

SZYMON RĘCZKOWICZ

# Mechatroniczny projekt dwukołowej platformy mobilnej

*W artykule przedstawiono wyniki prac nad projektem dwukołowej samobalansującej platformy mobilnej przygotowanym w ramach pracy inżynierskiej. Celem stworzenia konstrukcji było umożliwienie zwiększania mobilności osoby dorosłej na niewielkich odległościach w zurbanizowanym środowisku.*

*Całość prac projektowych podzielono na kilka części. W pierwszym etapie przedstawiono wymagania założone dla projektu urządzenia, dobrano elementy elektryczne oraz schemat ich połączeń elektrycznych. W drugiej części omówiono stworzony model CAD konstrukcji oraz jego elementy mechaniczne. W celu sprawdzenia wytrzymałości konstrukcji dokonano analizy MES korpusu urządzenia. Przedostatnią częścią było przeanalizowanie zagadnienia odwróconego wahadła, które pozwoliło na wyprowadzenie modelu przestrzeni stanu z rozdzieleniem na podsystemy bazy i drążka sterowniczego niezbędnego do opracowania sterowania dla platformy. W ostatniej części przygotowano algorytm stabilizujący na podstawie regulatora LQR oraz rozważano zastosowanie fuzji sensorycznej w postaci filtra Kalmana w celu zwiększenia dokładności określania kąta odchylenia konstrukcji.*

*Na koniec przygotowano symulacje w środowisku Simulink w celu sprawdzenia poprawności przygotowanego algorytmu. Całość została zwieńczona podsumowaniem prac oraz wytyczeniem kierunków dalszych badań.*

Słowa kluczowe: pojazdy samobalansujące, filtr Kalmana, konstrukcje dwukołowe

## 1. WPROWADZENIE

W dzisiejszych czasach zagadnienia związane z mikromobilnością, czyli podróżami na krótkie dystanse za pomocą niewielkich, lekkich i bezemisyjnych środków komunikacyjnych odgrywają coraz istotniejszą rolę [1]. Wynika to z faktu, że obecnie ludziom zależy głównie na szybkim dotarciu do celu, a powszechnie występujące zakorkowanie ulic sprawia, że używanie samochodów jest nieopłacalne na niewielkich dystansach.

Najpopularniejszymi i najstarszymi urządzeniami związanymi z zagadnieniem mikromobilności są rowery, jednakże z uwagi na to, że podobnie jak hulajnogi czy rolki wymagają od prowadzącego wysiłku fizycznego w celu wprawienia pojazdu w ruch, nie zaspokajają obecnej u części społeczeństwa potrzeby bezwysiłkowego poruszania się. Grupą pojazdów pozwalającą na spełnienie wszystkich wymienionych warunków są urządzenia transportu osobistego (tzw. UTO), których każdy z przedstawicieli definiowany jest jako „pojazd napędzany elektrycznie, z wyłączeniem hulajnogi elektrycznej, bez siedzenia i pedałów, kon-

strukcyjnie przeznaczony do poruszania się wyłącznie przez kierującego znajdującego się na tym pojeździe”. W tej grupie dużą popularność zyskały pojazdy samobalansujące [2].

Pojazdy samobalansujące są to urządzenia jednoosiowe wyposażone w zmotoryzowane koła (bądź koło) połączone z ruchomą podstawą, na której stoi kierowca. Funkcja samobalansowania, która najbardziej odróżnia te pojazdy od innych przeznaczonych do samodzielnego poruszania się, jest wynikiem działania złożonego algorytmu wgranego do jednostki sterującej, który pozwala zareagować na zmiany w odchyleniu pojazdu wykryte dzięki czujnikom znajdującym się w pojeździe.

Osoba może „zakłócić” ten system, pochylając się, co powoduje wykonanie przez układ procedury mającej ponownie ustabilizować urządzenie, w wyniku czego nastąpi ruch pojazdu.

Reasumując, zdecydowano się na prace nad konstrukcją z uwagi na wyraźnie widoczne zapotrzebowanie na pojazdy napędzane elektrycznie przeznaczone do poruszania się na niewielkie odległości w terenie miejskim.

