

Sposób wykorzystania matematycznych modeli do przygotowania i weryfikacji automatycznie sterowanego manewru omijania ruchomych przeszkód

Jerzy Graffstein

Sieć Badawcza Łukasiewicz – Instytut Lotnictwa, Centrum Technologii Kosmicznych, Warszawa

Streszczenie: Właściwe określenie istotnych czynników wpływających na przebieg obliczeń manewru uniknięcia kolizji z ruchomymi przeszkodami jest niezbędne w celu zapewnienia wyliczenia dostatecznie wiarygodnych wyników opisujących proponowaną trajektorię tego manewru oraz jego realizację. Istotnym wskaźnikiem weryfikującym przebieg manewru omijania jest zachowanie żądanych separacji między samolotem a przeszkodami. Przedmiotem pracy jest wybór odpowiednich matematycznych modeli dla poszczególnych faz przygotowania przebiegu trajektorii omijania przeszkód. Badano wpływ różnych uproszczeń matematycznych modeli na przebieg manewru antykolizyjnego z uwzględnieniem deformacji trajektorii i zmian przebiegu odległości samolotu od ruchomych przeszkód. Rozważania zostały zilustrowane wybranymi wynikami z symulacji komputerowych wybranego manewru omięcia przeszkód przez samolot.

Słowa kluczowe: unikanie kolizji, dynamika lotu, automatyczne sterowanie lotem, komputerowa symulacja lotu

1. Wprowadzenie

Uzyskanie wysokiego poziomu bezpieczeństwa lotu samolotu ze względu na zagrożenia kolizji z ruchomymi przeszkodami wymaga nie tylko odpowiednio dokładnych i wiarygodnych urządzeń wykrywających przeszkody [1] ale istotne jest uwzględnienie czynników wpływających na wyliczenie wiarygodnej i efektywnej trajektorii omijania przeszkód i jej realizację. W pracy skupiono się na czynnikach wewnętrznych oddziałujących na obliczenia trajektorii manewru antykolizyjnego. Wybór sposobu przygotowania przebiegu trajektorii omijania stanowi kompromis pomiędzy długością niezbędnego czasu do jej wyliczenia a dokładnością i wiarygodnością tych wyliczeń. Dokładność można zdefiniować jako osiągnięcie dostatecznie bliskich wartości wskaźników do wartości założonych. Wspomniane wskaźniki, do osiągnięcia których należy dążyć, opisane w pracach [3, 7, 11] są składnikami wskaźnika jakości (optymalizowaną funkcją celu) i stanowią między innymi minimalną odległość od przeszkody, najmniejsze odchy-

lenie od wcześniej planowanej trasy itp. Przy założeniu, że zadane wartości zostały poprawnie przyjęte to ich osiągnięcie powinno zapewnić bezpieczeństwo wynikające z bezkolizyjnego lotu. Uzyskanie tak rozumianej dokładności nie jest całkowicie wystarczające do wspomnianej bezkolizyjności. Dodatkowym niezbędnym warunkiem jest realizowalność przez wybrany latający obiekt przygotowanej trajektorii. Niezbędne do tego jest wykonanie wiarygodnych obliczeń i przeprowadzenie odpowiedniej weryfikacji. W pracy do osiągnięcia jak najkrótszego czasu obliczeń oraz uzyskania bezpiecznej i realizowalnej trajektorii zaproponowano zastosowanie różnych modeli matematycznych samolotu z różnymi stopniami uproszczeń na różnych etapach wykonywanych obliczeń.

2. Kształt trajektorii manewru antykolizyjnego i jej charakterystyczne zmienne

W dalszej części pracy zostanie przedstawiony zarys metody, pozwalającej na weryfikację trajektorii omięcia ruchomych przeszkód znajdujących się w otoczeniu samolotu. Do tego celu jest konieczne wykonanie przynajmniej jednego manewru antykolizyjnego. Taki manewr powinien zapewnić nie tylko bezpieczne omięcia ruchomych przeszkód i powrót do lotu wzdłuż wcześniej zaplanowanej trajektorii. Do rozważań przyjęto pokazaną na rys. 1 klasę trajektorii złożonego manewru omijania ruchomej przeszkody. Składa się z czterech zakrętów i jednego odcinka prostoliniowego. Wszystkie zakręty wykonywane są z tym samym promieniem r_{Szi} i tą samą zmianą

Autor korespondujący:

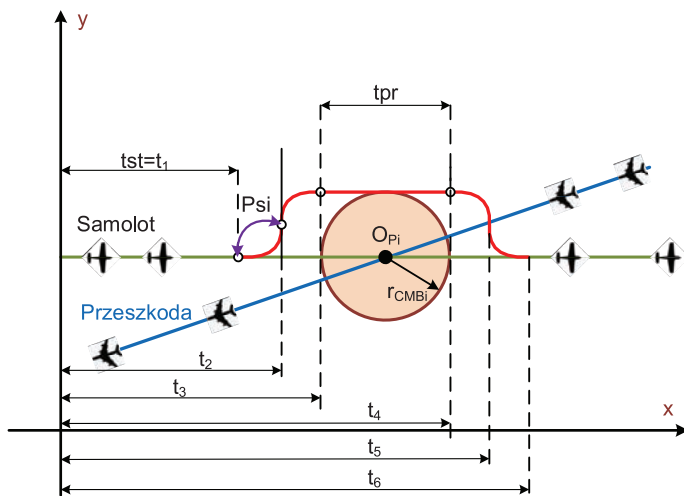
Jerzy Graffstein, Jerzy.Graffstein@ilot.lukasiewicz.gov.pl

Artykuł recenzowany

nadesłany 10.10.2022 r., przyjęty do druku 18.01.2023 r.

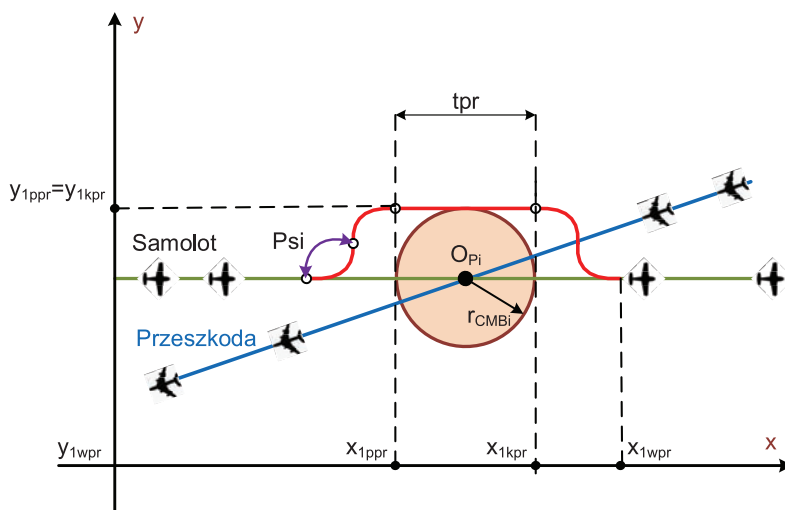


Zezwala się na korzystanie z artykułu na warunkach licencji Creative Commons Uznanie autorstwa 3.0



Rys. 1. Kształt trajektorii omijania ruchomych przeszkód i jej charakterystyczne zmienne

Fig. 1. The shape of trajectory of anti collision manoeuvre and characteristic value



Rys. 2. Przebieg trajektorii i współrzędne jej charakterystycznych punktów

Fig. 2. The time – history of trajectory and its characteristic point coordinates

kąta odchylenia samolotu. Opisany kształt trajektorii ma jeden z możliwych kształtów i pozwala skutecznie uniknąć kolizji oraz powrócić do lotu wzdłuż wcześniej zaplanowanej trasy zgodnie z wcześniej przyjętymi założeniami [3].

