

## Application of an active damper with piezoelectric elements to reduce vibrations of a system with seismic excitation

# Zastosowanie aktywnego tłumika z elementami piezoelektrycznymi do redukcji drgań układu z wymuszeniem sejsmicznym



DOI: 10.15199/62.2024.12.30

An anal. of a 2-degree-of-freedom mech. system contg. an elastic-plastic model of a single-storey building connected to a math. pendulum equipped with a viscous damper with a variable damping coeff. was carried out. It was proposed to use a damper on the pendulum axis, which works in a rotational mode and has the ability to adjust the level of energy dissipation. The energy dissipation coeff. can be adjusted using active elements made of the piezoelectric material PZT.

**Keywords:** active damping, vibration reduction, seismic excitation, piezoelectrics

W pracy przedstawiono analizę układu mechanicznego o dwóch stopniach swobody, zawierającego sprężysto-plastyczny model budynku z pojedynczą kondygnacją połączoną z wahadłem matematycznym wyposażonym w tłumik wiskotyczny o zmiennym współczynniku tłumienia. Tego typu rozwiązania wykazują cechy naturalnych eliminatorów drgań, ale ich skuteczność ogranicza się do wąskiego zakresu częstości zaburzenia sejsmicznego. Aby poprawić ten stan rzeczy, zaproponowano użycie tłumika na osi wahadła, który działa w trybie rotacyjnym i wykazuje możliwość regulacji poziomu dyssypacji energii. Regulację współczynnika rozproszenia energii umożliwia wykorzystanie elementów aktywnych wykonanych z materiału piezoelektrycznego PZT.

**Słowa kluczowe:** aktywne tłumienie, redukcja drgań, wymuszenie sejsmiczne, piezoelektryki

Ostatnie dekady obfitowały w stosowanie materiałów piezoelektrycznych do stabilizacji i zmniejszania drgań układów mechanicznych. Liczne przykłady ich użycia, zwłaszcza w układach belkowych i powierzchniowych do aktywnego tłumienia drgań poprzecznych struktur, znalazły swój obszerny opis w literaturze. Sukces piezoelektrycznych elementów, szczególnie ich przedstawiciele na rynku w postaci polimerów PVDF (polifluorek winylidenu) i ceramiki PZT (cyrkonian-tytaniań ołowiu), wynika z ich niskiej ceny, łatwej dostępności, wysokiej niezawodności i doskonałych właściwości dynamicznych. Czas potrzebny na reakcję elementów piezoelektrycznych jest znikomy w porównaniu z okresami

drgań obserwowanymi w typowych układach mechanicznych. Wreszcie, są sterowane napięciem, być może najłatwiejszym sygnałem do wygenerowania i przekształcenia przez elektroniczne systemy sterujące. Jest wiele prac podejmujących problem aktywnego tłumienia drgań w jednowymiarowych i powierzchniowych układach ciągłych<sup>1, 2)</sup>. Tylikowski<sup>3)</sup> analizował sprawność elementów piezoelektrycznych w zapobieganiu drganiom flatterowym paneli poddanych opływowi powietrza.

Współczesna literatura koncentruje się na doniesieniach o nieustannych badaniach materiałowych elementów piezoelektrycznych celujących w poprawę ich właściwości chemoelektromechanicznych. Zhong i współprac.<sup>4)</sup> opisali wpływ zastosowania dodatków pierwiastków ziem rzadkich na mikrostrukturę i właściwości dielektryczne piezoceramiki  $0,67 \text{Pb}(\text{Mg}_{1/3}\text{Nb}_{2/3})\text{O}_3-0,33 \text{PbTiO}_3$ . Li i współprac.<sup>5)</sup> zbadali strukturę fazową i właściwości elektryczne piezoceramiki  $x\text{PZN}-(1-x)\text{PZT}$  w pobliżu granicy faz tetragonalnej i romboedrycznej, w której udało się podnieść temperaturę Curie do  $325^\circ\text{C}$  i stałą sprzężenia elektromechanicznego dla efektu wzdluznego ( $d_{33}$ ) do wartości  $658 \text{ pm/V}$ . W pracy Guo i współprac.<sup>6)</sup> zaprezentowano paradygmat projektowania wysokowydajnej ceramiki piezoelektrycznej o wysokiej stabilności termicznej dzięki połączeniu morfotropowej granicy faz i lokalnej niejednorodności strukturalnej. Uzyskano stabilne parametry ferroceramiki ( $d_{33} = 950 \text{ pm/V}$ ) do temp.  $T_c = 293^\circ\text{C}$ .



