

## ZŁOŻONOŚĆ PÓŁGRUP CHARAKTERYSTYCZNYCH „G” AUTOMATÓW ASYNCHRONICZNYCH SILNIE SPÓJNYCH

### Streszczenie

W artykule przedstawiono twierdzenie i przeprowadzono dowód na wyznaczenie złożoności półgrup charakterystycznych dowolnej liczby („G”) automatów deterministycznych skończonych asynchronicznych silnie spójnych DFASC<sub>2</sub> (deterministic finite asynchronous strongly connected). Półgrupa charakterystyczna jest szczególnie istotnym pojęciem w teorii automatów; jest nośnikiem ważnych informacji i określa zdolność do przetwarzania informacji. Ma to bezpośrednio ważne konsekwencje praktyczne w sferze projektowania optymalnych układów logicznych.. Suma prosta automatów można uważać za realizację – odpowiednio sekwencyjnych obliczeń

### WSTĘP

Rozwój teorii automatów był stymulowany przez dwie uzupełniające się tendencje:

- konstruowanie modeli bliżej związanych ze współczesnym sprzętem i oprogramowaniem,
- znajdowanie poprawnych narzędzi matematycznych (języka matematycznego), w którym można wyrazić procesy obliczeniowe o dużej różnorodności.

Od wielu lat jesteśmy świadkami intensywnego rozwoju teorii automatów, szczególnie algebraicznej teorii automatów rozwijanej na gruncie teorii półgrup. Definicja relacji równoważności Myhill'a na zbiorze stanów automatu oraz półgrup charakterystycznych automatu pozwoliły wydobyć zeń możliwości obliczeniowe.

W ogólnym przypadku półgrupa charakterystyczna posiada  $n^n$  elementów dlatego interesujące jest pokazanie klasy automatów, które posiadają wielomianową zależność liczby elementów półgrup charakterystycznej od liczby stanów [1÷25].

. W układach małej i średniej skali integracji teoria automatów stanowiła wystarczające narzędzie do analizy ich pracy. Budowane w późniejszym okresie sterowniki przemysłowe były realizowane z wykorzystaniem mikroprocesorów, dla których analiza pracy z wykorzystaniem teorii automatów stanowiło problem skomplikowany, wręcz niemożliwy.

Rozwój układów automatyki wymaga stosowanie nowych rozwiązań mikroprocesorów, układów wejść i wyjść oraz układów komunikacyjnych. Wymagania takie spełniają budowane po 2000r. mikrosystemy cyfrowe integrujące w jednej strukturze m.in. blok sprzętowy i rdzeń mikroprocesorowy. Mikrosystemy cyfrowe umożliwiają programowanie w oparciu o zaimplementowane bloki funkcjonalne wejść i wyjść oraz funkcje przejścia. Umożliwia to tworzenie programu (np. dla mikrosystemu cyfrowego CYPRESS program PSoC Express) w oparciu o sporządzony wcześniej graf automatu [26].

### 1. ROZWAŻANIA WPROWADZAJĄCE

Relację  $R \subseteq X \times Y$  nazywamy funkcją, gdy dla każdego  $a \in X$  istnieje dokładnie jeden element  $b \in Y$  taki, że  $a R b$ . Zbiór  $X$  jest nazywany zbiorem określoności, a zbiór  $Y$  zbiorem wartości funkcji. Funkcja  $f$  jest  $1 \div 1$

(różnowartościowa, jednoznaczna), gdy  $a_1 \neq a_2$  implikuje, że  $f(a_1) \neq f(a_2)$ . Funkcja jest „na”, gdy

$$Y = \{ b : b = f(a), a \in X \}.$$

Grupoidem nazywamy parę uporządkowaną  $(S, \circ)$  gdzie:  $S$  – niepusty zbiór,  $(\circ)$  – operacja binarna na zbiorze stanów  $S$ . Operacją binarną na zbiorze  $S$  nazywamy przekształcenie niepustego podzbioru zbioru  $(S \times S)$  w zbiór  $S$ . Binarną operację  $(\circ)$  na zbiorze  $S$  nazywamy łączną (asocjatywną), jeśli  $a \circ (b \circ c) = (a \circ b) \circ c$  dla wszystkich  $a, b, c \in S$ . Półgrupą, nazywamy taki grupoid  $(S, \circ)$ , w którym operacja  $(\circ)$  jest asocjatywna. Niech  $\Sigma$  będzie dowolnym zbiorem niepustym. Zbiór  $\Sigma$  będziemy nazywali alfabetem, a jego elementy literami. Słowem  $x$  w alfabecie  $\Sigma$  nazywamy dowolny ciąg liter alfabetu napisanych obok siebie, a długością słowa (oznaczoną przez  $|x|$ ) nazywamy liczbę tych liter  $\sigma$ .

