

Marek Lis<sup>1</sup>, Oleksandr Makarchuk<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Politechnika Częstochowska, Częstochowa

<sup>2</sup>Politechnika Lwowska, Lwów

## MODEL MATEMATYCZNY ELEKTROMECHANICZNYCH STANÓW NIEUSTALONYCH SILNIKA TYPU BLDC ZASILANEGO ZE ŹRÓDŁA NAPIĘCIA SINUSOIDALNEGO

### MATHEMATICAL MODEL OF ELECTROMECHANICAL TRANSIENT STATES OF SINUSOIDAL VOLTAGE SOURCE-FED BLDC

**Streszczenie:** W pracy przedstawiono model matematyczny silnika bezkomutatorowego z magnesami trwałymi typu BLDC, zasilanego przez trójfazowe źródło napięcia sinusoidalnego. Fazy początkowe i częstotliwość zależą od kąta obrotu wirnika. Wpływa to na sposób sterowania silnika z magnesami trwałymi. Rozwiązywane będą problemy sprawdzenia współdziałania algorytmów wyznaczania charakterystyk magnetycznych z algorytmem całkowania numerycznego układu równań różniczkowych. Wyniki symulacji numerycznych przedstawione są w postaci graficznej.

**Abstract:** The mathematical model of a brushless direct current (BLDC) motor based on permanent magnets is presented in the paper. A three-phase sinusoidal voltage source, feeding the motor, is taken into consideration. The initial phase shifts and frequency depend on rotor position angle. The abovementioned dependency exerts an influence on control strategy of the motor. The solution of problems, concerning evaluation of interaction between algorithm allowing for determination of magnetic characteristics and algorithm for numerical integration of a system of differential equations, is given in the paper. The results of numerical simulations are presented in graphical forms.

**Słowa kluczowe:** maszyny elektryczne, silniki bezkomutatorowe z magnesami trwałymi (BLDC)

**Keywords:** electrical machines, brushless direct current (BLDC) motor based on permanent magnets

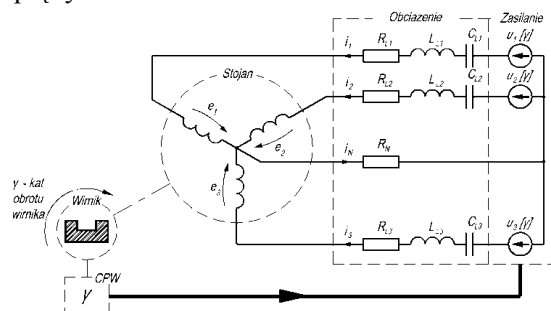
#### Wstęp

W rozdziale tym poddano analizie elektromechaniczny układ dwumaszynowy, składający się z silnika bezkomutatorowego z magnesami trwałymi typu BLDC połączonego z obciążeniem za pomocą długiego elementu sprężystego. W przemyśle wymienione silniki znajdują coraz szersze zastosowanie, na razie w układach napędowych małych i średnich mocy. Brak jest jeszcze zastosowania tych silników dla układów o dużej mocy. W celu rozwoju układów napędowych z silnikami z magnesami trwałymi analiza matematyczna procesów nieustalonych pracy silnika w układach napędowych z elementami sprężystymi jest zagadnieniem bardzo ważnym.

Analizowany układ składa się z silnika z magnesami trwałymi zasilanego z trójfazowego napięcia sinusoidalnego, którego fazy początkowe i częstotliwość zależą od kąta obrotu wirnika.

Przedstawiony model matematyczny układu umożliwi analizę ogólnych zasad konstrukcji układów elektromechanicznych, zawierających

silnik bezkomutatorowy z magnesami trwałymi, połączone z obciążeniem poprzez elementy sprężyste.



Rys. 1. Schemat elektryczny silnika z magnesami trwałymi przy zasilaniu od źródła napięcia

W celu rozszerzenia funkcjonalności modelu matematycznego w schemat obliczeniowy wprowadzono blok strukturalny – "obciążenie". To, w razie potrzeby, umożliwi przeprowadzenie badań nie tylko w trybie pracy silnikowej, ale również i w trybie pracy prądnicowej. Również uwzględniono, że większość rozwiązań dotyczących konstruowania schematów

podobnych układów, przewiduje 4-żyłowy przewód do połączenia elektromechanicznego przetwornika energii z układem zasilania. W tym celu podłączono przewód "neutralny". Dla przypadku układów 3 - przewodowych - oporność  $R_N \rightarrow \infty$ .

