



MARIUSZ JACZEWSKI

mariusz.jaczewski@wilis.pg.gda.pl



JÓZEF JUDYCKI

jozef.judycki@wilis.pg.gda.pl



PIOTR JASKUŁA

piotr.jaskula@wilis.pg.gda.pl

Politechnika Gdańska

Lepkosprężyste modelowanie mieszanek mineralno-asfaltowych przy długim czasie obciążenia za pomocą krzywych wiodących i jego ograniczenia

Mieszanki mineralno-asfaltowe są materiałem, w którym zależność między naprężeniem i odkształceniem zależy od bardzo wielu czynników: temperatury, czasu obciążenia, rodzaju i poziomu obciążenia, składu i poziomu zagęszczenia badanej mieszanki, kształtu i smukłości badanej próbki, schematu badanej próbki itd. Z tego powodu trudno jest wyznaczyć jeden model opisu parametrów. W piśmiennictwie [8], [13], przyjmuje się podział modeli na trzy lub cztery podgrupy. W praktyce podział można sprowadzić do dwóch grup:

- modele reologiczne typu mechanicznego, opisujące mieszanki mineralno-asfaltowe poprzez kombinacje elementów sprężystych, lepkich oraz plastycznych,
- modele uogólnione (ang. *generalized models*), opisujące mieszanki mineralno-asfaltowe za pomocą: modułu sprężystości lub sztywności, modułu zespolonego (E_1 i E_2 lub E^* i φ), funkcji całkowych: podatności pełzania lub modułu relaksacji, w funkcji czasu obciążenia i temperatury.

Zagadnieniem przedstawionym w artykule, jest wykorzystanie jednego z modeli uogólnionych – krzywych wiodących – do opisu zachowania się mieszanek mineralno-asfaltowych. Ten stosunkowo prosty model na podstawie wyników badań laboratoryjnych pozwala przedstawić zachowanie materiału w całym zakresie temperatury i czasu bądź częstotliwości obciążenia.

Przy czym należy pamiętać, że stosowanie krzywych, tak jak i innych modeli materiałów bitumicznych, wiąże się z ograniczeniami, przy których modele dają wyniki prawidłowe. Większość z modeli zakłada, że badane materiały są „termoreologicznie proste” i pracują w zakresie liniowej lepkości sprężystości.

Przy czym należy pamiętać, że stosowanie krzywych, tak jak i innych modeli materiałów bitumicznych, wiąże się z ograniczeniami, przy których modele dają wyniki prawidłowe. Większość z modeli zakłada, że badane materiały są „termoreologicznie proste” i pracują w zakresie liniowej lepkości sprężystości.

Krzywe wiodące modułu sztywności

Koncepcję krzywych wiodących pierwotnie opracowano w odniesieniu do polimerów. Podobieństwo między krzywymi

pełzania polimerów przy różnych, ale zbliżonych do siebie wartościach temperatury, zostało zauważone w roku 1943 przez Leadermana. Następnie krzywe wiodące intensywnie badano i rozwijano w latach 50. początkowo w odniesieniu do polimerów [3], a następnie także do asfaltów i betonów asfaltowych [14]. W Polsce pierwsze zastosowanie krzywych wiodących do opisu zachowania się betonów asfaltowych w szerokim zakresie czasu obciążenia i temperatury zostało wykonane w latach 80. przez Judyckiego [9]. Później zagadnieniem tym zajmowały się m.in. zespoły Instytutu Badawczego Dróg i Mostów [19] oraz Politechniki Warszawskiej [16].

Koncepcja krzywych wiodących zakłada, że w przypadku każdego materiału liniowo lepkosprężystego istnieje krzywa, która pozwala opisać jego parametry (np. moduł sztywności lub kąt przesunięcia fazowego) przy każdym czasie obciążenia lub częstotliwości obciążenia oraz przy każdej temperaturze.