## 2. ZAŁOŻENIA PROJEKTOWE

Na początku zapoznano się z dostępnymi na rynku urządzeniami z grupy pojazdów samobalansujących, przepisami obowiązującymi dla pojazdów transportu osobistego [2], raportami medycznymi dotyczącymi masy i postury przeciętnego człowieka [3] oraz zdefiniowanym dla miast nachyleniem chodników [4]. W wyniku tej analizy ustalono niniejsze wymagania:

- Konstrukcja ma być pojedynczą platformą z zamontowanym drążkiem sterowniczym, gdzie wykrywane jest zarówno odchylenie elementu sterującego, jak i przechył całej konstrukcji.
- Maksymalna prędkość, z jaką pojazd może się poruszać po płaskiej powierzchni, wynosi  $v_{\max} = 20$  km/h (zgodnie z maksymalną dozwoloną prędkością dla pojazdów UTO [2]).
- Dopuszczalna masa transportowanej osoby  $m_{\max} = 100$  kg – ustalona jako suma masy przeciętnego dorosłego mężczyzny równej 90 kg (zgodnie z badaniami przeprowadzonymi w USA) [3] oraz noszonych ubrań wraz z bagażem podręcznym równej 10 kg.
- Maksymalna prędkość przy jeździe z maksymalnym obciążeniem pod 5-stopniowym nachyleniem powierzchni –  $v_{\text{inc}} = 10$  km/h.

Podczas doboru elementów do niniejszego projektu kierowano się ww. założeniami.

## 3. CZĘŚĆ ELEKTRYCZNA

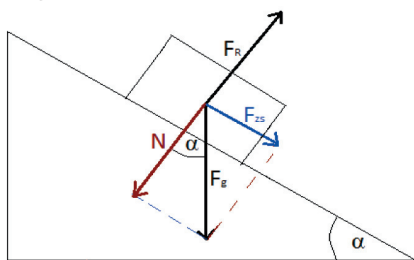
### 3.1. Silnik

Proces dobierania elementów do projektu rozpoczęto od wyboru silników z uwagi na to, że są odpowiedzialne za wprawienie w ruch całej konstrukcji. Ich zły dobór mógłby skutkować niespełnieniem przedstawionych wcześniej wymagań czy uniemożliwić prawidłową realizację algorytmu stabilizującego z powodu zbyt powolnej bądź niedokładnej zmiany pozycji.

W celu wstępnego wyznaczenia minimalnych parametrów silnika posłużono się przykładem ciała znajdującego się na równi (rys. 1).

Korzystając ze znajomości wzorów na ciało będące na równi, wyznaczono:

$$F_g = m \cdot g \quad (1)$$



Rys. 1. Ciało znajdujące się na równi pochyłej

Jako orientacyjną masę przyjęto maksymalną wagę transportowanej osoby:

$$F_{g_{\max}} = m_{\max} \cdot g = 100 \cdot 9,81 = 981 \text{ N} \quad (2)$$

Kąt nachylenia równi  $\alpha$  przyjęto jako  $5^\circ$  w celu zapewnienia, że zostanie spełniony warunek dotyczący poruszania się pojazdu z prędkością 10 km/h pod takim kątem nachylenia powierzchni.

$$F_z = F_{g_{\max}} \cdot \sin(\alpha) = 981 \cdot 0,087 = 85,49 \text{ N} \quad (3)$$

Uwzględniając to, że każde z kół ma osobny napęd (w celu umożliwienia wykonania skrętu), niezbędny moment należy równo rozłożyć pomiędzy elementy napędzające:

$$M_{\max} = \frac{F_z \cdot r_k}{2} = \frac{85,49 \cdot 0,2}{2} = 8,55 \text{ Nm} \quad (4)$$

W celu wyznaczenia niezbędnej mocy należy prędkość liniową zamienić na kątową:

$$\omega_{\text{inc}} = \frac{v_{\text{inc}}}{r_k} = \frac{2,78}{0,2} = 13,88 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (5)$$