Trajektorie należące do opisanej klasy (rys. 1 i 2) można opisać czterema następującymi zmiennymi:

- Maksymalną zmianą kąta odchylenia w czasie zakrętu – $\Psi(\Psi)$.
- Długością prostoliniowego odcinka (lub czas lotu wzdłuż tego odcinka – t_{pr}).
- Prędkością kątową zakrętu – ω_z (zamiennie kąt przechylenia samolotu – Φ)
- Czasem rozpoczęcia manewru – t_{st} .

Ostatnia z wymienionych wielkości, tzn. czas rozpoczęcia manewru jest istotny z punktu widzenia efektywności realizacji zadania i bezpieczeństwa lotu ale nie wpływa na kształt trajektorii samego manewru. Wybrane aspekty wyliczania charakterystycznych zmiennych opisujących trajektorię (rys. 1 i 2) przedstawiono w dalszej części pracy.

3. Wybrane, matematyczne modele dynamiki lotu i ich sposób wykorzystania

W literaturze dotyczącej zagadnień omijania ruchomych przeszkód najczęściej podawany jest arbitralnie matematyczny model dynamiki obiektu wykorzystany do rozwiązania postawionych w danej publikacji problemów. Przeważnie nie są podawane przyjęte uproszczenia rozpatrywanego modelu [8]. Pomija się kwestie związane z konsekwencjami dokonanych redukcji modelu. Skala możliwych typowych uproszczeń modelu dynamiki samolotu jest szeroka: od najprostszej postaci równań kinetycznych, przez traktowanie samolotu jak punkt materialny ze skupioną w nim masą aż do pełnych nieliniowych równań dynamicznych opisujących ruch samolotu jako sztywną bryłę o sześciu stopniach swobody [5, 10, 12]. Dla ostatniego wymienionego modelu pomija się najczęściej efekty pochodzący od odkształcalności elementów konstrukcyjnych samolotu. Wśród pozostałych istotnych zagadnień modelowania znaczenie ma sposób matematycznego opisu sił i momentów sił aerodynamicznych, funkcjonowanie układów wykonawczych i sposób zamodelowania działania układu napędowego. Dość często dwa ostatnie wymienione elementy modelu są w dostępnych publikacjach pomijane [8, 10]. W dalszej części pracy, spośród wcześniej wymienionych matematycznych modeli wybrano następujące trzy:

- Pełny nieliniowy model traktujący samolot jak sztywną bryłę o sześciu stopniach swobody [5, 12] – wykorzystywany do symulacyjnej weryfikacji wyliczonych trajektorii manewrów antykolizyjnych oraz jako odniesienie do porównania przebiegów wybranych zmiennych stanu z uproszczonymi modelami. Wykorzystywany jest również do obliczeń czasów rozpoczęcia poszczególnych faz manewru omijania ruchomych przeszkód.
- Uproszczony model matematyczny zawierający tylko równania kinematyczne (10) do (12) stosowany do wyliczeń optymalnej trajektorii omijania przeszkód.
- Uproszczony model zawierający jedno nieliniowe równanie ruchów odchylających (1) oraz kinematyczne równania (9)–(12) stosowany do wyliczenia przybliżonego czasu rozpoczęcia fragmentów manewru omijania przeszkód.

Równanie (1) ruchów odchylających zostało sformułowane w celu wyliczania dokładniejszych ale jeszcze ciągle przybliżonych czasów rozpoczęcia faz manewru. Zmienna P_0 występująca w tej zależności oznacza prędkość kątową przechylenia samolotu i przyjmuje wartość średnią jaka występuje podczas zakrętu. Z uwagi na czas trwania osiągnięcia pełnego przechylenia Φ trwającego ok. 0,5 s można przyjąć uzyskanie tej wartości z optymalizacji trajektorii bez opóźnienia. Wstępne wyliczane czasów rozpoczęcia poszczególnych fragmentów trajektorii uzyskane są procedury optymalizacji

jącej przebieg trajektorii. Ze względu na potrzebę skrócenia czasu działania tej procedury zastosowano uproszczony model liniowy (wzory (10) do (12)). Automatyczna realizacja lotu wzdłuż wyliczonej trajektorii wymaga uwzględnienia inercji wynikającej ze sposobu funkcjonowania automatycznie sterowanego samolotu. Z tego względu niezbędne jest wyliczenie o ile wcześniej (w stosunku do wyliczonych z modelu kinematycznego) należy przekazać do praw sterowania nowe zadane zmienne stanu w celu uzyskania dobrej zgodności wykonanej trajektorii lotu z zadaną.

4. Uproszczony matematyczny model dynamiki lotu

Na sposób wprowadzenia odpowiednich uproszczeń matematycznego modelu wpływa zakres oraz rodzaj badanych ruchów samolotu. Do rozważań przyjęto manewry antykolizyjne wykonywane w płaszczyźnie poziomej, dla których główną rolę odgrywają zakrety. Przyjmuje się, że wszystkie zakrety wykonywane są ze stałą prędkością lotu samolotu i na stałej wysokości [2, 4]. W związku z tym dominujące zmiany odbywają się w ruchu obrotowym, a szczególnie istotne zmiany z punktu widzenia omijania przeszkód zachodzą w ruchu odchylenia samolotu. Opisana analiza stała się przesłanką do stworzenia nowego matematycznego modelu samolotu, w którym ruch obrotowy odchylenia jest rozpatrywany jak dla bryły sztywnej w związku z czym pochodną prędkości kątovej odchylenia R samolotu w układzie związanym z obiektem opisuje zależność:

$$\dot{R} = k_1 \left[(k_2 + J_X S_X^2) P_0 \right] + k_3 \omega_Z + m J_X N \quad (1)$$