Prof. dr hab. inż. Piotr PRZYBYŁOWICZ (ORCID: 0000-0001-6868-3731) w roku 1995 uzyskał stopień doktora, a w 2002 r. stopień doktora habilitowanego nauk technicznych na Wydziale Samochodów i Maszyn Roboczych Politechniki Warszawskiej. W 2021 r. otrzymał tytuł profesora. Jest profesorem uczelni w Instytucie Podstaw Budowy Maszyn i dziekanem WSIMR PW. Specjalność – metody aktywne tłumienia i stabilizacji.

**\* Adres do korespondencji:**

Instytut Podstaw Budowy Maszyn, Wydział Samochodów i Maszyn Roboczych, Politechnika Warszawska, ul. Narbutta 84, 02-524 Warszawa, tel.: (22) 234-84-30, e-mail: piotr.przybylowicz@pw.edu.pl

Celem badań było wykazanie możliwości zastosowania materiału piezoceramicznego jako elementu konstrukcyjnego tłumika wiskotycznego pozwalającego na rozszerzenie zakresu skutecznego rozpraszania energii wahadła matematycznego, którego celem jest dynamiczna eliminacja drgań platformy podanej poziomemu wymuszeniu harmonicznemu. Wykazano, że piezoceramiczny półaktywny tłumik zyskuje cechy adaptacyjne i wydajniej ogranicza amplitudę drań w szerszym przedziale częstości wymuszenia niż tłumik pasywny.

## Część doświadczalna

### Część mechaniczna

Przedmiotem badań był jednokondygnacyjny budynek, którego strop o masie  $M$  jest wsparty na ścianach nośnych modelowanych jako belki wspornikowe (rys. 1a). Budynek jest wyposażony w dynamiczny eliminator drgań w postaci wahadła matematycznego zamocowanego na platformie stropu, a samo zamocowanie ma tłumik wiskotyczny umożliwiający rozpraszanie energii drgań wymuszanych poziomym ruchem gruntu (harmonicznym przemieszczeniem typowym dla obserwowanych aktywności sejsmicznych). Wymuszenie może mieć zróżnicowaną częstość oscylacji oraz amplitudy. Z założenia wiskotyczny tłumik zawiera elementy konstrukcyjne pozwalające w pewnym zakresie zmieniać wartość tłumienia tak, aby możliwie najefektywniej dopasowywać się do parametrów wymuszenia i zredukować wypadkową amplitudę oscylacji stropu. Na rys. 1b przedstawiono model dynamiczny analizowanego układu, w którym sztywność i tłumienie wewnętrzne ścian nośnych zredukowano do prostego elementu elastoplastycznego Kelvina i Voigta.

### Część piezoelektryczna

Ideę konstrukcji eliminatora drgań z tłumieniem adaptacyjnym przedstawiono na rys. 2. Tłumienie realizowane jest poprzez lepkość oleju wytwarzającą siłę oporu pomiędzy dwoma cylindrami poruszającymi się względem siebie. Zewnętrzny cylinder jest zintegrowany z obudową urządzenia i ma precyzyjnie oszlifowaną powierzchnię wewnętrzną. Wewnętrzny cylinder obraca się podczas oscylacji wahadła. Jego powierzchnię tworzy zestaw dociskanych do siebie pierścieni piezoelektrycznych oddzielonych elementami izolacyjnymi, które dodatkowo wzmacniają kruche elementy ceramiki PZT. Należy pamiętać, że pierścienie muszą być bardzo cienkie, aby elektrody mogły być umieszczone bardzo blisko siebie, a co za tym idzie, pole elektryczne możliwie duże. Wydłużenie promieniowe pierścieni PZT jest proporcjonalne do wielkości pola elektrycznego. Liczba pierścieni powinna być na tyle duża, aby powstał cylinder o znacznej długości. Przestrzeń pomiędzy piezoelementami a obudową eliminatora wypełniona jest olejem o lepkości bezwzględnej  $\gamma$ .