Skończonym automatem zdeterminowanym bez wyjść nazywamy uporządkowaną trójkę  $(S, \Sigma, M)$ , gdzie:

$S$  – skończony, niepusty zbiór stanów

$\Sigma$  – skończony, niepusty zbiór wejść

$M : S \times \Sigma \rightarrow S$  : jest funkcją przejść.

Symbolem  $\Sigma^+$  oznaczać będziemy przeliczalny nieskończony zbiór ciągów o skończonej długości, utworzony z elementów zbioru  $\Sigma$ . Zbiór  $\Sigma^*$  razem z operacją konkatenacji (operacja połączenia dwóch słów, polegająca na napisaniu ich obok siebie w celu otrzymania nowego słowa), tworzy półgrupę wolną zwaną półgrupą wejściową. Symbolem  $\Sigma^*$  oznaczać będziemy monoid wejściowy, czyli  $\Sigma^* = \Sigma^+ \cup \lambda$  gdzie  $\lambda$ , jest ciągiem pustym.

Funkcję  $M$  rozszerzamy do obszaru określoności  $S \times \Sigma^+$  w podany poniżej sposób. Niech:  $M(s, x)$  będzie zdefiniowane, wtedy:

$$M(s, x\sigma) = M(M(s, x), \sigma), \quad s \in S, \quad x \in \Sigma^+, \quad \sigma \in \Sigma$$

Na zbiorze  $\Sigma^*$  zdefiniujemy relację:

$$xRy \text{ wtedy i tylko wtedy, gdy } \forall_{s \in S} M(s, x) = M(s, y).$$

$R$  jest relacją równoważności (relacja Myhill). Klasę równoważności zawierającą element  $x \in \Sigma^*$  oznaczamy  $\bar{x}$ , a zbiór wszystkich klas równoważności oznaczamy  $\bar{I}$ . Zbiór  $\bar{I}$  łącznie z operacją  $(\circ)$  gdzie  $\bar{x} \circ \bar{y} = \overline{xy}$ , tworzy półgrupę (odpowiednio monoid), zwaną półgrupą charakterystyczną (odpowiednio monoidem charakterystycznym). Półgrupę charakterystyczną automatu  $A$  oznaczamy  $\bar{I}(A)$ .

Dla automatu  $A = (S, \Sigma, M)$  definiujemy automat charakterystyczny  $A = (S, I(\bar{A}), \bar{M})$ , gdzie funkcja przejść  $\bar{M}$  jest zdefiniowana następująco:  $\bar{M}(s, \bar{x}) = M(s, x)$ .

Dla każdego  $x \in \Sigma^*$  definiujemy przekształcenie  $f_x$  zbioru  $S$  w siebie, gdzie:

$f_x(s) = M(s, x)$ , dla każdego  $s \in S$ . Przekształcenie  $f_x$  jest implikowane przez  $x$ . Zbiór przekształceń zbioru  $S$  w siebie, implikowanych przez wszystkie elementy z  $\Sigma$ , będziemy oznaczać symbolem  $J$ .  $J$  ze względu na operację superpozycji, jest zbiorem generatorów pewnej półgrupy  $F$ .

Półgrupa  $F$  jest antyizomorficzna z  $\bar{I}$  [12, 13].

Automat można zatem zdefiniować jako parę  $(S, J)$ , a automat charakterystyczny automatu  $(S, J)$  jako parę  $(S, F)$ .

Automat  $A = (S, \Sigma, M)$  jest silnie spójny wtedy i tylko wtedy, jeśli dla każdej pary  $(s_1, s_2)$  stanów automatu  $A$  istnieje element  $x$  z półgrupy wejściowej taki, że:  $M(s_1, x) = s_2$ .

Automat  $A = (S, \Sigma, M)$  będziemy nazywać asynchronicznym wtedy i tylko wtedy gdy, dla każdego  $s \in S$  i  $\sigma \in \Sigma$  zachodzi  $M(s, \sigma) = M(s, \sigma\sigma)$ .

Automat  $A = (S, \Sigma, M)$  jest zupełny, jeśli jego funkcja przejścia jest zupełna.

Automat  $A = (S, \Sigma, M)$  jest w pełni określony, jeśli jego funkcja przejść jest w pełni określona.

W publikacji rozważamy automat deterministyczny skończony asynchroniczny silnie spójny  $DFSC_2$  (deterministic finite asynchronous strongly connected).

