

Dr inż. Wojciech Sawczuk

Instytut Silników Spalinowych i Transportu
Politechnika Poznańska
ul. Piotrowo, 60-965 Poznań, Polska
E-mail: wojciech.sawczuk@put.poznan.pl
Tel. +48 61224 4510

Model analityczny zmienności współczynnika tarcia kolejowego hamulca tarczowego na podstawie wielofazowych badań stanowiskowych

Słowa kluczowe: *kolejowy hamulec tarczowy, współczynnik tarcia, regresja wieloraka*

Streszczenie: W pojazdach szynowych, podobnie jak w samochodowych, podstawowym hamulcem roboczym jest cierny hamulec tarczowy. Ze względu na coraz większe prędkości jazdy, hamulec tarczowy w wielu pojazdach kolejowych jak i tramwajowych wyparł już hamulec klockowy, który niezmiennie jeszcze jest stosowany w pociągach towarowych. W procesie dłuższej eksploatacji pary ciernej tarcza-okładzina główne parametry procesu hamowania jak przebieg współczynnika tarcia obniża się, co w konsekwencji wydłuża drogę hamowania. W artykule przedstawiono wyniki kilkuletnich badań kolejowego hamulca tarczowego w różnych stanach jego zużycia z uwzględnieniem między innymi wymagań stawianych przez Międzynarodowy Związek Kolei UIC w zakresie dopuszczenia okładzin hamulcowych do eksploatacji.

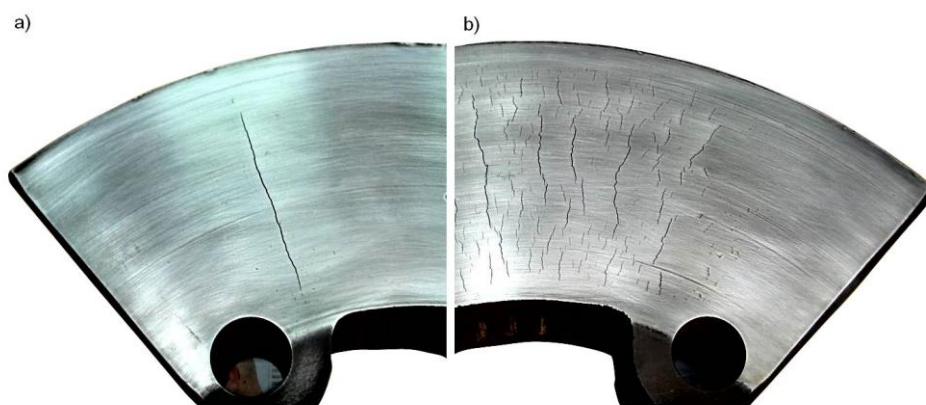
1. Wprowadzenie

Ze względu na charakter tarcia w hamulcu tarczowym (tarcie suche) możliwe jest odniesie pracy tego hamulca do różnych modeli tarcia. W przypadku postoju pojazdu możliwe jest odniesienie do takich modeli tarcia statycznego jak model Karnopp'a [21], Quinn'a, Awrejcewicza [4, 12], Adamsa [8] czy Wojewody [55]. Modele te bazują na modelu tarcia Coulomba. Jednak podczas procesu hamowania od zadanej prędkości aż do zatrzymania wykorzystywane są dynamiczne modele tarcia (pochodzące z modelu Dahla) jak np. model LuGre [34, 40], model Leuven [30] czy model GMS [2]. Zakres pracy hamulca tarczowego jest bardzo złożony zarówno pod względem prędkości czy obciążenia jak i stanów przejścia między tarcie spoczynkowe a kinetyczne. Duża liczba parametrów zmiennych utrudnia proces modelowania tarcia w układzie hamulca, co powoduje znaczną rozbudowę modelu i dłuższy czas obliczeniowy.

Para cierna kolejowego hamulca tarczowego przed dopuszczeniem do eksploatacji musi spełni szereg wymagań stawianych przez obecne przepisy. Dla okładzin ciernych są to przepisy TSI (Techniczne Specyfikacje Interoperacyjności) odnoszące się do kart UIC natomiast dla tarczy hamulcowej normy PN-EN. Weryfikowane jest to czasami kilkudniowymi testami na stanowiskach hamulcowych. Aby w jak najlepszym stopniu odzwierciedli warunki jakie występują w czasie hamowania pociągu z hamulcem tarczowym, badania prowadzone są w skali 1:1 tj. na obiektach rzeczywistych. Ze względu na rozmiar stanowiska oraz koszty jego utrzymania, w Europie znanych i dostępnych jest tylko kilka takich stanowisk, w przeciwieństwie do stanowisk do hamulców samochodowych, które w większości przypadków znajdują się u producenta okładzin ciernych. Okładziny cierne kolejowego hamulca tarczowego wytwarzane są z materiału organicznego składającego się z termo utwardzonych żywic, elastomerów syntetycznych, modyfikatorów tarcia oraz włókien metalowych [25, 52]. Drugim typowym materiałem na okładziny cierne są spieki metaliczne

jako kompozyty zawierające szereg składników metalicznych stanowiących osnowę i niemetalicznych w postaci dodatków ślizgowych, ciernych i wypełniaczy [23, 25]. W przypadku pojazdów samochodowych również występują okładziny cierne ceramiczne [38, 39, 54] charakteryzujące się stabilniejszym przebiegiem współczynnika tarcia względem materiału kompozytowego.

Badania weryfikacyjne na stanowiskach hamulcowych poprzedzone są badaniami laboratoryjnymi próbek materiału ciernego oraz symulacjami w takich programach jak ANSYS czy ABAQUS [6, 22, 36]. Wówczas możliwa jest np. ocena rozkładu temperatury na tarczy hamulcowej co m.in. przedstawiono w pracach [9, 20, 42]. W zakresie rozkładu temperatury wielu badaczy zajmuje się problematyką wyjaśnienia i modelowania zjawiska typu hot spots tj. gorących obszarów występujących na powierzchni tarcz hamulcowych, jak również tarcz sprzęgieł samochodowych zawartych w pracach [23, 29]. Osobnym zagadnieniem poruszonym przez wielu badaczy [19, 23, 49, 57] jest proces zmęczeniowego pęknięcia tarcz hamulcowych pod wpływem cyklicznego nagrzewania podczas hamowania oraz chłodzenia tarczy po hamowaniu (widmo eksploatacyjne tarczy). Efektem szybkiego przyrostu temperatury tarczy oraz jej równie szybkie (w przypadku tarcz wentylowanych) lub powolne (dla tarcz pełnych) chłodzenie, są pęknięcia powierzchniowe występujące na powierzchni cierniej tarczy w postaci siatki mikropęknięć. Na rysunku 1 przedstawiono typowe uszkodzenia tarcz hamulcowych w zakresie pojedynczych pęknięć na powierzchni cierniej jak i mikropęknięć występujących na znacznej części powierzchni tarczy.



Rys.1. Widok pierścieni ciernych hamulca tarczowego po kilkuletniej eksploatacji: a) z jednym pęknięciem, b) z pęknięciami powierzchniowymi

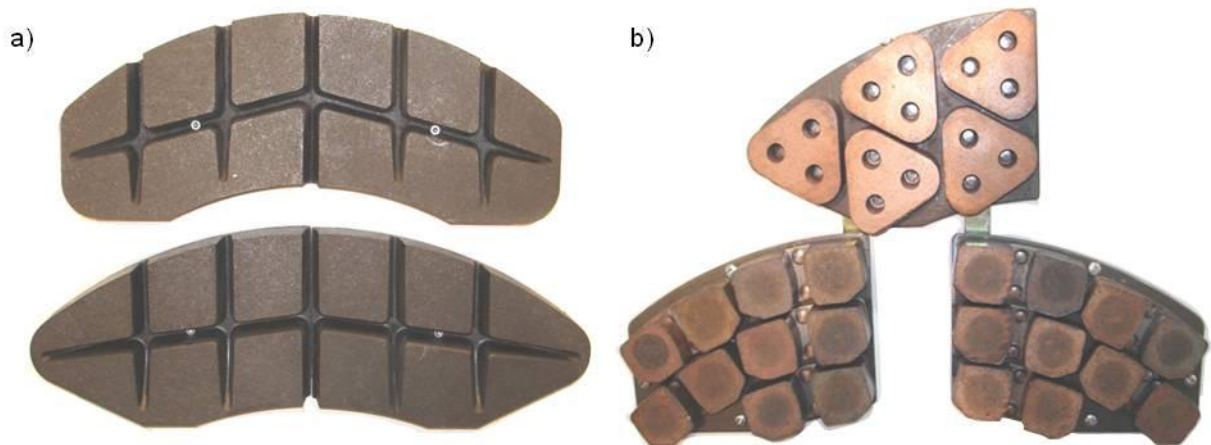
Jednak zjawisko pęknięć termicznych możliwe jest do identyfikacji dopiero po pierwszych seriach hamowań (około 300 i więcej) na stanowisku hamulcowym lub podczas eksploatacji szczególnie samochodów ciężarowych. Osobnym zjawiskiem występującym w eksploatacji hamulca tarczowego jest nierównomierne zużycie okładzin ciernych związane ze złym ułożeniem się okładzin względem tarczy. W pracy [19] przedstawiono wyniki zużycia okładzin ciernych hamulca tarczowego z eksploatacji piętrowych kolejowych wagonów pasażerskich typu Bmnopux. W pracy przedstawiono takie przykłady nierównomiernego zużycia okładzin ciernych jak, większe zużycie okładzin na promieniu zewnętrznym tarczy względem promienia wewnętrznego tarczy, ubytki krawędziowe oraz pęknięcia czy wyrwania całych fragmentów okładzin od płytki nośnej. W tym zakresie cały czas trwają prace nad takim doбором materiałów na parę cierną hamulca tarczowego aby uzyskać kompromis w zakresie kosztów wytworzenia (dodatkowe procesy cieplno-chemiczne przy wytwarzaniu odlewów tarcz hamulcowych) a zużyciem i własnościami cierno-mechanicznymi pary cierniej hamulca opisywane w pracach [1, 3, 10, 13, 14, 42]. Natomiast w pracach [7, 11, 37] przedstawiono zagadnienia związane z modelami tarcia oraz modelowaniem zużycia ciernego elementów układu hamulcowego na podstawie badań eksploatacyjnych. Osobnym

zagadnieniem poruszonym przez wielu badaczy przedstawione w pracach [24, 31, 52] są drgania i hałas generowany przez hamulce w czasie hamowania. W pracach [17, 18, 50, 51] zawarto analizy sygnałów wibroakustycznych w dziedzinie czasu, amplitud oraz częstotliwości pozwalające zarówno na ocenę pracy maszyn wirnikowych, hamulców oraz w zakresie identyfikacji ich uszkodzeń.

Celem artykułu jest przedstawienie modelu do oszacowania wartości średniego współczynnika tarcia kolejowego hamulca tarczowego w oparciu o parametry procesu hamowania jak i niektóre parametry konstrukcyjno-eksploatacyjne pary ciernej tarcza-okładzin hamulca tarczowego. Modelowanie wartości współczynnika tarcia z wykorzystaniem regresji wielorakiej przeprowadzono w oparciu o kilkuletnie badania kolejowego hamulca tarczowego na stanowisku hamulcowym w zakresie zmienności chwilowego jak i średniego współczynnika tarcia. Należy podkreślić, że obecne przepisy w zakresie dopuszczenia takich elementów układu hamulcowego jak tarcza hamulcowa i okładzina cierna sprowadza się do pozytywnego wyniku badania na certyfikowanym stanowisku hamulcowym tylko dla przypadku nowej (nie zużytej) tarczy hamulcowej oraz okładzin, bez sprawdzenia charakterystyk tarciovych w przypadku elementów częściowo lub całkowicie zużytych.

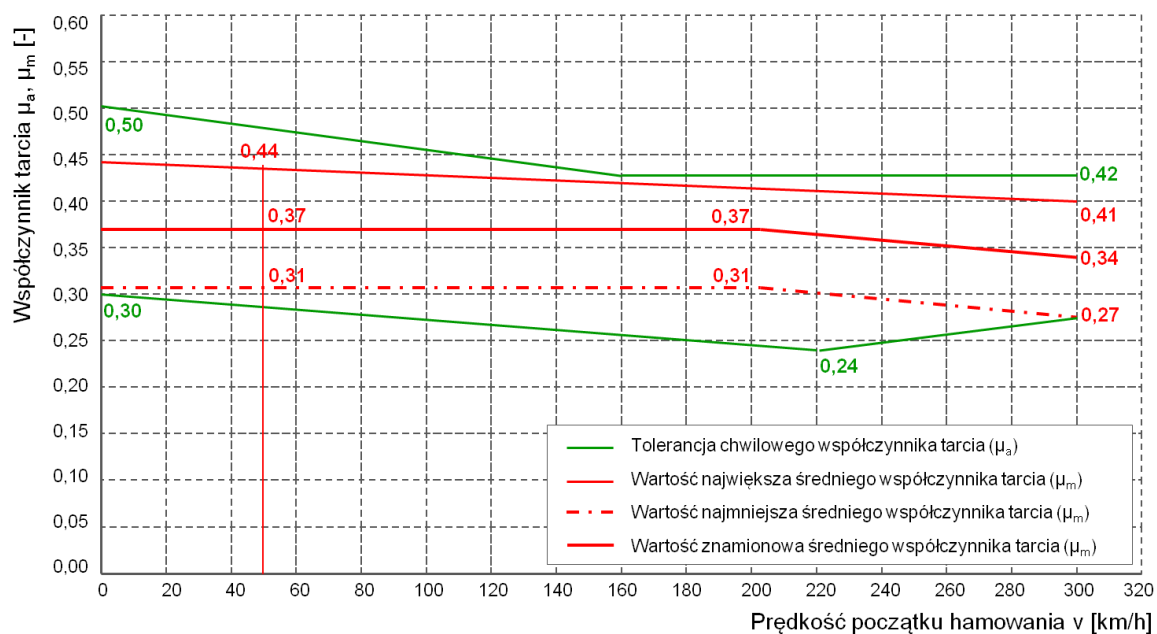
2. Wymagania stawiane parze ciernej hamulca tarczowego

W pojazdach szynowych stosuje się dwa typy okładzin ciernych wykonanych z materiału organicznego lub spiekanego, co przedstawia rysunek 2.



