

Obliczenia parametrów pochyłego stożka ściętego mierzonego w dwóch przekrojach poprzecznych na współrzędnościowej maszynie pomiarowej VISTA ZEISS

RYSZARD FILIPOWSKI, JÓZEF ZAWORA*

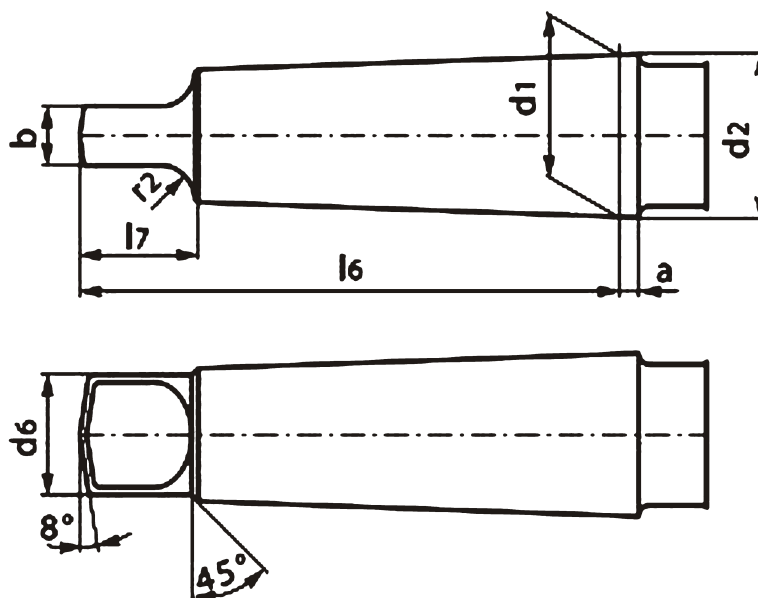
Opracowano program obliczania parametrów stożka na podstawie pomiaru dwóch okręgów rozmieszczonych wzdłuż wysokości stożka. Ważniejszymi parametrami obliczanymi są: kąt rozwarcia stożka, zbieżność stożka, średnica stożka w odległości Z1 od podstawy, współrzędne wierzchołka stożka, wysokość stożka. Cytowane parametry stożka liczone są za pomocą opracowanego programu wykorzystując dane pozyskane z pomiarów stożka na współrzędnościowej maszynie pomiarowej. Program jest wykorzystywany do poszerzenia wyników obliczeń parametrów stożka, nie liczonych przez oprogramowanie WMP.

Wstęp

W przemyśle maszynowym złącza z powierzchnią stożkową mają liczne zastosowania, np. tuleje redukcyjne ze stożkiem Morse'a o małej zbieżności do ustalania narzędzi z chwytem stożkowym, uchwyty i trzpienie frezarskie ze stożkiem o zbieżności 7:24 do ustalenia i mocowania frezów. W obrabiarkach CNC z wrzecionami o dużych prędkościach obrotowych stosuje się złącza HSK o zbieżności 1:10.

Tuleje redukcyjne przeznaczone są do wyrównywania różnic między rozmiarem trzpienia narzędzia a gniazdem, w którym ma ono być umieszczone. Bardzo często są używane do mocowania narzędzi w pinoli konika oraz we wrzecionach wiertarek stołowych.

Na kolejnych rysunkach – rys. 1÷3, przedstawiono przykłady zastosowania stożków.



Rys. 1. Tuleja redukcyjna z pletwą przeznaczona do powiększania chwytu Morse'a

* Dr inż. R. Filipowski, rfilipowski@meil.pw.edu.pl, dr hab. inż. J. Zawora, Politechnika Warszawska, Wydział Inżynierii Produkcji, Instytut Techniki Wytwarzania, Warszawa.

Chwyty tulei redukcyjnych, trzpieni oraz uchwytów frezarskich są elementami powierzchni stożka prostego (rys. 4) lub stożka pochyłego (rys. 5)

Chwyty w tulejach redukcyjnych, trzpieniach i uchwytach frezarskich (rys. 3) są stożkami ściętymi. Pomiaru stożków w tulejach redukcyjnych trzpieniach frezarskich są wykonywane wieloma metodami, również na współrzędnościowych maszynach pomiarowych.