Suma prosta „g” automatów

$$A_1 = (A_1 S, \Sigma, A_1 M), A_2 = (A_2 S, \Sigma, A_2 M), \dots, A_g = (A_g S, \Sigma, A_g M)$$

jest trójką uporządkowaną

$$A_1 \cup A_2 \cup, \dots, A_g = (A_1 \cup A_2 \cup, \dots, A_g S, \Sigma, A_1 \cup A_2 \cup, \dots, A_g M)$$

$$A_1 \cup A_2 \cup, \dots, A_g S = A_1 S \cup A_2 S \cup, \dots, A_g S$$

$$A_1 \cup A_2 \cup, \dots, A_g M : A_1 \cup A_2 \cup, \dots, A_g S \times \Sigma \rightarrow A_1 \cup A_2 \cup, \dots, A_g S$$

dla każdego  $s \in A_1 \cup A_2 \cup, \dots, A_g S$  i  $\sigma \in \Sigma$  zachodzi:

$$A_1 M(A_1 s, \sigma) \text{ gdy } A_1 s \in A_1 S$$

$$A_1 \cup A_2 \cup, \dots, A_g M(s, \sigma) =$$

$$A_g M(g s, \sigma) \text{ gdy } g s \in g S$$

Dla wszystkich przedstawionych rozważań  $\Sigma = \{\sigma_0, \sigma_1\}$ , wprowadzamy  $x_0 = \sigma_0 \sigma_1$  i  $x_1 = \sigma_1 \sigma_0$ , dla których  $f_{x_0} = f_{\sigma_1}(f_{\sigma_0})$ ,  $f_{x_1} = f_{\sigma_0}(f_{\sigma_1})$ . Dla dowolnego  $x \in \Sigma^*$  definiujemy przekształcenie  $f_x : S \xrightarrow{w} S$  określone jak następuje:  $\forall_{s \in S} f_x(s) = M(s, x)$ , gdzie: dla  $x = x' \sigma$  mamy  $\forall_{s \in S} f_x(s) = f_{x' \sigma}(s) = f_{\sigma}(f_{x'}(s))$ .

### 1. ZŁOŻONOŚĆ PÓLGRUP CHARAKTERYSTYCZNYCH SUM PROSTYCH „G” AUTOMATÓW ASYNCHRONICZNYCH SILNIE SPÓJNYCH Z KLASY DFASC<sub>2</sub>

#### Twierdzenie 1

Niech

$$A_1 \cup A_2 \dots \cup A_g = (A_1 \cup A_2, \dots, \cup A_g S, \Sigma, A_1 \cup A_2 \cup A_g M)$$

będzie sumą prostą skończonej liczby automatów asynchronicznych silnie spójnych z klasy  $DFASC_2$ , takimi że:

g - liczba wszystkich automatów  $A_1 \cup A_2, \dots, \cup A_g$ ;

m, n, ..., c największa liczba stanów w poszczególnych automatach  $A_1 \cup A_2, \dots, \cup A_g$ .

g, m, n, ..., c = 2, 3, ...,

Wtedy półgrupa charakterystyczna  $\bar{I}(A_1 \cup A_2, \dots, \cup A_g)$  sumy prostej  $A_1 \cup A_2 \dots \cup A_g$  ma własność

$$\text{card}(\bar{I}(A_1 \cup A_2, \dots, \cup A_g)) = 2 [m, n, \dots, c]$$

gdzie:

$[m, n, \dots, c]$  najmniejsza wspólna wielokrotność liczb naturalnych;

$m > n > \dots > c$   $\text{card}(A_1 S) = m > 2$ ;

$\text{card}(A_2 S) = n > 2, \dots, \text{card}(A_g S) = c > 2$ ;

$\text{card}(\Sigma) = 2$  dwuliterowy alfabet wejściowy  $\Sigma = \{\sigma_0, \sigma_1\}$ ;