Rys.2. Widok okładzin ciernych do kolejowego hamulca tarczowego: a) z materiału organicznego, b) z materiału spiekanego

W zależności od zastosowanej okładziny podczas badań stanowiskowych na certyfikowanych stanowiskach do badań układów hamulcowych pojazdów szynowych, sporządza się odpowiednie charakterystyki przebiegu chwilowego i średniego współczynnika tarcia.



Rys. 3. Zakres tolerancji współczynników tarcia pary ciernej kolejowego hamulca tarczowego podczas badań stanowiących zgodnie z [26]

Okładzina hamulcowa wykonana z materiału organicznego oraz spiekane zgodnie z [26] musi zapewnić przebieg współczynnika tarcia pary ciernej w stanie suchym na średnim poziomie 0,37. Zakres tolerancji chwilowego i średniego współczynnika tarcia przedstawia rysunek 3. Ponadto do głównych wymagań stawianym okładzinom hamulcowym do pojazdów szynowych zgodnie z kartą UIC 541-3 jest bezwzględny zakaz stosowania azbestu niebieskiego, ponadto odradza się użycia ołowiu, cynku i ich stopów oraz innych składników, które w postaci pyłu cząsteczek, gazów, mogą wydzielać się w czasie eksploatacji hamulca tarczowego i zagrażać zdrowiu pasażerów, negatywnie wpływając na ich samopoczucie.

Materiał na okładziny hamulcowe powinien być tak dobrany, aby zapewniał jak najlepszy kompromis między:

- własnościami ciernymi pary ciernej,
- zużyciem i trwałością okładzin hamulcowych,
- szkodliwym oddziaływaniem na tarczę hamulcową.

Ponadto współczynnik tarcia pary ciernej hamulca tarczowego powinien być możliwie niezależny od:

- prędkości początkowej hamowania,
- siły docisku okładzin hamulcowych do tarczy hamulcowej,
- stanu dotarcia okładzin hamulcowych,
- wpływów atmosferycznych (deszcz, śnieg),
- temperatury powierzchni ciernej tarczy hamulcowej.

Natomiast pod wpływem wilgoci, śniegu czy lodu, dopuszcza się nieznaczne odchylenia średniego współczynnika tarcia pary ciernej w odniesieniu do hamowań wykonywanych w stanie suchym. Średni współczynnik tarcia, w tych warunkach może odbiegać w odniesieniu do hamowań wykonanych w stanie suchym nie więcej niż o $\pm 15\%$. Średni współczynnik tarcia pary ciernej podczas hamowań w stanie suchym do zatrzymania, przeprowadzonych przy temperaturze powierzchni ciernej tarczy powyżej 140°C , może odbiegać w odniesieniu do hamowań wykonanych w stanie zimnym tarczy do 60°C , nie więcej niż o 15% [26].

Podczas hamowań ciągłych (symulacja zjazdu ze spadku) z maksymalną mocą do 43 kW na parę cierną, współczynnik tarcia powinien spełniać następujące warunki [26]:

- średni współczynnik tarcia z całego hamowania powinien zawierać się w granicach od 0,25 do 0,50,
- amplituda przebiegu chwilowego współczynnika tarcia z całego hamowania powinna wynosić nie więcej niż 0,15.

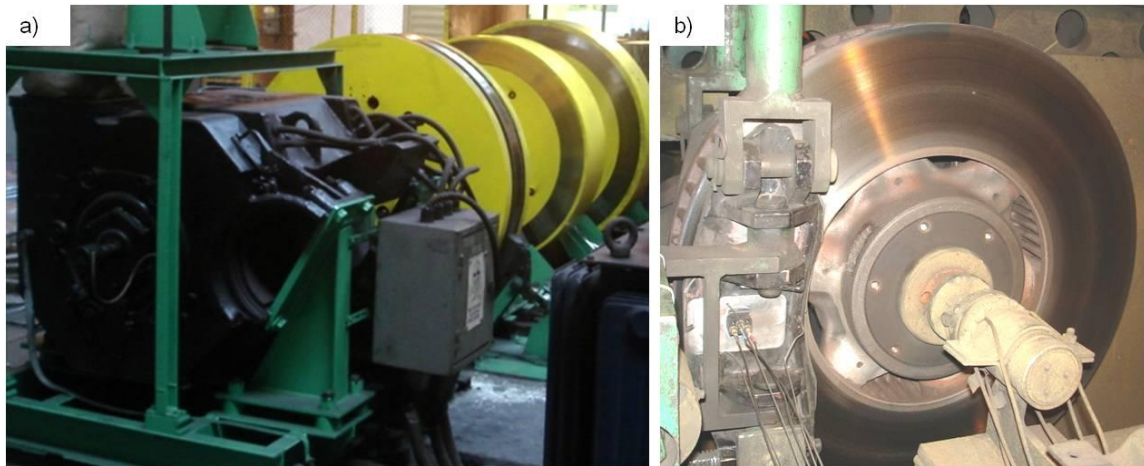
Powyższe wymagania organiczny materiał cierny powinien spełnić do temperatury 400°C tarczy hamulcowej oraz do temperatury 550°C tarczy hamulcowej przy hamowaniu okładzinami wykonanych ze spieków metalicznych [26].

Ponadto w przepisach TSI oraz kartach [26, 27, 47, 48] dotyczących wymagań stawianych okładzinom hamulca tarczowego podane jest, że materiał cierny musi spełniać wymagania odnośnie tolerancji chwilowego i średniego współczynnika tarcia w całym zakresie grubości (zużycia) okładziny hamulcowej przewidzianej do zużycia tj. do 5 mm z 35 mm grubości dla okładziny nowej.

Podczas badania tarcz hamulcowych zgodnych z normami [43, 45] sprawdza się wymagania dotyczące rozpraszanej energii, mocy hamowania, prędkości początku hamowania, masy do wyhamowania przypadającej na jedną tarczę hamulcową oraz opóźnienia hamowania. W zależności od programu badan symulującego hamowanie lekkiego pojazdu szynowego lub w skrajnym przypadku lokomotywy lub zespołu trakcyjnego z dużych prędkości wymagana energia do rozproszenia zawiera się w przedziale 4,6÷37 MJ. Moce hamowania w czasie hamowań powinny wynieść 400÷667 kW przy prędkościach początku hamowania zawartych w przedziale 120÷400 km/h. W czasie badań stanowiskowych masy do wyhamowania wynoszą 6÷10 t w zależności od typu hamowania, natomiast opóźnienie powinno zawierać się w przedziale 0,8÷1,2m/s². W ostatnich wydaniach normy [45] pojawiły się kolejne wymagania dotyczące energii pobieranej przez wentylowane tarcze hamulcowego w czasie jej obrotu przy wyłączonych hamulcach (symulacja jazdy pociągu z ustaloną prędkością bez hamowania) oraz hałasu generowanego w czasie testu przez hamulec tarczowy. W zależności od zastosowanej tarczy wentylowanej, moc zużywana w czasie jej obrotu nie powinna przekraczać 5 kW. W załączniku B do normy [45] zawarta jest metodyka pomiaru hałasu bez podanych wartości granicznych jakich nie powinien uzyskiwać w czasie hamowania hamulec tarczowy. W Regulaminie 90 [53] odnośnie tarcz hamulcowych (mimo, że do pojazdów samochodowych) dodatkowo zawarte są m.in. wymagania w zakresie zawartości węgla, krzemu, manganu, chromu i miedzi w zależności od materiału na tarcze hamulcowe (żeliwne, stalowe węglowe lub stopowe). Ponadto podane są przedziały twardości, które w przypadku tarcz żeliwnych powinny wynieść 190÷248 HBW oraz wielkości geometryczne tarczy jakie powinna spełniać po obróbce mechanicznej, takie jak: zmiana grubości, bicie osiowe, równoległość powierzchni, płaskość i chropowatość powierzchni. W przypadku tarcz kolejowych, wielkości geometryczne tarczy podane są dopiero w Dokumentacji Techniczno-Ruchowej konkretnego pojazdu jak lokomotywa, elektryczny zespół trakcyjny czy wagon pasażerski.

3. Metodyka i obiekt badań

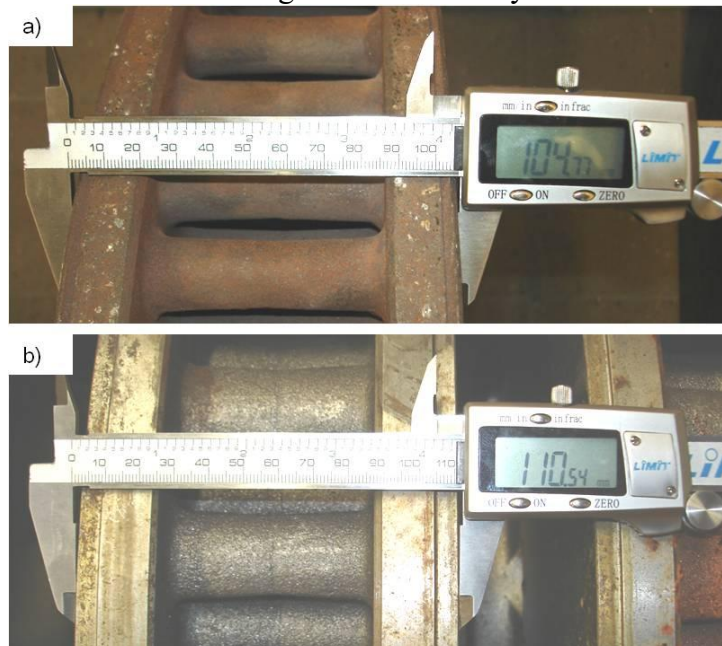
Badania dotyczące wyznaczenia wybranych charakterystyk procesu hamowania w zależności od stanu pary cierniej hamulca tarczowego zostały przeprowadzone w oparciu o założenia eksperymentu czynnego zgodnie z [32, 35]. W czasie badań celowo i w określony sposób zmieniano parametry wejściowe (stanu układu hamulcowego) i obserwowano ich wpływ na zmiany parametrów wyjściowych.



Rys. 4. Widok obiektu badań na stanowisku hamulcowym do badania kolejowych hamulców tarczowych: a) widok na część napędową stanowiska hamulcowego z masami wirującymi, b) tarcza hamulcowa typu 610×110 zamocowana na stanowisku hamulcowym

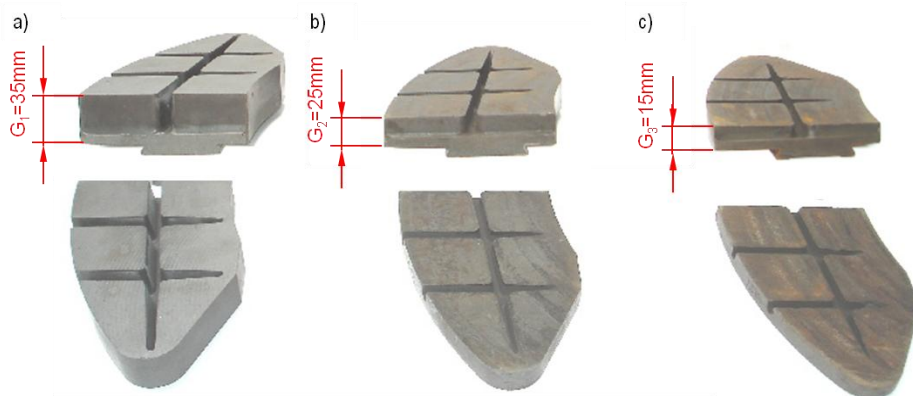
Badania o charakterze trybologicznym zostały przeprowadzone na stanowisku hamulcowym bezwładnościowym, przedstawionym na rysunku 4. Na stanowisku jest możliwe wykonanie badań kolejowego hamulca klockowego oraz hamulca tarczowego, odzwierciedlających rzeczywiste warunki, jakie występują podczas hamowania pojazdu szynowego.

Badaniami zostały objęte dwie wentylowane tarcze hamulcowe o wymiarach 610×110 wykonane z żeliwa szarego. Pierwsza tarcza nowa, druga zużyta do grubości 105 mm (przed badaniami) ze 110mm jak przy tarczy nowej. Tarcza zużyta poddana została regeneracji przez przetoczenie. Masy tarcz hamulcowych wynosiły $m_{T1}=116,0$ kg (tarcza nowa) i $m_{T2}=111,5$ kg (tarcza zużyta). Obie tarcze hamulcowe przygotowane zostały do badań zgodnie z normą [44]. Rysunek 5 przedstawia widok zastosowanych podczas badań tarcz hamulcowych. Ponadto w czasie badań zastosowano organiczne okładziny cierne.



Rys. 5. Widok tarcz hamulcowych zastosowanych podczas badań: a) tarcza zużyta o grubości 104 mm po badaniach na stanowisku, b) tarcza nowa o grubości 110 mm

Okładziny, zgodnie z procedurą producenta oraz wymaganiami zawartymi w [26] były wykonane z żywicy termoutwardzalnej, elastomeru syntetycznego, włókna metalowego i organicznego oraz modyfikatorów tarcia. Do badań stanowiskowych zastosowano po trzy komplety okładzin na każdą tarczę hamulcową. Pierwszy nowy komplet okładzin (4 sztuki) o grubości $G_1=35$ mm oraz dwa komplety zużyte do grubości $G_2=25$ mm i $G_3=15$ mm. Masy okładzin ciernych wyniosły odpowiednio $m_{G1}=1,75$ kg (okładzina nowa), $m_{G2}=1,45$ kg (okładzina zużyta do grubości 25 mm), $m_{G3}=1,02$ kg (okładzina zużyta do grubości 15 mm). Widok zastosowanych okładzin ciernych przedstawia rysunek 6.



Rys. 6. Widok organicznych okładzin ciernych zastosowanych podczas badań: a) okładziny nowe o grubości 35 mm, b) okładziny zużyte do grubości 25 mm, c) okładziny zużyte do grubości 15 mm

Badania stanowiskowe przeprowadzono zgodnie z kartą UIC 541-3. Każdy program badań odnosi się do specyficznych warunków pracy hamulca w czasie eksploatacji pojazdu. W celu odzwierciedlenia rzeczywistych warunków, jakie występują w czasie hamowania wagonów pasażerskich z hamulcem tarczowym, wybrano program badawczy C – szybka jazda.