### 1. Model matematyczny

Układ równań opisujących procesy w układzie napędowym z silnikiem bezkomutatorowym z magnesami trwałymi typu BLDC, który pracuje w trybie silnika lub prądnicy, składa się z równań bilansu elektrycznego:

$$\begin{aligned} (R_2 + R_{L2})i_2 - (R_1 + R_{L1})i_1 + \frac{d\psi_2}{dt} - \frac{d\psi_1}{dt} + \\ + L_{L2} \frac{di_2}{dt} - L_{L1} \frac{di_1}{dt} + u_{C2} - u_{C1} + u_1 - u_2 = 0 \\ (R_3 + R_{L3})i_3 - (R_2 + R_{L2})i_2 + \frac{d\psi_3}{dt} - \frac{d\psi_2}{dt} + \\ + L_{L3} \frac{di_3}{dt} - L_{L2} \frac{di_2}{dt} + u_{C3} - u_{C2} + u_2 - u_3 = 0 \\ (R_3 + R_{L3})i_3 + \frac{d\psi_3}{dt} + L_{L3} \frac{di_3}{dt} + u_{C3} + \\ - u_3 + R_N i_N = 0 \\ i_N = i_1 + i_2 + i_3 \\ i_1 = C_{L1} \frac{du_{C1}}{dt}, i_2 = C_{L2} \frac{du_{C2}}{dt}, i_3 = C_{L3} \frac{du_{C3}}{dt} \end{aligned} \quad (1)$$

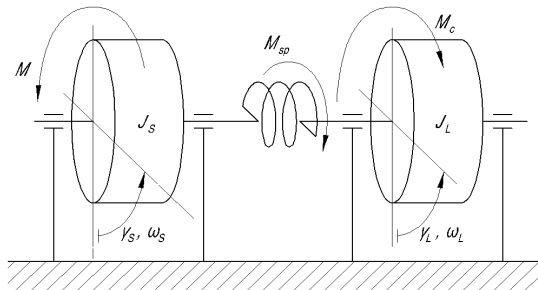
Z formuł do ustalania bieżących wartości napięć zasilania:

$$\begin{aligned} u_1 = U_m \sin(p\gamma_S + \varphi_1), u_2 = U_m \sin(p\gamma_S + \varphi_2), \\ u_3 = U_m \sin(p\gamma_S + \varphi_3), \end{aligned} \quad (2)$$

charakterystyki magneto-mechanicznej silnika:

$$\begin{aligned} \psi_1 = \psi[i_1, i_2, i_3, \gamma_S], \psi_2 = \psi[i_1, i_2, i_3, \gamma_S] \\ \psi_3 = \psi[i_1, i_2, i_3, \gamma_S], M = M[i_1, i_2, i_3, \gamma_S] \end{aligned} \quad (3)$$

oraz równań równowagi mechanicznej (rys. 2)



Rys. 2. Model analizowanego układu

$$-J_S \frac{d\omega_S}{dt} + M - M_{sp} = 0, \quad \omega_S = \frac{d\gamma_S}{dt}$$

$$-J_L \frac{d\omega_L}{dt} + M_{sp} + M_c = 0, \quad \omega_L = \frac{d\gamma_L}{dt}, \quad M_{sp} = S_{sp}(\gamma_S - \gamma_L) \quad (4)$$

gdzie:  $R_1, R_2, R_3$  – oporności czynne fazy uzwojeń stojana silnika z magnesami trwałymi,  $R_{L1}, R_{L2}, R_{L3}$ ,  $L_{L1}, L_{L2}, L_{L3}$ ,  $C_{L1}, C_{L2}, C_{L3}$  – rezystancje, indukcyjności i pojemności obciążenia,  $R_N$  – rezystancja przewodu "neutralnego",  $u_{C1}, u_{C2}, u_{C3}$  – napięcia na kondensatorach obciążenia,  $u_1, u_2, u_3$  – napięcia fazowe (dla trybu silnika).