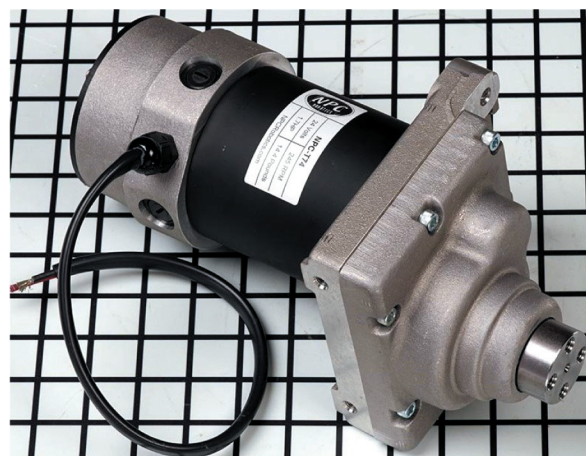
W wyniku czego przy założeniu braku poślizgu otrzymano niezbędną moc:

$$P_{\text{inc}} = M_{\max} \cdot \omega_{\text{inc}} = 118,74 \text{ W} \quad (6)$$

Biorąc powyższe pod uwagę, zdecydowano się na parę silników NPC-T74 (rys. 2) o parametrach [5]:

- napięcie zasilania 24 V,
- prędkość obrotowa za przekładnią 240 RPM,
- przełożenie przekładni 20 : 1,
- masa silnika 6,53 kg,
- maksymalna moc wyjściowa 1200 W.

Szczególnie warta odnotowania jest obecność wbudowanej przekładni, która pozwoliła na pominięcie stosowania dodatkowych elementów w celu osiągnięcia niezbędnego momentu obrotowego.



Rys. 2. Silnik NPC-T74 [5]

### 3.2. Kontrolery

W celu poprawnego sterowania zarówno prędkością, jak i kierunkiem obrotów ww. silników niezbędne było dobranie odpowiedniego kontrolera. Na potrzeby konstrukcji zdecydowano się na Sabertooth Dual 60A Speed Controller, którego największą zaletą jest jednoczesna obsługa dwóch jednostek napędowych z pomocą jednego modułu.

Niemniej jednak potrzebna jest jeszcze jednostka centralna, której głównym zadaniem jest odczytywanie i przetwarzanie sygnałów z czujników, aby następnie za ich pomocą oraz z użyciem wgranego do jednostki programu stabilizującego wyznaczyć sygnały sterujące, które są przesyłane do kontrolera silników. Do wykonania podobnych zadań najczęściej wykorzystywane są urządzenia z rodziny Arduino bądź Raspberry. Ze względu na osobiste doświadczenia zdecydowano się na Arduino Uno Rev 3.

### 3.3. Pozostałe elementy elektryczne

W przypadku projektów pojazdów samobalansujących niezbędne jest wykrywanie kąta nachylenia podstawy oraz prędkości jego zmiany. Informacje te są bardzo istotne we wspomnianych układach z uwagi na to, że są wykorzystywane jako dane wejściowe dla algorytmu stabilizującego. Najpopularniejszą metodą ich dokładnego otrzymania jest skorzystanie z fuzji danych z akcelerometru oraz żyroskopu.

Mając powyższe na uwadze, zdecydowano się na wybór jednostki MPU-6050, w której obydwa wspomniane komponenty są zintegrowane w postaci pojedynczego modułu MEMS.

Do odczytywania skreću zadanego przez kierowcę za pomocą drążka sterowniczego został wykorzystany opracowany do tego układ mechaniczny (opisany w dalszej części artykułu), który zawierał enkoder inkrementalny.