Parametrami zmienianymi (sterowanymi) w czasie badań trybologicznych były:

- stan tarczy hamulcowej: nowa o grubości 110mm i zużyta do grubości 105mm,
- grubość okładziny ciernej: $G_1=35$ mm, $G_2=25$ mm i $G_3=15$ mm,
- prędkość początku hamowania: $v= 50, 80, 120, 160$ i 200km/h ,
- docisk okładziny do tarczy: $p= 28$ i 44kN ,
- masa do wyhamowania przypadająca na jedną tarczę: $M= 4,4$ i $7,5\text{t}$.

Przed rozpoczęciem zasadniczych badań o charakterze trybologicznym, przeprowadzono serię hamowań docierających okładziny ciernej. Zgodnie bowiem z [26], hamowania wstępne należy prowadzić do chwili uzyskania odnowienia powierzchni ciernej okładziny przekraczającej 75% powierzchni przed docieraniem.

Podczas badań na stanowisku bezwładnościowym rejestrowano chwilowy współczynnik tarcia μ_a , zdefiniowany następująco [52]:

$$\mu_a = \frac{F_t}{F_b} \quad (1)$$

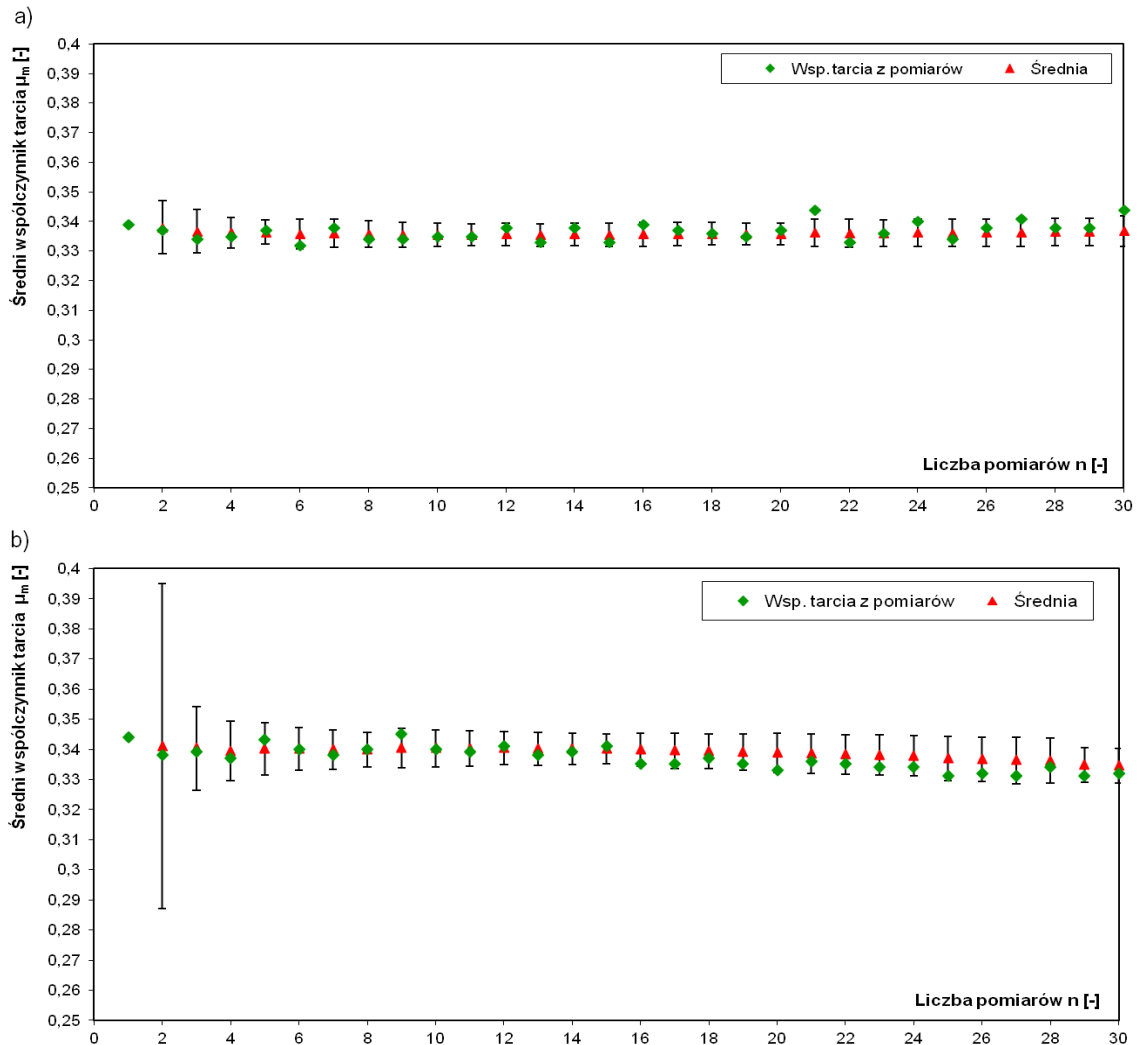
gdzie: F_t – chwilowa siła styczna odniesiona do promienia hamowania r ,
 F_b – całkowita chwilowa siła nacisku na tarczę hamulcową.

Następnie obliczano średni współczynnik tarcia μ_m , jako całkę oznaczoną z chwilowego współczynnika tarcia po drodze hamowania s_2 [26]:

$$\mu_m = \frac{1}{s_2} \int_0^{s_2} \mu_a ds \quad (2)$$

Przed badaniami stanowiskowymi o charakterze trybologicznym (po dotarciu okładzin), wykonano serię 30 hamowań do oceny statystycznej. Badanie miało na celu wyznaczenie minimalnej ilości powtórzeń, zapewniających otrzymanie wyników w zadowalającym przedziale ufności, wynoszącym 95 %, przy przyjętym poziomie istotności, $\alpha=0.05$, przy którym obserwuje się najmniejszy współczynnik zmienności. Analizie statystycznej poddano wartość średniego współczynnika tarcia ślizgowego μ_m zmierzonego w 30 próbach przy nieziennej prędkości początku hamowania wynoszącej 120 km/h. Pomiar został przeprowadzony po dotarciu okładzin zgodnie wymaganiami zawartymi w Karcie UIC 541-3. Każde kolejne hamowanie było poprzedzone chłodzeniem tarczy na wolnym powietrzu poprzez jej swobodny obrót, przez co symulowano jazdę wagonu z prędkością 100km/h. Po obniżeniu temperatury tarczy do wartości 60°C przerywano jej chłodzenie i rozpoczynano kolejne hamowanie. W celu wyznaczenia minimalnej liczby hamowań obliczono wartość średnią, odchylenie standardowe, pola przedziału ufności oraz współczynnik zmienności W [16, 28].

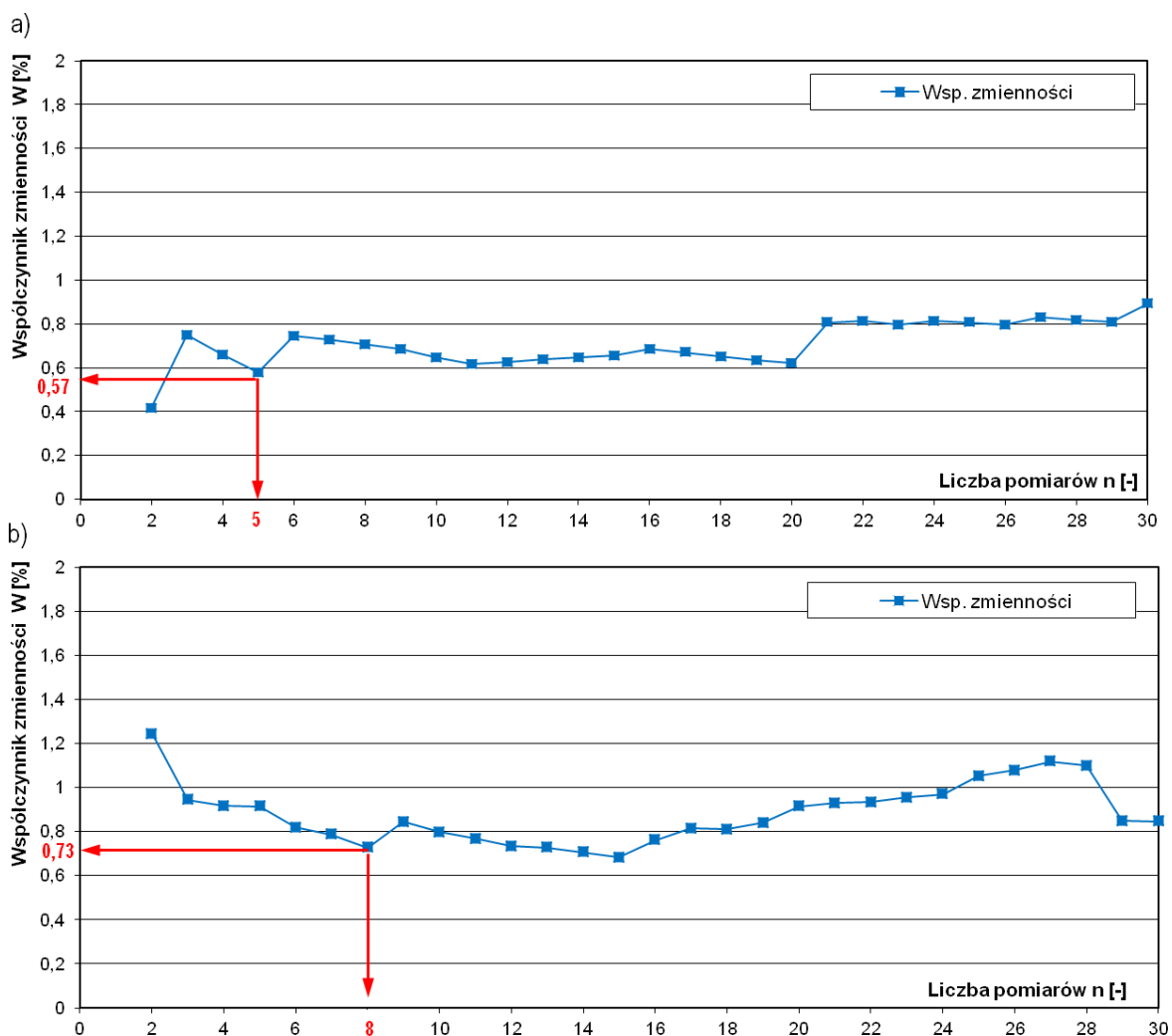
Rysunek 7 prezentuje wartość współczynnika tarcia uzyskanego z danego hamowania oraz wartość średnią współczynnika tarcia z uwzględnieniem górnej i dolnej granicy przedziału ufności przy założonym poziomie istotności $\alpha=0,05$ dla dwóch badanych tarcz hamulcowych.



Rys. 7. Przebieg współczynnika tarcia między okładziną a tarczą hamulcową oraz średnia jego wartość uzyskana na tarczy 610×110: a) nowej, b) zużytej (regenerowanej)

Na rysunku 8 przedstawiony został procentowy przebieg współczynnika zmienności W wyznaczonego z pomiaru współczynnika tarcia, na podstawie którego możliwe było określenie liczby pomiarów. Na podstawie rysunku 7, po wykonaniu 30 pomiarów stwierdzono, że minimalna liczba powtórzeń hamowań, zapewniających otrzymanie wyników średniego współczynnika tarcia w oczekiwanym przedziale ufności, przy przyjętym poziomie istotności $\alpha=0,05$ wynosi 5 pomiarów dla tarczy nowej i 8 pomiarów dla tarczy zużytej (regenerowanej).

Na podstawie analizy statystycznej wyników uzyskanych z pomiaru średniego współczynnika tarcia, temperatury tarczy, drogi i czasu hamowania przyjęto, że do badań zasadniczych na stanowisku hamulcowym należy wykonać 8 powtórzeń hamowania. Dla tej liczby hamowań otrzymano zadowalający współczynnik zmienności w oczekiwanym przedziale ufności i przy założonym poziomie istotności. Ze względu na wartości liczbowe współczynnika zmienności dla pomiarów średniego współczynnika tarcia nie przekraczającego 10 %, zgodnie z [16], stwierdzono nieistotne zróżnicowanie statystyczne analizowanych wielkości.



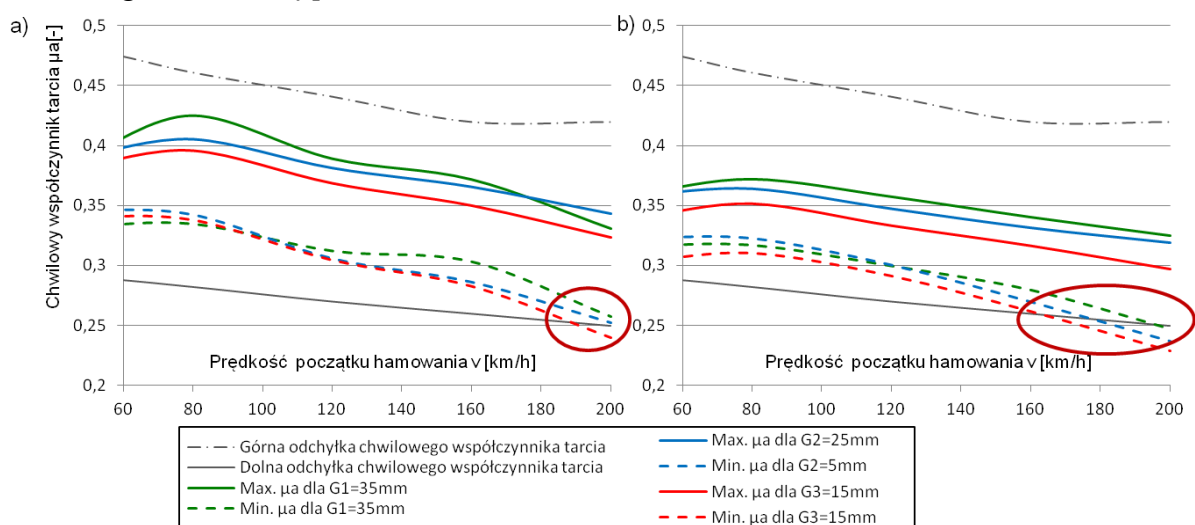
Rys.8. Przebieg współczynnika zmienności uzyskanego z obliczeń statystycznych dla tarczy: a) nowej, b) zużytej (regenerowana)

Podczas badań trybologicznych wykonano 780 hamowań nie licząc hamowań związanych z docieraniem okładzin ciernych. W celu walidacji modelu regresji wielorakiej opisanego zależnością (3) i przedstawionego w rozdziale 5, wykonano kolejne 384 hamowań.