Układ równań różniczkowych składa się z 19 równań i zawiera tę samą liczbę niewiadomych:  $i_1, i_2, i_3, i_N, u_1, u_2, u_3, u_{C1}, u_{C2}, u_{C3}, \psi_1, \psi_2, \psi_3, M, M_{sp}, \gamma_S, \gamma_L, \omega_S, \omega_L$ . Wraz z warunkami początkowymi  $i_1|_{t=t_0} = i_{10}, i_2|_{t=t_0} = i_{20}, i_3|_{t=t_0} = i_{30}, i_N|_{t=t_0} = i_{N0}, \gamma_S|_{t=t_0} = \gamma_{S0}, \gamma_L|_{t=t_0} = \gamma_{L0}, \omega_S|_{t=t_0} = \omega_{S0}, \omega_L|_{t=t_0} = \omega_{L0}$ , otrzymano sformułowanie problemu Cauchy'ego.

Aby przejść do postaci wektorowej, wykorzystano oznaczenia:

$$\Psi = \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \end{bmatrix} \quad - \text{wektor kolumnowy całkowitych}$$

przezeń magnetycznych obwodów stojana;

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad - \text{wektor kolumnowy napięć}$$

zasilania,

$$\mathbf{u}_C = \begin{bmatrix} u_{C1} \\ u_{C2} \\ u_{C3} \end{bmatrix} \quad - \text{wektor kolumnowy napięć na}$$

kondensatorach,

$$\mathbf{R}_T = \begin{bmatrix} R_1 + R_{L1} & & \\ & R_2 + R_{L2} & \\ & & R_3 + R_{L3} \end{bmatrix} \quad - \text{macierz}$$

rezystancji faz i obciążenia,

$$\mathbf{R}_{MN} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ R_N \end{bmatrix} \quad - \text{macierz z rezystancją przewodu}$$

"neutralnego",

$$\mathbf{L}_T = \begin{bmatrix} L_{L1} & & \\ & L_{L2} & \\ & & L_{L3} \end{bmatrix} \quad - \text{macierz indukcyjności}$$

obciążenia,

$$C_T = \begin{bmatrix} C_{L1} & & \\ & C_{L2} & \\ & & C_{L3} \end{bmatrix} - \text{macierz pojemności}$$

obciążenia;

$$E_T = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad N_T = [1 \quad 1 \quad 1] - \text{dodatkowe}$$

macierze.

Zapiszemy układ równań w postaci wektorowej

$$E_T \left( R_T i + \frac{d\psi}{dt} + L_T \frac{di}{dt} + u_C - u \right) + R_{MN} i_N = 0,$$

$$i_N = N_T i, \quad u = u[\gamma], \quad i = C_T \frac{du_C}{dt},$$

$$\psi = \psi[i, \gamma], \quad M = M[i, \gamma],$$

$$J_T \frac{d\omega}{dt} + S_T \gamma + N_{L1} M + N_{L2} M_c = 0,$$

$$\omega = \frac{d\gamma}{dt}, \quad (5)$$

Układ równań (5) zawiera 8 niewiadomych  $i, i_N, u, u_C, \psi, M, \gamma, \omega$ .

## 2. Algorytm obliczeń numerycznych

Układ nieliniowych równań algebraicznych na  $k$ -tym kroku całkowania przybiera postać:

$$E_T \left( R_T i_k + b_0 \psi_k + \sum_{g=1}^Q b_g \psi_{k-g} + L_T (b_0 i_k + \sum_{g=1}^Q b_g i_{k-g}) + u_{Ck} - u_k \right) + R_{MN} i_{Nk} = 0$$

$$i_{Nk} = N_T i_k, \quad u_k = u(\gamma_k),$$

$$u_{Ck} = \frac{1}{b_0} \left( C_T^{-1} i_k + \sum_{g=1}^Q b_g u_{Ck-g} \right), \quad (6)$$

$$\psi_k = \psi(i_k, \gamma_k), \quad M_k = M(i_k, \gamma_k)$$

$$J_T \left( b_0 \omega_k + \sum_{g=1}^Q b_g \omega_{k-g} \right) + S_T \gamma_k + N_{L1} M_k + N_{L2} M_{ck} = 0, \quad \omega_k = b_0 \gamma_k + \sum_{g=1}^Q b_g \gamma_{k-g}$$

gdzie:  $i_k, i_{Nk}, u_k, u_{Ck}, \psi_k, M_k, \gamma_k, \omega_k$  – wartości niewiadomych w  $k$ -tym kroku całkowania,  $i_{k-g}, u_{Ck-g}, \psi_{k-g}, \gamma_{k-g}, \omega_{k-g}$  – wartości, znane z poprzedniego kroku całkowania.

