

# Filtr Kalmana jako alternatywa dla rozszerzonego obserwatora stanu w algorytmie regulacji ADRC

Jacek Michalski, Mikołaj Mrotek, Piotr Koziński

Politechnika Poznańska, Wydział Automatyki, Robotyki i Elektrotechniki, Instytut Robotyki i Inteligencji Maszynowej,  
ul. Piotrowo 3a, 60-965 Poznań

**Streszczenie:** W artykule przedstawiono zmodyfikowany algorytm odpornej regulacji z aktywną kompensacją zaburzeń ADRC z wykorzystaniem filtra Kalmana KF do estymacji rozszerzonego wektora stanu. Filtrem Kalmana zastąpiono używany w podstawowej formie rozszerzony obserwator stanu ESO. Modyfikacja ta pozwoliła na poprawę odporności układu w warunkach działania pomiarowych zakłóceń stochastycznych. Przedstawiono sposób syntezy układu regulacji i doboru nastaw filtra Kalmana zapewniający skuteczność sterowania, a także pokazano ich wpływ na działanie układu. Eksperymenty zostały przeprowadzone na układzie laboratoryjnym z balansującą na stole kulą BBT. Jakość regulacji została oceniona na podstawie przebiegów czasowych oraz całkowitych wskaźników jakości, dla różnych konfiguracji nastaw oraz poziomów zaszumienia. W wyniku badań wykazana została przewaga zastosowania filtra Kalmana nad obserwatorem pod kątem wrażliwości na szумы pomiarowe. Zastosowanie filtra Kalmana jako estymatora dla rozszerzonego stanu wykazało pozytywny wpływ na jakość regulacji i zdolność do odrzucania zakłóceń wewnętrznych również w układzie deterministycznym.

**Słowa kluczowe:** filtr Kalmana, ADRC, rozszerzony obserwator stanu, stół z balansującą kulą, obiekt nieliniowy, układ stochastyczny

## 1. Wprowadzenie

Algorytm regulacji ADRC (ang. *Active Disturbance Rejection Control*) przedstawiony został po raz pierwszy w pracy [5] (początkowo w nieliniowej formie) jako alternatywa dla regulacji bazującej na sygnale uchybu. Autor powyższej publikacji w kolejnych latach zaproponował zlinearyzowaną wersję algorytmu wraz z parametryzacją nastaw [4], co ułatwiło jego implementację. Kluczową ideą ADRC jest redukcja dynamiki obiektu do postaci wielokrotnego integratora dzięki estymacji całkowitego zaburzenia przez ESO (ang. *Extended State Observer*), mimo braku wymogu znajomości pełnego modelu obiektu. Obecnie liniowa wersja algorytmu ADRC jest skutecznie stosowana w układach o różnym stopniu złożoności, na przykład w dyskretnej implementacji dla przetwornicy napięcia DC-DC [14] lub też dla emulatora HILSys z estymacją pochodnych sygnału sterującego przez obserwator [15]. W kierunku tej metody nadal prowadzone są teoretyczne badania i analizy [1] i jest sukcesywnie rozwijana, czego przykładem jest mody-

fikacja [3] umożliwiająca użycie znanej informacji o modelu obiektu (lub jego części) w celu poprawy jakości regulacji.

Sterowanie ADRC jest obecnie szeroko wykorzystywane w różnych dziedzinach nauki i przemysłu. Autorzy pracy [21] zaimplementowali regulator ADRC z wykorzystaniem logiki rozmytej dla robota latającego typu quadrotor. W artykule [17] przedstawiono algorytm ADRC dla robota latającego z trzepoczącymi skrzydłami FWMAV (ang. *Flapping Wing Micro Air Vehicle*). Wykazano lepszą jakość regulacji w porównaniu do algorytmu PID w obecności zakłóceń wewnętrznych (dodatkowe obciążenie robota, zakłócenia od innych stopni swobody). Artykuł [18] przedstawia analizę działania układu regulacji w przypadku śledzenia trajektorii przez teleskop astronomiczny w przypadku wystąpienia niepewności modelowania. Omawiana metoda jest także stosowana w napędzie elektrycznym [6, 23], czy też do sterowania pozycją wózka z wahadłem odwróconym [11]. Na skutek rosnącej popularności metody regulacji ADRC tworzone są rozwiązania ułatwiające jej wykorzystanie, jak na przykład ADRC Toolbox w postaci gotowego bloku w programie Simulink, pozwalającego na szybkie prototypowanie [10].

W praktycznych zastosowaniach znaczna część pomiarów obarczona jest zakłóceniami losowymi. Autor parametryzacji nastaw liniowego algorytmu [4] zaznacza, iż w ogólności szybszy obserwator zapewni szybszą zbieżność estymaty zaburzenia i możliwość jego odrzucenia przez regulator. Wspomina jednak, że przyspieszanie obserwatora zwiększa również jego wrażliwość na zakłócenia pomiarowe. Powyższe aspekty doprowadziły do kompromisu, tj. reguły, według której obserwator

### Autor korespondujący:

Jacek Michalski, jacek.michalski@put.poznan.pl

### Artykuł recenzowany

nadesłany 14.07.2023 r., przyjęty do druku 23.11.2023 r.



Zezwala się na korzystanie z artykułu na warunkach licencji Creative Commons Uznanie autorstwa 3.0

powinien być projektowany jako 3–5-krotnie szybszy niż regulator. W praktycznych implementacjach zdarzają się przypadki, szczególnie w regulacji obiektami o złożonych modelach, gdzie układ w celu zachowania satysfakcjonującej zdolności do estymacji funkcji całkowitego zaburzenia wymaga jednak szybszego obserwatora [13]. Jego dostrojenie prowadzi do braku możliwości efektywnej regulacji ze względu na impulsowy charakter sygnału sterującego, który przez zbyt duże wariancje estymat stanu wpada w ograniczenia. Autorzy pracy [19] skupili się na analizie wpływu zakłóceń pomiarowych na zdolność do estymowania zaburzenia układu. Zaproponowali także rozwiązanie, w którym jego estymata skalowana jest przez dodatkową funkcję, mającą na celu łagodzenie gwałtownych zmian wywołanych przez wzmacnianie szumu pomiarowego. Możliwe jest również podejście, w którym zaszumiony pomiar wielkości wyjściowej przed podaniem na obserwator jest dodatkowo odsumiany – w przypadku publikacji [8] zastosowany został filtr Kalmana KF (ang. *Kalman Filter*). W pracy [22] autorzy zastosowali krzyżową kombinację algorytmu filtru Kalmana oraz rozszerzonego obserwatora stanu.

Możliwe jest również zastąpienie ESO bezpośrednio filtrem Kalmana, co zostało zrealizowane w pracach [2, 24] dla klasy systemów nieliniowych o parametrach zależnych od czasu. Jednak w obu tych publikacjach, działanie zaproponowanego estymatora ESKF (ang. *Extended State Kalman Filter*) zweryfikowano wyłącznie w układzie otwartym. W macierzy stanu dla KF włączane były niezerowe współczynniki wynikające z modelu obiektu. Odbiega to od struktury zaproponowanej przez autorów w opracowanym artykule, gdzie skupiono się na aspektach bezmodelowej estymacji stanu systemu w zamkniętej pętli regulacji.