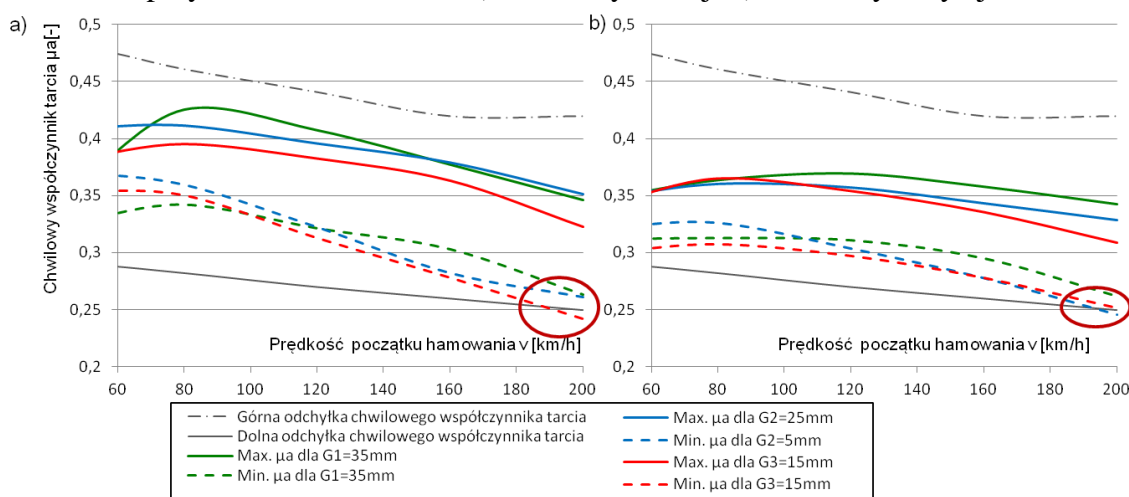
4. Analiza wyników badań

Celem badań stanowiskowych było wyznaczenie przebiegów chwilowego i średniego współczynnika tarcia zgodnie z zależnością (1) i (2) z odniesieniem do obecnych przepisów w zakresie dopuszczenia okładzin ciernych hamulca tarczowego do eksploatacji.

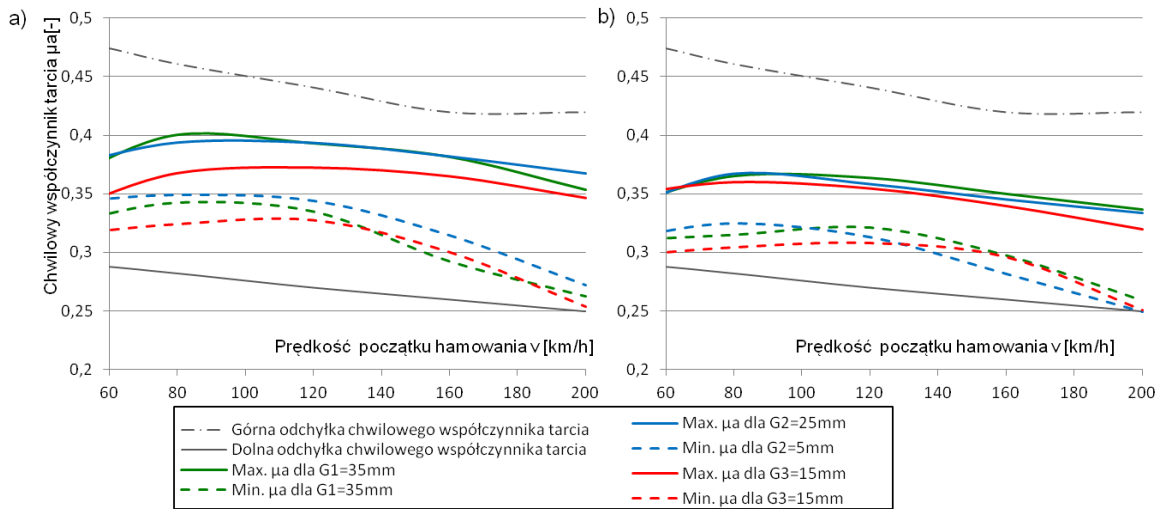
Wyniki z badań chwilowego współczynnika tarcia dla trzech okładzin (o grubości 35, 25 i 15 mm) oraz dwóch tarcz hamulcowych zostały przedstawione na rysunkach 9-12 z uwzględnieniem granicy górnej i dolnej chwilowego współczynnika tarcia dla pojazdów szynowych zgodnie z kartą [26]. Wykorzystując zależnością (2), po scałkowaniu wartości chwilowego współczynnika tarcia po drodze hamowania s , otrzymano wartość średnią współczynnika tarcia. Zależność średniego współczynnika tarcia dla tych samych parametrów hamowania, jak przy badaniu chwilowego współczynnika tarcia, przedstawiają rysunki 13-16. Wyniki zostały odniesione do odchyłki górnej i dolnej średniego współczynnika tarcia również zgodnie z kartą [26].



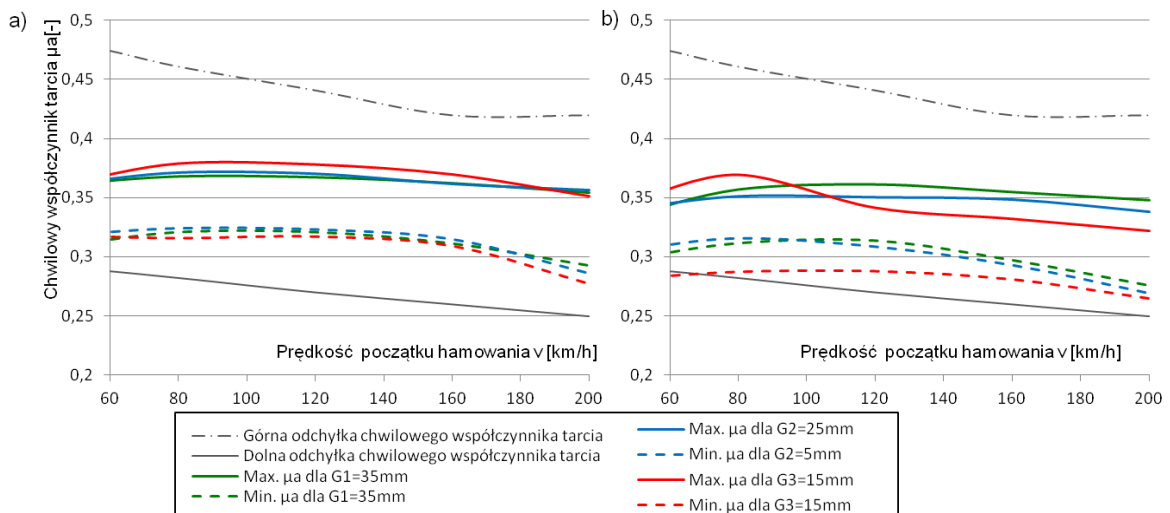
Rys. 9. Zależność chwilowego współczynnika tarcia μ_a od prędkości początku hamowania przy $N=44$ kN, $M=7,5$ t: a) dla tarczy nowej, b) dla tarczy zużytej



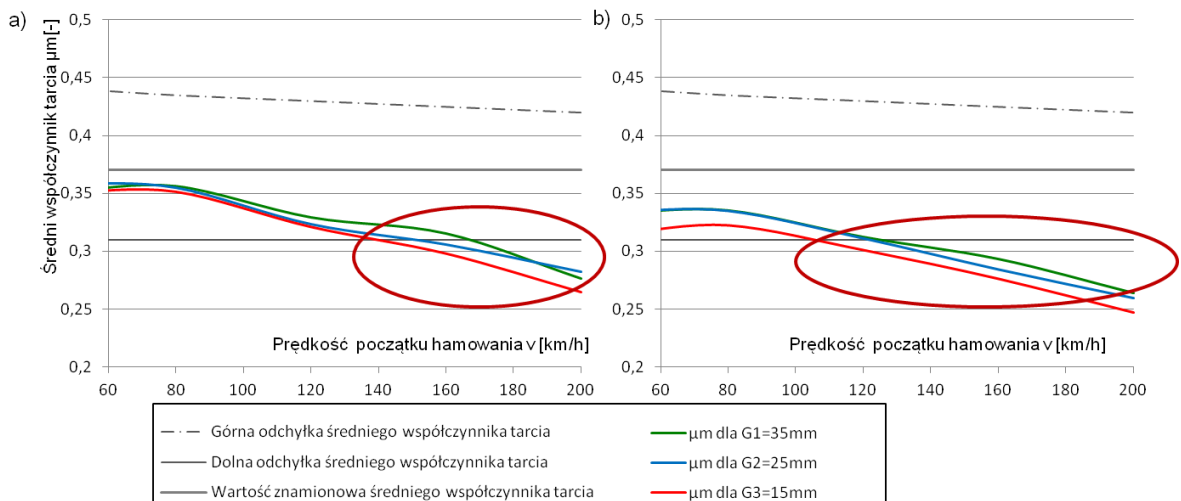
Rys. 10. Zależność chwilowego współczynnika tarcia μ_a od prędkości początku hamowania przy $N=28$ kN, $M=7,5$ t: a) dla tarczy nowej, b) dla tarczy zużytej



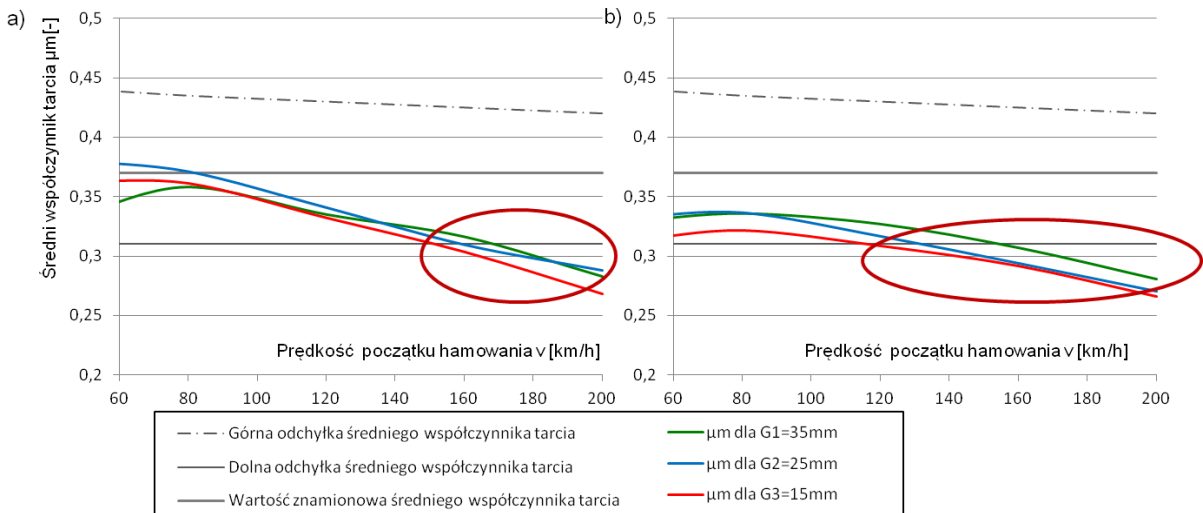
Rys. 11. Zależność chwilowego współczynnika tarcia μ_a od prędkości początku hamowania przy $N=44$ kN, $M=4,4$ t: a) dla tarczy nowej, b) dla tarczy zużytej



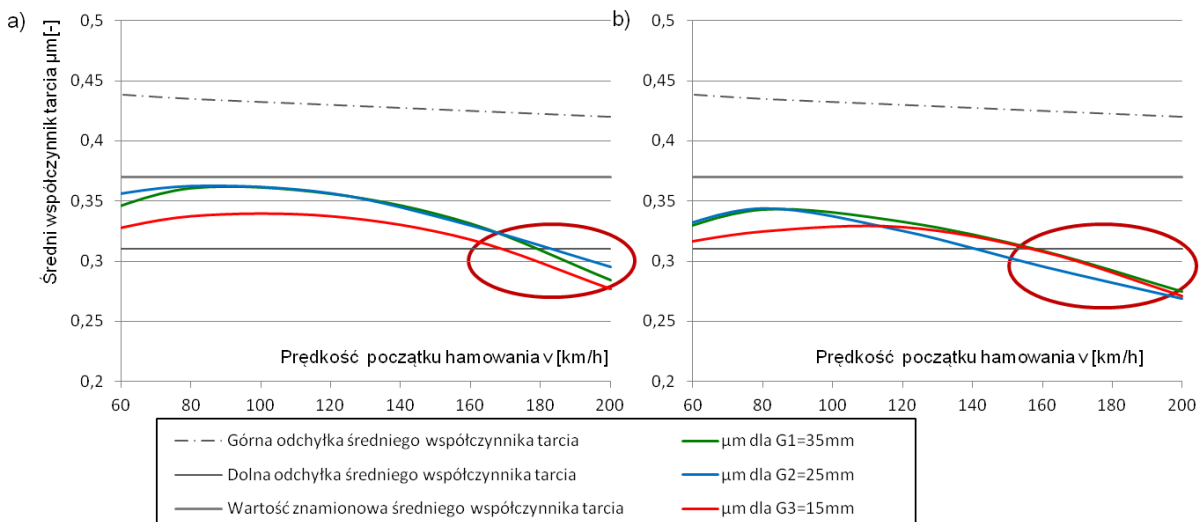
Rys. 12. Zależność chwilowego współczynnika tarcia μ_a od prędkości początku hamowania przy $N=28$ kN, $M=4,4$ t: a) dla tarczy nowej, b) dla tarczy zużytej