Układ równań (6) jest nieliniowy ze względu na obecność nieliniowych zależności, odpowiadających charakterystyce magneto-mechanicznej

silnika. Dla jego rozwiązania zastosowano metodę iteracyjną Newtona. Oznacza to, że:

$$E_T \left( R_T \Delta i_k^{(l)} + b_0 \Delta \psi_k^{(l)} + b_0 L_T \Delta i_k^{(l)} + \Delta u_{Ck}^{(l)} - \Delta u_k^{(l)} \right) + R_{MN} \Delta i_{Nk}^{(l)} = -y_{1k}^{(l-1)},$$

$$\Delta i_{Nk}^{(l)} = N_T \Delta i_k^{(l)}, \quad \Delta u_k^{(l)} = K_U^{(l-1)} \Delta \gamma_k^{(l)},$$

$$\Delta u_{Ck}^{(l)} = \frac{1}{b_0} C_T^{-1} \Delta i_k^{(l)}, \quad \Delta \psi_k = L^{(l-1)} \Delta i_k^{(l)} + K^{(l-1)} \Delta \gamma_k^{(l)},$$

$$\Delta M_k = K^{(l-1)} \Delta i_k^{(l)} + G^{(l-1)} \Delta \bar{\gamma}_k^{(l)},$$

$$J_T b_0 \Delta \bar{\omega}_k^{(l)} + S_T \Delta \bar{\gamma}_k^{(l)} + N_{L1} \Delta M_k^{(l)} = -\bar{y}_{2k}^{(l-1)},$$

$$\Delta \bar{\omega}_k^{(l)} = b_0 \Delta \bar{\gamma}_k^{(l)}, \quad (7)$$

gdzie:  $\bar{i}_k^{(l)}, i_{Nk}^{(l)}, \bar{u}_k^{(l)}, u_{Ck}^{(l)}, \bar{\psi}_k^{(l)}, M_k^{(l)}, \bar{\gamma}_k^{(l)}, \bar{\omega}_k^{(l)}$  – wartości poprawek do niewiadomych na  $l$ -tej iteracji  $k$ -ego kroku całkowania

$$L^{(l-1)} = \frac{\partial \bar{\psi}^{(l-1)}}{\partial \bar{i}}, \quad K^{(l-1)} = \frac{\partial \bar{\psi}^{(l-1)}}{\partial \bar{\gamma}}$$

$$K^{(l-1)} = \frac{\partial M^{(l-1)}}{\partial \bar{i}}; \quad G^{(l-1)} = \frac{\partial M^{(l-1)}}{\partial \bar{\gamma}} \quad (8)$$

-wartości parametrów magneto-mechanicznych, obliczonych po  $(l-1)$ -szym przybliżeniu niewiadomych, zmienna niezależna  $\gamma$ . Macierze  $K, G$  przybierają postać:

$$K^{(l-1)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi_1^{(l-1)}}{\partial \gamma_S} & 0 \\ \frac{\partial \psi_2^{(l-1)}}{\partial \gamma_S} & 0 \\ \frac{\partial \psi_3^{(l-1)}}{\partial \gamma_S} & 0 \end{bmatrix}, \quad G^{(l-1)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial M^{(l-1)}}{\partial \gamma_S} & 0 \end{bmatrix},$$

$$K_U^{(l-1)} = \frac{\partial u^{(l-1)}}{\partial \bar{\gamma}} = \begin{bmatrix} p U_m \cos(p \gamma_S^{(l-1)} + \varphi_1) & 0 \\ p U_m \cos(p \gamma_S^{(l-1)} + \varphi_2) & 0 \\ p U_m \cos(p \gamma_S^{(l-1)} + \varphi_3) & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

– pochodna od napięcia po kącie obrotu, obliczona po  $(l-1)$ -szym przybliżeniu niewiadomych.

$$y_{1k}^{(l-1)} = E_T \left( R_T i_k^{(l-1)} + b_0 \psi_k^{(l-1)} + \sum_{g=1}^Q b_g \psi_{k-g} + L_T b_0 i_k^{(l-1)} + L_T \sum_{g=1}^Q b_g i_{k-g} + u_{Ck}^{(l-1)} - u_k^{(l-1)} \right) + R_{MN} i_{Nk}^{(l-1)}$$

$$y_{2k}^{(l-1)} = -J_T \left( b_0 \omega_k^{(l-1)} + \sum_{g=1}^Q b_g \omega_{k-g} \right) + S_T \gamma_k + N_{L1} M_k^{(l-1)} + N_{L2} M_{ck} \quad (10)$$

– odchyłki równań w (6), obliczane po  $(l-1)$ -szym przybliżeniu niewiadomych.