Tabela 1. Symbole użyte w artykule  
Table 1. Symbols used in the article

Symbol	Wyjaśnienie
$\underline{x} = \underline{x}(t)$	wektor stanu w czasie $t$
$\dot{\underline{x}} = \frac{d\underline{x}}{dt}$	pochodna po czasie zmiennej $\underline{x}$
$\hat{\underline{x}}$	estymata wektora stanu
$y$	wyjście systemu (pomiar)
$y^{(n)} = \frac{d^n y}{dt^n}$	$n$ -ta pochodna zmiennej $y$ po czasie
$u$	sygnał sterujący
$y_r$	zadana wartość wyjścia
$d$	zaburzenie wewnętrzne
$f(\cdot)$	całkowite zaburzenie układu
$q$	wariancja modelowania całkowitego zaburzenia układu (nastawa KF)
$r$	wariancja szumu pomiarowego (nastawa KF)
$\underline{k}$	wektor wzmocnień sprzężenia od stanu
$\underline{l}$	wektor wzmocnień obserwatora stanu
$\mathcal{N}(0; \sigma^2)$	rozkład normalny o zerowej wartości oczekiwanej i wariancji $\sigma^2$

W niniejszym artykule zaproponowano nową strukturę algorytmu regulacji ADRC, w której bezmodelowa estymacja stanu bazuje w pełni na algorytmie filtru Kalmana. Poza korzystnymi względami estymacji w warunkach zaszumionego pomiaru wyjścia z obiektu, zaproponowana odmiana na tle standardowego, bezmodelowego ESO działa skutecznie w układzie deterministycznym. Podano dokładną metodykę implementacji algorytmu oraz empirycznego doboru nastaw. Działanie układu z zaproponowaną modyfikacją zweryfikowano na fizycznym obiekcie – stanowisku z balansującą na stole kulą – BBT (ang. *Ball Balancing Table*). Otrzymane rezultaty (eksperymenty przeprowadzone dla kilku poziomów wariancji szumów pomiarowych) zestawiono w porównaniu z ESO w kilku wariantach (różnie zdefiniowane pasma przenoszenia).

W rozdziale drugim został omówiony podstawowy algorytm ADRC oraz sposób doboru jego nastaw. Rozdział 3 zawiera proponowaną modyfikację z estymacją stanu bazującą na filtrze Kalmana, a także sposób strojenia algorytmu i analizę stabilności. W rozdziale 4 opisano obiekt regulacji z balansującą na stole kulą. W rozdziale 5 zostały przedstawione wyniki testów na obiekcie i wnioski szczegółowe. Podsumowanie wyników i perspektywy rozwoju prac zostały zawarte w rozdziale 6.

Najważniejsze symbole użyte w artykule znajdują się w Tab. 1.

## 2. Algorytm regulacji ADRC

Metoda regulacji ADRC w podstawowej, bezmodelowej formie, umożliwia uproszczenie modelu (liniowego lub nieliniowego) do postaci wielokrotnego integratora. Model obiektu nie musi być dokładnie znany ze względu na jego estymację w obserwatorze, w którym ostatnia zmienna stanu ma odtworzyć model jako część całkowitego zaburzenia. W procesie projektowania algorytmu wymagana jest znajomość rzędu dynamiki układu  $n$  oraz współczynnika skalującego wymuszenie  $b$  (lub jego estymaty  $\hat{b}$ ).

Można zapisać równanie różniczkowe opisujące obiekt dynamiczny (dla przejrzystości zapisu pomijana będzie jawna zależność od czasu, tzn.  $y(t) = y$ ):

$$y^{(n)} = g(y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}) + bu + d, \quad (1)$$

gdzie  $y$  jest sygnałem wyjściowym,  $u$  jest sygnałem wymuszającym,  $g(\cdot)$  to funkcja zawierająca wewnętrzną dynamikę układu,  $b$  jest współczynnikiem skalującym wymuszenie,  $n$  jest rzędem systemu, natomiast  $d$  oznacza wewnętrzne zakłócenie.

Zakładając, że zarówno dynamika wewnętrzna, jak i zakłócenie wewnętrzne stanowią całkowite zaburzenie systemu, można zapisać równanie

$$y^{(n)} = f(y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}, d) + bu, \quad (2)$$

gdzie  $f(\cdot) = g(\cdot) + d$  jest funkcją całkowitego zaburzenia układu.

Przyjmując wektor stanu w konfiguracji fazowej, oraz wprowadzając dodatkową zmienną dla całkowitego zaburzenia

$\underline{x}^T = [y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}, f(\cdot)]$ , można zapisać macierzowe równania stanu:

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} = \mathbf{A}\underline{x} + \underline{b}u + \underline{h}f(\cdot), \\ \underline{y} = \underline{c}^T \underline{x} \end{cases}, \quad (3)$$

gdzie macierz stanu, wektor wymuszeń, wektor zaburzenia oraz wektor wyjść wynoszą odpowiednio

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \underline{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ b \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \underline{h} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \underline{c}^T = [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0] \quad (4)$$

Wektor początkowych wartości zmiennych można opisać jako  $\underline{x}^T(0) = [y_0, 0, 0, \dots, 0]$ , gdzie  $y_0$  jest w ogólności początkowym położeniem układu z pewnego dopuszczalnego zakresu wartości.

W celu estymacji rozszerzonego wektora stanu wprowadza się rozszerzony obserwator stanu ESO, używając modelu (3) bez uwzględnienia funkcji całkowitego zaburzenia:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\underline{x}}} = \mathbf{A}\hat{\underline{x}} + \hat{\underline{b}}u + \underline{l}(y - \underline{c}^T\hat{\underline{x}}) \\ \hat{y} = \underline{c}^T\hat{\underline{x}} \end{cases}, \quad (5)$$

gdzie  $\hat{\underline{x}}$  i  $\hat{y}$  oznaczają estymaty wektora stanu i wyjścia,  $\underline{l} = [l_1, l_2, \dots, l_{n+1}]^T$  to wektor wzmocnień obserwatora stanu. Warto przypomnieć, iż ostatnia zmienna stanu odpowiada za estymację zaburzenia systemu, tj.  $\hat{x}_{n+1} \approx f(\cdot)$ . Dodatkowo, przy braku pełnej znajomości modelu obiektu zakłada się wykorzystanie estymaty współczynnika  $\hat{b}$  jako parametru projektowego, który może być dobrany eksperymentalnie.

Wzmocnienia obserwatora dobiera się najczęściej z wykorzystaniem metody lokowania biegunów [12]

$$\left| s\mathbf{I}_{n+1} - (\mathbf{A} - \underline{l}\underline{c}^T) \right| = (s + \omega_o)^{n+1}, \quad (6)$$

gdzie  $\mathbf{I}_{n+1}$  jest macierzą jednostkową o wymiarach  $(n+1) \times (n+1)$ ,  $\omega_o$  to zadana wartość biegunu dla obserwatora (pulsacja graniczna).

Prawo sterowania opiera się na założeniu maksymalnego uproszczenia modelu obiektu, wprowadzając nowy sygnał sterujący oraz przekształcenie dla fizycznego sterowania

$$y^{(n)} \approx \hat{x}_{n+1} + \hat{b}u = u_0 \quad \Rightarrow \quad u = \frac{1}{\hat{b}}(u_0 - \hat{x}_{n+1}). \quad (7)$$

W następnej kolejności można wyznaczyć prawo sterowania bazujące na sprzężeniu od stanu

$$u_0 = k_1 y_r - \underline{k}^T \hat{\underline{x}}, \quad (8)$$

gdzie  $y_r$  jest wartością zadaną,  $\underline{k}^T = [k_1, k_2, \dots, k_n]$  jest wektorem wzmocnień sprzężenia od stanu. Z metody lokowania biegunów można wyznaczyć wartości wzmocnień

$$\left| s\mathbf{I}_n - \left( \mathbf{A}_n - \frac{1}{\hat{b}} \hat{\underline{b}}_n \underline{k}^T \right) \right| = (s + \omega_c)^n, \quad (9)$$

gdzie  $\omega_c$  oznacza graniczną pulsację dla układu zamkniętego.