Komora olejowa jest zamknięta uszczelką czołową (rys. 2). Szczelina olejowa pomiędzy cylindrami ma nominalną wielkość  $g_{\text{nom}}$ , czyli przy braku napięcia. Przyłożenie pola elektrycznego w kierunku przeciwnym do naturalnej pola-

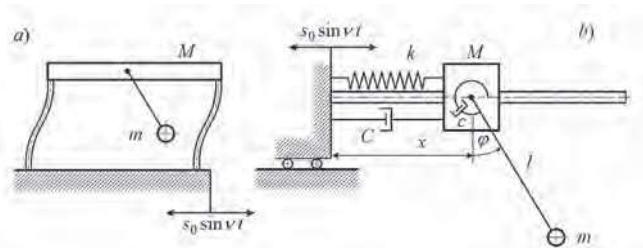


Fig. 1. One-storey platform under seismic excitation

Rys. 1. Platforma jednokondygnacyjna przy wymuszeniu sejsmicznym

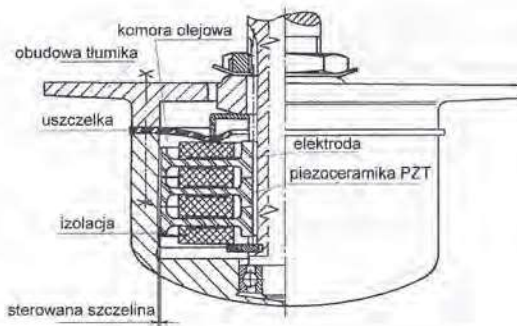


Fig. 2. A scheme of a rotational viscous damper equipped with piezoelectric components

Rys. 2. Budowa obrotowego tłumika wiskotycznego wyposażonego w elementy piezoelektryczne

ryzacji materiału PZT powoduje wydłużenie piezoelementu (rys. 3). W ten sposób szczelina olejowa się zacieśni. Jeżeli wymiar szczeliny nominalnej jest wystarczająco mały, wówczas stosuje się pole elektryczne rzędu  $10^6$  V/m, które zmienia stałą tłumienia w stopniu znaczącym. Oszacowanie tej zmiany wymaga skoncentrowania się na równaniach konstytutywnych materiałów piezoelektrycznych opisanych zależnością (1)<sup>2)</sup>:

$$\varepsilon_{ij} = s_{ijkl}^{(E)} \sigma_{kl} + d_{ijk} E_k, \quad D_i = d_{ijk} \sigma_{jk} + \varepsilon_{ij}^{(\sigma)} E_j \quad (1)$$

w której  $\varepsilon_{ij}$  i  $D_i$  oznaczają odkształcenie i przesunięcie dielektryczne,  $\sigma_{jk}$  i  $E_j$  składowe tensora naprężenia i wektora pola elektrycznego, współczynniki – elementy tensora sprężystości piezoceramiki przy stałym polu  $E$ , a  $d_{ijk}$  oraz wielkości określające liniową część tensora sprzężenia elektromechanicznego oraz składowe przenikalności elektrycznej PZT przy stałym naprężeniu  $\sigma$ . Ze względu na symetryczność tensorów odkształcenia i naprężenia  $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$ ,  $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ , tensor trzeciego rzędu  $d_{ijk}$  jest także symetryczny, co pozwala na uproszczenie równań konstytutywnych do zapisu dwuwskaznikowego poprzez zastąpienie:  $ii \rightarrow i$  oraz  $23(32) \rightarrow 4$ ,  $13(31) \rightarrow 5$ ,  $12(21) \rightarrow 6$ .

Wartość zmiany długości promienia cylindrycznego elementu z piezoceramiki PZT przedstawiono równaniem (2):

$$\Delta r = \varepsilon r = d_{13} E_3 r = d_{13} \frac{V_3}{h_3} r = d_{13} \frac{U}{h_3} r = \alpha l l \quad (2)$$

Zakładając laminarny przepływ oleju w szczelinie, otrzymuje się wyrażenie na wartość współczynnika tłumienia<sup>7)</sup> w tłumiku pracującym w trybie obrotowym (3) (rys. 4):

$$c = \frac{\pi \mu D^3}{32} \left( \frac{bl}{g_t} + \frac{D}{g_f} \right) \quad (3)$$