gdzie P_0 – prędkość kątovej przechylenia w czasie zakreту. Założono, że ma stałą wartość taką jak dla warunków równowagi. Przyjęte uproszczenie jest uzasadnione krótkim czasem rzędu 0,5 s niezbędnym do osiągnięcia przyjętej wartości w stosunku do czasu trwania zakreту (w poniższym przykładzie ok. 8 s). Występujące w równaniu (1) wyrażenia masowe k_1 , k_2 , k_3 opisują zależność:

$$k_1 = (J_X J_Z m - m J_{XZ}^2 - J_X S_X^2)^{-1}, \quad (2)$$

$$k_2 = m (J_X^2 - J_X J_Y + J_{XZ}^2), \quad (3)$$

$$k_3 = m J_{XZ} (J_Y - J_Z + J_X). \quad (4)$$

gdzie: m – masa samolotu, J_X , J_Y , J_Z i J_{XZ} – momenty bezwładności samolotu, S_X – moment statyczny samolotu, N – moment sił zewnętrznych działających na samolot:

$$N = N_{\delta_i} - N_a. \quad (6)$$

stanowiący sumę momentu sił wynikający z wychylenia lotek:

$$N_{\delta_i} = f(\delta_i, \alpha, \beta, V), \quad (7)$$

oraz moment sił aerodynamicznych działający na samolot:

$$N_a = f(R, \alpha, \beta, V). \quad (8)$$

Znając pochodną prędkości kątovej odchylenia R można wyliczyć pochodną prędkości zakreту samolotu (w układzie związanym z powierzchnią Ziemi) ze wzoru:

$$\dot{\omega}_Z = \dot{R} \cos \Phi \cos^{-1} \Theta. \quad (9)$$

Pozostałe ruchy opisują równania kinematyczne pochodnych współrzędnych położenia na poziomej płaszczyźnie x_i i y_i :

$$\dot{x}_i = V_s \cos \Psi, \quad (10)$$

$$\dot{y}_i = V_s \sin \Psi. \quad (11)$$

oraz równanie pochodnej kąta odchylenia samolotu:

$$\dot{\Psi} = \omega_Z. \quad (12)$$

5. Prawa sterowania i ich współczynniki wzmocnień

Specyfika wykonania manewru antykolizyjnego powoduje konieczność postawienia wysokich wymagań odnośnie sposobu działania automatycznego sterowania. Układ taki powinien zapewniać w czasie manewru: krótki czas regulacji (szczególnie w czasie wejście w zakreт), małe przeregulowanie oraz niski poziom oscylacji. Analiza czasu trwania wymienionych faz manewru dla wybranych sytuacji została wcześniej omówiona [4, 5]. Zaproponowane automatyczne sterowanie lotem samolotu wykonującego manewr antykolizyjny działa w oparciu o prawa sterowania w czterech kanałach o następującej postaci [5]:

$$\delta_{HS} = K_{1\Theta}^H (\Theta_z - \Theta) + K_{1Q}^H (Q_z - Q) + K_{1W}^H (W_z - W) + K_{1z_1}^H (z_{1z} - z_1) + K_{1U}^H (U_z - U) \quad (13)$$

$$\delta_{VS} = K_{1\Phi}^V (\Phi_z - \Phi) + K_{1P}^V (P_z - P) + K_{1V}^V (V) + K_{1R}^V (R_z - R) \quad (14)$$

$$\delta_{LS} = K_{1\Phi}^L (\Phi_z - \Phi) + K_{1P}^L (P_z - P) + K_{1V}^L (V) + K_{1R}^L (R_z - R) \quad (15)$$

$$\delta_{TS} = K_{1\Theta}^T (\Theta_z - \Theta) + K_{1Q}^T (Q_z - Q) + K_{1W}^T (W_z - W) + K_{1z_1}^T (z_{1z} - z_1) + K_{1U}^T (U_z - U) \quad (16)$$

gdzie: $\mathbf{V}_0 = [U \ V \ W]$, $\mathbf{\Omega} = [P \ Q \ R]$ – składowe prędkości liniowej i kątovej, $[x_1 \ y_1 \ z_1]$, $\mathbf{\Lambda} = [\Phi \ \Theta \ \Psi]$ – położenie liniowe i kątovej samolotu $\mathbf{u} = [\delta_{HS} \ \delta_{VS} \ \delta_{LS} \ \delta_{TS}]$ – wektor sterowania (wychylenie powierzchni sterowych: ster wysokości, ster kierunku i lotki oraz manetki gazu).

Formuła ta, przy doborze właściwych współczynników wzmocnienia, zapewnia uzyskanie zakreту z zadanym kątem przechylenia, który odpowiada określonemu, w stanie ustalonym promieniowi zakreту. Wartości współczynników wzmocnienia (tabela 1) zostały wyliczone z uwzględnieniem wymienionych wcześniej kryteriów w tym możliwie szybkiej zmiany ruchu samolotu w czasie wejścia w zakreт. Do określenia wartości współczynników wzmocnienia zastosowano całkowity wskaźnik jakości [8, 12]:

$$J_s = \int_{t=0}^{t=t_K} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R}_1 \mathbf{u}) dt \quad (17)$$

gdzie elementy macierzy wagowych \mathbf{Q}_1 i \mathbf{R}_1 zostały dobrane eksperymentalnie na drodze symulacji cyfrowych ruchu matematycznego modelu samolotu [8, 12].

Zmienne stanu samolotu występujące w prawach sterowania z indeksem 'z' stanowią zadane wartości wyliczane w sposób pokazany w dalszej części pracy.

Tabela 1. Współczynniki wzmocnienia praw sterowania dla przyjętej prędkości lotu

Table 1. Gain factors of control laws for selected airplane velocity

$K_{1W}^H \left[\frac{^\circ s}{m} \right]$	$K_{1W}^H \left[\frac{^\circ s}{m} \right]$	$K_{1Q}^H \left[\frac{^\circ s}{rad} \right]$	$K_{1z1}^H \left[\frac{^\circ}{m} \right]$	$K_{1\theta}^H \left[\frac{^\circ}{rad} \right]$
0,4477	0,3579	9,8324	0,1032	-58,4015
$K_{1V}^V \left[\frac{^\circ s}{m} \right]$	$K_{1P}^V \left[\frac{^\circ s}{rad} \right]$	$K_{1R}^V \left[\frac{^\circ s}{rad} \right]$	$K_{1\Phi}^V \left[\frac{^\circ}{rad} \right]$	$K_{1\Psi}^V \left[\frac{^\circ}{rad} \right]$
2,1645	1,9199	-41,286	-0,9571	0,0
$K_{1V}^L \left[\frac{^\circ s}{m} \right]$	$K_{1P}^L \left[\frac{^\circ s}{rad} \right]$	$K_{1R}^L \left[\frac{^\circ s}{rad} \right]$	$K_{1\Phi}^L \left[\frac{^\circ}{rad} \right]$	$K_{1\Psi}^L \left[\frac{^\circ}{rad} \right]$
1,4796	6,2199	-16,125	120,594	0,0
$K_{1W}^T \left[\frac{^\circ s}{m} \right]$	$K_{1W}^T \left[\frac{^\circ s}{m} \right]$	$K_{1Q}^T \left[\frac{^\circ s}{rad} \right]$	$K_{1z1}^T \left[\frac{^\circ}{m} \right]$	$K_{1\theta}^T \left[\frac{^\circ}{rad} \right]$
452,1	23,5	-177,1	-3,9	-140,1