Podstawowym założeniem wykorzystywanym podczas tworzenia krzywych wiodących jest zasada superpozycji czasowo-temperaturowej. Zakłada ona, że pewnemu modułowi sztywności S_1 uzyskanemu przy określonym czasie obciążenia t_1 oraz określonej temperaturze T_1 odpowiadać będzie moduł sztywności S_2 uzyskany przy czasie obciążenia t_2 oraz temperaturze T_2 . Wielkością łączącą oba moduły sztywności jest współczynnik przesunięcia a_T zależny od temperatury. Przedstawioną zależność przedstawiono na rys. 1 oraz w postaci wzoru (1).

$$S_1(T_1, t_1) = S_2(T_2, t_2) \quad (1)$$

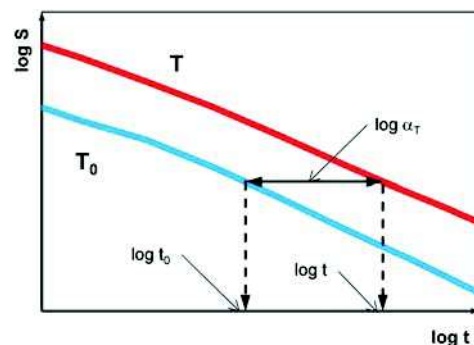
w którym:

$$t_2 = \frac{t_1}{a_T} \quad (2)$$

T_1, T_2 – temperatura,

t_1, t_2 – czas obciążenia

a_T – współczynnik przesunięcia



Rys. 1. Zasada superpozycji czasowo-temperaturowej

Modele krzywych wiodących

W piśmiennictwie można spotkać bardzo dużo różnych modeli matematycznych służących do opisu krzywych wiodących i każdego roku powstają ich pewne modyfikacje. W praktyce jednak, większość funkcji da się zaklasyfikować do dwóch grup: sigmoidalnych symetrycznych oraz sigmoidalnych niesymetrycznych. Obecnie funkcje symetryczne są najpowszechniej wykorzystywane do opisu zachowania się materiałów bitumicznych w normalizacji amerykańskiej [1] oraz podręcznikach projektowania [6]. Doświadczenia autorów artykułu pokazują, że nieco dokładniej zachowanie betonów asfaltowych opisują jednak funkcje niesymetryczne. Dodatkowo, funkcje niesymetryczne dają większą możliwość dostosowania kształtu funkcji matematycznej do opisu zaobserwowanych zjawisk.

Poniżej przedstawiono kilka, najczęściej wykorzystywanych w mieszankach mineralno-asfaltowych funkcji symetrycznych oraz niesymetrycznych:

A) Funkcja CAM (Christensen-Anderson-Marasteanu) [13], funkcja wywodząca się z rodziny modeli CA (Christensen-Anderson) [2]. Jest to funkcja sigmoidalna trójparametrowa, stosowana pierwotnie do opisu zachowania się asfaltów. Obecnie wykorzystywana jest w normalizacji amerykańskiej jako jedna z metod ustalania dolnej wartości PG asfaltów [1]. Autorzy zaadaptowali funkcję CAM na potrzeby opisu krzywych wiodących mieszanek mineralno-asfaltowych przy zakresie czasu:

$$S(\xi) = S_{glassy} \left[1 + \left(\frac{\xi}{\lambda} \right)^\beta \right]^{-\frac{\kappa}{\beta}} \quad (3)$$

w której:

S_{glassy} – maksymalny moduł sztywności ograniczający krzywą wiodącą, MPa
 ξ – czas zredukowany, s
 β, λ, κ – parametry dopasowania modelu

B) Model przedstawiony w propozycji normy zawartej w raporcie NCHRP 9-29 PP 02 [15]. Jest to model stworzony w odniesieniu do zakresu częstotliwości, który uwzględnia w sobie współczynnik przesunięcia α_T w postaci wzoru Arrheniusa. Wzór w ostatecznej formie ma postać:

$$\log |E^*| = \delta + \frac{(Max - \delta)}{1 + e^{\beta + \gamma \left[\log f + \frac{\Delta E_a}{19.14714} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_R} \right) \right]}} \quad (4)$$

w którym:

$|E^*|$ – moduł dynamiczny, psi
 Max – logarytm dziesiąty z maksymalnego modułu sztywności mieszanki mineralno-asfaltowej (w pierwotnej metodzie wyznaczany z modelu Hirsha), psi
 δ, β, γ – parametry dopasowania krzywej wiodącej
 f – częstotliwość obciążenia w temperaturze testu, Hz
 T_R – temperatura referencyjna, K
 T – temperatura badania, K
 ΔE_a – energia aktywacji, traktowana jako parametr dopasowania

Przedstawiona funkcja symetryczna (4) jest pewną modyfikacją funkcji symetrycznej Witczaka przedstawionej w metodzie projektowej MEPD-G [4], wyrażonej następującym wzorem (5), w którym oznaczenia są takie same jak we wzorze (4):

$$\log |E^*| = \delta + \frac{\alpha}{1 + e^{\beta + \gamma \log t_r}} \quad (5)$$

C) Niesymetryczny model Richardsa [18] jest nieznaczną modyfikacją modelu z normy NCHRP 9-29: PP 02. Dodano w nim jeden parametr λ , który jest odpowiedzialny za nieregularny kształt krzywej. W podstawowej formie model Richardsa dany jest funkcją:

$$\log |E^*| = \delta + \frac{\alpha}{\left[1 + \lambda e^{\beta + \gamma \log \omega} \right]^{1/\lambda}} \quad (6)$$

w której:

$|E^*|$ – zespolony moduł dynamiczny, psi
 ω – częstotliwość zredukowana, Hz
 δ – wartość dolnej asymptoty, (parametr dopasowania krzywej wiodącej)
 α – różnica między wartością górnej i dolnej asymptoty, (parametr dopasowania krzywej wiodącej)
 λ, β, γ – parametry dopasowania krzywej wiodącej, definiujące kształt krzywej między asymptotami oraz lokalizację punktu zmiany krzywizny funkcji

Współczynnik przesunięcia α_T

Sama funkcja krzywej wiodącej nie jest wystarczająca do wyznaczenia modułu sztywności mieszanki w danej temperaturze. Do tego celu niezbędny jest przedstawiony na rys.1 współczynnik przesunięcia α_T . Opisuje on jak zmieniają się właściwości mieszanki wraz ze zmianą temperatury. Podobnie jak w przypadku krzywych wiodących, w piśmiennictwie można spotkać kilka zależności przedstawiających zmiany współczynnika przesunięcia od temperatury. Dwoma najczęściej wykorzystywanymi są:

• wzór WLF (Williamsa-Landela-Ferrego) [20]

$$\log \alpha_T = \frac{C_1 \cdot (T - T_0)}{C_2 + (T - T_0)} \quad (7)$$

• wzór Arrheniusa [1], [15].

$$\log \alpha_T = \frac{\Delta E_a}{19.14714} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_R} \right) = \frac{\Delta E_a}{2.303R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_R} \right) \quad (8)$$

w których:

α_T – współczynnik przesunięcia
 C_1, C_2 – stałe wyznaczone empirycznie
 T – temperatura, przy której wyznaczany jest współczynnik przesunięcia, K
 T_0, T_R – temperatura referencyjna, wyznaczana arbitralnie, K
 ΔE_a – energia aktywacji, traktowana jako parametr dopasowania krzywej przewodniej
 R – uniwersalna stała gazowa $R = 8,314 \text{ J}/(\text{mol} \times \text{K})$

Obie te zależności początkowo wykorzystywano do opisu superpozycji czasowo-temperaturowej polimerów. Ponadto w [18] spotkać można także:

- wzór Kaelble

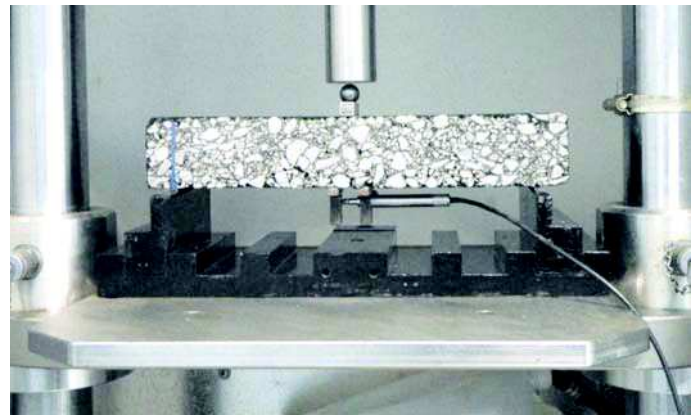
$$\log \alpha_T = \frac{C_1(T - T_g)}{C_2 + |T - T_g|} \quad (9)$$