Warto w tym miejscu zaznaczyć, że wzmocnienia wyznacza się dla prawa sterowania (8) na podstawie zmiennych stanu od  $x_1$  do  $x_n$ , zatem macierz (4) rozpatruje się tutaj bez ostatniego

wiersza i ostatniej kolumny, a wektory bez ostatniego elementu,

w szczególności  $\hat{\underline{b}}_n = [0, 0, \dots, 0, \hat{b}]^T$ .

### 3. Modyfikacja algorytmu z użyciem filtru Kalmana

Zastosowana modyfikacja algorytmu ADRC zakłada zamianę rozszerzonego obserwatora stanu na filtr Kalmana w celu estymacji rozszerzonego wektora stanu. Filtr Kalmana [9] ma zastosowanie w obiektach danych liniowymi dyskretnymi równaniami stanu. Do dyskretyzacji modelu wykorzystano metodę ekstrapolacyjną Eulera

$$\dot{\underline{x}} \approx \frac{\underline{x}(k+1) - \underline{x}(k)}{T_p}, \quad (10)$$

w wyniku której otrzymano dyskretną postać dla (3)

$$\begin{cases} \underline{x}(k+1) = [\mathbf{I}_{n+1} + \mathbf{A}T_p]\underline{x}(k) + \hat{\underline{b}}T_p u(k) + \underline{h}T_p \dot{f}(\cdot) \\ y(k) = \underline{c}^T \underline{x}(k) \end{cases}, \quad (11)$$

gdzie  $T_p$  oznacza okres próbkowania,  $k$  to dyskretny krok czasowy. Dyskretne macierze dla rozpatrywanego modelu podaje się do algorytmu KF (12)–(16), z którego informacja trafia następnie do prawa sterowania. Rozpatrywany model nadal odpowiada wielokrotnemu integratorowi, jak w przypadku ciągłym. Całkowite zaburzenie w tym przypadku również estymowane jest przez KF. Zależność między czasem ciągłym a dyskretnym można opisać jako  $t \approx kT_p$ .

Warto zaznaczyć, że zastosowana metoda dyskretyzacji (10) działa poprawnie dla dostatecznie niskich wartości okresu próbkowania  $T_p$  i jest powszechnie wykorzystywana ze względu na niską złożoność obliczeniową. W przypadku zbyt wolnego próbkowania może jednak doprowadzić do destabilizacji układu. W takim wypadku konieczne jest zastosowanie bardziej złożonych metod, np. metody różnicowej Tustina, zastosowanej z ADRC w [14]. Autorzy prac [7, 16] zbadali wpływ dokładnych metod dyskretyzacji na jakość regulacji ADRC. W przypadku przedstawionych badań metoda (10) okazała się wystarczająca do dobrego odwzorowania działania systemu ciągłego przez KF.

Równania filtru Kalmana dla rozszerzonego wektora stanu przedstawiają się następująco:

$$\hat{\underline{x}}(k|k-1) = [\mathbf{I}_{n+1} + \mathbf{A}T_p]\hat{\underline{x}}(k-1|k-1) + \hat{\underline{b}}T_p u(k-1), \quad (12)$$

$$\mathbf{P}(k|k-1) = [\mathbf{I}_{n+1} + \mathbf{A}T_p]\mathbf{P}(k-1|k-1)[\mathbf{I}_{n+1} + \mathbf{A}T_p]^T + \mathbf{Q}, \quad (13)$$

$$\underline{\kappa}(k) = \mathbf{P}(k|k-1)\underline{c}[\underline{c}^T\mathbf{P}(k|k-1)\underline{c} + r]^{-1}, \quad (14)$$

$$\hat{\underline{x}}(k|k) = \hat{\underline{x}}(k|k-1) + \underline{\kappa}(k)[y(k) - \underline{c}^T\hat{\underline{x}}(k|k-1)], \quad (15)$$

$$\mathbf{P}(k|k) = [\mathbf{I}_{n+1} - \underline{\kappa}(k)\underline{c}^T]\mathbf{P}(k|k-1), \quad (16)$$

gdzie  $\hat{x}(k|k-1)$  to estymata wektora stanu *a priori* (z założenia, przed pomiarem),  $\hat{x}(k|k)$  to estymata wektora stanu *a posteriori* (z następstwa, po pomiarze),  $\mathbf{Q}$  jest macierzą kowariancji szumów wewnętrznych,  $r$  – kowariancją szumu pomiarowego (jednowymiarowa, ponieważ pomiar jest skalarem),  $\kappa(k)$  to wektor wzmocnień Kalmana w  $k$ -tej chwili dyskretnej.

Dwa pierwsze równania reprezentują aktualizację czasu – uaktualnienie stanu w oparciu o model obiektu. Reszta równań należy do aktualizacji pomiarów – w oparciu o informację pomiarową następuje poprawa wartości estymat z danego kroku.

Za skuteczność (szybkość oraz zbieżność) estymacji rozszerzonego wektora stanu odpowiadają macierz  $\mathbf{Q}$  i skalar  $r$ . Macierz diagonalną  $\mathbf{Q}$  przyjmuje się według następującej formuły:

$$\mathbf{Q} = \text{diag}\{0, 0, \dots, 0, q\}. \quad (17)$$

Współczynniki  $q$  i  $r$  są parametrami projektowymi estymatora opartego na algorytmie filtra Kalmana. Na działanie układu wpływ ma relacja między nimi, nie poszczególne wartości. Wartość  $q$  przyjmuje się początkowo jako  $10^p$ , gdzie po znalezieniu rzędu wielkości zapewniającego poprawne działanie układu regulacji możliwe jest zwiększenie rozdzielczości przyjmowanej nastawy w postaci dodania współczynnika skalującego, uzyskując  $q = c10^p$ . Ze względu na dyskretny charakter algorytmu, różne wartości współczynnika  $p$  zapewnią poprawną estymację w zależności od wartości okresu próbkowania. Parametr  $r$  należy dobrać jako wartość  $10^m$ , przy czym początkowo zaleca się podać  $m = 0$ . Jeśli znana jest wstępna informacja o wariancji szumów pomiarowych na obiekcie, wówczas zaleca się przyjęcie  $r$  stanowiące 100-krotność wyznaczonej wariancji.