Usuniemy z (5) wyrażenia odchyłki, których są równe zero

$$\begin{aligned} & \left( E_T \left( R_T + b_0 L_T + \frac{1}{b_0} C_T^{-1} + b_0 L^{(l-1)} \right) + R_{MN} N_T \right) \Delta i_k^{(l)} + \\ & + E_T \left( b_0 K^{(l-1)} - K_U^{(l-1)} \right) \Delta \gamma_k^{(l)} = -y_{1k}^{(l-1)}; \\ N_{L1} K^{(l-1)} \Delta i_k^{(l)} + \left( N_{L1} G^{(l-1)} + S_T + b_0^2 J_T \right) \Delta \gamma_k^{(l)} = -y_{2k}^{(l-1)}. \end{aligned} \quad (11)$$

Liniowy układ równań algebraicznych, zapisany w stosunku do nieznanymi poprawek od prądów obwodów i kąta obrotu wirnika, który należy rozwiązywać na  $l$ -tej iteracji metody Newtona, przybiera postać (12):

$$\begin{bmatrix} E_T \left( R_T + b_0 L_T + \frac{1}{b_0} C_T^{-1} + b_0 L^{(l-1)} + R_{MN} N_T \right) \\ N_{L1} K^{(l-1)} \\ E_T \left( b_0 K^{(l-1)} - K_U^{(l-1)} \right) \\ N_{L1} G^{(l-1)} + S_T + b_0^2 J_T \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta i_k^{(l)} \\ \Delta \gamma_k^{(l)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -y_{1k}^{(l-1)} \\ -y_{2k}^{(l-1)} \end{bmatrix} \quad (12)$$

Tak więc, dla wykonania  $k$ -tego kroku całkowania należy wykonać następujące czynności:

1. Stworzyć stałe macierzy  $R_T, R_{MN}, L_T, C_T^{-1}, E_T, S_T, N_T, N_{L1}, N_{L2}$ .
2. Po  $(l-1)$ -szym przybliżeniu pierwiastka obliczyć wartości odchyłek (10).
3. Po  $(l-1)$ -szym przybliżeniu pierwiastka obliczyć wartości parametrów różniczkowych  $K_U^{(l-1)}$  (9) oraz  $L^{(l-1)}, K^{(l-1)}, K^{(l-1)}, G^{(l-1)}$ .
4. Obliczyć wartości współczynników i prądów części liniowego układu równań różniczkowych (12).
5. Rozwiązać układ równań różniczkowych (12) w stosunku do nieznanymi wartości poprawek  $\Delta i_k^{(l)}, \Delta \gamma_k^{(l)}$ .
6. Obliczyć  $l$ -te zbliżenie niewiadomych według wzorów

$$i_k^{(l)} = i_k^{(l-1)} + \Delta i_k^{(l)}; \quad \gamma_k^{(l)} = \gamma_k^{(l-1)} + \Delta \gamma_k^{(l)}. \quad (13)$$

7. Pozostałe niewiadome obliczyć według wzorów:

$$i_{Nk}^{(l)} = N_T i_k^{(l)}, \quad u_k^{(l)} = u[\gamma_k^{(l)}],$$

$$u_{Ck}^{(l)} = \frac{1}{b_0} \left( C_T^{-1} i_k^{(l)} + \sum_{g=1}^G b_g u_{Ck-g} \right); \quad \psi_k^{(l)} = \psi[i_k^{(l)}, \gamma_k^{(l)}]$$

$$M_k^{(l)} = M[i_k^{(l)}, \gamma_k^{(l)}]; \quad \omega_k^{(l)} = \frac{1}{h} (\gamma_k^{(l)} - \gamma_{k-1}).$$

(14)

Jeśli dokładność określenia poprawek do niewiadomych jest niezadowalająca, ponownie powtórzyć punkty 2-7. W przeciwnym przypadku przejść do wykonania następnego etapu całkowania.