$x_0 = \sigma_0 \sigma_1$ ;  $x_1 = \sigma_1 \sigma_0$

#### Dowód

$$A_1 S = \{A_1 s_0, A_1 s_1, \dots, A_1 s_{m-2}, A_1 s_{m-1}\},$$

$$A_2 S = \{A_2 s_0, A_2 s_1, \dots, A_2 s_{n-2}, A_2 s_{n-1}\}, \dots,$$

$$A_g S = \{A_g s_0, A_g s_1, \dots, A_g s_{c-2}, A_g s_{c-1}\}.$$

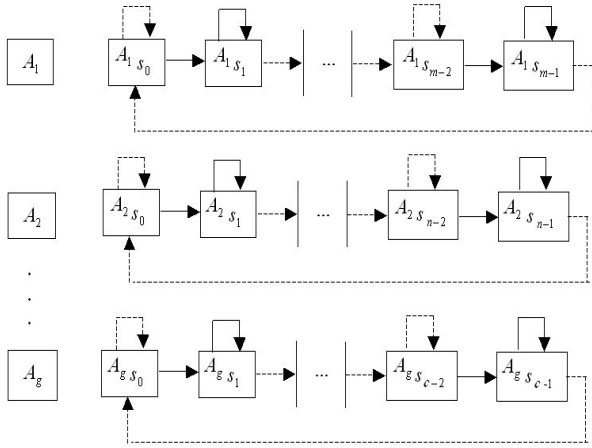
Dla ułatwienia dalszych opisów oznaczymy jako:

$$A_1 \cup A_2, \dots, \cup A_g S = A_1 S_1 \cup A_2 S_2 \cup, \dots, \cup A_g S_g = {}^h S.$$

Zbiór wszystkich stanów automatów wynosi

$${}^h S = \left\{ \begin{array}{l} A_1 s_0 \ A_1 s_1 \dots, A_1 s_{m-2} \ A_1 s_{m-1} \ A_2 s_0 \ A_2 s_1 \ A_2 s_{n-2} \ A_2 s_{n-1} \dots, \\ A_g s_0 \ A_g s_1 \dots, A_g s_{c-2} \ A_g s_{c-1} \end{array} \right\}$$

Po przekształceniu zbioru stanów  ${}^h S$  pod wpływem litery  $\sigma_0$  otrzymujemy:



Rys. 1. Automaty  $A_1, A_2, \dots$ , z klasy  $DFSC_2$

$${}^h f_{\sigma_0} = \left( \begin{array}{l} A_1 s_1 \ A_1 s_1 \dots, A_1 s_{m-1} \ A_1 s_{m-1} \ A_2 s_1 \ A_2 s_1 \dots, \\ A_2 s_{n-1} \ A_2 s_{n-1} \dots, A_g s_1 \ A_g s_1 \dots, A_g s_{c-1} \ A_g s_{c-1} \end{array} \right)$$

Pod wpływem słowa  $x_0 = \sigma_0 \sigma_1$  otrzymujemy przekształcenie:

$${}^h f_{x_0} = \left( \begin{array}{l} A_1 s_2 \ A_1 s_2 \dots, A_1 s_0 \ A_1 s_0 \ A_2 s_2 \ A_2 s_2 \dots, A_2 s_0 \ A_2 s_0 \\ \dots, A_g s_2 \ A_g s_2 \dots, A_g s_0 \ A_g s_0 \end{array} \right)$$

W pracach [5,14] przedstawiono nowy sposób wyznaczania najmniejszej wspólnej wielokrotności liczb naturalnych  $[m, n]$ .

$$d_0 = m - k_0 n; \quad b_0 = n - d_0;$$

$$n = \frac{m - d_0}{k_0}$$

$$k_0 = \frac{m}{n} \text{ - całkowita wielokrotność liczby } n, \text{ w } m;$$

$$d_1 = m - b_0 - k_0 n; \quad b_1 = n - d_1$$

⋮

$$d_{w-2} = m - b_{w-3} - k_0 n; \quad b_{w-2} = n - d_{w-2}$$

$$d_{w-1} = m - b_{w-2} - k_0 n = 0$$

Wtedy zgodnie z nowym sposobem wyznaczania najmniejszej wspólnej wielokrotności liczb naturalnych  $[m, n]$  po  $\frac{n}{2}$  krotnej

konkatenacji słowa  $x_0$  (czyli po  $n$  przekształceniach) otrzymujemy:

$$f_{x_0^{\frac{n}{2}}} = \left( \begin{array}{l} A_1 s_{m-d_0} \ A_1 s_{m-d_0} \dots, A_1 s_{m-d_0-2} \ A_1 s_{m-d_0-2} \ A_2 s_0 \ A_2 s_0 \\ \dots, A_2 s_{n-2} \ A_2 s_{n-2} \dots, A_g s_x \ A_g s_x \dots, A_g s_{x-2} \ A_g s_{x-2} \end{array} \right)$$

gdzie  $A_g s_x$  dowolny stan w automacie  $A_g$ .