Zbieżność algorytmu można ocenić na podstawie parametrów ze stanu ustalonego, w którym następuje

$$\mathbf{P}_\infty = [\mathbf{I}_{n+1} + \mathbf{A}T_p] \mathbf{P}_\infty [\mathbf{I}_{n+1} + \mathbf{A}T_p]^T + \mathbf{Q} - [\mathbf{I}_{n+1} + \mathbf{A}T_p] \mathbf{P}_\infty \underline{c} (\underline{c}^T \mathbf{P}_\infty \underline{c} + r)^{-1} \underline{c}^T \mathbf{P}_\infty [\mathbf{I}_{n+1} + \mathbf{A}T_p]^T, \quad (18)$$

a ustalona wartość macierzy kowariancji  $\mathbf{P}_\infty$  implikuje

$$\underline{\kappa}_\infty = \mathbf{P}_\infty \underline{c} (\underline{c}^T \mathbf{P}_\infty \underline{c} + r)^{-1}. \quad (19)$$

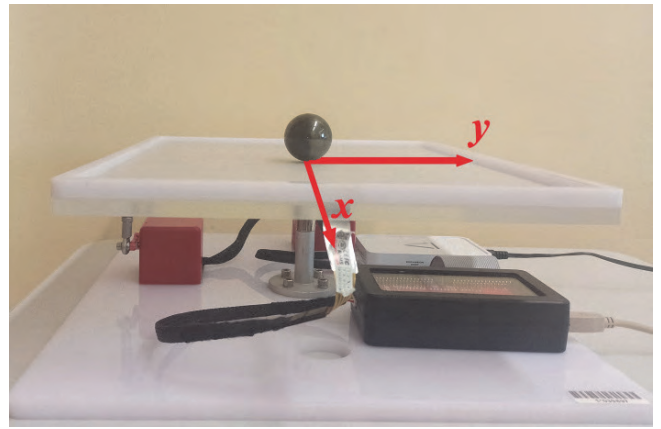
Na podstawie końcowej wartości wektora wzmocnień Kalmana (19) oraz równania (15) aktualizacji czasu, można zapisać równanie charakterystyczne zmiennej zespolonej z implikowane przez dyskretny dwuetapowy algorytm KF:

$$|z\mathbf{I}_{n+1} - [(\mathbf{I}_{n+1} + \mathbf{A}T_p) - \underline{\kappa}_\infty \underline{c}^T (\mathbf{I}_{n+1} + \mathbf{A}T_p)]| = 0. \quad (20)$$

W przypadku stabilnego działania algorytmu (rozwiązania równania (20) spełniające warunek  $|z_i| < 1$  dla  $i = \{1, \dots, n+1\}$ ) można założyć asymptotyczne odtwarzanie wektora stanu przez KF, tzn.  $\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{x}(t) = \underline{x}(t)$  dla  $t = kT_p$ .

## 4. Obiekt regulacji – ball balancing table

Badania zostały przeprowadzone na obiekcie BBT (Rys. 1), w którym celem sterowania jest wyznaczenie referencyjnego



Rys. 1. Układ doświadczalny  
Fig. 1. Experimental system

przebiegu kąta obrotu serwomechanizmu tak, aby doprowadzić kulę do zadanej pozycji na stole. Pozycja odczytywana jest za pomocą metody rezystancyjnej przez panel dotykowy złożony z dwóch warstw oddzielonych szczeliną powietrzną. Wymuszeniem obiektu jest zadana pozycja serwomechanizmu podawana w kątach, a sygnałem wyjściowym pozycja kuli na stole (w osiach  $X$  oraz  $Y$ ). Regulacja położenia kąтового serwomechanizmów zaimplementowana jest sprzętowo i nie była przedmiotem badań w niniejszej pracy.

Układ otwarty można opisać nieliniowymi równaniami różniczkowymi [20]

$$\begin{cases} (J + mr_b^2) \ddot{x} = -mr_b^2 (\dot{\alpha}\beta y + \dot{\alpha}^2 x) + mgr_b^2 \sin(\alpha) \\ (J + mr_b^2) \ddot{y} = -mr_b^2 (\dot{\alpha}\beta x + \dot{\beta}^2 y) + mgr_b^2 \cos(\beta) \end{cases}, \quad (21)$$

gdzie  $m$  to masa kuli,  $r_b$  to promień kuli,  $J$  to moment bezwładności rampy,  $x$  i  $y$  oznaczają położenia odpowiednio dla dwóch stopni swobody,  $\alpha$  i  $\beta$  są kątami wychyleń stołu w osiach odpowiednio  $X$  i  $Y$ ,  $g$  to współczynnik przyspieszenia ziemskiego.

Zależności między kątem obrotu stołu a kątem obrotu serwomechanizmu przedstawiają się następująco:

$$\vartheta_x = \frac{R_M}{L_x} \alpha, \quad \vartheta_y = \frac{R_M}{L_y} \beta, \quad (22)$$

gdzie  $\vartheta_i$  jest kątem obrotu serwomechanizmu w  $i$ -tej osi,  $R_M$  oznacza długość ramienia serwomechanizmu (zakłada się wspólną dla obu osi), a  $L_i$  to długość stołu w danej osi.

Zakładając, że układ działa w otoczeniu punktu pracy, dla którego wszystkie położenia, kąty oraz ich pochodne są zerowe, a także przekształcenie dane równaniem (22), można zapisać liniowe równania obiektu:

$$\begin{cases} \ddot{x} = K_x \vartheta_x \\ \ddot{y} = K_y \vartheta_y \end{cases}, \quad (23)$$

w których współczynniki wynoszą odpowiednio

$$K_x = \frac{mgr_b^2 R_M}{(J + mr_b^2) L_x}, \quad K_y = \frac{mgr_b^2 R_M}{(J + mr_b^2) L_y}.$$

Model (23) dla każdej z osi reprezentuje dwukrotny integrator.



W procesie modelowania należy uwzględnić także dynamikę serwomechanizmu – między kątem zadany  $\vartheta_r$  a aktualnym  $\vartheta$ , którą można aproksymować równaniem modelu inercyjnego pierwszego rzędu

$$\dot{g} = -\frac{1}{\tau}g + \frac{1}{\tau}g_r \quad (24)$$

z niewielką stałą czasową,  $\tau = 0,015$ . Pominięto w powyższym równaniu oznaczenia osi  $X, Y$  ze względu na identyczną dynamikę wewnętrznej pętli regulacji dla obu stopni swobody.

Po połączeniu równań (23) i (24) można zapisać końcową wersję uproszczonego modelu obiektu

$$\begin{cases} \dot{x}^{(3)} = -\frac{1}{\tau}\dot{x} + \frac{K_x}{\tau}g_{r,x} \\ \dot{y}^{(3)} = -\frac{1}{\tau}\dot{y} + \frac{K_y}{\tau}g_{r,y} \end{cases} \quad (25)$$

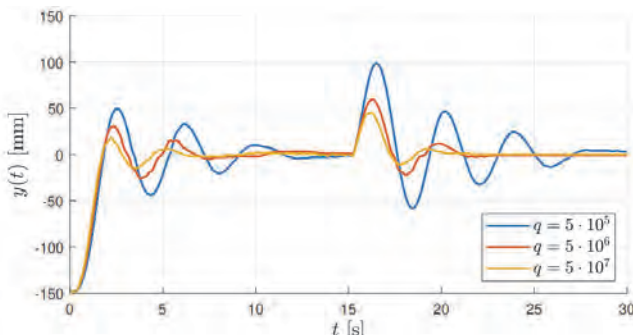
Dla niewielkich wychyleń i prędkości kątowych dane uproszczenie dobrze odwzorowuje model nieliniowy (21), jednak przy wzroście wartości tych zmiennych mogą uwidocznić się efekty wzajemnego oddziaływania na siebie stopni swobody, jak i nieliniowej funkcji sygnału wymuszającego.