Na rys. 6 przedstawiono schemat pomiaru parametrów stożka metodą digitalizacji dwóch okręgów leżących wzdłuż wysokości H stożka w odległości Z_1 i Z_2 od bazy pomiarowej w osi OZ , na współrzędnościowej maszynie pomiarowej VISTA ZEISS.

Na rys. 7 przedstawiono zamocowany trzpień frezarski na stole WMP VISTA ZEISS mierzony sondą elektrostatyczną metodą digitalizacji (rys. 6).

W wyniku pomiaru stożka sondą pomiarową elektrostatyczną z kulką o promieniu $R = 0,9781$ mm (rys. 7) uzyskano plik tekstowy ze współzrędnymi środka kulki sondy pomiarowej w dwóch przekrojach – Tabela 1.

Uzyskany zbiór punktów pomiarowych wykorzystano do obliczenia parametrów stożka na trzpieniu frezarskim przez prezentowany program.

2. Przegląd literatury dotyczącej obliczania parametrów stożka

Podstawy matematyczne obliczania parametrów stożka w przestrzeni 3D, opisane są w literaturze [2, 4]. Opracowanie dotyczy określenia położenia stożka prostego w przestrzeni 3D (rys. 4). Zdefiniowano w nim ekstremum warunkowe Lagrange'a w formie nieliniowej zależności:

$$F(\mathbf{s}, \mathbf{b}, \cos\varphi, k) = \sum_{i=1}^n (\cos\varphi_i - \cos\varphi)^2 + k(\mathbf{b}^T \cdot \mathbf{b} - 1) = \min \quad (1)$$

gdzie:

\mathbf{s} – wektor wierzchołka S stożka (rys. 4),

\mathbf{b} – wektor osi stożka,

\mathbf{b}^T – transpozycja wektora osi stożka,

$\varphi_i = \gamma_i/2$ – kąt pomiędzy wektorem \mathbf{b} a wektorem punktu pomiarowego \mathbf{x}_i (rys. 4),

$\varphi = \gamma/2$ – połowa kąta rozwarcia stożka,

k – stała.

Za miarę odchyłki punktów pomiarowych X_i od powierzchni stożka autorzy przyjęli różnice cosinusów $|\cos\varphi_i - \cos\varphi|$.

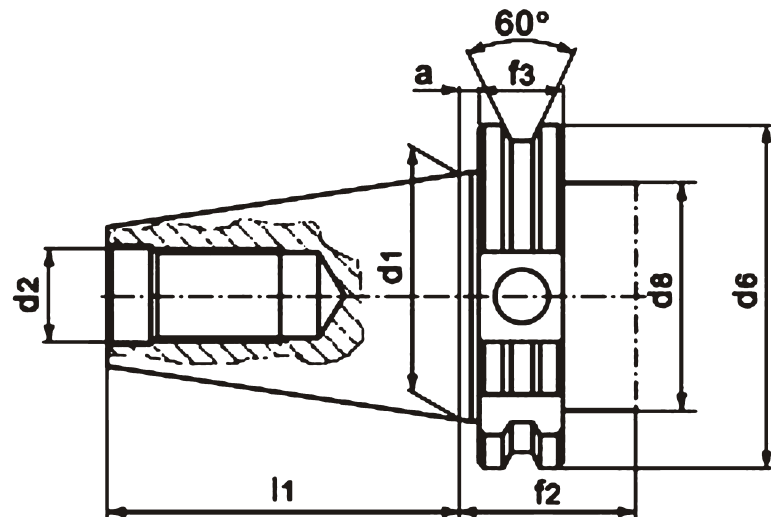
Kąt $\cos\varphi$, łatwo wyrazić za pomocą iloczynu skalarnego dwóch wektorów, mianowicie:

$$\cos\varphi_i = \frac{(\mathbf{S} - \mathbf{X}_i) \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{S} - \mathbf{X}_i| \cdot |\mathbf{b}|}, \quad (2)$$