Po  $\frac{n}{2} k_0$  krotnej konkatenacji słowa  $x_0$  otrzymujemy:

$${}^h f_{x_0^{\frac{n}{2} k_0}} = \left( \begin{array}{l} A_1 s_{m-d_0} \ A_1 s_{m-d_0} \dots, A_1 s_{m-d_0-2} \ A_1 s_{m-d_0-2} \ A_2 s_0 \ A_2 s_0 \\ \dots, A_2 s_{n-2} \ A_2 s_{n-2} \dots, A_g s_x \ A_g s_x \dots, A_g s_{x-2} \ A_g s_{x-2} \end{array} \right)$$

Po  $n k_0$  - krotnej konkatenacji słowa otrzymujemy:

$${}^h f_{x_0^{n k_0}} = \left( \begin{array}{l} A_1 s_{m-d_1} \ A_1 s_{m-d_1} \dots, A_1 s_{m-d_1-2} \ A_1 s_{m-d_1-2} \ A_2 s_0 \ A_2 s_0 \\ \dots, A_2 s_{n-2} \ A_2 s_{n-2} \ A_g s_x \ A_g s_x \dots, A_g s_{x-2} \ A_g s_{x-2} \end{array} \right)$$

gdzie zgodnie ze sposobem wyznaczania  $[m, n]$ :

$$d_1 = m - b_0 - k_0 n; \quad b_1 = n - d_1$$

Po  $\frac{wm}{2} = \frac{[m, n]}{2}$  krotnej konkatenacji słowa otrzymujemy:

$${}^h f_{x_0^{\frac{wm}{2}}} = \left( \begin{array}{l} A_1 s_{m-d_{w-1}} \ A_1 s_{m-d_{w-1}} \dots, A_1 s_{m-d_{w-1}-2} \ A_1 s_{m-d_{w-1}-2} \ A_1 s_{m-d_{w-1}-2} \\ A_2 s_0 \ A_2 s_0 \dots, A_2 s_{n-2} \ A_2 s_{n-2} \dots, \\ A_g s_x \ A_g s_x \dots, A_g s_{x-2} \ A_g s_{x-2} \end{array} \right)$$

gdzie zgodnie ze sposobem wyznaczania  $[m, n]$ :

$$d_{w-1} = m - b_{w-2} - k_0 n = 0;$$

$$\text{Wtedy } [m, n] = mw = p$$

Dla  $d_{w-1} = 0$  możemy napisać przekształcenie

$${}^h f_{x_0^{\frac{wm}{2}}} = \left( \begin{array}{l} A_1 s_0 \ A_1 s_0 \dots, A_1 s_{m-2} \ A_1 s_{m-2} \ A_2 s_0 \ A_2 s_0 \dots, \\ A_2 s_{n-2} \ A_2 s_{n-2} \dots, A_g s_x \ A_g s_x \dots, A_g s_{x-2} \ A_g s_{x-2} \end{array} \right)$$

W przypadku trzech liczb naturalnych  $m_0, m_1, m_2$  [5, 14]

wyznaczanie NWW  $[m_0, m_1, m_2]$  odbywa się w sposób sekwencyjny  $[[m_0, m_1], m_2]$ . Wyznaczamy  $[m_0, m_1] = p$  i dalej  $[p, m_2]$ . W tym przypadku wyznaczamy nowe  $k_1$ . Wtedy  $k_1$  oznacza całkowitą wielokrotność liczby  $p$  w  $m_2$  dla  $m_2 > p$  lub  $m_2$  w  $p$  gdy  $p > m_2$

Dla większej ilości liczb obliczenia wykonujemy sekwencyjnie

$$[m_0, m_1] = a_1$$

$$[a_1, m_2] = a_2$$

⋮

$$[a_{g-1}, m_g] = a_g$$

$$\text{Zatem: } [m_0, m_1, \dots, m_g] = a_g$$

Dla automatów  $A_1, A_2, \dots, A_g$

$m$  liczba stanów w automacie  $A_1$

$n$  liczba stanów w automacie  $A_2$

.

.

.

$c$  liczba stanów w automacie  $A_g$

Korzystając z algorytmu na wyznaczeniu NWW [5, 14] dla dowolnej ilości stanów  $[m, n, \dots, c]$  w poszczególnych automatach

$A_1, A_2, \dots, A_g$  możemy napisać

$${}^h f_{x_0^{[m,n,\dots,c]}} = \begin{pmatrix} A_1 s_0 & A_1 s_0, \dots, A_1 s_{m-2} & A_1 s_{m-2} & A_2 s_0 & A_2 s_0, \dots, \\ A_2 s_{n-2} & A_2 s_{n-2}, \dots, & A_g s_0 & A_g s_0, \dots, \\ A_g s_{c-2} & A_g s_{c-2} \end{pmatrix}$$