6. Zadane zmienne stanu dla wybranego manewru omijania przeszkód

Wykonanie lotu wzdłuż uzyskanej trajektorii wymaga wyliczenia zadanych zmiennych stanu samolotu. Dla danego scenariusza wyliczone zmienne opisujące optymalną trajektorię stanowią część zadanych zmiennych stanu samolotu (tabela 2) – są to m.in. najistotniejsze parametry, jak wartość bezwzględna kąta przechylenia Φ_z oraz kąta odchylenia Ψ_z opisujące sposób wykonania kolejnych zakrętów. Kąt pochylenia przyjęto jak dla warunków lotu ustalonego (na stałej wysokości) i ze stałą prędkością lotu. Dla zadanego kąta Φ_z można wyznaczyć zadaną prędkość kątową zakrętu wykorzystując następującą zależność:

$$\omega_z = \dot{\Psi}_z = g \operatorname{tg}(\Phi_z) / V_s \quad (18)$$

Otrzymana w ten sposób wartość ω_z umożliwia wyliczenie zadanych składowych prędkości kątowych w układzie samolotowym na podstawie zależności:

$$\begin{bmatrix} P_z \\ Q_z \\ R_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \Theta_z \\ 0 & \cos \Phi_z & \sin \Phi_z \cos \Theta_z \\ 0 & -\sin \Phi_z & \cos \Phi_z \cos \Theta_z \end{bmatrix} \quad (19)$$

Dla stałego modułu prędkości liniowej samolotu V_s zadane składowe prędkości liniowej wyliczono przy założeniu, że zakręt jest prawidłowy czyli wykonywany z zerową wartością kąta ślizgu $\beta = 0,0^\circ$, a kąt natarcia ma wartość jak dla warunków ustalonych. Uwzględniając podane kąty i podstawiając je do elementarnych zależności [10] opisujących składowe prędkości samolotu uzyskujemy trzy składowe prędkości liniowej w układzie związanym z samolotem: $\mathbf{V}_s = [U \ V \ W]$. Przedstawiony sposób obliczeń zadanych wartości zmiennych stanu samolotu pozwala (zgodnie z podanymi prawami sterowania (13)–(16)) wykonać automatycznie manewr omijania ruchomych przeszkód. Warunkiem uzyskania dobrego odwzorowania zadanej trajektorii w czasie automatycznie sterowanego lotu samolotu były

nie tylko odpowiednie wartości zadanych zmiennych stanu, ale odpowiednio wyliczony czas ich kolejnych zmian. Uzyskane czasy z obliczeń optymalnej trajektorii wykorzystujące liniowy model samolotu nie uwzględniają opóźnień wynikających z bezwładności rzeczywistego obiektu.

W związku z tym niezbędne jest wyliczenie odpowiedniego wyprzedzenia czasowego Δt zmiany zadanych zmiennych stanu w stosunku do czasów wynikających z optymalnej trajektorii. Obliczenia czasów t_1 do t_6 uzyskano (rys. 1) na drodze dwuetapowej optymalizacji, dla której funkcją celu jest osiągnięcie wybranych, zadanych parametrów trajektorii (20)–(25). Wartości początkowe do optymalizacji uzyskano z symulacji modelu uproszczonego (rys. 3). W wyniku pierwszej fazy optymalizacji z użyciem pełnego nieliniowego modelu samolotu (rys. 3) uzyskać można wartości czasów t_1 , t_2 i t_3 takie, że:

$$\text{dla } t = t_1 \quad \min |\Psi_s - \Psi_{sz0}|, \quad (20)$$

$$\text{dla } t = t_2 \quad \min |\Psi_s - \Psi_{sz1}|, \quad (21)$$

$$\text{dla } t = t_3 \quad \min |\Psi_s - \Psi_{sz2}| \wedge \min \left(\sqrt{(x_1 - x_{1ppr})^2 + (y_1 - y_{1ppr})^2} \right). \quad (22)$$

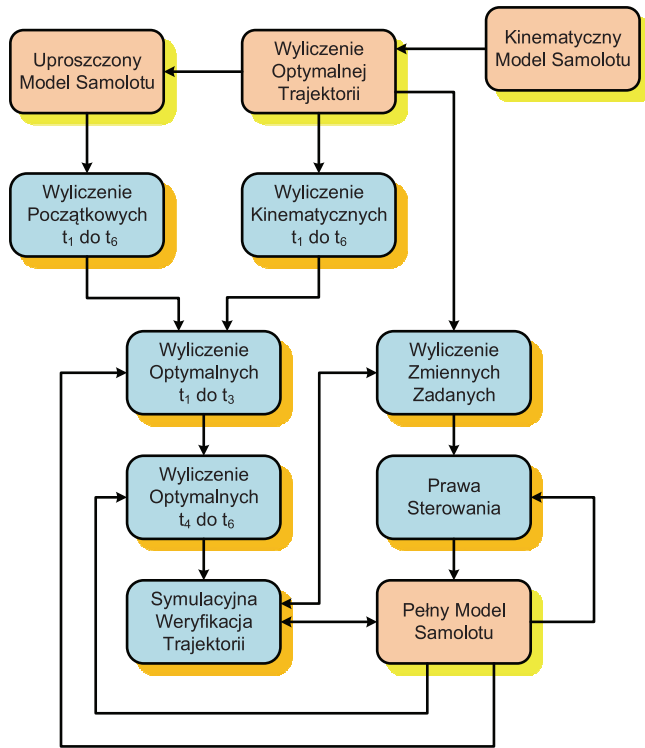
W drugiej fazie optymalizacji wyliczane są t_4 , t_5 i t_6 takie, że:

$$\text{dla } t = t_4 \quad \min |\Psi_s - \Psi_{sz3}| \wedge \min \left(\sqrt{(x_1 - x_{1kpr})^2 + (y_1 - y_{1kpr})^2} \right), \quad (23)$$

$$\text{dla } t = t_5 \quad \min |\Psi_s - \Psi_{sz4}|, \quad (24)$$

$$\text{dla } t = t_6 \quad \min |\Psi_s - \Psi_{sz5}| \wedge \min \left(\sqrt{(x_1 - x_{1wpr})^2 + (y_1 - y_{1wpr})^2} \right). \quad (25)$$

Przedstawiony w tym rozdziale sposób obliczeń zmiennych zadanych oraz czasów i zmian pozwala na realizację manewru omijania. Wcześniej należy wykonać weryfikację przebiegu tego manewru na drodze symulacji wykorzystując pełny matematyczny model samolotu (rys. 3).