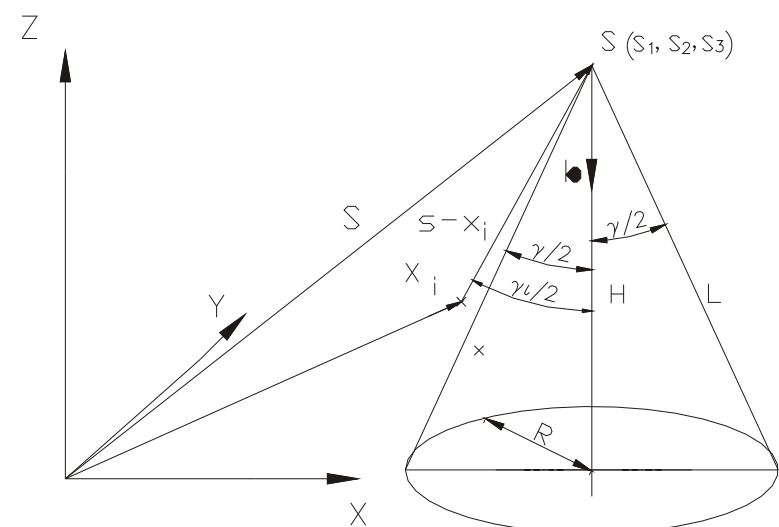
gdzie: $|\mathbf{b}| = 1$.



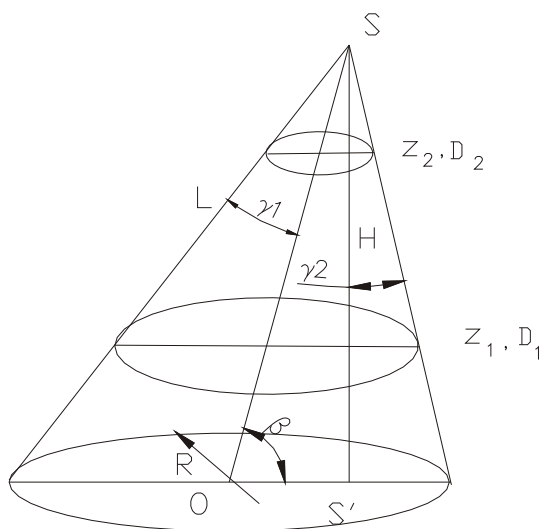
Rys. 2. Wiertła z chwytem stożkowym



Rys. 3. Uchwyt frezarski ze stożkiem 7:24 stosowany do obróbki automatycznej



Rys. 4. Stożek prosty: $\gamma/2$ – połowa kąta rozwarcia stożka, H – wysokość stożka, S – wierzchołek stożka, R – promień podstawy, \mathbf{b} – wektor osi stożka



Niezbędne warunki optymalizacyjne wyrażenia (1), opisujące stożek prosty w przestrzeni 3D, określili autorzy następująco:

– warunek konieczny dla określenia połowy kąta rozwarcia stożka:

$$\frac{\partial F}{\partial \cos \varphi} = 0 \tag{3}$$

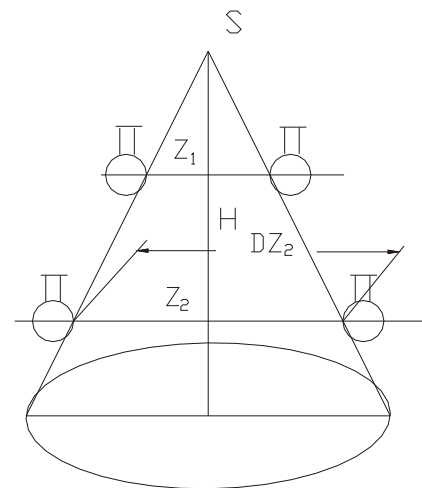
– warunek konieczny na określenie składowych wektora osi narzędzia $\mathbf{b} = [b_1, b_2, b_3]$,

$$\frac{\partial F}{\partial b_1} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial b_2} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial b_3} = 0 \tag{4}$$

Rys. 5. Stożek pochyły: γ_1, γ_2 – składowe kąta rozwarcia stożka, H – wysokość stożka, S wierzchołek, R – promień podstawy, β – kąt nachylenia osi do podstawy stożka pochyłego