Po

$$\sigma_0 \begin{pmatrix} A_1 s_0 & A_1 s_0, \dots, A_1 s_{m-2} & A_1 s_{m-2} & A_2 s_1 & A_2 s_1, \dots, A_2 s_{n-2} \\ A_2 s_{n-2}, \dots, & A_g s_0 & A_g s_0, \dots, & A_g s_{c-2} & A_g s_{c-2} \end{pmatrix}$$

przekształceniach otrzymujemy:

$${}^h f_{\sigma_0 x_0^{[m,n,\dots,c]}} = \begin{pmatrix} A_1 s_1 & A_1 s_1, \dots, A_1 s_{m-1} & A_1 s_{m-1} & A_2 s_1 & A_2 s_1, \dots, \\ A_2 s_{n-1} & A_2 s_{n-1}, \dots, & A_g s_1 & A_g s_1, \dots, \\ A_g s_{c-1} & A_g s_{c-1} \end{pmatrix}$$

Analogicznie wyznaczamy półgrupę charakterystyczną sumy prostej automatów z klasy  $DFSC_2$  rozpoczynając przekształcenia od litery  $\sigma_1$ . Wtedy korzystając z powyższego algorytmu możemy napisać że półgrupa charakterystyczna  $\overline{I(A_1 \cup A_2, \dots, \cup A_g)}$  sumy prostej automatów  $A_1 \cup A_2 \dots \cup A_g$  wynosi

$$\overline{card(I(A_1 \cup A_2, \dots, \cup A_g))} = 2 [m, n, \dots, c].$$

Zatem otrzymujemy wzór (1)

## PODSUMOWANIE

Z chwilą gdy nastąpił zdecydowany rozwój struktur mikrosystemów cyfrowych (2001 r.), które wciąż ulegają modyfikacją następuje proces eliminacji w niektórych zastosowaniach technicznych tradycyjnych sterowników PLC. Struktury mikrosystemów cyfrowych są wielokrotnie tańsze, mniejsze gabarytowo, zużywają mniej energii, zwiększają wydajność pracy poprzez zintegrowanie składowych systemu. Wykorzystując teorię automatów możemy oszacować lub obliczyć złożoność półgrup charakterystycznych automatów. Ma to istotny wpływ na oszacowanie złożoności programów i czasu wizualizacji stanów automatu.

Od wielu lat jesteśmy świadkami intensywnego rozwoju teorii automatów, szczególnie algebraicznej teorii automatów rozwijanej na gruncie teorii półgrup. Definicja relacji równoważności Myhilla na zbiorze stanów automatu oraz półgrup charakterystycznych automatu pozwoliły wydobyć zeń możliwości obliczeniowe. Dekompozycja półgrup pozwala wprowadzić pojęcie automatów nieredukowalnych, z których można złożyć wszystkie pozostałe automaty.