Rys. 3. Schemat struktury wylczenia zmiennych dla automatycznego sterowania manewrem antykolizyjnym i weryfikacja uzyskanych wyników

Fig. 3. Scheme representing the computation process of automatic control for anti-collision manoeuvre and verification of obtained results

7. Obliczenia symulacyjne dla wybranego manewrów omijania ruchomych przeszkód – porównania dla różnych modeli

Wykorzystując procedurę optymalizacji trajektorii PSO wraz z opisanym wskaźnikiem jakości w publikacjach [3, 7, 9, 11] uzyskano zestaw czterech optymalizowanych parametrów o wartościach podanych w tabeli 2. Zamieszczono tam dane opisujące pięć ruchomych przeszkód przemieszczających się ze stałymi ale różniącymi się między sobą prędkościami z przedziału $< 50 \text{ m/s}, 180 \text{ m/s} >$ na stałej wysokości $H = 200 \text{ m}$. Wszystkie poruszały się ze stałymi ale różnymi kierunkami z przedziału $< -120^\circ, 140^\circ >$.

Tabela 2. Wybrane dane i wyniki optymalizacji dla przyjętego scenariusza
Table 2. Selected data and results of optimization for accepted scenario

Nr Przeszkody	1	2	3	4	5
Prędkość [m/s]	70.0	160	180	60	50
Kierunek ruchu [deg]	140	120	80	-60	-120
Min. odległość od przeszkody [m]	271,2	287,4	270,1	387,6	455,4
Max. kąt odchylenia [deg]	Długość części prostoliniowej [m]		Czas rozpoczęcia manewru [s]	Kąt przechylenia [deg]	Przyrost długości drogi [m]
88,33	355,4		3,22	41,7	573,6

Podane zostały minimalne odległości (tabela 2) między samolotem a poszczególnymi przeszkodami w trakcie wykonywania manewru antykolizyjnego. Biorąc pod uwagę przyjęte wcześniej założenie o najmniejszej wartości odległości od przeszkody wynoszącej 270 m w pokazanym obliczeniowym przykładzie udało się spełnić to założenie.

Najmniejsza minimalna odległość wystąpiła dla przeszkody nr 3 i była większa od założonej tylko o 0,1 m. Przebieg wylczonej optymalnej trajektorii omijania i trasy pięciu przeszkód przedstawiono na rys. 4.

Niezbędne symulacje przeprowadzono wykorzystując nieliniowy, matematyczny model dynamiki samolotu typu I-23 Manager opisany układem równań różniczkowych zwyczajnych [10, 12]. Rozwiązanie tych równań uzyskano wykorzystując procedurę biblioteczną MATLAB Rungego-Kutty czwartego rzędu z krokiem całkowania $dt = 0,01 \text{ s}$.

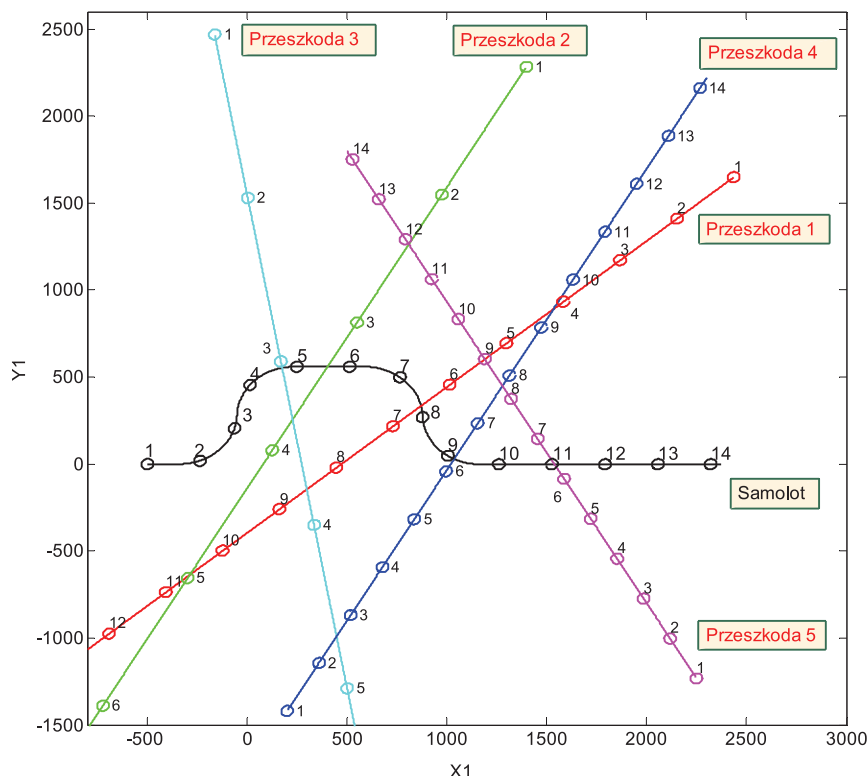
Do symulacji wybrano samolot typu I-23 Manager o masie $m = 1050 \text{ kg}$ i rozpiętości skrzydeł $b = 8,95 \text{ m}$. Obiekt poruszał się ze stałą prędkością $V_s = 50 \text{ m/s}$ na stałej wysokości równej $H = 200 \text{ m}$.

Wykorzystując przeprowadzoną w poprzednim rozdziale analizę, a w tym zależności (13) i (14) oraz informacje z wyników optymalizacji trajektorii omijania zawartą w Tab. 2 uzyskano następujące zadane wartości zmiennych stanu:

- Kąt odchylenia i przechylenia:
 - dla t_1 : $\Psi_{z1} = -88,33^\circ$, $\Phi_z = -41,7^\circ$;
 - dla t_2 : $\Psi_{z2} = 0^\circ$, $\Phi_{z2} = +41,7^\circ$;
 - dla t_3 : $\Psi_{z3} = 0^\circ$, $\Phi_{z3} = 0^\circ$;
 - dla t_4 : $\Psi_{z4} = +88,33^\circ$, $\Phi_{z4} = +41,7^\circ$;
 - dla t_5 : $\Psi_{z5} = 0^\circ$, $\Phi_{z5} = -41,7^\circ$;
 - dla t_6 : $\Psi_{z6} = 0^\circ$, $\Phi_{z6} = 0^\circ$.
- Kąt pochylenia (jak dla lotu w warunkach ustalonych) dla całego manewru: $\Theta_z = 3,42^\circ$.
- Na podstawie wzoru (13) otrzymano bezwzględną wartość prędkość zakrętu $\omega_z = 9,92^\circ/\text{s}$ wstawiając do zależności (14) mamy prędkości kątowe:
 - dla t_1 : $[P_z Q_z R_z] = [0 \ 0 \ -7,22]^\circ/\text{s}$;
 - dla t_2 : $[0 \ 0 \ 7,22]^\circ/\text{s}$;
 - dla t_3 : $[0 \ 0 \ 0]^\circ/\text{s}$;
 - dla t_4 : $[0 \ 0 \ 7,22]^\circ/\text{s}$;
 - dla t_5 : $[0 \ 0 \ -7,22]^\circ/\text{s}$;
 - dla t_6 : $[0 \ 0 \ 0]^\circ/\text{s}$.
- Prędkość liniowa i jej składowe dla całego manewru: $\mathbf{V}_s = [U \ V \ W] = [49,7 \ 0 \ 3,72] \text{ m/s}$ (jak dla warunków ustalonych kąt ślizgu $\beta = 0,0^\circ$ i kąt natarcia $\alpha = 3,42^\circ$):
- Stała wysokość lotu dla całego manewru: $H = 200 \text{ m}$.

Przeprowadzając optymalizację zgodnie z zależnościami (15) do (19) uzyskano wartości czasów t_1 do t_6 zamieszczone w tabeli 3, w której zamieszczono również czasy otrzymane z optymalizacji trajektorii.

W dalszej części pracy zamieszczono wyniki z obliczeń symulacyjnych porównujących między innymi wybrane zmienne stanu



Rys. 4. Optimalna trajektoria manewru omijania i trajektorie przeszkód
 Fig. 4. Optimal trajectory of the anti-collision manoeuvre and obstacles trajectory

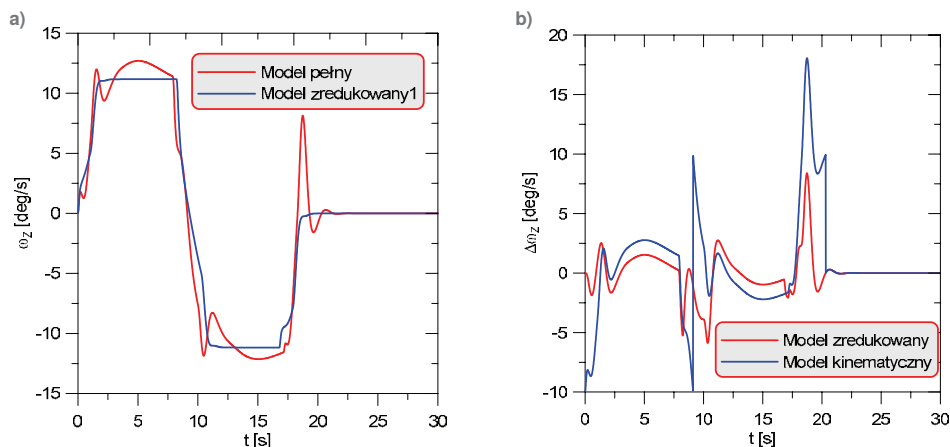
Tabela 3. Wyliczone czasy zmiany zadanych zmiennych stanu
 Table 3. Calculated time of the variation of desired state variable

Czasy rozpoczęcia faz manewru	t_1 [s]	t_2 [s]	t_3 [s]	t_4 [s]	t_5 [s]	t_6 [s]
Uzyskane z optymalizacji trasy	3,22	12,12	21,02	28,12	37,02	45,92
Uzyskane z optymalizacji czasu	2,34	11,04	19,41	26,01	35,22	43,34

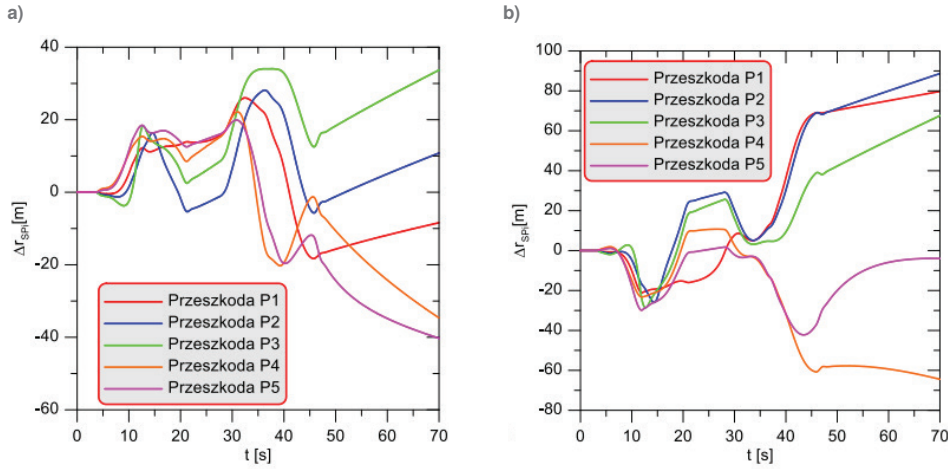
uzyskane z symulacji komputerowej omijania wspomnianych przeszkód dla różnych uproszczeń matematycznego modelu samolotu. Na rys. 5a przedstawiono przebieg prędkości kątowej z jaką samolot wykonuje dwa pierwsze zakręty podczas realizacji manewru antykolizyjnego.

Na przykładzie tej istotnej zmiennej dla wspomnianego manewru porównano zachowanie się pełnego matematycz-

nego modelu samolotu i modelu uproszczonego. Różnice prędkości zakrętu między modelem pełnym a zredukowanym i kinematycznym zawarto na rys. 5b. Konsekwencjami tych różnic są rozbieżności przebiegu fragmentu trajektorii lotu przedstawionego na rys. 7a. Wykonywany manewr ma na celu zachowanie odpowiednich odległości między samolotem a przeszkodami r_{SPR} . Przebiegi tych odległości uzyskane

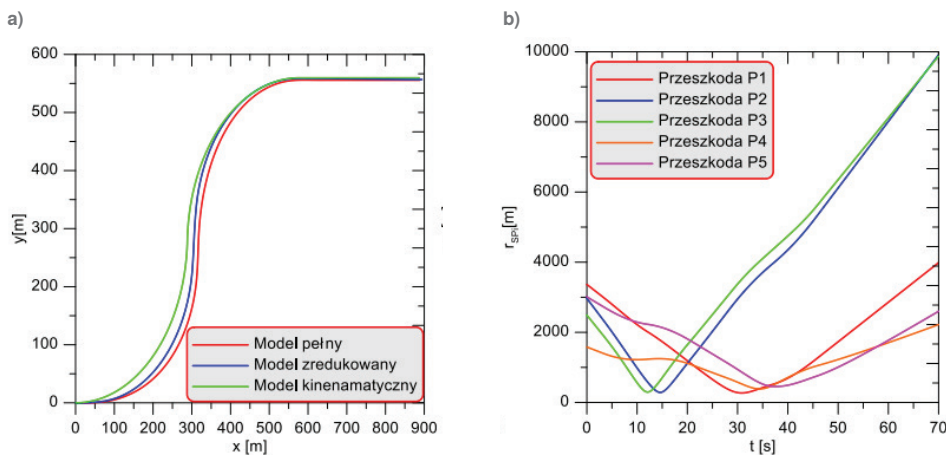


Rys. 5. Prędkości zakrętów i ich różnice w czasie manewru antykolizyjnego dla różnych uproszczeń matematycznego modelu
 Fig. 5. Velocities during turns and its differences in anti-collision manoeuvres for some variety of mathematical model simplifications