## 5. Otrzymane rezultaty i wnioski

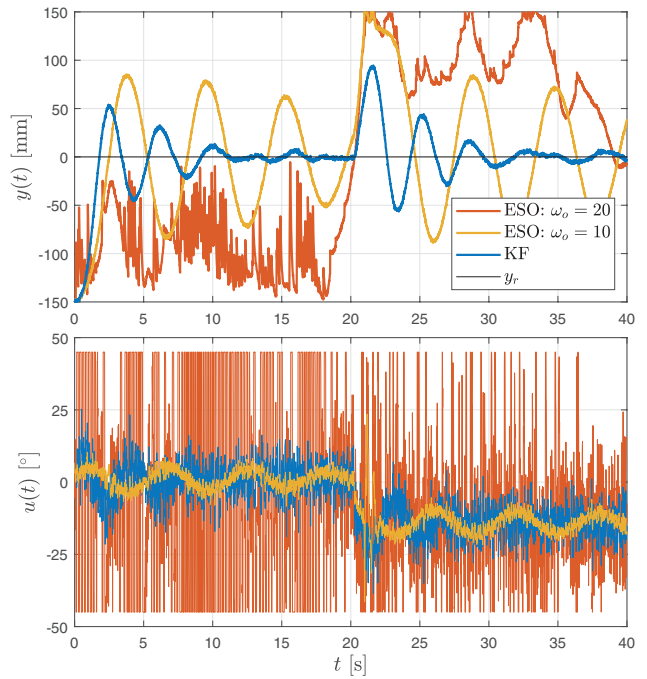
Przeprowadzono eksperymenty regulacji stałowartościowej w osi  $Y$  systemu BBT, a wartością zadaną było  $y_r = 0$ , tj. punkt środkowy stołu. Zadana pulsacja układu zamkniętego w każdym przypadku wynosiła  $\omega_c = 2,8$ . Ze względu na zastosowanie sterowania w jednej osi, przyjęto konwencję zapisu względem (25):  $u = \vartheta_{r,y}$ . Ograniczenia położenia i sygnału sterującego w regulowanej osi opisane są następującymi zależnościami

$$\begin{cases} -150 \leq y \leq 150 & [\text{mm}] \\ -45 \leq u \leq 45 & [^\circ] \end{cases} \quad (26)$$

Rysunek 2 przedstawia wpływ wartości parametru  $q$  na jakość regulacji. Jego zwiększenie prowadzi do coraz szybszej estymacji stanu oraz całkowitego zaburzenia. Jednakże w tym wypadku również występują pewne ograniczenia – przyjęcie zbyt dużej wartości  $q$  skutkuje wrażliwością na zakłócenia pomiarowe lub drgania układu. Prowadzi to w przypadku KF również do konieczności wypracowania kompromisu między odpornością na



Rys. 2. Badanie wpływu kowariancji niepewności modelowania  $q$  na jakość regulacji dla  $r = 1$ . Przebieg odpowiedzi układu  
Fig. 2. Testing impact of modeling uncertainties covariance  $q$  on control quality for  $r = 1$ . Time plots of closed loop system



Rys. 3. Wyniki eksperymentów przeprowadzonych z dołączeniem szumem pomiarowym o odchyleniu standardowym  $\sigma = 1$  (A). Porównanie odpowiedzi na wartość zadaną i skokowe zakłócenie załączone w połowie eksperymentu oraz sygnału sterującego w układzie regulacji ADRC z obserwatorem bazującym na ESO w dwóch konfiguracjach:  $\omega_o = 20$  i  $\omega_o = 10$  oraz KF dla  $q = 7 \cdot 10^7, r = 100$   
Fig. 3. Results of experiments with measurement noise characterized by standard deviation  $\sigma = 1$  (A). Comparison of the response for the reference value and the internal disturbance that started during the second half of the experiment. Time plots of closed loop system and control signal for ADRC control with observer based on ESO for  $\omega_o = 20, \omega_o = 10$  and KF for  $q = 7 \cdot 10^7, r = 100$

wysokoczęstotliwościowe zakłócenia, jak i na wewnętrzne zaburzenie. Na podstawie doświadczenia autorów z zaproponowanym algorytmem estymacji w przypadku okresu próbkowania układu  $T_p = 0,01$  zaleca się przyjąć początkowo  $q = 10^6$ .

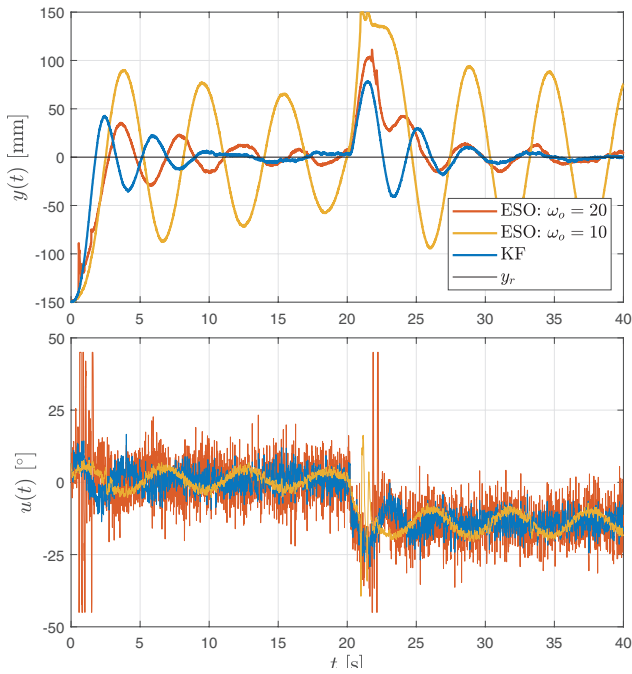
Wyniki eksperymentów porównawczych dla ESO i KF – obliczone wskaźniki jakości oraz przebiegi sygnału wyjściowego i sterującego – zestawiono w Tab. 2 oraz na Rys. 3–6. Przeprowadzone testy dla różnych poziomów zaszumienia i konfiguracji nastaw obserwatora ESO oraz algorytmu KF:

- (A) poziom zaszumienia  $\sigma = 1$ ; ESO:  $\omega_o \in \{10, 20\}$ ;  
KF:  $q = 7 \cdot 10^7; r = 100$ ;
- (B) poziom zaszumienia  $\sigma = 0,5$ ; ESO:  $\omega_o \in \{10, 20\}$ ;  
KF:  $q = 1 \cdot 10^8; r = 100$ ;
- (C) poziom zaszumienia  $\sigma = 0,1$ ; ESO:  $\omega_o \in \{20, 28\}$ ;  
KF:  $q = 5 \cdot 10^8, r = 10$ ;
- (D) brak zaszumienia; ESO:  $\omega_o = 30$ ; KF:  $q = 5 \cdot 10^8, r = 1$ .

Dla wszystkich eksperymentów założona została wartość wzmocnienia toru wymuszenia  $\hat{b} = 500^1$ . Zakłada się, że szum pomiarowy miał zawsze rozkład Gaussa o zerowej wartości oczekiwanej i wariancji  $\sigma^2 : \mathcal{N}(0; \sigma^2)$ . Zaburzenie wewnętrzne stanowił skok sygnału sterującego załączany w połowie eksperymentu  $d(t) = 15 \cdot \mathbf{1}(t - t_h / 2)$ .

Na potrzeby oceny jakości regulacji dla porównywanych algorytmów sterowania przyjęto trzy całkowite wskaźniki jakości. Pierwszym z nich jest wskaźnik ISE (ang. *Integral Squared Error*) bazujący na uchybie regulacji układu. Kolejny wskaźnik – ITAE (ang. *Integral Time Absolute Error*) – przyjęto

<sup>1</sup> Wzmocnienie  $\hat{b}$  dobrane było dla pozycji mierzonej w [mm] oraz sygnału sterującego w stopniach. Dla sygnałów rozpatrywanych w jednostkach SI należałoby przeskalać wartość  $(180/1000)/\pi \hat{b}$ .