Tabela 1. Współrzędne 20 punktów leżących na dwóch okręgach w odległości od bazy $Z_1 = 12,757$ mm, $Z_2 = 56,749$ mm zarejestrowane na WMP VISTA Zeiss. Stożek 7:24

x	0.00905716956	15.19930037011	56.74904911255
x	4.69776707948	14.45663755355	56.75609153228
x	8.92991108944	12.30195923856	56.75755837891
x	12.29545650442	8.93822022156	56.75667005029
x	14.45327480157	4.70202535128	56.75596526014
x	15.19895355687	-0.00727984475	56.75689768442
x	14.45156156766	-4.71580819712	56.75782001141
x	12.28750899562	-8.94868511906	56.75757947404
x	8.92971386358	-12.30172014048	56.75713154122
x	4.69847169161	-14.45471646488	56.75554230940
x	0.00020303579	-15.19618530046	56.75553106713
x	-4.69877282407	-14.44880503108	56.75549201451
x	-8.93306698203	-12.29335843523	56.75553478187
x	-12.28887052447	-8.94186923580	56.75595024948
x	-14.45267784290	-4.69890489250	56.75464834149
x	-15.19562581940	0.00523032321	56.75472314095
x	-14.44398807587	4.71230987686	56.75680054049
x	-12.28355063302	8.93859589349	56.75504055855
x	-8.92010327293	12.29841272978	56.75496861995
x	-4.69943143785	14.45140011206	56.75654772695
x	0.00136760319	21.61456593924	12.74763041561
x	6.66985895309	20.56214359525	12.75710782667
x	12.71382711469	17.48504198697	12.75634548243
x	17.48204480954	12.71402081652	12.75938722772
x	20.55461189402	6.68485507149	12.75963531052
x	21.61537858754	-0.00752684448	12.75977646525
x	20.55162744594	-6.69878509624	12.76139961628
x	17.47715086980	-12.72013494557	12.75909139026
x	12.68867683689	-17.49974218679	12.75858010421
x	6.67587121101	-20.55830975066	12.75821512124
x	0.00200123356	-21.61024412774	12.75761703257
x	-6.68939235640	-20.54573032564	12.75763709866
x	-12.70568911453	-17.48291715558	12.75743500713
x	-17.48457821793	-12.70423038575	12.75689781991
x	-20.55283980189	-6.68406263616	12.75766522254
x	-21.61177768441	0.00605516413	12.75802719310
x	-20.54811400062	6.68671369483	12.75791621972
x	-17.47382224297	12.70951125069	12.75520852563
x	-12.69729344174	17.48084124501	12.75671500838
x	-6.67580800124	20.55363100246	12.75754627656



Rys. 6. Schemat pomiaru parametrów stożka na WMP VISTA ZEISS metodą dwóch okręgów leżących wzdłuż wysokości H



Rys. 7. Pomiar stożka sondą elektrostatyczną na WMP VISTA ZEISS metodą digitalizacji

– warunek konieczny na znalezienie wektora wierzchołka stożka S ,

$$\frac{\partial F}{\partial s_1} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial s_2} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial s_3} = 0 \quad (5)$$

Rozwiązanie równania (3) i układów równań (4), (5) jest złożone, a ponadto stanowi rozwiązanie dla stożka prostego. Ze względów wykonawczych, stożek może być wykonany jako stożek pochyły. Pomiar stożka na współrzędnościowej maszynie pomiarowej (WMP), winny ten błąd wykonania stożka wychwycić.

Opracowano własny program o nazwie roboczej „CONE3DZ”, do pomiarów parametrów stożka, traktując stożek jako stożek pochyły, który na podstawie pomiarów w dwóch płaszczyznach leżących wzdłuż wysokości stożka (rys. 6), oblicza:

- współrzędne wierzchołka stożka S ,
- składowe kąta rozwarcia stożka $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$ (rys. 8),

– zbieżność stożka ($\text{tg}\lambda_1 + \text{tg}\lambda_2$),

– odległość między płaszczyznami pomiarowymi Z_1, Z_2 (rys. 6),

– średnicę stożka w płaszczyźnie pomiaru Z_2 .