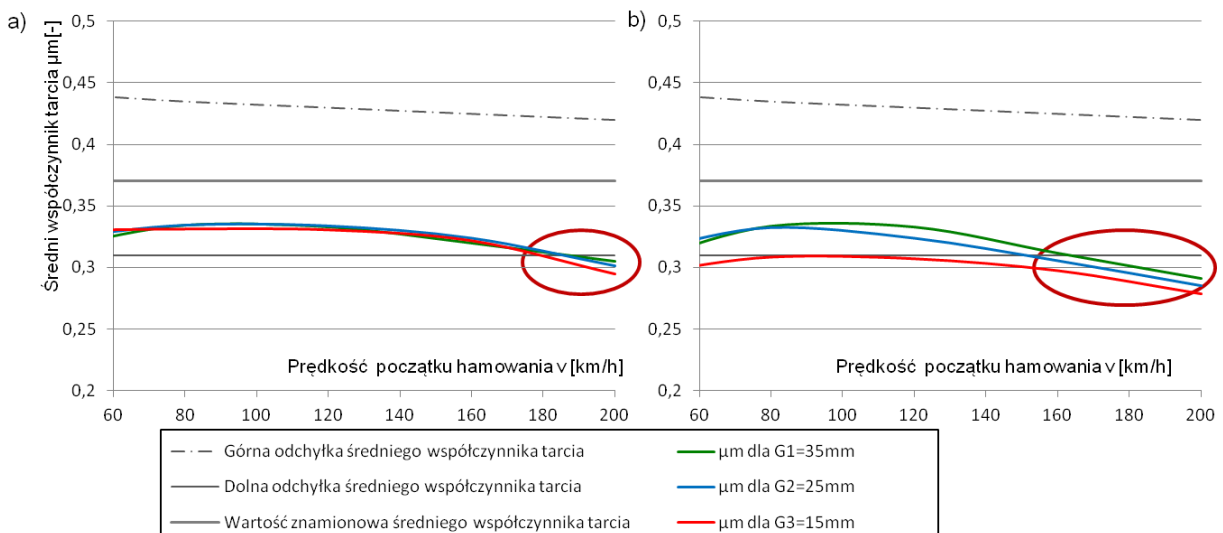
Rys. 13. Zależność średniego współczynnika tarcia μ_m od prędkości początku hamowania przy $N=44$ kN, $M=7,5$ t: a) dla tarczy nowej, b) dla tarczy zużytej



Rys. 14. Zależność średniego współczynnika tarcia μ_m od prędkości początku hamowania przy $N=28$ kN, $M=7,5$ t: a) dla tarczy nowej, b) dla tarczy zużytej



Rys. 15. Zależność średniego współczynnika tarcia μ_m od prędkości początku hamowania przy $N=44$ kN, $M=4,4$ t: a) dla tarczy nowej, b) dla tarczy zużytej



Rys. 16. Zależność średniego współczynnika tarcia μ_m od prędkości początku hamowania przy $N=28$ kN, $M=4,4$ t: a) dla tarczy nowej, b) dla tarczy zużytej

Analizując przebiegi chwilowego współczynnika tarcia przedstawione na rysunkach 9-12 stwierdza się, że w niektórych kombinacjach hamowania, tj. nacisku okładziny do tarczy i masy do wyhamowania, uzyskane wartości μ_a są mniejsze od minimalnej wymaganej wartości chwilowego współczynnika tarcia [26]. W szczególności zjawisko to występuje na tarczy zużytej do grubości 105 mm z okładzinami zużytymi do grubości 15 mm przy hamowaniu z dużym naciskiem ($N=44$ kN) i masą do wyhamowania $M=7,5$ t symulującej hamowanie wagonu z maksymalnym obciążeniem, przy prędkości hamowania $v=200$ km/h. W przypadku hamowań na tarczy nowej, tylko okładziny zużyte wpływają na przebieg chwilowego współczynnika tarcia na dolnej granicy tolerancji μ_a przy prędkości hamowania 200 km/h. Należy jednak spodziewać się, że przy wyższych prędkościach hamowania od 200 do 300 km/h, jak jest to podane w karcie UIC 541-3, dojdzie do spadku chwilowego współczynnika tarcia poniżej wartości wymaganej.

Obserwując uzyskane podczas badań przebiegi średniego współczynnika tarcia stwierdza się, że we wszystkich przypadkach hamowania dochodzi do przekroczenia dolnej odchyłki średniego współczynnika tarcia zarówno dla hamowań na tarczy nowej jak i zużytej, ze wszystkimi okładzinami ciernymi (zarówno nowymi jak i zużytymi). Tylko w przypadku hamowań z małym naciskiem i masą do wyhamowania ($N=28$ kN i $M=4,4$ t) na tarczy nowej i nowych okładzinach do prędkości hamowania $v=200$ km/h zaobserwowano nie wykraczanie średniego współczynnika tarcia poza jego dolną granicę. W przypadku hamowań z dużym naciskiem i masą do wyhamowania ($N=44$ kN i $M=7,5$ t) analizowany przypadek hamowania na nowej tarczy i zużytych okładzinach powoduje nie spełnienie wymagania dolnej granicy średniego współczynnika tarcia od prędkości hamowania $v=140$ km/h a w przypadku zużytej tarczy i okładzin od prędkości $v=100$ km/h. Należy jednak zwrócić uwagę na fakt, że w badaniach nie zastosowanych skrajnych dopuszczalnych przypadków zużycia tarczy i okładzin ciernych. Dopuszcza się na podstawie Dokumentacji Techniczno-Ruchowych [15, 46] zużycie tarczy do grubości 102 mm przez ich cykliczne przetaczanie, natomiast zużycie okładzin ciernych na podstawie karty [26] do 5 mm. W badaniach zastosowano tarczę o grubości 104mm i okładziny zużyte maksymalnie do grubości 15 mm.

5. Modelowanie zmienności współczynnika tarcia

Na podstawie wyników badań średniego współczynnika tarcia μ_m podjęto próbę zamodelowania jego zmienności na podstawie następujących takich parametrów wejściowych jak grubość tarczy hamulcowej, grubość okładzin ciernych, prędkość początku hamowania, nacisk okładziny do tarczy hamulcowej, masa do wyhamowania przypadająca na jedną tarczę.

Do modelowania zmienności średniego współczynnika tarcia zastosowano model regresji wielorakiej nazywanej również regresją wielomianową. Jest to metoda, w której wartość zmiennej losowej Y zależna jest od k -tych cech niezależnych (X_1, X_2, \dots, X_k). Na podstawie danej próby wyników badań zgodnie z [16] dokonano wyznaczenia niezmiennych parametrów $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_k$ stosując metodę najniższych kwadratów. Do wyznaczenia współczynnika tarcia zaproponowano następującą zależność:

$$\mu_m = \alpha_1 G_T + \alpha_2 G_O + \alpha_3 v^2 + \alpha_4 v + \alpha_5 N + \alpha_6 M + \alpha_0 \quad (3)$$

gdzie: G_T – grubość tarczy hamulcowej (110 mm nowa, 105 mm zużyta),

G_O – grubość okładzin ciernych (nowa $G_1=35$ mm, zużyte do grubości $G_2=25$ mm i $G_3=15$ mm),

v – prędkość początku hamowania ($v=50, 80, 120, 160$ i 200 km/h),

N – nacisk okładziny do tarczy hamulcowej ($N=28$ i 44 kN),

M – masa do wyhamowania przypadająca na jedną tarczę ($M=4,4$ i $7,5$ t).

Wyliczone parametry regresji wielorakiej dla modelu (3) osiągnięte przy współczynniku determinacji $R^2=0,81$ zestawiono w tabeli 1.

Tabela 1

Współczynniki regresji wielorakiej

Współczynnik	Wartość
a_1	$3,72 \cdot 10^{-3}$
a_2	$5,09 \cdot 10^{-4}$
a_3	$-3,78 \cdot 10^{-6}$
a_4	$5,66 \cdot 10^{-4}$
a_5	$-4,92 \cdot 10^{-5}$
a_6	$-8,81 \cdot 10^{-4}$
a_0	$-90,2 \cdot 10^{-3}$

Następnie sprawdzono współczynnik korelacji liniowej Pearsona zgodnie z zależnością (4) dla analizowanych zmiennych tj. grubości tarczy, grubości okładzin ciernych, prędkości początku hamowania, nacisku okładziny do tarczy oraz masy do wyhamowania.

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (4)$$

gdzie:

\bar{y}, \bar{x} – wartości średnie cechy x i cechy y ,

y_i, x_i – zmienne opisujące.

W tabeli 2 przedstawiono macierz korelacji (Pearson) dla analizowanych zmiennych.

Tabela 2

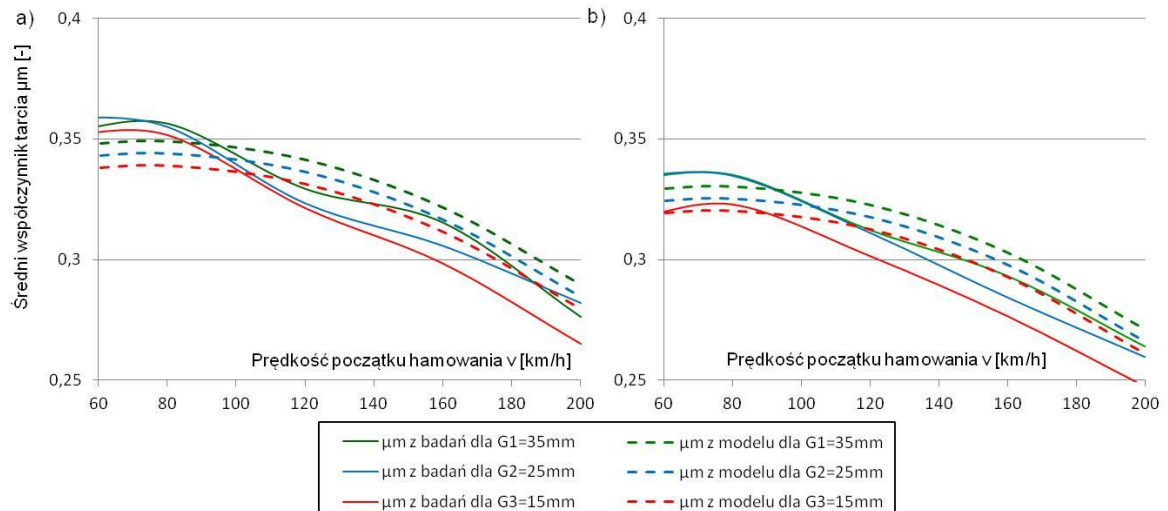
Macierz korelacji

Zmienna	Grubość tarczy G_T	Grubość okładzin G_O	Prędkość v^2	Prędkość v	Nacisk okładzin N	Masa do wyhamowania M	Wsp. korelacji
Grubość tarczy G_T	1,0	0	0	0	0	0	0,3449
Grubość okładzin G_O	0	1,0	0	0	0	0	0,1542
Prędkość v^2	0	0	1,0	0,9855	0	0	-0,7998
Prędkość v	0	0	0,9855	1,0	0	0	-0,7557
Nacisk okładzin N	0	0	0	0	1,0	0	-0,0146
Masa do wyhamowania M	0	0	0	0	0	1,0	-0,0507
Wsp. korelacji	0,3449	0,1542	-0,7998	-0,7557	-0,0146	-0,0507	1,0

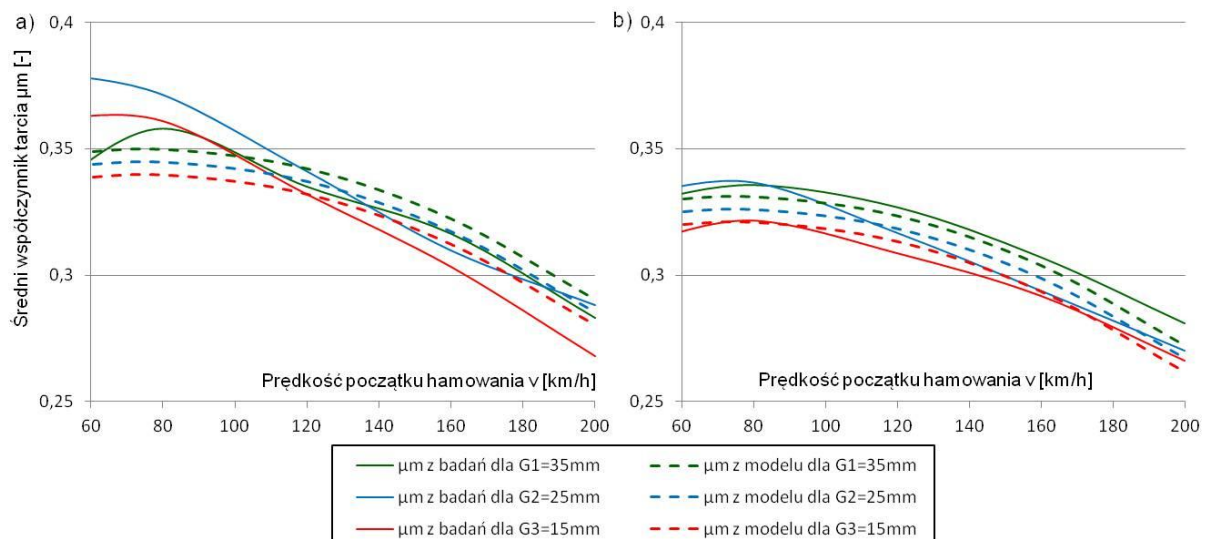
Analizując wartości współczynnika korelacji z tabeli 2 stwierdza się, że na zamiany wartości średniego współczynnika tarcia największy wpływ ma prędkość początku hamowania ($r=0,79$) a najmniejszy wpływ ma nacisk okładziny do tarczy ($r=0,0146$) i masa

do wyhamowania ($r=0,0507$). Model zapisany zależnością (3) można uprościć eliminując wpływ dwóch zmiennych tj. nacisku oraz masy do wyhamowania.