**Rys. 4.** Wyniki eksperymentów przeprowadzonych z dołączonym szumem pomiarowym o odchyleniu standardowym  $\sigma = 0,5$  (B). Porównanie odpowiedzi na wartość zadaną i skokowe zakłócenie załączone w połowie eksperymentu oraz sygnału sterującego w układzie regulacji ADRC z obserwatorem bazującym na ESO w dwóch konfiguracjach:  $\omega_o = 20$  i  $\omega_o = 10$  oraz KF dla  $q = 1 \cdot 10^8$  oraz  $r = 100$   
 Fig. 4. Results of experiments with measurement noise characterized by standard deviation  $\sigma = 0.5$  (B). Comparison of response for reference value and the internal disturbance that started during the second half of the experiment. Time plots of closed loop system and control signal for ADRC control with observer based on ESO for  $\omega_o = 20$ ,  $\omega_o = 10$  and KF for  $q = 1 \cdot 10^8$ ,  $r = 100$

w celu oceny zdolności kompensacji wewnętrzznego zaburzenia w połowie eksperymentu (odchylenia od wartości zadanej będą wówczas karane z coraz większą wagą, proporcjonalnie do wartości czasu). Ostatnim zaimplementowanym wskaźnikiem jest koszt sterowania  $J_u$ , którego użycie umożliwi ocenę regulacji pod kątem zasobów energetycznych, jak i pośrednią ocenę wrażliwości na zakłócenia pomiarowe. Opisane wskaźniki jakości regulacji dane są wzorami:

$$J_{ISE} = \int_0^{t_h} e^2(t) dt = \int_0^{t_h} (y_r(t) - y(t))^2 dt, \quad (27)$$

$$J_{ITAE} = \int_0^{t_h} t |e(t)| dt = \int_0^{t_h} t |y_r(t) - y(t)| dt, \quad (28)$$

$$J_u = \int_0^{t_h} u^2(t) dt. \quad (29)$$

Występujące symbole w równaniach (27)–(29) to odpowiednio:  $e(t)$  – uchyb regulacji,  $y_r(t)$  – wartość zadana,  $y(t)$  – odpowiedź (pomiar) układu oraz  $u(t)$  – sygnał sterujący. Powyższe wielkości zależą od czasu, dlatego przyjęty zapis odnosi się do ich wartości w chwili  $t$ , natomiast  $t_h$  to czas trwania eksperymentu.

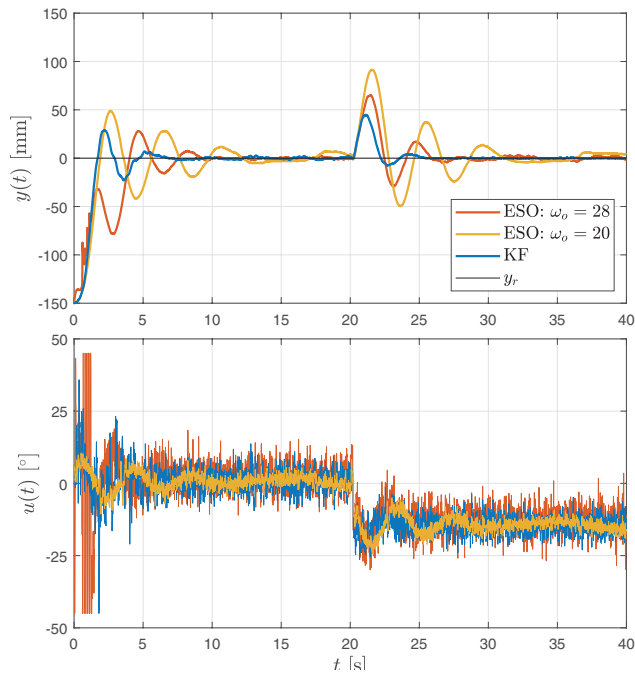
W nawiązaniu do otrzymanych rezultatów, eksperymenty (A–C) przeprowadzone w układzie stochastycznym, prezentują te same zależności, których skala zależy od odchylenia standardowego szumu pomiarowego. Widoczne jest na Rys. 3–5, że szybszy ESO (tj. o większej pulsacji granicznej  $\omega_o$ ) przenosi z dużym wzmocnieniem szumy pomiarowe na estymaty rozszerzonego wektora stanu. Przekłada się to na impul-

sowy oraz wpadający w ograniczenia sygnał sterujący nawet dla najmniejszego przyjętego poziomu zaszumienia pomiarów, zdefiniowanego odchyleniem standardowym  $\sigma = 0,1$ . Pomimo wzmacniania szumów pomiarowych w estymatach wyjścia, jak i kolejnych zmiennych stanu, szybszy obserwator (z wyjątkiem eksperymentu (A), w którym pulsacja  $\omega_o = 20$  została przyjęta dla zobrazowania efektu nadmiernego wzmacniania szumów) wciąż charakteryzuje się lepszą jakością regulacji w sensie wskaźników  $J_{ISE}$ ,  $J_{ITAE}$ , oraz odpornością na skokowe zakłócenie wewnętrzne. Dzieje się tak, ponieważ szybszy obserwator znacznie efektywniej osiągnie zbieżne (w warunkach zakłóceń pomiarowych quasi-zbieżne) estymaty stanu i zaburzenia, co pozwala skuteczniej sterować obiektem. Na wykresach oraz w Tab. 2 widoczne jest, iż ESO dla mniejszej pulsacji  $\omega_o$  charakteryzuje się dobrze tłumionymi zakłóceniami pomiarowymi, ale jednocześnie

**Tabela 2.** Obliczone wskaźniki jakości dla przeprowadzonych eksperymentów (różne poziomy zaszumienia pomiarów oraz różne pulsacje obserwatora). Zawarto wyniki eksperymentów (A–D), którym odpowiadają kolejno Rys. 3–6

Table 2. Calculated performance indices for conducted experiments (with different levels of measurement noise and observer bandwidth). There are included results from experiments (A–D) with corresponding respectively Figs. 3–6

	ESO		KF	
(A)	Poziom zaszumienia: $\sigma = 1$			
	$\omega_o = 20$	$\omega_o = 10$	$q = 7 \cdot 10^7$ $r = 100$	
	$10^5 J_{ISE}$	4,000	1,748	<b>0,426</b>
	$10^4 J_{ITAE}$	7,204	4,182	<b>0,952</b>
	$10^3 J_u$	40,740	<b>4,376</b>	5,517
(B)	Poziom zaszumienia: $\sigma = 0,5$			
	$\omega_o = 20$	$\omega_o = 10$	$q = 1 \cdot 10^8$ $r = 100$	
	$10^4 J_{ISE}$	4,632	19,990	<b>3,368</b>
	$10^4 J_{ITAE}$	1,051	4,728	<b>0,707</b>
	$10^3 J_u$	7,822	<b>4,359</b>	4,609
(C)	Poziom zaszumienia: $\sigma = 0,1$			
	$\omega_o = 28$	$\omega_o = 20$	$q = 5 \cdot 10^8$ $r = 100$	
	$10^3 J_{ISE}$	3,076	4,259	<b>2,340</b>
	$10^3 J_{ITAE}$	4,520	9,829	<b>1,837</b>
	$10^3 J_u$	5,959	<b>4,457</b>	5,210
(D)	Brak zaszumienia			
	$\omega_o = 30$		$q = 5 \cdot 10^8$ $r = 1$	
	$10^4 J_{ISE}$	2,515		<b>2,009</b>
	$10^2 J_{ITAE}$	3,166		<b>2,252</b>
	$10^3 J_u$	<b>2,404</b>		2,577