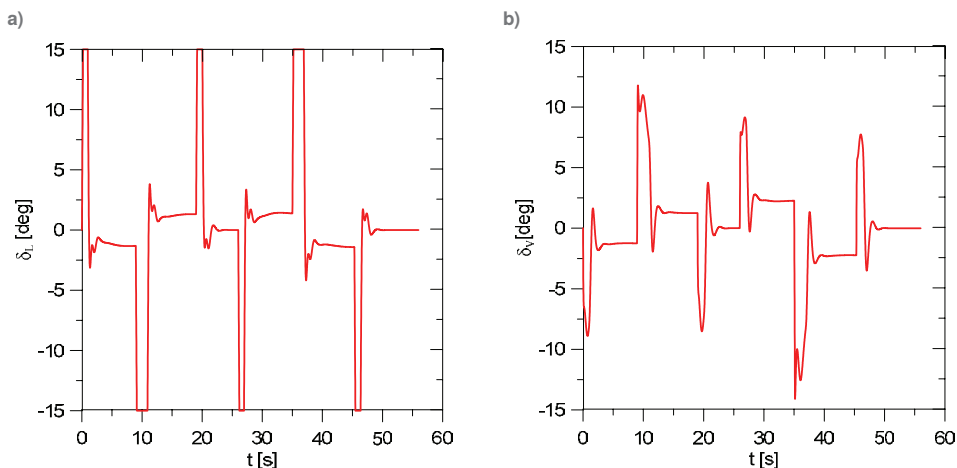
Rys. 6. Różnice odległości między samolotem a przeszkodami dla różnych uproszczeń matematycznego modelu

Fig. 6. Differences of aircraft to obstacle distance for some variety of mathematical model simplifications



Rys. 7. Początkowy fragment trajektorii manewru antykolizyjnego dla różnych matematycznych modeli (a) oraz odległości samolotu od przeszkód – pełny model (b)

Fig. 7 a) Initial fragment of anti-collision trajectory for varied mathematical model, b) distance between airplane and obstacles – complete model



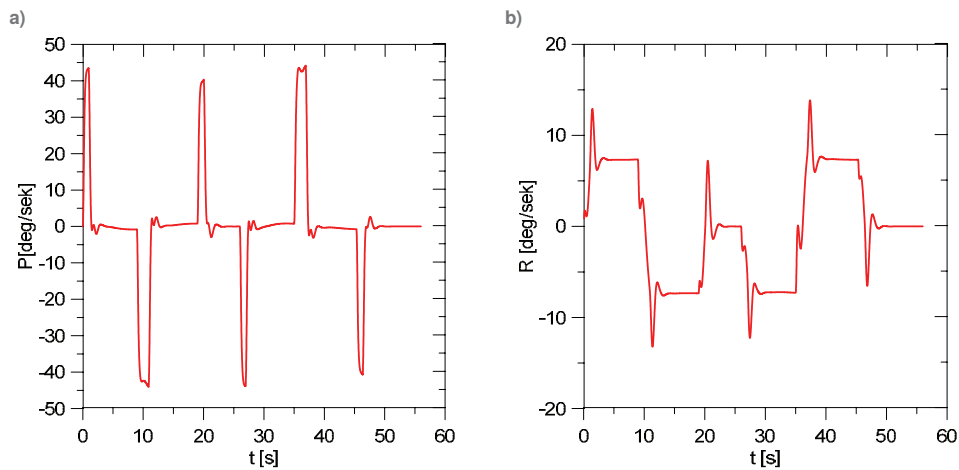
Rys. 8. Położenie kątowne lotek i steru kierunku uzyskane z weryfikacji trajektorii

Fig. 8. Ailerons and ruder deflections obtained from trajectory verification

dla pełnego matematycznego modelu zamieszczono na rys. 7b. Uproszczenia modelu matematycznego zredukowanego skutkowały w stosunku do modelu pełnego różnicami odległości samolotu i przeszkód pokazanymi na rys. 6a. Z kolei uproszczenia modelu kinematycznego przejawiają się wspomnianymi rozbieżnościami zilustrowanymi na rys. 6b. W tym drugim przypadku największa różnica osiągała wartości 85 m, a w pierw-

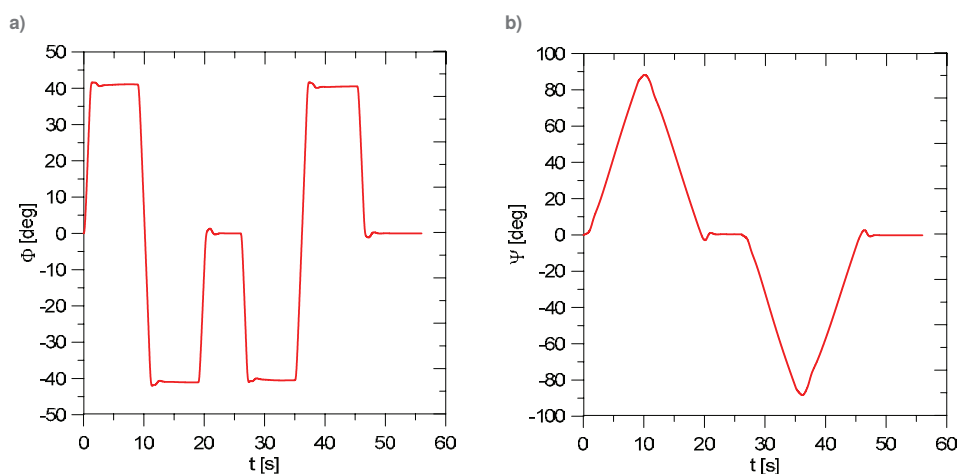
szym 40 m. Dla większości przeszkód minimalne odległości samolotu od przeszkód wystąpiły w przedziale $< 18 \text{ s}, 20 \text{ s} >$. Weryfikacja wykonalności manewru antykolizyjnego została przeprowadzona na drodze symulacji z wykorzystaniem pełnego nieliniowego modelu.