- funkcje wielomianowe lub logarytmiczne

$$\log \alpha_T = a \cdot T^2 + b \cdot T + c \quad (10)$$

w których:

T_g – temperatura przejścia szklanego, K
 a, b, c – stałe wyznaczone empirycznie na podstawie metody najmniejszych kwadratów,
 pozostałe oznaczenia jak poprzednio
 oraz inne modyfikacje wszystkich podanych powyżej zależności.



Fot. 1. Próbkę belkową podczas badania zginania pod stałym obciążeniem w urządzeniu NAT

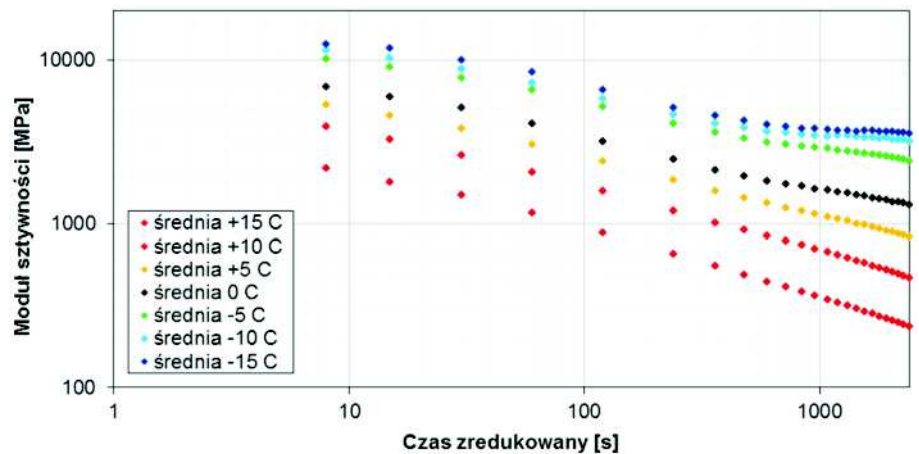
Metoda badawcza

Aby wyznaczyć krzywe wiodące mieszanek mineralno-asfaltowych poddanych długotrwałym obciążeniom statycznym wykorzystano badanie zginania próbek belkowych pod stałym obciążeniem opracowane przez Judyckiego w roku 1975 [6] z uwzględnieniem wprowadzonych modyfikacji [10], [11], [17]. Badanie wykonano w urządzeniu Nottingham Asphalt Tester (NAT). Próbkę w trakcie badania przedstawiono na fot. 1.

Próbkę badano w dwóch cyklach obciążenia: pod obciążeniem statyczną siłą skupioną o wartości zależnej od temperatury badania oraz po odciążeniu, gdy wartość siły skupionej wynosiła 0 kN. Wartości dobierano w taki sposób, aby naprężenia występujące w rozpatrywanym przekroju badanej próbki wynosiły od 20% do 35% wytrzymałości na rozciąganie przy zginaniu.

W artykule wykorzystano wyniki badań wykonanych w przypadku mieszanki AC WMS16 z asfaltem 20/30. Mieszanka ta była jedną z wykorzystywanych w programie badawczym wykonywanym na zlecenie Generalnej Dyrekcji Dróg Krajowych i Autostrad [12].

przy różnej temperaturze, można zauważyć pewne zależności. Wyniki uzyskane w wyższej temperaturze (powyżej 0°C, prawa strona wykresu) po przesunięciu wzdłuż osi czasu praktycznie całkowicie pokrywają się ze sobą. Pewne zaburzenia pojawiają się przy temperaturze powyżej 0°C. Wraz z wzrostem czasu obciążenia, krzywe sztywności przy różnych wartościach temperatury coraz bardziej odchylają się