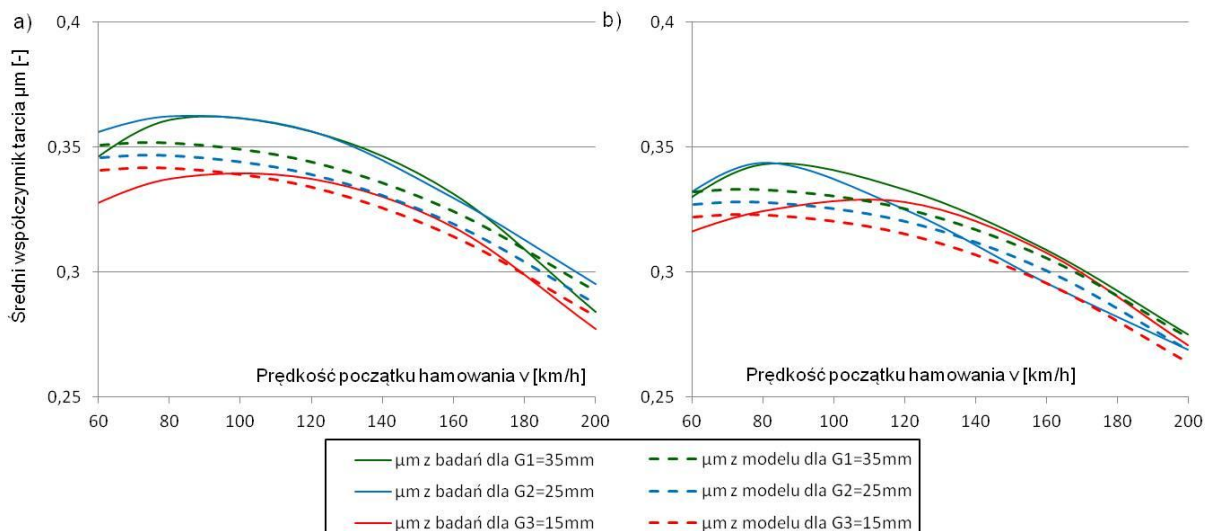
Na rysunkach 17-20 przedstawiono weryfikację modelu regresji zgodnie z zależnością (3) do wyników badań średniego współczynnika tarcia uzyskanego na stanowisku hamulcowym.



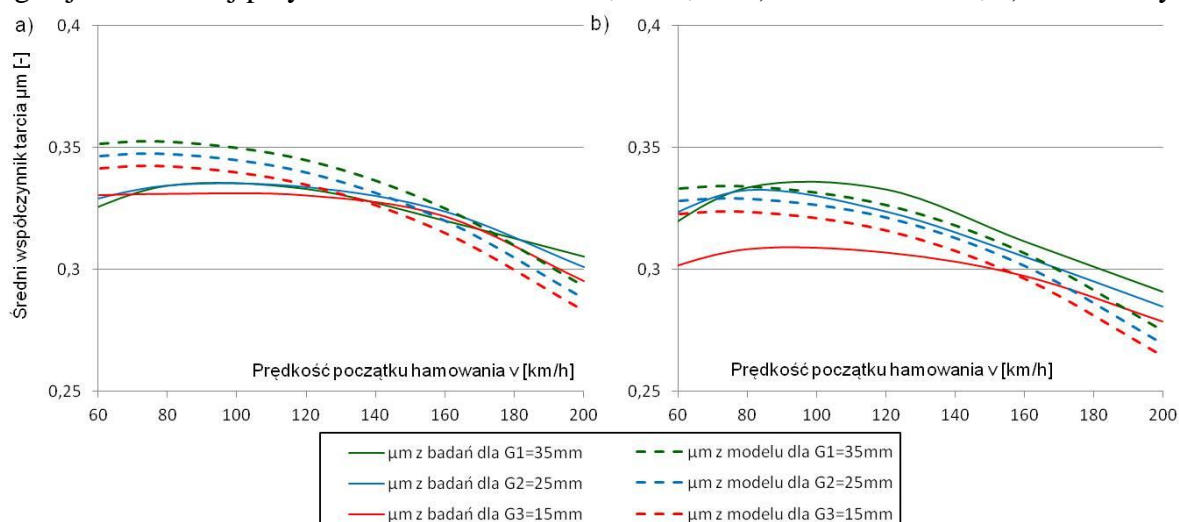
Rys. 17. Zależność średniego współczynnika tarcia z badań oraz z uwzględnieniem modelu regresji wielorakiej przy hamowaniu z $N=44$ kN, $M=7,5$ t: a) dla tarcza nowa, b) tarcza zużyta



Rys. 18. Zależność średniego współczynnika tarcia z badań oraz z uwzględnieniem modelu regresji wielorakiej przy hamowaniu z $N=28$ kN, $M=7,5$ t: a) dla tarcza nowa, b) tarcza zużyta



Rys. 19. Zależność średniego współczynnika tarcia z badań oraz z uwzględnieniem modelu regresji wielorakiej przy hamowaniu z $N=44$ kN, $M=4,4$ t: a) dla tarcza nowa, b) tarcza zużyta



Rys. 20. Zależność średniego współczynnika tarcia z badań oraz z uwzględnieniem modelu regresji wielorakiej przy hamowaniu z $N=28$ kN, $M=4,4$ t: a) dla tarcza nowa, b) tarcza zużyta

Następnie zgodnie z zależnością (5) wyznaczono błąd względny procentowy [28] dopasowania modelu regresji wielorakiej średniego współczynnika tarcia do wyników badań.

$$\delta = \frac{|x - x_z|}{x} \cdot 100\% \quad (5)$$

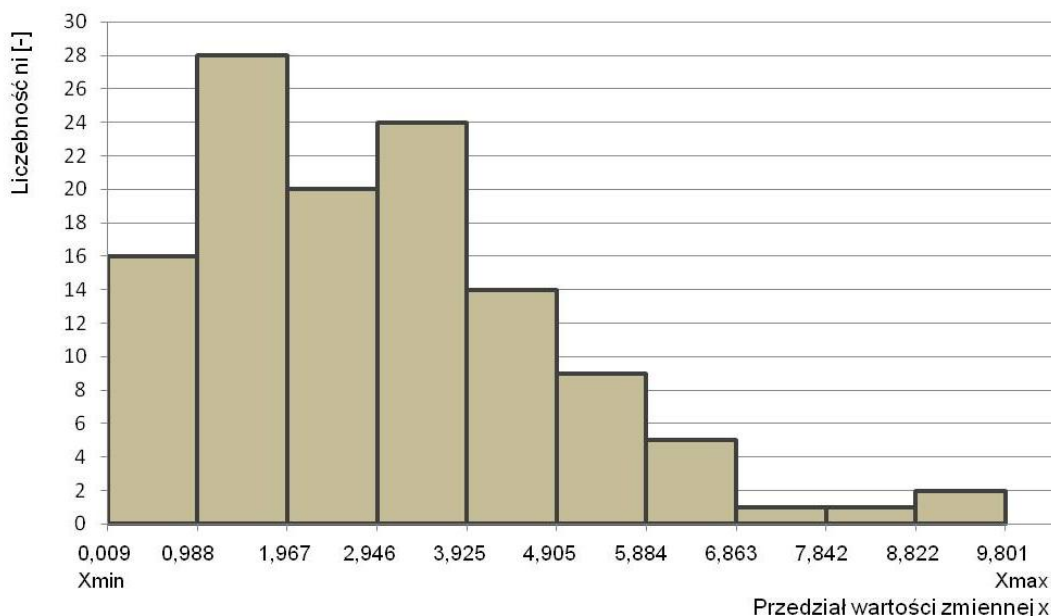
gdzie: x – wartość μ_m z badań na stanowisku hamulcowym,
 x_z – wartość μ_m wyznaczona z modelu regresji wielorakiej (zależność (3)).

Ze względu na liczną próbę $n > 30$ na podstawie nierówności (6) ustalono liczbę klas k w celu określenia rozkładu błędu względnego procentowego [16].

$$k \leq 5 \ln n \quad (6)$$

Po zastosowaniu zależności (6) liczba klas k wyniosła 10. Na podstawie danych błędu względnego wyznaczono wartość maksymalną zmiennej $x_{max}=9,8$, wartość minimalną

$x_{min}=0.009$ co pozwoliło na obliczenie rozstępu danych wynoszącego 9,79. Na rysunku 21 przedstawiono histogram liczebności błędu względnego procentowego dla 10-ciu klas.

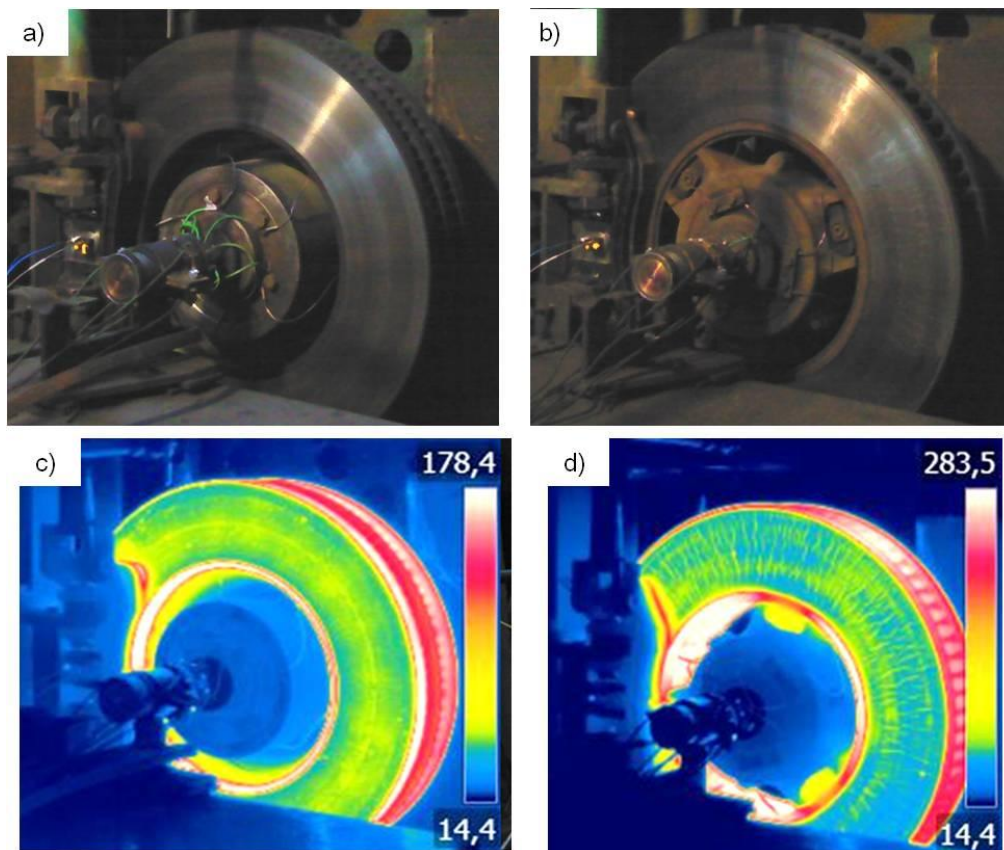


Rys. 21. Histogram liczebności błędu względnego procentowego dopasowania modelu regresji wielorakiej średniego współczynnika tarcia do wyników z badań

Analizując histogram przedstawiony na rysunku 21 stwierdza się, że największą liczbę stanowi błąd względny wynikający z niedopasowania modelu regresji wielorakiej do wyników z badań w zakresie do 2 %, który wystąpił w 44 przypadkach ze 120 obserwacji. Natomiast błąd w zakresie do 5 % wystąpił w 88 przypadkach.

6. Walidacja modelu

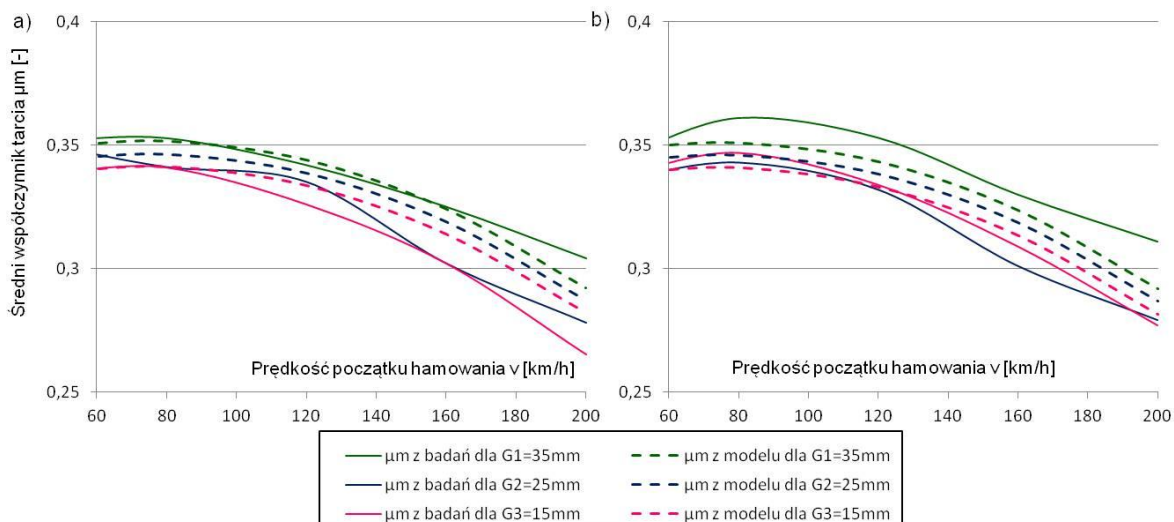
W celu sprawdzenia zaproponowanego modelu oszacowania wartości średniego współczynnika tarcia, dokonano walidacji modelu z równania (3) na kolejnych tarczach hamulcowych. Badania przeprowadzono na dwóch tarczach hamulcowych (nowej i regenerowanej) pochodzących od innych dostawców oraz okładzin ciernych wykonanych z materiału organicznego. Podczas badań również przygotowano trzy komplety okładzin typu FR20H.2, jeden komplet (4 szt.) nowych okładzin i dwa komplety zużytych okładzin grubości 25 i 15 mm. W sumie przebadano 24 okładziny na dwóch tarczach hamulcowych. Widok tarcz hamulcowych przedstawia rysunek 22, dodatkowo wykonano zdjęcia termowizyjne na tarczach, co w przypadku tarczy regenerowanej przez przetoczenie z wymiaru 110 na 108 mm widoczne były mikropęknięcia.