### 3. Obliczenia matematyczne

Obliczenia matematyczne były przeprowadzane dla silnika typu PMSg132 S4 BLDC. Momenty bezwładności dla wirnika silnika zostały przyjęte  $J_S = 0,02153 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ , a dla obciążenia  $J_L = 2 \cdot J_S$ . Sztywność elementu sprężystego wynosi  $S_{sp} = 1640 \text{ Nm}$ .

W trybie modelowania warunków pracy silnikowej, kiedy silnik jest zasilany przez trójżyłową linię, przyjęto: opór czynny przewodu "neutralnego" wynosi  $R_N = 1 \times 10^5 \Omega$ , rezystancje, indukcyjności i pojemności obciążenia są równe, odpowiednio

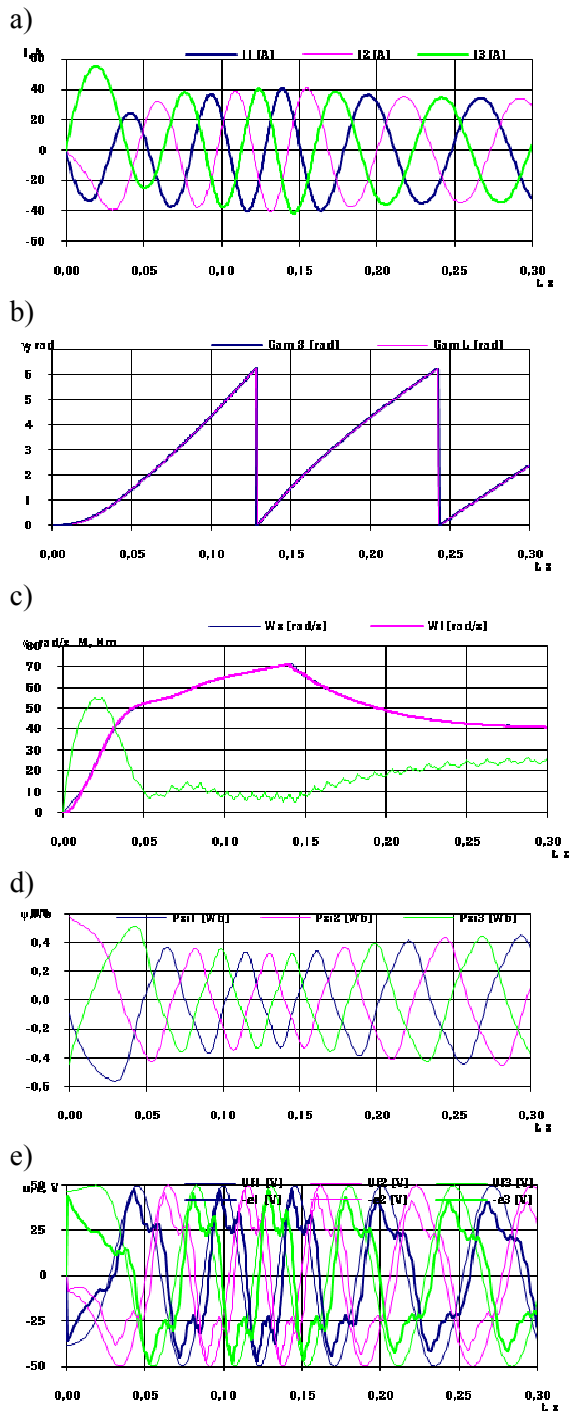
$$R_{L1} = R_{L2} = R_{L3} = 1 \times 10^{-5} \Omega,$$

$$L_{L1} = L_{L2} = L_{L3} = 1 \times 10^{-5} \text{ H},$$

$$C_{L1} = C_{L2} = C_{L3} = 1 \times 10^5 \text{ F}.$$

W zakresie czasu  $0 \div 0,09 \text{ s}$  był badany rozruch silnika przy biegu jałowym. W takim przypadku moment obciążenia statycznego  $M_c$  dla niskiej prędkości obrotowej (do  $10\pi/(2p)$ ) jest proporcjonalny do niej i był obliczany jako  $M_c = -2pM_n\omega_s/(10\pi)$ , gdzie  $M_n = 2,55 \text{ Nm}$  – moment obciążenia podczas rozruchu. Dla większych prędkości  $M_c = \mp M_n$ . Maksymalna wartość fazowego napięcia na tym etapie rozruchu równa się  $U_m = 50 \text{ V}$ . Początkowe przesunięcia faz –  $\varphi_1 = -0,873 \text{ rad} (-50^\circ)$ ,  $\varphi_2 = -2,967 \text{ rad} (-170^\circ)$ ,  $\varphi_3 = 1,222 \text{ rad} (70^\circ)$ .