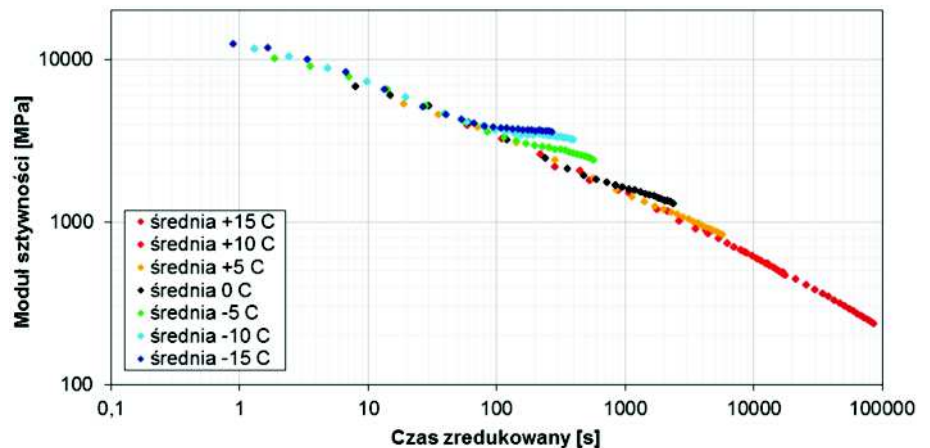


Rys. 2. Wyniki badania zginania pod stałym obciążeniem

Wyniki badań laboratoryjnych

Na rys. 2 przedstawiono wyniki badania zginania pod stałym obciążeniem w przypadku betonu asfaltowego o wysokim module sztywności. Rys. 3 przedstawia krzywe sztywności przesunięte wzdłuż osi czasu w ten sposób by utworzyć jedną ciągłą krzywą wiodącą.

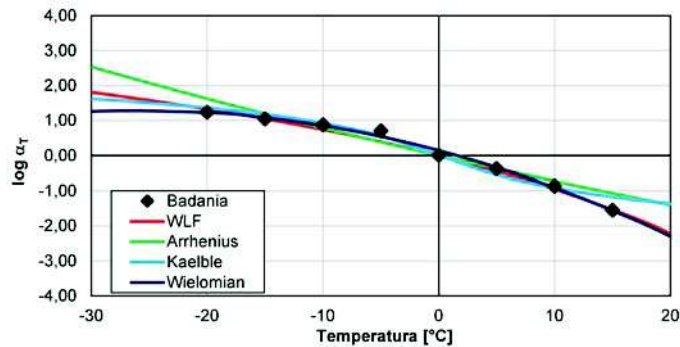
Krzywą wiodącą widoczną na rys. 3 wyznaczono na podstawie średnich wyników badań (przy każdej temperaturze badanie wykonano w odniesieniu do pięciu próbek belkowych). Pomijając w analizie rozrzuty wyników badania zginania



Rys. 3. Krzywa wiodąca mieszanki AC WMS16 z asfaltem 20/30, temperatura referencyjna 0°C

od jednolitego przebiegu krzywej wiodącej, dążąc do niemal asymptotycznego przebiegu. Nie wynika to z błędu urządzenia, operatora lub metodyki. Poprawność poszczególnych wyników była sprawdzana m.in. przez wyznaczenie parametrów modelu Burgersa, do których pierwotnie owa metodyka była wykorzystywana, a także wykonano badanie przy bardzo długim czasie obciążenia trwającym 8 godzin.

Na rys. 4 przedstawiono współczynniki przesunięcia α_T uzyskane z badań laboratoryjnych wraz z opisem przy wykorzystaniu przedstawionych wcześniej czterech modeli teoretycznych.