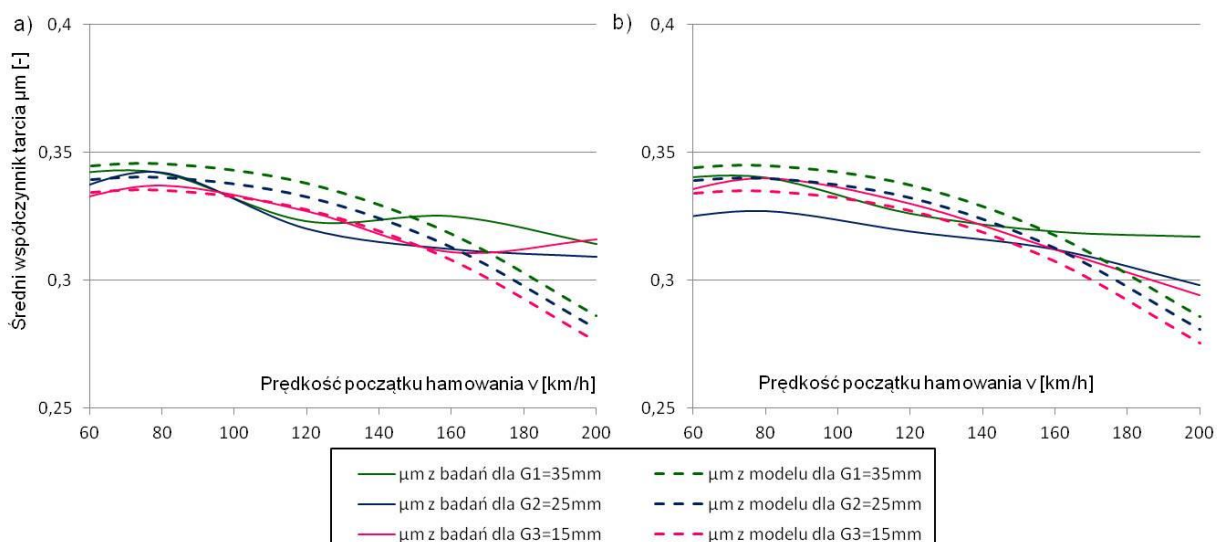
Rys. 22. Obiekt badań na stanowisku hamulcowym kolejowego hamulca tarczowego: a) tarcza hamulcowa typu 590×110 (nowa), b) tarcza hamulcowa typu 640×110 (zużyta go grubości 108mm), c) zdjęcie termowizyjne tarczy typu 590×110, d) zdjęcie termowizyjne tarczy typu 640×110

Podczas badań zasadniczych przebadano dwie tarcze o średnicy 610 mm, przy kolejnych badaniach zastosowano inny program badaczy. W badaniach zasadniczych był to program C z naciskiem $N=28$ i 44 kN i z masą do wyhamowania $4,4$ i $7,5$ t. Natomiast podczas badań weryfikacyjnych zastosowano program badawczy B z karty UIC zgodnie [26]. Podczas tych badań zastosowano dla tarczy typu 590 nacisk 25 i 36 kN oraz masę do wyhamowania $5,7$ t, natomiast dla tarczy typu 640 realizowano nacisk 16 i 26 kN oraz masę do wyhamowania $4,7$ i $6,7$ t.

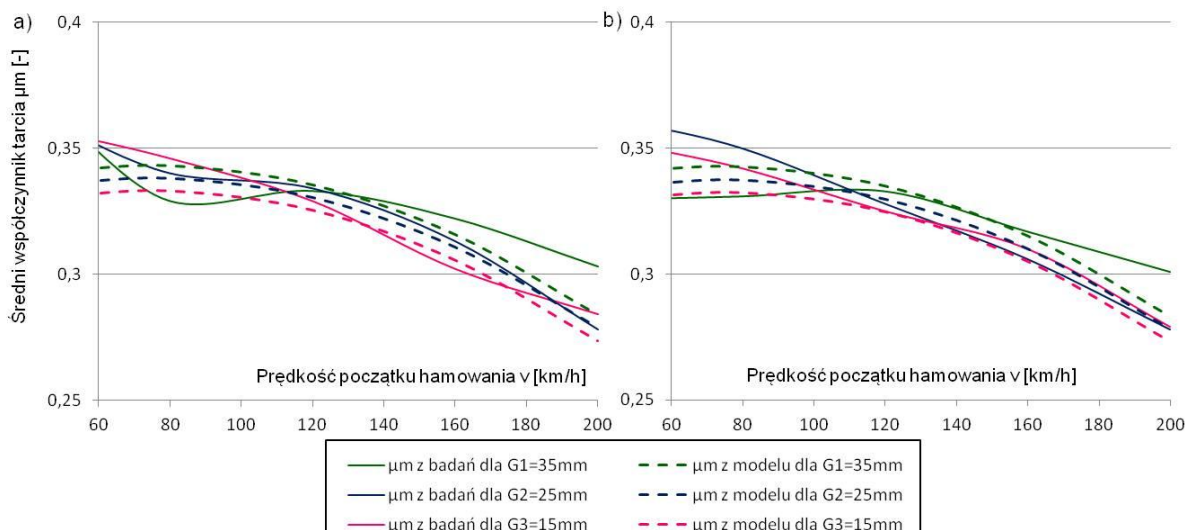
Na rysunkach 23-25 przedstawiono walidację modelu regresji zgodnie z zależnością (3) do wyników badań średniego współczynnika tarcia uzyskanego na stanowisku hamulcowym.



Rys. 23. Zależność μ_m z badań oraz z uwzględnieniem modelu regresji wielorakiej przy hamowaniu na nowej tarczy typu 590×110 z: a) N=25 kN i M=5,7 t, b) N=36 kN i M=5,7 t

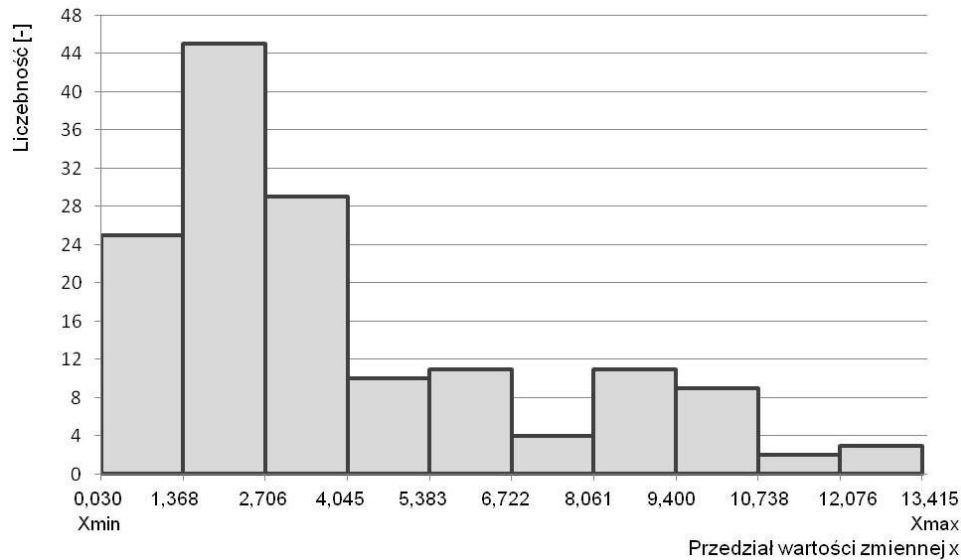


Rys. 24. Zależność μ_m z badań oraz z uwzględnieniem modelu regresji wielorakiej przy hamowaniu na zużytej tarczy typu 640×110 z: a) N=16 kN i M=4,7 t, b) N=26 kN i M=4,7 t



Rys. 25. Zależność μ_m z badań oraz z uwzględnieniem modelu regresji wielorakiej przy hamowaniu na zużytej tarczy typu 640×110 z: a) N=28 kN i M=6,7 t, b) N=40 kN i M=6,7 t

Następnie zgodnie z zależnością (5) wyznaczono błąd względny procentowy [28] dopasowania modelu regresji wielorakiej średniego współczynnika tarcia do wyników badań na nowej tarczy hamulcowej typu 590×110. Ze względu na liczną próbę $n > 30$ (149 hamowań) na podstawie nierówności (6) ustalono liczbę klas $k = 10$ w celu określenia rozkładu błędu względnego procentowego [16]. Na podstawie danych błędu względnego wyznaczono wartość maksymalną zmiennej $x_{max} = 13,4$, wartość minimalną $x_{min} = 0,03$ co pozwoliło na obliczenie rozstępu danych wynoszącego 13,37. Na rysunku 26 przedstawiono histogram liczebności błędu względnego procentowego dla 10-ciu klas dla tarczy nowej.

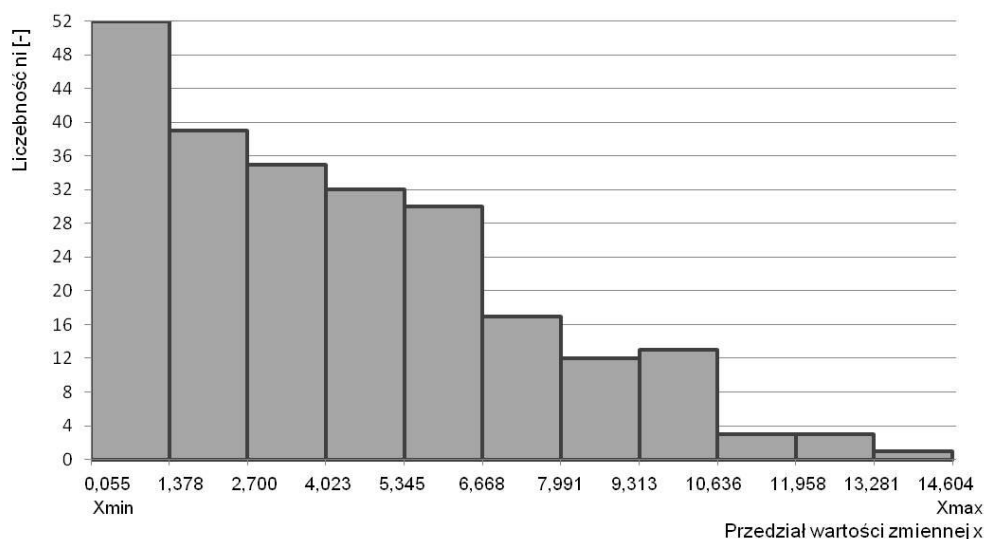


Rys. 26. Histogram liczebności błędu względnego procentowego dopasowania modelu regresji wielorakiej średniego współczynnika tarcia do wyników z badań na nowej tarczy hamulcowej typu 590×110

Analizując histogram przedstawiony na rysunku 26 stwierdza się, że największą liczbę stanowi błąd względny wynikający z niedopasowania modelu regresji wielorakiej do wyników z badań w zakresie do 4 %, który wystąpił w 60 przypadkach ze 146 obserwacji.

Również dla tarczy regenerowanej zgodnie z zależnością (5) wyznaczono błąd względny procentowy [28] dopasowania modelu regresji wielorakiej średniego współczynnika tarcia (3) do wyników badań na tarczy hamulcowej typu 640×110. Dla 237 hamowań z różnym naciskiem i masami do wyhamowania na podstawie nierówności (6) ustalono liczbę klas $k = 11$ w celu określenia rozkładu błędu względnego procentowego. Na podstawie danych błędu względnego wyznaczono wartość maksymalną zmiennej $x_{max} = 14,6$, wartość minimalną $x_{min} = 0,05$ co pozwoliło na obliczenie rozstępu danych wynoszącego 14,55. Na rysunku 27 przedstawiono histogram liczebności błędu względnego procentowego dla 11-ciu klas dla tarczy regenerowanej.

Analizując histogram przedstawiony na rysunku 27 stwierdza się, że największą liczbę stanowi błąd względny wynikający z niedopasowania modelu regresji wielorakiej do wyników z badań w zakresie do 7 %, który wystąpił w 188 przypadkach ze 237 obserwacji.



Rys. 27. Histogram liczebności błędu względnego procentowego dopasowania modelu regresji wielorakiej średniego współczynnika tarcia do wyników z badań na zużytej tarczy hamulcowej typu 640×110

7. Wnioski

Badania pary ciernej hamulca tarczowego na certyfikowanym stanowisku hamulcowym w Instytucie Pojazdów Szynowych TABOR w Poznaniu wykazały, że oprócz zadawanych parametrów hamowania, współczynnik tarcia obniża się w zależności od zużycia zarówno okładzin ciernych jak i tarczy hamulcowej poniżej dolnej granicy tolerancji podanej w obowiązujących przepisach. Przekroczenie dolnej granicy tolerancji chwilowego i średniego współczynnika tarcia ma już miejsce w przypadku badania pary ciernej nowa tarcza hamulcowa-zużyte okładziny. Jest to szczególnie zauważalne w niektórych kombinacjach hamowania tj. dużych wartościach nacisku okładziny do tarczy i dużych masy do wyhamowania. W skrajnym przypadku badania tj. zużytej tarczy i zużytych okładzin ciernych obniżenie wartości współczynnika tarcia jest jeszcze bardziej widoczne. Należy jednak zaznaczyć, że w eksploatacji zakres zużycia jest większy niż zastosowane w badaniach stanowiskowych zużyte okładziny i tarcza. Należy sądzić, że wartości współczynnika tarcia będą jeszcze niższe przy skrajnym zużyciu okładzin ciernych przy ich grubości wynoszącej 5mm i przy grubości tarczy hamulcowej po jej przetaczaniu z grubości 110 do 102 mm.

Zmiany współczynnika tarcia możliwe są do zamodelowania w celu oszacowania jego wartości stosując szereg parametrów zmiennych takich jak prędkość początku hamowania, nacisk okładziny do tarczy czy masa do wyhamowania. Dodatkowo możliwe jest jeszcze uwzględnienie do modelu regresji wielorakiej również zużycia elementów pary ciernej okładzin i tarcza hamulcowa. Jednak nacisk okładziny do tarczy oraz masa do wyhamowania w najmniejszym stopniu wpływa na zmiany średniego współczynnika tarcia.