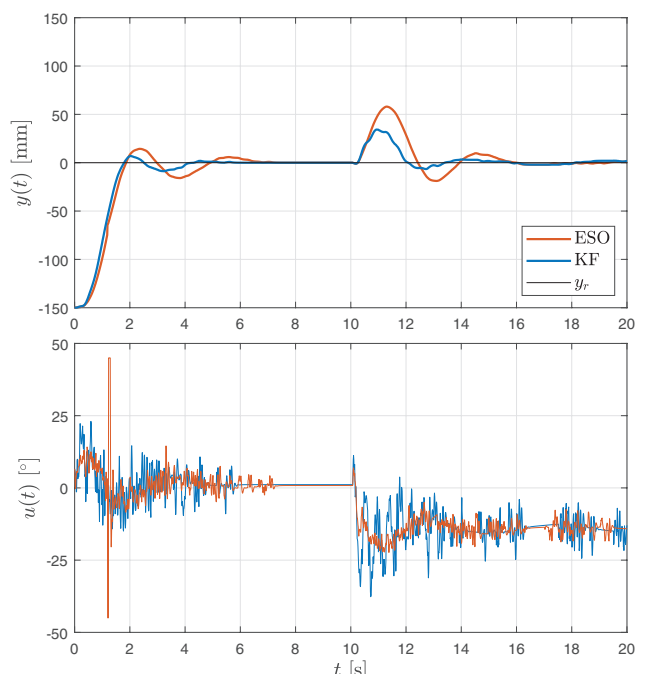
Rys. 5. Wyniki eksperymentów przeprowadzonych z dołączonym szumem pomiarowym o odchyleniu standardowym  $\sigma = 0,1$  (C). Porównanie odpowiedzi na wartość zadaną i skokowe zakłócenie załączone w połowie eksperymentu oraz sygnału sterującego w układzie regulacji ADRC z obserwatorem bazującym na ESO w dwóch konfiguracjach:  $\omega_o = 28$  i  $\omega_o = 20$  oraz KF dla  $q = 5 \cdot 10^8$  oraz  $r = 10$

Fig. 5. Results of experiments with measurement noise characterized by standard deviation  $\sigma = 0.1$  (C). Comparison of response for reference value and the internal disturbance that started during the second half of the experiment. Time plots of closed loop system and control signal for ADRC control with observer based on ESO for  $\omega_o = 28$ ,  $\omega_o = 20$  and KF for  $q = 5 \cdot 10^8$ ,  $r = 10$

jest on zbyt wolny. Taki wariant prowadzi do nieefektywnej estymacji stanu, a wynikowy sygnał sterujący nie pozwala skutecznie regulować układem. Powyższe zjawisko prowadzi do minimalizacji wartości wskaźnika  $J_u$  w eksperymentach (A–C) dla wolniejszego obserwatora. Jednak jest to niemiarodajne biorąc pod uwagę nieefektywną regulację dla tej konfiguracji ESO.

Najbardziej istotnym z uzyskanych rezultatów była najlepsza jakość regulacji w sensie wskaźników  $J_{ISE}$  oraz  $J_{ITAE}$  oraz wizualnej oceny przebiegów położenia w przypadku estymacji stanu z użyciem algorytmu filtru Kalmana. W każdym z eksperymentów w układzie stochastycznym KF zapewniał odporność na zakłócenia pomiarowe, jak i wewnętrzne, co przełożyło się na najlepszą jakość regulacji, najmniejsze przeregulowanie i czas ustalania odpowiedzi na skok wewnętrznego zakłócenia (dobrane parametry  $q$  oraz  $r$  zapewniały wyniki bliskie najlepszym w danych warunkach).

Otrzymany rezultat w układzie deterministycznym – eksperyment (D), przebiegi z Rys. 6 – również wykazał skuteczność regulacji ADRC z obserwatorem bazującym na KF. Algorytm KF zapewniał lepszą jakość regulacji i odporność układu, nawet bez występujących szumów pomiarowych. Większa z przyjmowanych pulsacji ESO  $\omega_o$  w eksperymentach (B–D) była maksymalną, mogąca zapewnić skuteczną regulację dla danej konfiguracji obserwatora. Dla większych pulsacji początkowe zakłócenia wewnętrzne systemu (np. drgania spowodowane gubieniem pomiarów blisko kra-



Rys. 6. Wyniki eksperymentów przeprowadzonych bez dołączonych szumów pomiarowych (D). Porównanie odpowiedzi na wartość zadaną i skokowe zakłócenie załączone w połowie eksperymentu oraz sygnału sterującego w układzie regulacji ADRC z obserwatorem bazującym na ESO dla  $\omega_o = 30$  oraz KF dla  $q = 5 \cdot 10^8$  oraz  $r = 1$

Fig. 6. Results of experiments without measurement noise (D). Comparison of response for reference value and the internal disturbance that started during the second half of the experiment. Time plots of closed loop system and control signal for ADRC control with observer based on ESO for  $\omega_o = 30$  and KF for  $q = 5 \cdot 10^8$ ,  $r = 1$

wędzi stołu) były wzmacnianie przez ESO, co uniemożliwiało osiągnięcie wartości zadanej. Otrzymana wrażliwość układu skutkowałaby przebiegiem analogicznym z eksperymentu (A) dla  $\omega_o = 20$ .

## 6. Podsumowanie

W artykule zaproponowano modyfikację algorytmu regulacji ADRC z obserwatorem stanu bazującym na filtrze Kalmana. Zaproponowano uniwersalną metodę doboru nastaw KF dla procesu regulacji oraz omówiono ich wpływ na działanie układu regulacji ADRC. Przeprowadzono eksperymenty porównawcze na obiekcie rzeczywistym BBT dla różnych konfiguracji nastaw oraz poziomów zaszumienia pomiarowego. Otrzymana odporność obserwatora KF na zakłócenia pomiarowe przełożyła się na większą zdolność do estymacji całkowitego zaburzenia układu jak i wektora stanu. Zastosowanie filtru Kalmana pozwoliło na osiągnięcie szybszego działania układu niż było to możliwe w przypadku konwencjonalnego ESO, z zachowaniem odporności na ww. zakłócenia.

W przyszłości planowany jest rozwój zaproponowanego sterowania z uwzględnieniem znanej części modelu w algorytmie i porównanie modelowego filtru Kalmana z modelowym ESO, także z wykorzystaniem sprzężenia wyprzedzającego przy zmiennej trajektorii zadanej. Możliwe będzie rozszerzenie sterowania dla dwóch osi w celu wykrycia oraz kompensacji wzajemnych

zaburzeń pochodzących od sprzężeń skrośnych. Planuje się także sprawdzenie działania algorytmu dla innych obiektów regulacji.