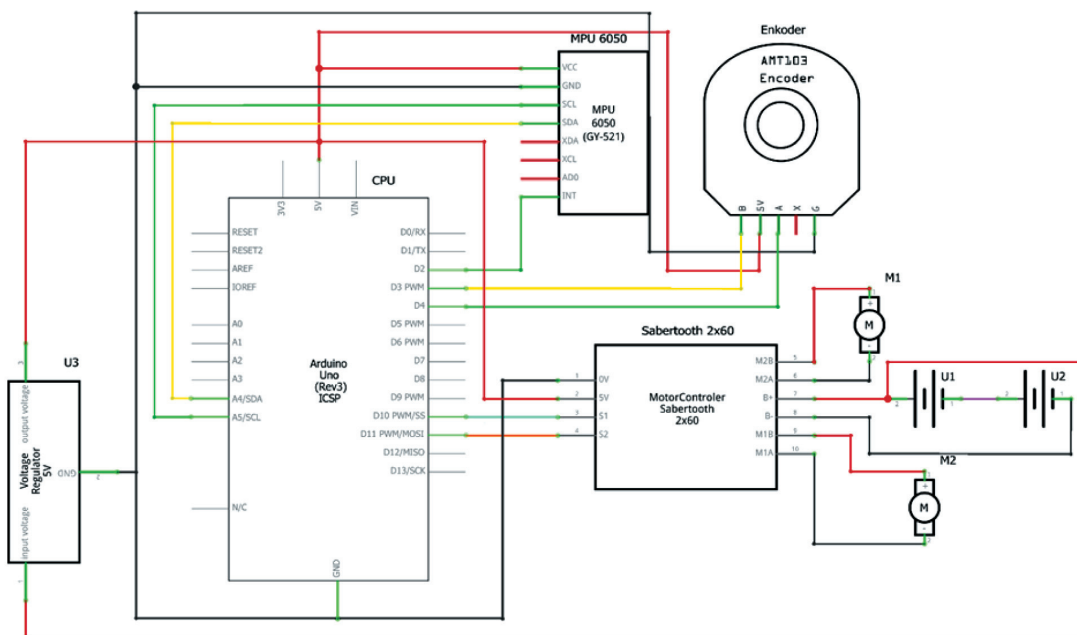
Przy projektowaniu elementów elektrycznych do urządzeń mobilnych ważny jest dobór odpowiedniej jednostki zasilającej. Wynika to z tego, że czas działania urządzenia jest zależny od pojemności jego akumulatorów. Należy również mieć na uwadze wymiary źródeł energii, gdyż zwykle w pojazdach mobilnych z uwagi na ograniczone miejsce wymiary elementów odgrywają istotną rolę. Ostatnim ważnym aspektem jest wartość napięcia, które niewłaściwie dobrane może wpływać negatywnie na osiągi urządzenia bądź doprowadzić do uszkodzenia elementu.

W konstrukcjach samobalansujących najczęściej stosuje się dwa połączone ze sobą szeregowo akumulatory (zwykle 12 V) [6]. Pomimo zwiększonej przestrzeni ciężar jest rozkładany równomiernie, co pozwala na polepszenie sterowalności urządzenia.

Mając powyższe na uwadze, zdecydowano się na parę akumulatorów firmy Vision, ponieważ są one jednymi z najmniejszych (151 mm × 98 mm × 95 mm) dostępnych 12-voltowych akumulatorów ołowiowych, jakie udało się znaleźć autorowi w momencie dobierania elementów.

### 3.4. Schemat elektryczny

Elementy zaprezentowane w tej sekcji samodzielnie nie byłyby w stanie zapewnić prawidłowej pracy urządzenia, dlatego połączono je w jeden układ, którego schemat pokazano na rysunku 3.