Badania przeprowadzone na stanowisku hamulcowym, wykazały na zastosowanej parze ciernej tj. organiczna okładzina cierna i żeliwna tarcza hamulcowa, że wymóg zapewnienia zmienności współczynnika tarcia w zadanych granicach nie jest spełniony. Mimo, że nie przebadano okładzin z materiału organicznego innego dostawcy, tylko zastosowano okładziny obecnie produkowane i stosowane w krajowych pojazdach szynowych, zasadne uznaje się, aby w przepisach dopuszczających okładziny cierne znalazł się zapis badania okładzin w skrajnym przypadku zużycia w celu sprawdzenia jego zmienności.

Ponadto wyniki badań, na podstawie których opracowano model zmian średniego współczynnika tarcia, może być pomocny przy wyznaczaniu charakterystyk współczynnika tarcia zależnego od parametrów wejściowych oraz od zużycia pary ciernej. Obecnie podczas projektowania zacisków hamulcowych do konkretnego pojazdu szynowego, wprowadza się średnią wartość współczynnika tarcia podaną w karcie UIC 541-3, na podstawie którego oblicza się między innymi drogę hamowania. Wprowadzenie jednej wartości μ_m będzie rzutowało na duży błąd obliczonej drogi hamowania, gdzie zamiast wartości narzuconej 0,37, współczynnik tarcia przyjmuje wartości z przedziału od 0,247 do 0,380.

Podczas prac, którego wynik badań przedstawiono w artykule, przeprowadzono 780 hamowań w celu wyznaczenia modelu regresji wielorakiej dla średniego współczynnika tarcia oraz 384 hamowań w celu walidacji modelu na kolejnych tarczach hamulcowych. Przedstawione w artykule wyniki badań są efektem ponad 3 lat prac nad badaniami kolejowych tarczowych układów hamulcowych, aby możliwe było późniejsze zaproponowanie modelu analitycznego zmian średniego współczynnika tarcia w funkcji takich parametrów jak zużycie tarczy, zużycie okładzin ciernych, prędkość hamowania, nacisk okładziny do tarczy oraz masa do wyhamowania.

Projekt jest finansowany ze środków Narodowego Centrum Badań i Rozwoju, program LIDER V, umowa Nr LIDER/022/359/L-5/13/NCBR/2014

References

1. Abbasi S, Teimourimanesh S, Vernersson T, Sellgren U, Olofsson U, Lundén R. Temperature and thermoelastic instability at tread braking using cast iron friction material. *WEAR* 2014; 314: 171-180.
2. Al-Bender F, Lampaert V, Swevers J. The generalized Maxwell-Slip Model: A novel model for friction simulation and compensation. *IEEE Transactions on Automatic Control* 2005; 50(11): 1883-1887.
3. Aranganathan N, Jayashree B. Development of copper-free eco-friendly brake-friction material using novel ingredients. *WEAR* 2016; 352-353: 79-91.
4. Awrejcewicz J, Grzelczyk D, Pyryev Y. A novel friction modeling and its impact on differential equations computation and Lyapunov exponents estimation, *Vibromechanika. Journal of Vibroengineering* 2008; 10(4): 475-482.
5. Bagnoli F, Dolce F, Bernabei M. Thermal fatigue cracks of fire fighting vehicles gray iron brake disc. *Engineering Failure Analysis* 2009; 16: 152-163.
6. Baranowski P, Damaziak K, Małachowski J. Brake system studies using numerical methods. *Eksploracja i Niezawodność – Maintenance and Reliability* 2013; 15(4): 337–342.
7. Baranowski P, Damaziak K, Małachowski J, Sergienko V.P, Bukharov S.N. Modeling of Abrasive Wear by the Meshless Smoothed Particle Hydrodynamics Method. *Journal of Friction and Wear* 2016; 37(1): 94–99.
8. Basic ADAMS Full Simulation Training Guide, <http://support.mscsoftware.com>

9. Belhocine A, Bouchetara M. Thermomechanical modelling of dry contacts in automotive disc brake. *International Journal of Thermal Sciences* 2012; 60: 161-170.
10. Betancourt S.J, Cruz A. Friction and wear in sliding contact of cast iron against phenolic resin composites reinforced with carbonaceous fibres from plantain fibre bundles. *Lubrication Science* 2013; 25: 163-172.
11. Chichinadze A.V. Theoretical and practical problems of thermal dynamics and simulation of the friction and wear of tribocouples. *Journal of Friction and Wear* 2009; 30: 199–215.
12. Canadus de Wit C, Olson H, Åström K. J, Lischinsky P. A new model for control of systems with friction. *IEEE Transactions on Automatic Control* 1995; 40(3): 419-425.
13. Collignon M, Regheere G, Cristol A.L, Desplanques Y, Balloy D. Braking performance and influence of microstructure of advanced cast irons for heavy goods vehicle brake discs. *Journal of Engineering Tribology* 2013; 227(8): 930-940.
14. Crăciun A. Evolution of materials for motor vehicles brake discs, *ANNALS of Faculty Engineering Hunedoara. International Jurnal of Engineering* 2015; 13(3): 149-154.
15. Dokumentacja Systemu Utrzymania – czteroosiowy piętrowy wagon pasażerski 2 klasy typu DBme serii Bmnopux nr DSU-DBme 0130-1. *Przewozy Regionalne spółka z o. o. Warszawa* 2010; 12: 70-76.
16. Gajek L, Kałużka M. *Wnioskowanie statystyczne – modele i metody*. WNT, Warszawa 2000: 90-95.
17. Głowacz A, Głowacz W, Głowacz Z, Kozik J. Early fault diagnosis of bearing and stator faults of the single-phase induction motor using acoustic signals, *Measurement* 2018; 113: 1-9.
18. Głowacz A, Głowacz Z. Diagnosis of stator faults of the single-phase induction motor using acoustic signals. *Applied Acoustics Part A* 2017; 117: 20-27.
19. Gruszewski M. Wybrane zagadnienia eksploatacji hamulca tarczowego. *Technika transport szynowego* 1995; 6-7: 84-86.
20. Grzes P, Oliferuk W, Adamowicz A, Kochanowski K, Wasilewski P, Yevtushenko A.A. The numerical-experimental scheme for the analysis of temperature field in a pad-disc braking system of a railway vehicle at single braking. *International Communications in Heat and Mass Transfer* 2016; 75: 1-6.
21. Kikuuwe R, Takesue N, Sano A, Mochiyama H, Fujimoto H. Fixed-step friction simulation: from classical Coulomb model to modern continuous models. *Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems* 2005: 3910-3917.

22. Kamiński Z, Kulikowski K. Determination of the functional and service characteristics of the pneumatic system of an agricultural tractor with mechanical brakes using simulation methods. *Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability* 2015; 17(3): 355–364.
23. Kasem H, Brunel J.F, Dufrenoy P, Siroux M, Desmet B. Thermal levels and subsurface damage induced by the occurrence of hot spots during high-energy braking. *WEAR* 2011; 270: 355-364.
24. Kinkaid N.M, O'Reilly O.M, Papadopoulos P. Automotive disc brake squeal. *Journal of sound and vibration* 2003; 267: 105-166.
25. KNORR-BREMSE Brake Disc and Pads. Application freight cars, high-speed train, light rail vehicles, locomotives, metros, passenger coaches, regional and commuter trains. P-1264-EN. 2014; 9:1-4.
http://www.knorr-bremse.com/media/documents/railvehicles/product_broschures/brake_systems/Brake_Discs_Pads_P_1264_EN.pdf
26. Kodeks UIC 541–3. Hamulec–Hamulec tarczowy i jego zastosowanie. Warunki dopuszczenia okładzin hamulcowych. Wydanie 7, czerwiec 2010: 10-24.
27. KOMISJA Decyzja komisji z dnia 28 lipca 2006 r. dotycząca technicznej specyfikacji dla interoperacyjności odnoszącej się do podsystemu tabor kolejowy – wagony towarowe transeuropejskiego systemu kolei konwencjonalnych 2006/861/WE, Załącznik I, podpunkt I.9: 242-243.
28. Krywicki W, Włodarski L. *Analiza matematyczna w zadaniach*, Wydawnictwo PWN, Warszawa 2007: 412-426.
29. Kumar M, Boidin X, Desplanques Y, Bijwe J. Influence of various metallic fillers in friction materials on hot-spot appearance during stop braking. *WEAR* 2011; 270: 371-381.
30. Lampaert V, Swevers J, Al-Bender F. Modification of the Leuven integrated friction model structure. *IEEE Transactions on Automatic Control* 2002; 47(4): 683-687.
31. Lang A.M, Smales H. An approach to the solution of disc brake vibration problems, in: *Braking of Road Vehicles*. Automobile Division of the Institution of Mechanical Engineers, Mechanical Engineering Publications Limited, Suffolk, England 1993: 223-231.
32. Leszek W. *Wybrane zagadnienia metodyczne badań empirycznych*. Instytut Technologii Eksploatacji, Radom 2006: 142-153.
33. Li Z, Han J, Yang Z, Li W. Analyzing the mechanisms of thermal fatigue and phase change of steel used in brake discs. *Engineering Failure Analysis* 2015; 57: 202-218.
34. Liang J, Fillmore S, Ma O. An extended bristle friction force model with experimental validation. *Mechanism and Machine Theory* 2012; 56, 2012: 123-137.

35. Mańczak K. Technika planowania eksperymentu, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 1976: 76-84.
36. Meierhofer A, Hardwick C, Lewis R, Six K, Dietmaier P. Third body layer-experimental results and a model describing its influence on the traction coefficient. *Wear* 2014; 314: 148-154.
37. Müller M, Ostermeyer G.P. A cellular automaton model to describe the three dimensional friction and wear mechanism of brake systems. *Wear* 2007; 263: 1175–1188.
38. Nosal S, Orłowski T. Wpływ wybranych napełniaczy na właściwości ciernych materiałów hamulcowych. *Tribologia* 2009; 2: 119-126.
39. Nosal S, Orłowski T. Wpływ rodzaju użytego grafitu I koksu naftowego na właściwości tarciovo-zużyciowe materiałów ciernych. *Tribologia* 2010; 2: 85-93.
40. Padthe A. K, Oh J, Bernstein D. S. On the LuGre model and friction-induced hysteresis. *Proceedings of the 2006 American Control Conference, Minneapolis, Minnesota, USA 2006: 3247-3252.*
41. Panier S, Dufrénoy P, Weichert D. An experimental investigation of hot spots in railway disc brakes. *Wear* 2004; 256: 764-773.
42. Peveca M, Oder G, Potrč I, Šraml M. Elevated temperature low cycle fatigue of grey cast iron used for automotive brake discs. *Engineering Failure Analysis*, 2014; 42: 221-230.
43. Polska Norma PN-EN 14531-1, Kolejnictwo – Metody obliczania dróg hamowania do zatrzymania lub do określonej prędkości oraz metody obliczania hamulca postojowego – Część 1: Algorytmy ogólne z zastosowaniem średniej wartości obliczeniowej dla pociągów lub pojedynczych pojazdów. Warszawa luty 2016: 11-19.
44. Polska Norma PN-EN 14535-1, Kolejnictwo – tarcze hamulcowe kolejowych pojazdów szynowych – Część 1: Tarcze hamulcowe włączane lub mocowane skurczowo na osiach zestawów tocznych lub napędnych, wymiary i wymagania dotyczące jakości, Warszawa 2006: 22-23.
45. Polska Norma PN-EN 14535-3 Kolejnictwo – Tarcze hamulcowe kolejowych pojazdów szynowych – Część 3: Tarcze hamulcowe, właściwości tarczy i pary ciernej, klasyfikacja. Warszawa luty 2016: 12-16.
46. Rail Consult Gesellschaft für Verkehrsberatung mbH, Wagon osobowy Z1 02 – układ jezdny–tom2. Dokumentacja Techniczno-Ruchowa: 46-59.
47. Rozporządzenie Komisji (UE) NR 321/2013 z dnia 13 marca 2013 r. dotyczące technicznej specyfikacji interoperacyjności odnoszącej się do podsystemu Tabor-wagony towarowe systemu kolei w Unii Europejskiej i uchylające decyzję 2006/861/WE: 17-18.

48. Rozporządzenie Komisji (UE) NR 1302/2014 z dnia 18 listopada 2014 r. w sprawie technicznej specyfikacji interoperacyjności odnoszącej się do podsystemu Tabor – lokomotywy i tabor pasażerski systemu kolei w Unii Europejskiej, Dodatek J Nr indeksu 24: 272-274, 388-389.
49. Saumweber E. Auslegung und Leistungsgrenzen von Scheibenbremsen. ZEV-Glases Annalen 1988; 112(4): 139-143.
50. Szymanski G.M, Josko M, Tomaszewski F, Filipiak R. Application of time-frequency analysis to the evaluation of the condition of car suspension. Mechanical System and Signal Processing 2015; 58-59: 298-308.
51. Szymanski G.M, Josko M, Tomaszewski F. Diagnostics of automatic compensators of valve clearance in combustion engine with the use of vibration signal. Mechanical System and Signal Processing 2016; 68-69: 479-490.
52. Ścieszka S.F. Hamulce cierne. Zagadnienia materiałowe, konstrukcyjne i tribologiczne. Wydawnictwo Gliwice-Radom 1998: 11-19.
53. UNITED NATIONS Regulation No. 90, Addendum 89: Uniform provisions concerning the approval of replacement brake lining assemblies, drum brake linings and discs and drums for power-driven vehicles and their trailers. E/ECE/324/Rev.1/Add.89/Rev.3-E/ECE/TRANS/505/Rev.1/Add.89/Rev.3, 17 February 2012: 17-21.
http://www.unece.org/fileadmin/DAM/trans/main/wp29/wp29regs/R090r3e_01.pdf
54. Webside <http://breck.pl/pl/produkty/klocki-breck-hs/>
55. Wojewoda J, Stefański A, Wiercigroch M, Kapitaniak T. Hysteretic effects in dry friction: modelling and experimental studies. Philosophical Transactions of the Royal Society A 2008; 366: 753-757.
56. Wu S.C, Zhang S.Q, Xu Z.W. Thermal crack growth-based fatigue life prediction due to braking for a high-speed railway brake disc. International Journal of Fatigue. 2016; 87: 359-369.
57. Wirth X., Improving the Performance of Disc Brakes on High-speed Rail Vehicles with a Novel Types of Brake Pad: Isobar. RTR 1998; 1: 24-29.