnych. Symp. Postępu Technicznego w Górniczym Solnym. Wyd. Geologiczne. Warszawa.
- SZAŁUSTOWICZ A. 1965 – Zarys mechaniki górotworu. Wyd. Śląsk. Katowice.
- ŚLIZOWSKI J. 2006 – Geomechaniczne podstawy projektowania komór magazynowych gazu ziemnego w złożach soli kamiennej. Wyd. IGSMiE PAN. Studia. Rozprawy. Monografie. Nr 137.
- WÓJCIK J. 1994 – Założenia do reambulacji map górniczych kopalni Wieliczka. ZBP GeoConsulting Kraków. Praca niepublikowana.
- ZIENKIEWICZ O.C. 1972 – Metoda elementów skończonych. Wyd. Arkady. Warszawa.

Artykuł wpłynął do redakcji – luty 2017  
Artykuł akceptowano do druku 7.06.2017