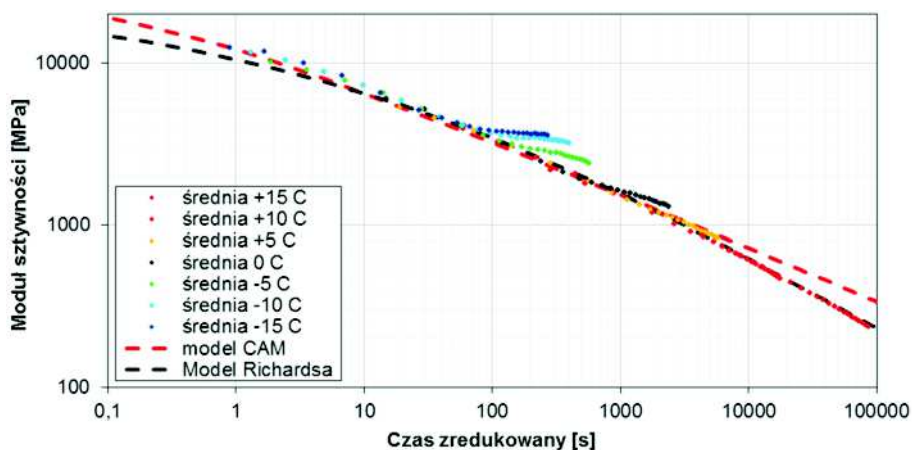


Rys. 4. Współczynnik przesunięcia α_T mieszanki AC WMS16 z asfaltem 20/30

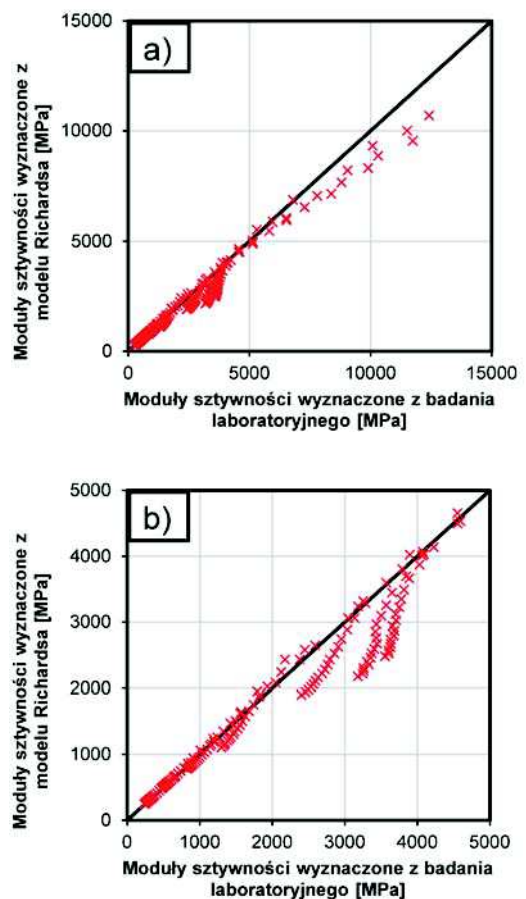
Najlepsze dopasowanie dały w tym przypadku modele: WLF oraz wielomianowy, choć przy modelu wielomianowym niemożliwa jest ekstrapolacja wyników w odniesieniu do temperatury niższej od -20°C . Wynika to ze zmiany monotoniczności funkcji, która jest fizycznie niemożliwa, przy założeniu że materiał nie ulega uszkodzeniu.

Wpływ długiego czasu obciążenia na opisanie wyników za pomocą modeli i ich ograniczenia

Kolejnym etapem analizy było opisanie wyników za pomocą zależności podanych w odniesieniu do krzywych wiodą-



Rys. 5. Krzywa wiodąca mieszanki AC WMS16 z asfaltem 20/30 wraz z opisem modelami CAM i Richardsa, temperatura referencyjna 0°C



Rys. 6. Zgodność opisu według wykorzystanego modelu Richardsa krzywych wiodących z wynikami badań laboratoryjnych: a – w całym przedziale wartości modułów, b – w przedziale wartości modułów przy niskiej temperaturze i długim czasie obciążenia

cych. Na rys. 5 przedstawiono dwie funkcje (symetryczną CAM oraz niesymetryczną Richardsa) opisujące wyniki przedstawione na rys. 3.