## Bibliografia

- Ahi B., Haeri M., *Linear active disturbance rejection control from the practical aspects*, „IEEE/ASME Transactions on Mechatronics”, Vol. 23, No. 6, 2018, 2909–2919, DOI: 10.1109/TMECH.2018.2871880.
- Amokrane F., Piat E., Abadie J., Drouot A., Escareno J., *State observation of a specific class of unknown nonlinear SISO systems using linear Kalman filtering*. [In:] IEEE 58th Conference on Decision and Control (CDC), 2019, 1595–1600, DOI: 10.1109/CDC40024.2019.9029614.
- Fu C., Tan W., *Tuning of linear ADRC with known plant information*. „ISA Transactions”, Vol. 65, 2016, 384–393, DOI: 10.1016/j.isatra.2016.06.016.
- Gao Z., *Scaling and bandwidth-parameterization based controller tuning*. [In:] American Control Conference, 2003, 4989–4996, DOI: 10.1109/ACC.2003.1242516.
- Gao Z., Huang Y., Han J., *An alternative paradigm for control system design*. [In:] Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control (Cat. No. 01CH37228), Vol. 5, 2001, 4578–4585, DOI: 10.1109/CDC.2001.980926.
- Guo B., Bacha S., Alamir M., *A review on ADRC based PMSM control designs*. [In:] IECON 2017 – 43<sup>rd</sup> Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, 1747–1753, DOI: 10.1109/IECON.2017.8216296.
- Herbst G., Madonski R., *Tuning and implementation variants of discrete-time ADRC*. „Control Theory and Technology”, Vol. 21, No. 1, 2021, 72–88, DOI: 10.1007/s11768-023-00127-0.
- Kai H., Xuanhao C., Xiaoyu W., Yantao T., *Longitudinal anti-skid control of electric vehicle based on Kalman filter and ADRC*. [In:] 2018 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA), 1020–1025, DOI: 10.1109/ICMA.2018.8484515.
- Kalman R.E., *A new approach to linear filtering and prediction problems*. „Journal of Basic Engineering”, Vol. 82, No. 1, 1960, 35–45, DOI: 10.1115/1.3662552.
- Lakomy K., Giernacki W., Michalski J., Madonski R., *Active disturbance rejection control (ADRC) toolbox for MATLAB/simulink*. “arXiv preprint” arXiv:2112.01614, 2021, DOI: 10.48550/arXiv.2112.01614.
- Liu B., Hong J., Wang L., *Linear inverted pendulum control based on improved ADRC*. “Systems Science & Control Engineering”, Vol. 7, No. 3, 2019, 1–12, DOI: 10.1080/21642583.2019.1625081.
- Liu J., Miura Y., Ise T., *Fixed-parameter damping methods of virtual synchronous generator control using state feedback*. “IEEE Access”, Vol. 7, 2019, 99177–99190, DOI: 10.1109/ACCESS.2019.2930132.
- Madoński R., Herman P., *An experimental verification of ADRC robustness on a cross-coupled aerodynamical system*. [In:] IEEE International Symposium on Industrial Electronics, 2011, 859–863, DOI: 10.1109/ISIE.2011.5984271.
- Madonski R., Shao S., Zhang H., Gao Z., Yang J., Li S., *General error-based active disturbance rejection control for swift industrial implementations*. “Control Engineering Practice”, Vol. 84, 2019, 218–229, DOI: 10.1016/j.conengprac.2018.11.021.
- Michalek M.M., *Robust trajectory following without availability of the reference time-derivatives in the control scheme with active disturbance rejection*. [In:] American Control Conference (ACC), 2016, 1536–1541, DOI: 10.1109/ACC.2016.7525134.
- Miklosovic R., Radke A., Gao Z., *Discrete implementation and generalization of the extended state observer*. [In:] American Control Conference, 2006, 2209–2214, DOI: 10.1109/ACC.2006.1656547.
- Mou J., Zhang W., Zheng K., Wang Y., Wu C., *More detailed disturbance measurement and active disturbance rejection altitude control for a flapping wing robot under internal and external disturbances*. “Journal of Bionic Engineering”, Vol. 19, No. 6, 2022, 1722–1735, DOI: 10.1007/s42235-022-00236-7.
- Patelski R., Dutkiewicz P., *On the stability of ADRC for manipulators with modelling uncertainties*. “ISA Transactions”, Vol. 102, 2020, 295–303, DOI: 10.1016/j.isatra.2020.02.027.
- Song J., Zhao M., Gao K., Su J., *Error analysis of ADRC linear extended state observer for the system with measurement noise*. “IFAC-PapersOnLine”, Vol. 53, No. 2, 2020, 1306–1312, DOI: 10.1016/j.ifacol.2020.12.1862.
- Spacek L., Bobal V., Vojtesek J., *Digital control of Ball & Plate model using LQ controller*. [In:] 21st International Conference on Process Control (PC), 2017, 36–41, DOI: 10.1109/PC.2017.7976185.
- Sun C., Liu C., Feng X., Jiao X., *Visual servoing of flying robot based on fuzzy adaptive linear active disturbance rejection control*. “IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs”, Vol. 68, No. 7, 2021, 2558–2562, DOI: 10.1109/TCSII.2021.3053083.
- Sun H., Madonski R., Li S., Zhang Y., Xue W., *Composite control design for systems with uncertainties and noise using combined extended state observer and Kalman filter*. “IEEE Transactions on Industrial Electronics”, Vol. 69, No. 4, 2021, 4119–4128, DOI: 10.1109/TIE.2021.3075838.
- Xiong S., Xie H., Song K., Zhang G., *A speed tracking method for autonomous driving via ADRC with extended state observer*. “Applied Sciences”, Vol. 9, No. 16, 2019, 3339, DOI: 10.3390/app9163339.
- Zhang X., Xue W., Fang H.-T., *On extended state based Kalman filter for nonlinear time-varying uncertain systems with measurement bias*. “Control Theory and Technology”, Vol. 19, 2021, 142–152, DOI: 10.1007/s11768-021-00034-2.



# Kalman Filter as an Alternative to Extended State Observer in ADRC Control Algorithm

**Abstract:** The article presents a modified Active Disturbance Rejection Control (ADRC) algorithm that uses the Kalman Filter (KF) for the estimation of extended state vector. The Kalman filter replaced the Extended State Observer (ESO) used in its basic form. The purpose of this modification was to improve the system robustness under conditions of stochastic measurement disturbances. The method of the control system synthesis and the Kalman filter gains selection, ensuring control efficiency, as well as their impact on the system operation, were presented. The experiments were carried out on a laboratory setup – the Ball Balancing Table (BBT). Control quality was assessed based on time plots of signals and integral performance indices for various algorithm gains configurations and different noise levels. As a result of the conducted research, the advantage of using the Kalman filter over the ESO in terms of sensitivity to measurement noises was demonstrated. Implementation of the Kalman filter as the ESO determined a positive impact on control quality and the ability to reject internal disturbance also in a deterministic system.

**Keywords:** Kalman filter, ADRC, extended state observer, ball balancing table, nonlinear system, stochastic system

## mgr inż. Jacek Michalski

jacek.michalski@put.poznan.pl  
ORCID: 0000-0002-1666-7331

Asystent badawczo-dydaktyczny na Politechnice Poznańskiej. Zainteresowania naukowe obejmują estymację stanu obiektów (liniowych i nieliniowych), przede wszystkim metodami filtru Kalmana oraz filtru cząsteczkowego. Obszarem zainteresowań są też zaawansowane metody sterowania adaptacyjnego i odpornego z identyfikacją parametrów obiektu lub estymacją stanu – w szczególności sterowanie ADRC.



## Mikołaj Mrotek

mikolaj.mrotek@interia.pl  
ORCID: 0000-0002-5436-5676

Student Automatyki i Robotyki I stopnia studiów na Politechnice Poznańskiej. Zainteresowania naukowe obejmują estymację stanu obiektów (liniowych oraz nieliniowych) metodami filtru Kalmana, jak również zaawansowane metody sterowania adaptacyjnego i odpornego, w szczególności ADRC.



## mgr inż. Piotr Kozierski

piotr.kozierski@gmail.com  
ORCID: 0000-0001-8777-6132

Asystent na Politechnice Poznańskiej. Główne obszary zainteresowań to odporna estymacja stanu obiektów (z naciskiem na metody filtru cząsteczkowego oraz obiekty typu sieciowego) oraz rozpoznawanie mowy ciągłej (w języku polskim, mowa zwykła i szeptana).