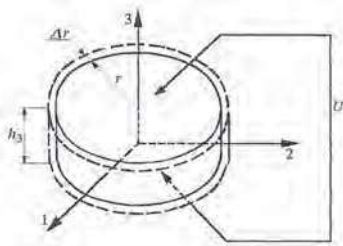


Fig. 3. Radial elongation of a circular PZT element under a transversely applied electric field

Rys. 3. Promieniowe wydłużenie kołowego elementu PZT pod wpływem poprzecznego pola elektrycznego

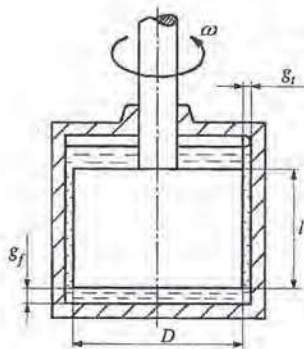


Fig. 4. Rotational viscotic damper (most important dimensions)

Rys. 4. Obrótowy tłumik wiskotyczny (najważniejsze wymiary)

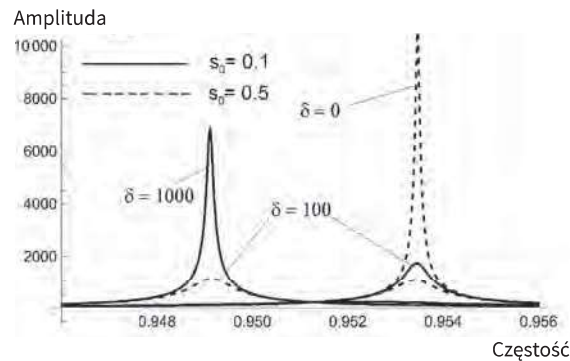


Fig. 5. Resonance curves in function of amplitude and frequency of seismic excitation

Rys. 5. Krzywe rezonansowe w funkcji amplitudy i częstości wymuszenia sejsmicznego

Pomijając efekt szczeliny czołowej (zbyt duża dla efektu piezoelektrycznego) otrzymuje się zależność (4):

$$c = \frac{\pi \mu D^3 l}{4 g_f} \quad (4)$$

Ponieważ szczelina liniowo zależy od przyłożonego napięcia, to ostatecznie wyrażenie to opisuje zależność (5):

$$c = \frac{\pi \mu D^3 l}{4(g_{tnom} - \Delta r)}, \text{ czyli } c(U) = \frac{\pi \mu D^3 l}{4(g_{tnom} - \alpha U)} \quad (5)$$

## Analiza dynamiki układu

Równania dynamiki układu przedstawionego na rys. 1b wprowadzono za pomocą metody Lagrange'a (6) i (7):

$$(M + m)\ddot{x} + C\dot{x} + ml(\ddot{\varphi} \cos \varphi - \dot{\varphi}^2 \sin \varphi) + kx = k s_0 \sin vt \quad (6)$$

$$\ddot{x} \cos \varphi + l\ddot{\varphi} + \frac{r}{ml}\dot{\varphi} + g \sin \varphi = 0 \quad (7)$$

Wprowadzając oznaczenia:  $\frac{m}{M} = \mu$ ,  $\frac{k}{M} = \omega_0^2$ ,  $\sigma = \frac{s_0}{l}$  i  $\delta = \frac{c}{ml}$ , otrzymano zlinearyzowane równania ruchu (8):

$$\begin{cases} (1 + \mu)\ddot{x} + \frac{\mu}{\sigma}\dot{\varphi} + x = \sin vt \\ \ddot{x} + \frac{1}{\sigma}\dot{\varphi} + \delta\dot{\varphi} + g\varphi = 0 \end{cases} \quad (8)$$

Przewidując rozwiązanie ustalone w postaci zespolonej (9):