Jak można zauważyć, występują pewne niezgodności między wynikami badań a ich modelowym opisem. Ze względu na ograniczenia co do kształtu (kształt sigmoidalny) pewne fragmenty dają zawyżone wyniki, inne natomiast je zaniżają. Dodatkowo, żaden z obecnie stosowanych modeli nie potrafi opisać wspomnianych wcześniej odchyleń od jednorodnego przebiegu. Na rys. 6 przedstawiono poprawność dopasowania, na przykładzie funkcji Richardsa, która dokładniej opisuje wyniki badań. Widać jednak wyraźne zaniżenie wartości modułów sztywności wyznaczonych z modelu w przypadku krótkich czasów obciążenia w niskiej temperaturze (rys. 6a).

Przy rozpatrywaniu całego zakresu krzywej wiodącej (rys. 6a) może się wydawać, że uzyskujemy dość dobre dopasowanie wyników badań. Potwierdzają to duże wartości parametrów R^2 , które

zazwyczaj uzyskują wartość powyżej 0,9. Należy jednak pamiętać, że przy prowadzeniu obliczeń z wykorzystaniem krzywych wiodących, wykonujemy pewnego rodzaju ekstrapolację wyników wzdłuż krzywej wiodącej. Dotyczy to szczególnie czasów obciążenia dłuższych od czasu badania laboratoryjnego. O ile w temperaturze wysokiej uzyskujemy praktycznie całkowite pokrywanie się krzywych sztywności, to w temperaturze niskiej następuje znaczące zniżenie wyników przez krzywą wiodącą, tym większe, im dłuższy jest czas obciążenia, przy którym chcemy odczytać wartość modułu sztywności (patrz rys. 6b). Zagadnienie to opisane zostało szczegółowo w roku 2014 przez Jaczewskiego i Judyckiego w referacie [5].

Wnioski i dalsze kierunki badań

Krzywe wiodące są modelem, który na podstawie badań laboratoryjnych przy wybranej temperaturze i czasie obciążenia pozwala uzyskać dokładną charakterystykę materiału w całym spektrum czasów (częstotliwości) obciążenia oraz wartości temperatury. Dzięki temu w typowych warunkach można m.in. bardzo łatwo porównać ze sobą zachowanie się różnych materiałów lub uzyskać charakterystykę lepkosprężystą do celów obliczeniowych (np. do obliczeń za pomocą metody elementów skończonych). Jednak w niektórych nietypowych kombinacjach czasu obciążenia i temperatury występują pewne trudności z wykorzystaniem krzywych wiodących. W artykule zasygnalizowano problem opisu w przypadku długiego czasu obciążenia, gdzie wykorzystanie jednej krzywej wiodącej do opisu materiału może być niewystarczające. Przyczyna tego zjawiska może leżeć w jego skomplikowanej wielofazowej budowie oraz interakcjach, które zachodzą między poszczególnymi składnikami. W kolejnych badaniach szczególny nacisk będzie położony na modelowanie wpływu niskiej temperatury i zmiany stanu materiału z lepkosprężystego na sprężysty i ostatecznie kruchy. W modelowaniu uwzględnione będą także inne zjawiska, jak na przykład „twardnienie fizyczne”, którego wpływ jest zwykle pomijany w modelowaniu uogólnionym.

Artykuł jest częścią rozprawy doktorskiej przygotowanej przez mgr. inż. Mariusza Jaczewskiego na Politechnice Gdańskiej pod kierunkiem prof. Józefa Judyckiego oraz dr. Piotra Jaskuły. Część badań wykonano w ramach pracy badawczej wykonanej na zlecenie Generalnej Dyrekcji Dróg Krajowych i Autostrad pt.: *Badanie wpływu zastosowania warstw betonu asfaltowego o wysokim module sztywności (AC-WMS) w konstrukcjach nawierzchni na spękania niskotemperaturowe i na zmniejszenie powstawania deformacji trwałych.*