## BIBLIOGRAFIA

1. Bocian S., Mikołajczak B., Complexity of a characteristic semigroup of some classes of automata, w: Conference on Theory and Applications of Semigroups, Greiswald (GDR) 12 - 16.11.1984, s. 11.
2. Bocian S., Złożoność półgrupy charakterystycznej automatów asynchronicznych i ich rozszerzeń, Prace Instytutu Podstaw Informatyki Polskiej Akademii Nauk, Warszawa 1984, No 552, s.1-46.
3. Bocian S.: Rozprawa doktorska, Politechnika Poznańska, 1986.
4. Bocian S., Mikołajczak B., Computational aspects of assigning characteristic semigroup of asynchronous automata and their extensions, w: Theory of algorithms, pod red. L. Lavosz and E. Szemerédi, Colloquia Mathematica Societatis Janos Bolyai 44, North - Holland, Amsterdam - Oxford - New York, Budapest Hungary 1985 s. 37 - 47.
5. Bocian S., A new method of calculating the smallest common multiple, w: Computational Topology and Geometry and Computation in Teaching Mathematics, pod red. Eladio Dominquez Murillo, Antonio Quintero Toscano, Jose Luis Vincente Cordoba, Universidad de Sevilla 1987 s. 25 - 41.
6. Bocian S., The complexity of semigroup characterization of asynchronous strongly connected automation and their extensions, w: Computational Topology and Geometry and Computation in Teaching Mathematics, pod red. Eladio Dominquez Murillo, Antonio Quintero Toscano, Jose Luis Vincente Cordoba, Universidad de Sevilla 1987 s. 41
7. Bocian S., Złożoność półgrupy charakterystycznej automatów asynchronicznych silnie spójnych ustalonych analogów ich rozszerzeń związanych z izomorfizmami. TRANSCOMP – XIII INTERNATIONAL CONFERENCE COMPUTER SYSTEMS AIDED SCIENCES, INDUSTRY AND TRANSPORT (Logistyka 6/2009), Zakopane 2009.
8. Bocian S., Złożoność półgrupy charakterystycznej sumy prostej i iloczynu prostego automatów asynchronicznych silnie spójnych, TRANSCOMP – XIV INTERNATIONAL CONFERENCE COMPUTER SYSTEMS AIDED SCIENCES, INDUSTRY AND TRANSPORT (Logistyka 6/2010), Zakopane 2010.
9. Bocian S., Złożoność półgrupy charakterystycznej sumy prostej automatów asynchronicznych silnie spójnych ustalonych analogów rozszerzeń związanych z izomorfizmami, TRANSCOMP – XIV INTERNATIONAL CONFERENCE COMPUTER SYSTEMS AIDED SCIENCES, INDUSTRY AND TRANSPORT (Logistyka 6/2010), Zakopane 2010.
10. Bocian S., Złożoność półgrupy charakterystycznej iloczynu prostego automatów asynchronicznych silnie spójnych ustalonych analogów rozszerzeń związanych z izomorfizmami, TRANSCOMP – XIV INTERNATIONAL CONFERENCE COMPUTER SYSTEMS AIDED SCIENCES, INDUSTRY AND TRANSPORT (Logistyka 6/2010), Zakopane 2010.
11. Bocian S., Izomorfizm półgrupy charakterystycznej sumy prostej i iloczynu prostego automatów asynchronicznych silnie spójnych i ustalonych analogów ich rozszerzeń TRANSCOMP – XIV INTERNATIONAL CONFERENCE COMPUTER SYSTEMS AIDED SCIENCES, INDUSTRY AND TRANSPORT (Logistyka 6/2010), Zakopane 2010.
12. Bocian S., Złożoność półgrupy charakterystycznej sumy prostej automatów asynchronicznych silnie spójnych i ustalonych analogów ich rozszerzeń dla każdego słowa z języka  $\Sigma^+ = (\sigma_0 \cup \sigma_1)^+$ . Pojazdy Szynowe nr 4/2010, IPTABOR Poznań 2010 r.