Uzyskane wyniki pokazano na przykładzie wybranych zmiennych stanu i sterowania (rys. 8, 9 i 10). Prędkości kątowe prze-



Rys. 9. Prędkość kątowna przechylenia i odchylenia samolotu uzyskane z weryfikacji trajektorii

Fig. 9. Roll and yaw angular velocity of airplane obtained from verification trajectory



Rys. 10. Kąt przechylenia i odchylenia samolotu uzyskane z weryfikacji trajektorii

Fig. 10. Roll and yaw angular of airplane obtained from verification trajectory

chylania i odchylenia występujące w symulowanym locie samolotu prezentują wykresy na rys. 9. W zmianach tych prędkości występują przeregulowanie na poziomie do $4^\circ/\text{s}$. Podobnemu zjawisku ulegał kąt przechylenia samolotu (do 3°) pokazany na rys. 10a. Ze względów na bezpieczeństwo lotu starano się utrzymywać wartości tego kąta na poziomie zapewniającym stabilność ruchu samolotu. W związku z tym kąt przechylenia podczas manewru antykolizyjnego nie przekraczał poziomu 45° . Sposób zmian kąta odchylenia samolotu dla weryfikowanego manewru ilustruje wykres na rys. 10b. Na wykresach (rys. 8) zamieszczono zmiany kątów położenia lotek i steru kierunku. Maksymalne kąty położenia lotek osiągają wartość 15° , co stanowi ich graniczne wartości wychylenia dla przyjętego typu samolotu.

8. Wnioski

Przedstawiony materiał i wyniki symulacji numerycznych z użyciem różnych modeli matematycznych samolotu w procesie przygotowania i weryfikacji manewru omijania ruchomych przeszkód pozwala na sformułowanie następujących wniosków:

Wprowadzane uproszczenia w matematycznym modelu samolotu wpływały na przebiegi wybranych jego zmiennych stanu, które uzyskiwano z komputerowych symulacji.

Uproszczenia modeli wykorzystanych do optymalizacji manewru antykolizyjnego mogą skutkować dużymi różnicami minimalnych odległości samolotu od przeszkód co obniża poziom bezpieczeństwa lotu.

Zastosowanie modeli o różnym stopniu uproszczenia dla odpowiednich etapów przygotowania manewru antykolizyjnego pozwala na zachowanie kompromisu między długotrwałością obliczeń a możliwością uzyskania założonego poziomu bezpieczeństwa.

Potwierdzenie słuszności przedstawionej metody wymaga wykonania dalszych badań dla szeregu różnych czynników związanych z dynamiką lotu i sprawdzenia jej dla różnych scenariuszy i konfiguracji występujących przeszkód.

Bibliografia

1. Graffstein J., *Functioning of air anti-collision system during test flight*, "Aviation", Vol. 18, No. 1, 2014, 44–51, DOI: 10.3846/16487788.2014.865945.
2. Graffstein J., *Manewry wykonywane przez samolot podczas omijania ruchomej przeszkody dla wybranych scenariuszy*. "Pomiary Automatyka Robotyka", R. 19, Nr 2, 2015, 19–24, DOI: 10.14313/PAR_216/19.
3. Graffstein J., *Sposób wyboru optymalnej trajektorii lotu manewru antykolizyjnego realizowanego w otoczeniu rucho-*

- mych przeszkod. „Pomiary Automatyka Robotyka”, R. 22, Nr 4, 2018, 5–11, DOI: 10.14313/PAR_230/5.
4. Graffstein J., *Selected aspects of automatic maneuver control to avoid moving obstacles resulting from the simulation analysis of the course of aircraft movement*, Advances in Intelligent Systems and Computing, “Challenges in Automation, Robotics and Measurement Techniques”, Vol. 440, 2016, 127–139, DOI: 10.1007/978-3-319-29357-8_12.
 5. Graffstein J., *Symulacja przebiegu automatycznie sterowanego manewru omijania ruchomej przeszkody w warunkach podejścia do lądowania*, „Mechanika w Lotnictwie”, PTM-TiS, 2016, 113–125.
 6. Lin C.E., Wu Y.-Y., *Collision avoidance solution for low-altitude flights*, “Journal Aerospace Engineering”, Vol. 225, No 7, 2011, 779–790, DOI: 10.1177/0954410011399211.
 7. Lin Z., Castano L., Mortimer E., Xu H., *Fast 3D collision avoidance algorithm for fixed wing UAS*, “Journal of Intelligent and Robotic Systems”, Vol. 97, 2019, 577–604, DOI: 10.1007/s10846-019-01037-7.
 8. Nelson R.C., *Flight Stability and Automatic Control*, McGraw-Hill Book Company, New York 1997.
 9. Paielli R.A., *Modeling maneuver dynamics in air traffic conflict resolution*, “Journal of Guidance, Control, and Dynamics”, Vol. 26, No. 3, 2003, 407–415, DOI: 10.2514/2.5078.
 10. Phillips W.F., *Mechanics of Flight*, John Willey & Sons, Inc, New Jersey 2010.
 11. Pal N.S., Sharma S., *Robot path planning using swarm intelligence: A Survey*, “International Journal of Computer Applications”, Vol. 83, No. 12, 2013, 5–12, DOI: 10.5120/14498-2274.
 12. Stevens B.L., Levis F.L., *Aircraft Control and Simulation*. J. Wiley & Sons, Inc., 2016.

Making Use of Mathematical Models for Preparation and Verification of Automatically Controlled, Manoeuvres Carried Out to Avoid Moving Obstacles

Abstract: A relevant identification of significant factors affecting the process of anti collision manoeuvre computation in case of moving obstacles, is necessary for getting results reliable enough and describing a proposed trajectory of such a manoeuvre as well as its realisation. The requirement for the appropriate separation, the airplane to obstacle distance, is treated as the relevant index for verification of the course of passing by manoeuvre. Subject matter of this work is the appropriate selection of mathematical models for the subsequent phases of preparation of flight trajectory passing by the obstacles. The impact of selected simplifications of mathematical model on the shape of flight trajectory and the distance between the airplane and obstacles have been studied. Considerations have been illustrated by the results of selected computer simulations of an airplane while carrying out an obstacle avoiding manoeuvre.

Keywords: collision avoidance, flight dynamics, automatic flight control, computer flight simulation

dr inż. Jerzy Graffstein

jerzy.graffstein@ilot.edu.pl

ORCID: 0000-0002-9329-8648

Adiunkt w pionie Centrum Technologii Kosmicznych Instytutu Lotnictwa. Jego zainteresowania naukowe obejmują zagadnienia modelowania dynamiki ruchu obiektów latających, automatyczne sterowania lotem wzdłuż zadanej trajektorii, oraz zagadnienia autonomicznych systemów antykolidyjnych w zastosowaniach lotniczych.