Rys. 3. Schemat elektryczny platformy

## 4. CZĘŚĆ MECHANICZNA

### 4.1. Wymiary gabarytowe

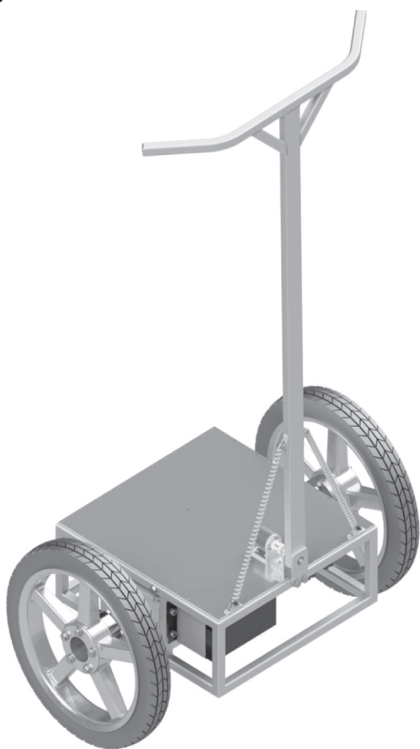
Proces projektowania modelu urządzenia rozpoczęto od ustalenia wymiarów gabarytowych, których nie mogła przekroczyć finalna konstrukcja (rys. 4).

Pierwszym parametrem, na który zwrócono uwagę, jest szerokość urządzenia, czyli odległość między zewnętrznymi krawędziami kół. Biorąc pod uwagę szerokość chodnika zgodną z rozporządzeniem ministra transportu [4] równą 2 m, możliwości wyminięcia się dwóch kierowców z zachowaniem bezpiecznego dystansu 0,2 m oraz po zapoznaniu się z wymiarami podobnych urządzeń, ustalono ostateczną szerokość platformy równą 730 mm.

Długość urządzenia została przyjęta po uwzględnieniu dwóch czynników:

- 1) długości stopy przeciętnego dorosłego człowieka równej 250 mm (zgodnie z badaniami wykonanymi na Uniwersytecie Jana Kochanowskiego w Kielcach [7]),
- 2) konieczności pomieszczenia wszystkich niezbędnych elementów wewnątrz konstrukcji przy ich równomiernym rozmieszczeniu (ułatwienie dla algorytmu stabilizacyjnego).

Przy uwzględnieniu powyższych czynników długość wyniosła 480 mm.



Rys. 4. Model CAD urządzenia

Ostatnim parametrem gabarytowym, który należało ustalić, była wysokość konstrukcji.

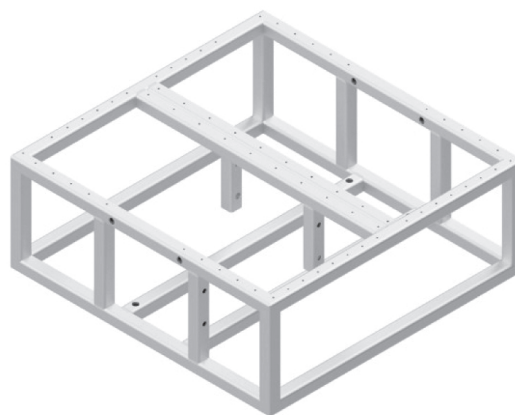
W celu jej wyznaczenia trzeba było zsumować trzy wymiary:

- 1) Odległość dolnej części ramy od podłoża. Założono, że 100 mm nad poziomem ziemi jest wystarczającą odległością do zapobiegania niepożądanym interakcjom z elementami otoczenia, w wyniku czego mogłoby dojść do uszkodzenia pojazdu.
- 2) Wysokość ramy platformy. Z uwagi na to, że musi ona pomieścić wszystkie części elektroniczne, należy uwzględnić jej wysokość, szczególnie wysokość silnika będącego podstawowym elementem projektu, na poziomie 200 mm.
- 3) Odległość między górną obudową podstawy a zakończeniem drążka sterowniczego. Na podstawie przeprowadzonych własnych badań ustalono, że drążek sterowniczy powinien mieć długość około 1100 mm w celu zapewnienia swobodnej kontroli nad pojazdem.

Sumując wszystkie trzy wymiary, założono, że gabarytowa wysokość platformy powinna wynosić 1400 mm.

### 4.2. Elementy bazy platformy

Całość konstrukcji łączy rama, która umożliwia zamontowanie wszystkich niezbędnych elementów w zwartej obudowie przy jednoczesnym utrzymaniu pasażera o masie do 100 kg (rys. 5).