3. Algorytm obliczania parametrów stożka pochyłego z warunkiem AT₂ wg dwóch pomiarów okręgów na stożku na WMP VISTA

Opracowano program o nazwie CONE3DZ, który zawiera podprogramy własne:

- aproksymacyjny płaszczyzna (SUBROUTINE SUPL3D(N)),
- aproksymacyjny okrąg (SUBROUTINE OKRL(N)),
- sortowania danych pomiarowych (SUBROUTINE ORDEDT(N)),
- standardowe podprogramy IBM: NROOT, EIGEN, MINV, GMPRD [3].

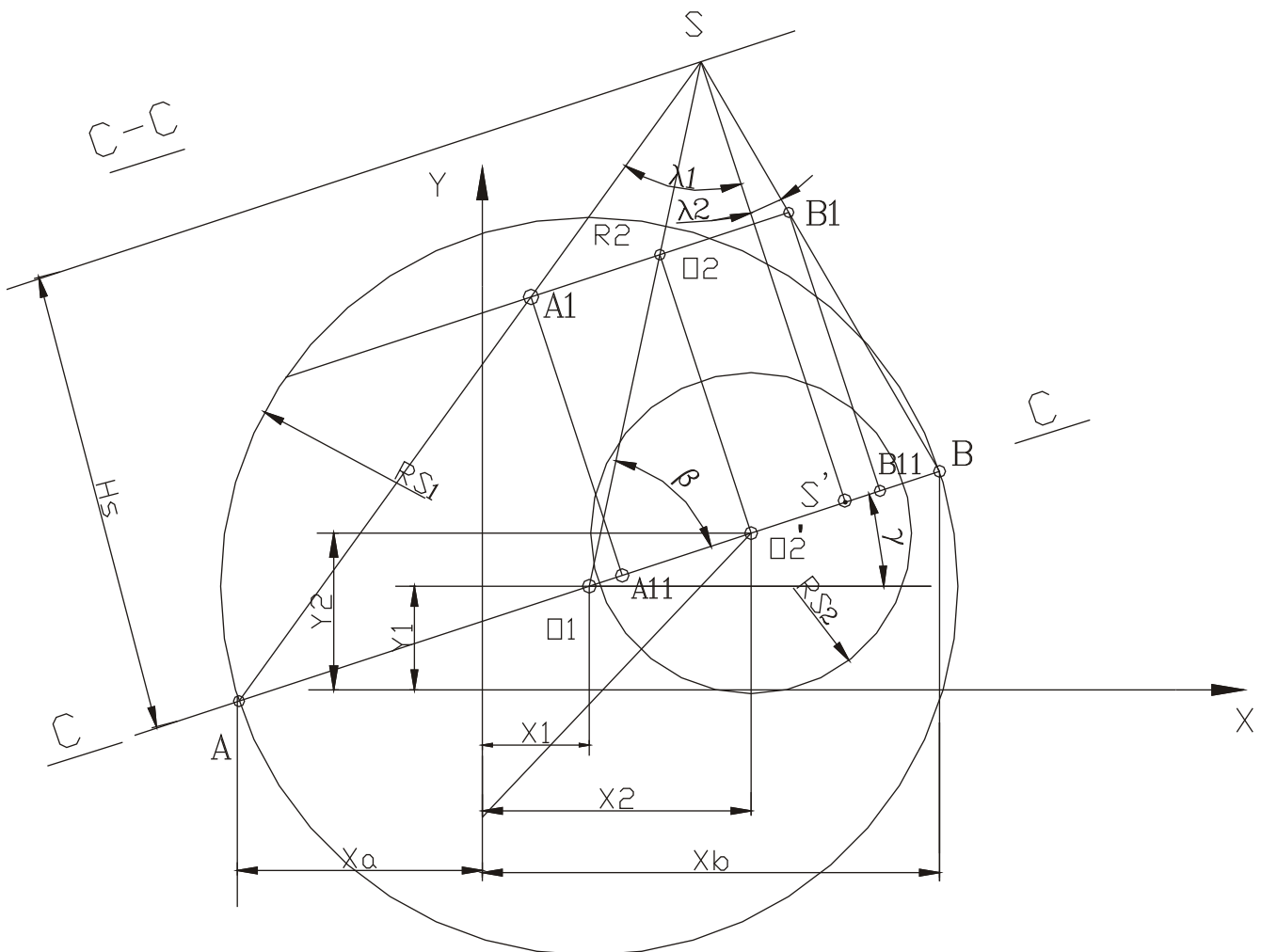
Podstawą algorytmu obliczenia parametrów stożka było spostrzeżenie, że rzut wierzchołka stożka S na płaszczyznę pomiaru Z_1 i Z_2 (rys. 8), przechodzi przez środki okręgów O_1 i O_2 w tych płaszczyznach. Niżej opisano algorytmy obliczenia parametrów stożka.