13. Bocian S., Złożoność półgrupy charakterystycznej iloczynu prostego automatów asynchronicznych silnie spójnych i ustalonych analogów ich rozszerzeń dla każdego słowa z języka  $\Sigma^+ = (\sigma_0 \cup \sigma_1)^+$ . Pojazdy Szynowe nr 1/2011, IPTABOR Poznań 2011 r.
14. Bocian S., Nowy sposób wyznaczania najmniejszej wspólnej wielokrotności (NWW) liczb naturalnych. Interpretacja graficzna, wizualizacja oraz programy w języku BASIC i C++ TRANSCOMP – XVI INTERNATIONAL CONFERENCE COMPUTER SYSTEMS AIDED SCIENCES, INDUSTRY AND TRANSPORT (Technika Transportu Szynowego-TTS, 9/2012), Zakopane 2012.
15. Bocian S., Mikrosystemy cyfrowe stosowane w pojazdach szynowych i złożoność obliczeniowa półgrupy charakterystycznej automatu spójnego. TRANSCOMP – XVII INTERNATIONAL CONFERENCE COMPUTER SYSTEMS AIDED SCIENCES, INDUSTRY AND TRANSPORT (Technika Transportu Szynowego TTS, 10/2013), Zakopane 2013.
16. Bocian S., Złożoność półgrupy charakterystycznej automatów asynchronicznych spójnych ustalonych analogów ich rozszerzeń związanych z izomorfizmami. LOGITRANS – XI KONFERENCJA NAUKOWO – TECHNICZNA, LOGIKA SYSTEMY TRANSPORTOWE BEZPIECZEŃSTWO (Logistyka 3/2014), Szczyrk 2014
17. Bocian S., Złożoność półgrupy charakterystycznej sumy prostej automatów asynchronicznych spójnych. TRANSCOMP – XVIII INTERNATIONAL CONFERENCE COMPUTER SYSTEMS AIDED SCIENCES, INDUSTRY AND TRANSPORT (Logistyka 6/2014), Zakopane 2014 r.
18. Bocian S., Złożoność półgrupy charakterystycznej sumy prostej automatów asynchronicznych spójnych ustalonych analogów rozszerzeń związanych z izomorfizmami. TRANSCOMP – XVIII INTERNATIONAL CONFERENCE COMPUTER SYSTEMS AIDED SCIENCES, INDUSTRY AND TRANSPORT (Logistyka 6/2014), Zakopane 2014 r.
19. Bocian S., Złożoność półgrupy charakterystycznej iloczynu prostego automatów asynchronicznych spójnych. TRANSCOMP – XVIII INTERNATIONAL CONFERENCE COMPUTER SYSTEMS AIDED SCIENCES, INDUSTRY AND TRANSPORT (Logistyka 6/2014), Zakopane 2014 r.
20. Bocian S., Złożoność półgrupy charakterystycznej automatów asynchronicznych spójnych ustalonych analogów ich rozszerzeń związanych z izomorfizmami dla każdego słowa z alfabetu  $\Sigma = (\sigma_0 \cup \sigma_1)^+$ . LOGITRANS – XII KONFERENCJA NAUKOWO – TECHNICZNA. LOGIKA SYSTEMY TRANSPORTOWE BEZPIECZEŃSTWO W TRANSPORCIE (Logistyka 3/2015), Szczyrk 2015.
21. Bocian S., Złożoność półgrupy charakterystycznej iloczynu prostego automatów asynchronicznych spójnych ustalonych analogów ich rozszerzeń związanych z izomorfizmami. LOGITRANS – XII KONFERENCJA NAUKOWO – TECHNICZNA LOGIKA SYSTEMY TRANSPORTOWE BEZPIECZEŃSTWO (Logistyka 3/2015), Szczyrk 2015.
22. Bocian S., Izomorfizm półgrupy charakterystycznej sumy prostej i iloczynu prostego automatów asynchronicznych spójnych i ustalonych analogów ich rozszerzeń. LOGITRANS – XII KONFERENCJA NAUKOWO – TECHNICZNA LOGIKA SYSTEMY TRANSPORTOWE BEZPIECZEŃSTWO (Logistyka 3/2015), Szczyrk 2015.
23. Bocian S., Złożoność półgrupy charakterystycznej sumy prostej automatów asynchronicznych spójnych A i B ustalonych analogów rozszerzeń z izomorfizmami  $EXT DFAC_2$  dla każdego słowa z alfabetu  $\Sigma^+ = (\sigma_0 \cup \sigma_1)$ . TRANSCOMP – XIX INTERNATIONAL CONFERENCE COMPUTER SYSTEMS AIDED SCIENCES, INDUSTRY AND TRANSPORT (Technika Transportu Szynowego 12/2015), Zakopane 2015 r.
24. Bocian S., Złożoność półgrupy charakterystycznej iloczynu prostego automatów asynchronicznych spójnych ustalonych analogów rozszerzeń związanych z izomorfizmami  $EXT DFAC_2$  dla każdego słowa z alfabetu  $\Sigma^+ = (\sigma_0 \cup \sigma_1)$ . TRANSCOMP – XIX. INTERNATIONAL CONFERENCE COMPUTER SYSTEMS AIDED SCIENCES, INDUSTRY AND TRANSPORT (Technika Transportu Szynowego 12/2015), Zakopane 2015 r.
25. Bocian S., Izomorfizm półgrupy charakterystycznej sumy prostej i iloczynu prostego automatów asynchronicznych spójnych i ustalonych analogów ich rozszerzeń. związanych z izomorfizmami  $EXT DFAC_2$  dla każdego słowa z alfabetu  $\Sigma^+ = (\sigma_0 \cup \sigma_1)$ . TRANSCOMP – XIX. INTERNATIONAL CONFERENCE COMPUTER SYSTEMS AIDED SCIENCES, INDUSTRY AND TRANSPORT (Technika Transportu Szynowego 12/2015), Zakopane 2015 r.
26. Bocian S., Inteligentne podsystemy podsystemy mechatroniczne w badaniach sterowaniu pojazdów szynowych, ( Monografia) Poznań 2012 r.

## COMPLEXITY OF THE “G’ CHARACTERISTIC SEMI – GROUP OF THE STRONGLY CONNECTED ASYNCHRONOUS AUTOMATONS

### Abstract

*The paper presents the assumption and the evidence is carried out of the simple sum complexity of characteristic semigroups of any number (“G”) of deterministic, finite, asynchronous, highly consistent DFASC<sub>2</sub> automata. The characteristic semi – group is the particularly essential conception in the automaton theory; it is the carrier of the important information and define the ability to information processing. It has the direct weighty consequences that are practical in the designing domain of the optimum logic circuits. The direct sum of automaton can be considered as the realization –the sequence calculations accordingly.*

Autorzy:  
dr inż. Stanisław **BOCIAN** – Instytut Pojazdów Szynowych „TABOR” w Poznaniu” .