W zakresie  $0,14 \div 0,30 \text{ s}$  był badany stan pracy przy nagłym obciążeniu momentem nominalnym  $M_c = 25,5 \text{ Nm}$ . Amplituda napięcia zasilania i jej przesunięcia fazowe pozostawały bez zmian. Zależności współrzędnych układu od czasu dla dokonanych badań pokazano na rysunku 3.



Rys. 3. Zależności od czasu współrzędnych układu w trybie rozruchu a) prądów fazowych; b) kątów obrotu wirnika  $\gamma_S$  i obciążenia  $\gamma_L$ ; c) momentu elektromagnetycznego  $M$  i częstotliwości obrotowej  $\omega_S, \omega_L$ ; d) pełnych fazowych sprzężeń magnetycznych  $\psi_1, \psi_2, \psi_3$ ; e) fazowych napięć zasilania  $u_1, u_2, u_3$  oraz sił elektromotorycznych  $e_1, e_2, e_3$

#### 4. Wnioski

Czas trwania rozruchu przy stałym zasilaniu przez źródło o napięciu sinusoidalnym znacznie wydłuża się w stosunku do pracy bez obciążenia.

W czasie 0,05 s silnik zasilany przez źródło napięcia, w warunkach biegu jałowego osiągnął prędkość 50 rad/s. Fakt ten pośrednio udowadnia obecność w tym trybie pracy wyższych harmonicznych przestrzennych pola magnetycznego o większej amplitudzie, spowodowanych nasyceniem obwodu magnetycznego. Harmoniczne te zmniejszają wypadkowy moment elektromagnetyczny, tworząc jego składowe hamujące.

Ponieważ strumień wzbudzenia w badanym silniku nie jest regulowany, to dla danego napięcia zasilania prąd będzie miał taką wartość i fazę, że spadek napięcia na rezystorze razem z fazową SEM będą ten strumień kompensować.

Dla tej maszyny, w trybie pracy zbliżonym do biegu jałowego, wartości pulsacji momentu elektromagnetycznego stanowią ok. 52,7%, a odpowiednia pulsacja częstotliwości obrotowej ok. 1,12%. Pod obciążeniem wartości te były: dla momentu elektromagnetycznego ok. 11,1%, Pod obciążeniem wartości te były: dla momentu elektromagnetycznego ok. 1,19%.

#### Literatura

- [1]. Krykowski K. *Silnik PM BLDC w napędzie elektrycznym - analiza, właściwości, modelowanie*, Monografia, Gliwice 2011.
- [2]. Lis M., Makarchuk O., Model matematyczny silnika synchronicznego z magnesami trwałymi o sterowaniu sinusoidalnym zasilanego ze źródła prądowego, *Maszyny Elektryczne - Zeszyty Problemowe KOMEL* nr 3 (96), 2012.
- [3]. Lis M., *Algorytm obliczenia wybranych parametrów różniczkowych silnika bezszczotkowego o wzbudzeniu od magnesów trwałych o sterowaniu trapezoidalnym (bldc)*, *Przegląd Elektrotechniczny* R.88 nr 9a, s.116-118, 2012.
- [4]. Łukaniszyn M., Młot A.: *Analiza momentu elektromagnetycznego i składowych pulsujących w bezszczotkowym silniku prądu stałego wzbudzonym magnesami trwałymi*. *Przegląd Elektrotechniczny* 1'2005.

#### Autorzy

Marek Lis, dr. inż., Zakład Maszyn i Napędów Elektrycznych Instytutu Elektrotechniki Przemysłowej Wydziału Elektrycznego Politechniki Częstochowskiej,

tel. +48 34 3250821

e-mail: [lism@el.pcz.czyst.pl](mailto:lism@el.pcz.czyst.pl)

Oleksandr Makarchuk, dr inż., docent

Zakład Maszyn i Aparatów Elektrycznych

Instytutu Energetyki i Systemów Sterowania

Politechniki Lwowskiej, tel. +38 032 2582599

e-mail: [makar\\_lp@rambler.ru](mailto:makar_lp@rambler.ru)