3.1. Kąt nachylenia osi stożka pochyłego

W płaszczyznach pomiaru Z_1 i Z_2 (rys. 6) podprogram OKRL(N) oblicza okręgi: promień RS_1 , współrzędne środka $O_1 (X_1, Y_1)$ oraz promień RS_2 , współrzędne środka $O_2 (X_2, Y_2)$. Wykorzystując te współrzędne program CONE3DZ oblicza kąt nachylenia β osi stożka do podstawy stożka (rys. 8).

$$\text{tg}(\beta) = \sqrt{(X_1 - X_2)^2 + (Y_1 - Y_2)^2} / (Z_1 - Z_2) \quad (6)$$

W programie CONE3DZ wprowadzono warunek: jeśli wartość kąta β jest mniej-



Rys. 8. Parametry stożka pochyłego: O_1-O_2 – oś stożka pochyłego, λ_1, λ_2 – składowe kąta rozwarcia stożka, S – wierzchołek stożka, β – kąt nachylenia osi stożka do podstawy, RS_1, RS_2 – promienie podstawy dolnej i górnej stożka ściętego

sza od tolerancji kąta w klasie dokładności 2 –AT2, tj. 2,5" (sekundy kątowej), to stożek jest prosty (tolerancje kąta rozwarcia stożka wg [1]).

3.2. Składowe kąta rozwarcia stożka

Kąt rozwarcia stożka pochyłego składa się z sumy dwóch składowych λ₁, λ₂ (rys. 8). Zachodzi potrzeba obliczenia współrzędnych wierzchołka stożka S. Współrzędne wierzchołka oblicza się z równania parametrycznego prostej w przestrzeni:

$$\left. \begin{aligned} X_s &= X_1 + t_s \cdot ACN \\ Y_s &= Y_1 + t_s \cdot BCN \\ Z_s &= Z_1 + t_s \cdot CCN \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

gdzie, |AC, BCN, CCN| – składowe wektora O₁O₂.

Wartość parametru t_s w równaniach (7) oblicza się z podobieństwa trójkątów (rys. 7):

$$\Delta SA'O_2 \cong \Delta SAO_1, \quad (8)$$

Wartość parametru t_s wynosi:

$$t_s = 1 + \frac{RS_2}{RS_1 - RS_2} \quad (9)$$

Ponieważ punkty A, O₁, S, B leżą w tej samej płaszczyźnie Z₁, składowe kąty rozwarcia stożka λ₁, λ₂ oblicza się za pomocą funkcji cosinus (rys. 7):

$$\cos \lambda_1 = AS/SS' \quad (10)$$

$$\cos \lambda_2 = BS/SS'$$

Kąt rozwarcia stożka λ:

$$\lambda = \arccos \lambda_1 + \arccos \lambda_2 \quad (11)$$

3.3. Zbieżność C stożka pochyłego

Zbieżność stożka prostego definiowana jest z zależności:

$$C = (D_2 - D_1)/(Z_2 - Z_1) \quad (12)$$

gdzie:

D₂, D₁ – średnice stożka pochyłego (rys. 5),

Z₂, Z₁ – współrzędne podstawy dolnej i górnej stożka pochyłego (rys. 5).