Bibliografia

- [1] AASHTO PP42-02 Standard Practice for Determination of Low-Temperature Performance Grade (PG) of Asphalt Binders, 2006 AASHTO Provisional Standards, American Association of State Highway and Transportation Officials
- [2] D.W. Christensen, D.A. Anderson, Interpretation of Dynamic Mechanical Test Data for Paving Grade Asphalt Cements, Asphalt Paving Technology 1992, Journal of the Association of Asphalt Paving Technologists, vol 61 (1992), s. 68-116
- [3] J.D. Ferry, Lepkosprężystość polimerów, Wydawnictwa Naukowo - Techniczne, Warszawa, 1965
- [4] Guide for Mechanistic-Empirical Design of New and Rehabilitated Pavement Structures, Final Report, Part 3 – Design Analysis, NCHRP, TRB, NRC, March 2004
- [5] M. Jaczewski, J. Judycki, Effects of deviations from thermo-rheologically simple behavior of asphalt mixes in creep on developing of master curves of their stiffness modulus, The 9th International Conference “Environmental Engineering”, 22-23 May 2014, Vilnius, Lithuania
- [6] J. Judycki, Analiza niektórych właściwości reologicznych drogowego betonu asfaltowego poddanego działaniu obciążeń statycznych, praca doktorska, Gdańsk, 1975
- [7] J. Judycki, Drogowe asfalty i mieszanki mineralno-asfaltowe modyfikowane elastomerem, Budownictwo Lądowe XLV, Zeszyty Naukowe Politechniki Gdańskiej, nr 452, Gdańsk, 1991
- [8] J. Judycki, Modele reologiczne betonu asfaltowego, Budownictwo Lądowe XXXIX, Zeszyty Naukowe Politechniki Gdańskiej, nr 368, Gdańsk, 1984
- [9] J. Judycki, Moduł sztywności betonu asfaltowego, Archiwum Inżynierii Lądowej, tom XXX, z. 1/1984
- [10] J. Judycki, M. Pszczoła, P. Jaskuła, Modyfikacja metody zginięcia belek z mieszanek mineralno-asfaltowych i ocena ich parametrów reologicznych. VII Międzynarodowa Konferencja, Trwałe i Bezpieczne Nawierzchnie Drogowe”, Kielce, 2001, s. 91-100
- [11] J. Judycki i wsp., Badania i analizy dotyczące zastosowania asfaltów modyfikowanych SBS oraz dodatkiem gumy do mieszanek mineralno-asfaltowych, Raport końcowy, Gdańsk, czerwiec 2014
- [12] J. Judycki i wsp., Badanie wpływu zastosowania warstw betonu asfaltowego o wysokim module sztywności (AC-WMS) w konstrukcjach nawierzchni na spękania niskotemperaturowe i na zmniejszenie powstawania deformacji trwałych, Raport z końcowy, Gdańsk, listopad 2014, opracowano na zlecenie GDDKiA
- [13] M.O. Marasteanu, D.A. Anderson, Improved Model for Bitumens Rheological Characterization, Eurobitume Workshop on Performance-Related Properties for Bituminous Binders, Paper No. 133, Luxembourg, May 1999
- [14] C.L. Monismith, R.L. Alexander, K.E. Secor, Rheologic Behavior of Asphalt Concrete, Asphalt Paving Technology 1966, Journal of the Association of Asphalt Paving Technologists, vol 35 (1966), s. 400 – 450
- [15] National Cooperative Highway Research Program, NCHRP Report 614, Refining the Simple Performance Tester for Use in Routine Practice, Transportation Research Board, Washington, D.C., 2008
- [16] P. Pokorski, P. Radziszewski, M. Sarnowski, Rheological properties of asphalt mixtures for bridge pavements, Procedia Engineering 111 (2015), p. 637-644
- [17] M. Pszczoła, Spękania niskotemperaturowe warstw asfaltowych nawierzchni, praca doktorska, promotor: prof. dr hab. inż. Józef Judycki, Gdańsk, 2006
- [18] G.M. Rowe, M.J. Sharrock, Alternate Shift Factor Relationship for Describing the Temperature Dependency of the Visco-Elastic Behaviour of Asphalt Materials, Transportation Research Record, vol 2207, s. 125-135, 2011
- [19] D. Sybilski, Ocena właściwości niskotemperaturowych lepizczy asfaltowych i mieszanek mineralno-asfaltowych, Drogi i Mosty, nr 2, s. 87-119, 2004
- [20] M. Williams, R.F. Landel, J.D. Ferry, The Temperature Dependence of Relaxation Mechanisms in Amorphous Polymers and Other Glass-forming Liquids, Journal of the American Chemical Society, Vol. 77, s. 3701-3707, 1955