Rys. 5. Zaprojektowana rama platformy

Element ten (rys. 5) powstał jako połączenie odpowiednio przyciętych profili aluminiowych zamkniętych o przekroju kwadratowym o wymiarze 20 mm ze ściankami o grubości 1,5 mm. Estymowana waga ramy jest równa 2,5 kg.

W trakcie procesu dobierania odpowiednich kół do projektu rozważano trzy typy:

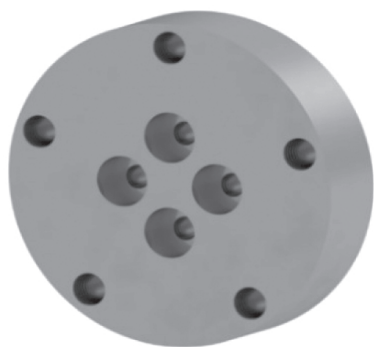
- 1) koła od Segway i2 SE,
- 2) koło od wózka elektrycznego,
- 3) 20-calowe koło firmy Skyway od BMX.

Analizy prezentowanych wyżej rodzajów kół dokonano na podstawie najbardziej istotnych dla projektu parametrów, tj. ceny, dostępności oraz sposobu montażu. Pierwsza z wymienionych opcji została odrzucona z uwagi na większe trudności oraz koszty, jakie spowodowałoby jej wykorzystanie. Natomiast opony firmy Skyway uznano za gorszą opcję z powodu mniejszej powierzchni kontaktu z podłożem i utrudnionego sposobu montażu.

Ostatecznie zdecydowano się na koło od wózka elektrycznego, jednakże niezbędne było zaprojektowanie elementu pozwalającego na połączenie go z dobranym silnikiem (rys. 6). Zespolecie elementów nie wymagało zastosowania skomplikowanej konstrukcji, ponieważ silnik ma wbudowaną przekładnię. Cecha ta może zostać uznana za zaletę ze względu na niewielkie wykorzystanie materiału oraz szybkie i łatwe wykonanie. Cztery otwory wywiercone w środku służą do zamontowania piasty do silnika, natomiast zewnętrzne otwory pozwalają na przymocowanie koła (rys. 7).



Rys. 6. Render modelu CAD koła



Rys. 7. Render modelu CAD piasty

#### 4.3. Układ kierowniczy platformy

W procesie projektowania największe trudności sprawiło zaprojektowanie układu kierowniczego (rys. 8). Z uwagi na to, że nadanie ruchu do przodu i tyłu jest realizowane poprzez odchylenie całej platformy w po-

żądanym kierunku, jedynym zadaniem drążka kierowniczego jest umożliwienie skręcania pojazdem. Sposób używania zaproponowanego rozwiązania musiał więc być jasny i intuicyjny.



Rys. 8. Model CAD układu kierowniczego

W ciągu kilkunastu ostatnich lat do zagadnienia skręcania pojazdami samobalansującymi podchodzono na wiele różnych sposobów, niemniej jednak każdy z nich ma swoje wady. Warte wspomnienia są m.in.:

- Nieruchomy drążek sterowniczy, przy którego bokach zamontowano dwa przyciski – każdy z nich odpowiadał za skręcanie w odpowiednim kierunku [8]. Główną wadą tego rozwiązania jest to, że kierowca może jedynie wydać polecenie skrętu w wybranym kierunku, jednakże nie może on decydować o wartości kąta skrętu.
- Samocentrujący uchwyt obrotowy, którego odchylenie w stronę użytkownika bądź w przeciwną pozwalało na skręcanie urządzeniem [9]. Uznano, że rozwiązanie to jest mało intuicyjne dla użytkownika pojazdu.
- Drążek osadzony na potencjometrze obrotowym wraz ze sprężynami powrotnymi [10]. W celu wykonania obrotu należy odchylić cały drążek sterowniczy o pożądaną wartość w wybranym kierunku.