W powiązaniu z kątem rozwarcia stożka, zbieżność stożka prostego określa zależność:

$$C = \text{tg}(\lambda/2) + \text{tg}(\lambda/2) = 2 \text{tg}(\lambda/2) \quad (13)$$

Przez analogię, zbieżność stożka pochyłego określa zależność:

$$C = \text{tg}(\lambda_1) + \text{tg}(\lambda_2) \quad (14)$$

3.4. Średnica stożka ściętego

Podstawy stożka ściętego na trzpieniu frezarskim mają najczęściej promienie zaokrąglenia. Dlatego wymiar stożka, tj. jego średnica podawana jest w pewnej odległości od podstawy dolnej lub górnej stożka. W programie CONE3Z oblicza

się średnicę stożka w płaszczyźnie pomiarowej Z₂ (rys. 6). Wzory, wg których program oblicza średnicę stożka wynikają z obliczonego wcześniej kąta rozwarcia stożka λ. Są one następujące:

– średnica stożka zewnętrznego:

$$DZS_{1z} = 2 RS_1 - RK/(\cos \lambda_1 + \cos \lambda_2) \quad (15)$$

gdzie:

RK – promień kulki sondy pomiarowej,

RS₁ – promień okręgu w płaszczyźnie Z₁ obliczony przez podprogram OKRL(NN).

– średnica stożka wewnętrznego:

$$DZS_{1w} = 2 RS_1 + RK/(\cos \lambda_1 + \cos \lambda_2) \quad (16)$$

Oznaczenia jak wyżej.

4. Analiza wartości parametrów stożka

W celu oszacowania poprawności prezentowanego programu CONE3DZ do obliczenia parametrów stożka, zestawiono w dwóch tabelach, (Tab. 2 i Tab. 3), parametry stożka obliczone przez oprogramowanie CALIPSO na WMP VISTA ZEISS, oraz program CONE3DZ. Z obu zestawień wynika, że program CONE3DZ jest poprawny. Do wykorzystania go na WMP, które nie obliczają parametrów (Tab. 3), wystarczy wykorzystać zapisy współrzędnych zarejestrowane podczas pomiarów stożka na tych maszynach, analogicznych do współrzędnych (Tab. 1).

Tabela 2. Wyniki obliczeń parametrów stożka uzyskane z pomiarów na WMP VISTA ZEISS

C A R L Z E I S S / C A L Y P S O 3.5.04 PROTOKÓŁ ROBOCZY					
Plan kontroli	Kontroler	Data	Nr Cz.Mierz.		
AARF	Master	17 August 2020	1		
VISTA					
Nazwy	Opis	Statystyka / Odniesienia 1-			
Symbol / Odniesienia	War.rz.	Nominal	Tolerancja	Odchyl.	Histogr.
Stożek 1	Stożek Gaussa	#P	(72)	Zewn.	
X	0.0049	0.0000	S	0.0023	
Y	0.0010	0.0000	Min	(33)	-0.0062
Z	55.2001	55.2001	Max	(41)	0.0029
D	28.8495	28.8000	Kszt		0.0091
K1 Y/-Z	0.0005	0.0000			
K2 X/-Z	0.0000	0.0000			
KW	16.5918	16.6000			

Tabela 3. Wyniki obliczeń parametrów stożka uzyskane z programu CONE3DZ wg współrzędnych punktów z pomiaru stożka na WMP VISTA ZEISS

1. Parametry płaszczyzny Z1 normalnej regresji ortogonalnej CA, CB, CC, DP =				
-0.000062	0.000040	1.000000	56.755777	
2. Współrzędne środka okręgu S1 na płaszczyźnie Z1				
XS1	YS1	ZS1	RS1	
0.003362	-0.000101	56.755777	15.197673	
3. Parametry płaszczyzny Z2 normalnej regresji ortogonalnej CA, CB, CC, DP =				
-0.000058	0.000068	1.000000	12.757492	
4. Współrzędne środka okręgu S2 na płaszczyźnie Z2				
XS2	YS2	ZS2	RS2	
0.003659	0.000148	12.757492	21.612877	
5. Kąt nachylenia osi: stopnie, min, sec				
Kat BT(2) =	89	STOPNIE	BT(2) =	59 MIN BT(2) = 58 SEC
6. Współrzędne (XSCN, YSCN, ZSCN) wierzchołka S stożka				
XSCN =	0.0041	YSCN =	0.0005	ZSCN = 160.9881
7. Kąty wierzchołkowe stożka FI, FI1, FI2				
FI =	16.5912	FI1 =	8.2961	FI2 = 8.2951
8. Kąt wierzchołkowy FI: stopnie, min, sec				
Kat FI =	16	STOPNIE	FIMN =	35 MIN FISC = 28 SEC
9. Zbieżność - suma tang. (TFI1RD+TFI2RD)				
Zbieżność - suma tang. (TFI1RD+TFI2RD)	0.2916			
10. Średnica stożka DZS1 w odległości ZS1				
Średnica DZS1 =	29.9063	Odległość ZS1 =	56.7558	
11. Wysokość stożka pochylonego				
Wysokość stożka HCON =	104.232315 mm			
12. Odległość między płaszczyznami pomiarowymi PL1, PL2				
Odległość między PL2, PL1 =	43.998285 mm			