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ \varphi(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{A}_x \\ \tilde{A}_\varphi \end{bmatrix} e^{ivt} \quad (9)$$

uzyskano równanie macierzowe (10):

$$\begin{bmatrix} -(1 + \mu)v^2 + 1 & -\frac{\mu v^2}{\sigma} \\ -v^2 & -\frac{v^2}{\sigma} + g + i v \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{A}_x \\ \tilde{A}_\varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

którego rozwiązaniem jest m.in. amplituda (zespolona) drgań poziomych platformy  $M$  wyrażona równaniem (11):

$$\tilde{A}_x = \frac{-v^2 + g\sigma + i\delta v\sigma}{v^4 + g\sigma + i\delta v\sigma - i\delta(1 + \mu)v^3\sigma - v^2(1 + g(1 + \mu)\sigma)} \quad (11)$$

oraz jej faktyczna wartość w dziedzinie liczb rzeczywistych  $A_x = |\tilde{A}_x|$  określona wyrażeniem (12):

$$\frac{\sqrt{\delta^2 \mu^2 v^{10} \sigma^2 + (\delta v \sigma)^2 (1 - v^2 (1 + \mu)) + (g\sigma - v^2)(v^4 + g\sigma - v^2(1 + g(1 + \mu)\sigma))}}{(\delta v \sigma - \delta(1 + \mu)v^3\sigma)^2 + (v^4 + g\sigma - v^2(1 + g(1 + \mu)\sigma))^2} \quad (12)$$

Przykładowe charakterystyki rezonansowe układu przy różnych wartościach amplitudy wymuszenia w funkcji częstości wymuszenia przedstawiono na rys. 5. Na wykresie obserwo-

wane jest typowe dla dynamicznej eliminacji drgań „rozdwojenie” rezonansu, zbyt mała wartość tłumienia zamocowania wahadła nie daje efektu pochłaniania energii, natomiast zbyt duża jego wartość blokuje wahadło ze stropem i likwiduje dodatkowy stopień swobody, generując nowy układ o większej bezwładności i innej (mniejszej) częstości rezonansowej. Dla każdej pary liczb  $i$  istnieje wartość optymalnego tłumienia  $\delta$ , dla którego amplituda drgań układu jest możliwie najmniejsza.

## Podsumowanie

Przedstawiono model jednokondygnacyjnego budynku poddanego stycznej, poziomej, harmonicznnej aktywności sejsmicznej. Model wyposażono w dynamiczny eliminator drgań w postaci wahadła matematycznego zamocowanego za pomocą tłumika o zmiennej możliwości rozpraszania energii. Adaptacyjność eliminatora uzyskano poprzez zastosowanie elementów piezoelektrycznych, które są w stanie zmieniać swoje gabaryty pod wpływem pola elektrycznego. Dobrze znane zachowanie pasywnych eliminatorów drgań można jakościowo zmienić, stosując eliminator, który jest w stanie wypracować pośrednie współczynniki tłumienia pomiędzy  $c_{min}$  i  $c_{max}$  oraz dostosować je do aktualnej częstotliwości wzbudzenia. W badanym modelu bezwymiarowa wartość optymalnego tłumienia waha się w okolicy  $\delta = 100 \pm (-8 - 15\%)$ , co jest osiągalne dla wskazanej w pracy metody, należy jednak przyznać, że w mocno ograniczonym zakresie i dla bardzo lekkich konstrukcji. W budynkach wysokich i ciężkich skutecznym rozwiązaniem może być zastosowanie podobnych eliminatorów wahadłowych, ale nie o zmiennym tłumieniu, a raczej zmiennej długości.

Otrzymano: 15-10-2024

Zrecenzowano: 20-11-2024

Zaakceptowano: 29-11-2024

Opublikowano: 20-12-2024

## LITERATURA

- [1] E.F. Crawley, J. de Luis, *Am. Inst. Aeronaut. Astronaut. J.* 1987, **25**, 1373.
- [2] D. Damjanović, R.E. Newnham, *J. Intell. Mater. Struct. Syst.* 1992, **3**, nr 4, 190.
- [3] A. Tylikowski, *Fortschrift Berichte VDI* 1997, **11**, nr 244, 225.
- [4] N. Zhong, P.-H. Xiang, D.-Z. Sun, X.-L. Dong, *Mater. Sci. Eng. B* 2005, **116**, nr 2, 140.
- [5] H.-L. Li, Y. Zhang, J.-J. Zhou, X.-W. Zhang, H. Liu, J.-Z. Fang, *Ceramics Int.* 2015, **41**, nr 3, 4822.
- [6] Q. Guo, F. Li, F. Xia, P. Wang, X. Gao, H. Liu, H. Sun, S. Zhang, *J. Materiomics* 2021, **7**, nr 4, 683.
- [7] S.S. Rao, *Mechanical vibrations*, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., USA 1990.