4.1. Wartości parametrów stożka zarejestrowane na WMP VIST ZEISS

Pomiar stożka na WMP VISTA ZEISS składa się z kilku wymienionych niżej czynności:

- uzbrojenie głowicy w trzpień pomiarowy (sonda elektrostykowa),
- kalibracja sondy, której zadaniem jest ustalenie promienia końcówki kulistej,
- zdefiniowanie elementów układu bazowego, na który złożyły się: stożek, okrąg 1, okrąg 2, płaszczyzna, punkt ustalający zwrot osi OX,
- wyznaczenie układu bazowego,
- zdefiniowanie tzw. kostki bezpieczeństwa, w trzech osiach: oś Z (+120, +10), oś X (+40, -40), oś Y (+40, -40),

– pomiar stożka zewnętrznego w dwóch płaszczyznach w 6-ściu punktach każdego okręgu,

– pomiar stożka zewnętrznego w dwóch płaszczyznach w 20 punktach każdego okręgu w trybie automatycznym.

Wyniki pomiarów stożka zewnętrznego na trzpieniu frezarskim (rys. 7) zamieszczono w Tab. 2.

4.2. Wartości parametrów stożka zarejestrowane przez program CONE3DZ

Plik tekstowy ze współrzędnymi środka kulki sondy pomiarowej uzyskane w dwóch przekrojach (Tab. 1), wprowadzono do programu CONE3DZ. Program odtwarza wczytane punkty w celu sprawdzenia poprawności ich wczytania, następnie

współrzędne punktów pomiarowych są przetwarzane przez program zgodnie z zależnościami przedstawionymi w rozdziale 3. Przedstawione w Tabeli 3 wyniki przetwarzania oznaczono kolejnymi liczbami (1÷12).

5. Wnioski

Na podstawie przeprowadzonych badań i analizy ich rezultatów sformułowano następujące spostrzeżenia i wnioski:

– dokładności obliczenia parametrów stożka uzyskane przez program CONE3DZ są porównywalne z wynikami zarejestrowanymi podczas pomiarów na WMP VISTA ZEISS, obliczonymi przez program CALYPSO,

– przedstawiony program CONE3DZ oblicza więcej parametrów stożka, niż program CALYPSO VISTA ZEISS (Tab. 2),

– pomiar średnicy stożka w pewnej odległości l od podstawy stożka jest przydatny w przypadku gdy stożek ma zaokrąglenia dolnej i górnej podstawy,

Prezentowane oprogramowanie wykorzystuje się obecnie w celu poszerzenia zbioru wyników pomiarów stożków, uzyskanych z WMP KOORDYNATOMETR XYZ, OB-RN VIS Warszawa, obliczanych przez program XYZ. W tym celu wykorzystuje się zapisy współrzędnych punktów, zarejestrowane podczas pomiarów stożka, które są analogiczne do współrzędnych punktów (Tabl. 1), wyprodukowanych z WMP VISTA ZEISS. .

Literatura

1. Polska norma PN-77/M-02136 Układ tolerancji kątów.
2. Ratajczyk E.: Współrzędnościowa technika pomiarowa. Maszyny i roboty pomiarowe. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1994.
3. Sbornik Naučných Program na Fortranie 2, Rukavodstvo dla Programista, Vypusk 2, Matričnaja Algebra Liniejnaja Algebra, Moskva <STATISTICA> 1974, SUBROUTINE GMPRD str. 32, SUBROUTINE MINV.
4. Schipke S., Geise G.: Ein spezialles Verfahren zur Ermittlung eines Ausgleichskegels, Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen Universität Dresden, Jahr 1978, heft 28, s. 1191-1192.