Z uwagi na to, że drążek obraca się na wale potencjometru, wartość jego rezystancji jest proporcjonalna do przechylenia układu kierowniczego. W wyniku tego zmienia się wartość sygnału dostarczanego na wejście sterownika. Pomimo że rozwiązanie to pozwala na precyzyjną i płynną kontrolę nad kątem skrętu pojazdu, nie jest ono idealne przez małą

wytrzymałość wału potencjometru, na którym opiera się cała konstrukcja. Jak zostało opisane przez twórcę, podczas jednego z testów urządzenie zostało uszkodzone w wyniku użycia zbyt dużej siły.

Z powodu wad powyższych rozwiązań zdecydowano się na własny projekt drążka sterowniczego. Konstrukcja została zainspirowana omówionym wyżej wykrywaniem skrętu drążka za pomocą potencjometru obrotowego. Jednakże w odróżnieniu od omawianego wcześniej rozwiązania obrót jest wykonywany na wałku liniowym o średnicy 8 mm. Dzięki temu można było zastosować łożyska w celu zlikwidowania oporów na wałku. Wałek jest połączony ze sprzęgłem, które pozwala na przekazanie obrotów na enkoder inkrementalny. Rozwiązanie to pozwala na dokładne odczytanie odchylenia zadanego przez użytkownika przy jednoczesnym zmniejszeniu ryzyka uszkodzenia elementu. Powrót do pozycji wyjściowej występuje dzięki sprężynom zamontowanym w jednej płaszczyźnie z drążkiem.

#### 4.4. Analiza MES

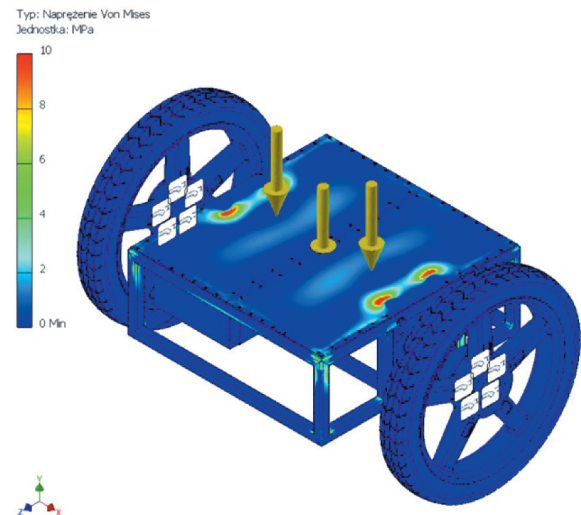
W związku z łożyskowaniem drążka sterowniczego występujące w nim naprężenia będą niewielkie, dlatego analizie statycznej naprężeń metodą elementów skończonych poddano jedynie elementy korpusu urządzenia. Sama analiza została przeprowadzona zgodnie z kryterium Huberta.

Jako parametry symulacji zdefiniowano:

- Elementy typu TETRA o średnicy 0,1 mm i współczynnika gradacji 1,5. Ostatecznie pozwoliło to na otrzymanie liczby elementów siatki 946 799, natomiast liczba węzłów wyniosła 1 600 326.
- Obciążenia zostały przyjęte jako dwie siły o wartości 500 N działające na górną pokrywę platformy i skierowane do niej prostopadle. Dodatkowo zasymulowano siłę działania grawitacji na konstrukcję.
- Warunki brzegowe zostały ustawione jako wiązanie nieruchome w miejscu montowania zespołu napędowego do głównej ramy konstrukcji (widoczne na prezentacji wyników analizy).
- Jako materiały wykorzystano głównie aluminium 6061, natomiast elementy połączeń śrubowych przygotowano z wykorzystaniem stali nierdzewnej A4 nadającej śrubie klasę 88. Innym wykorzystanym materiałem było tworzywo sztuczne PCB użyte do skonstruowania bryły akumulatora oraz kauczuk, którym pokryta była opona.

W rezultacie przeprowadzonej analizy otrzymano wyniki, z których wybrano trzy parametry najistotniejsze pod kątem sprawdzenia wytrzymałości konstrukcji.

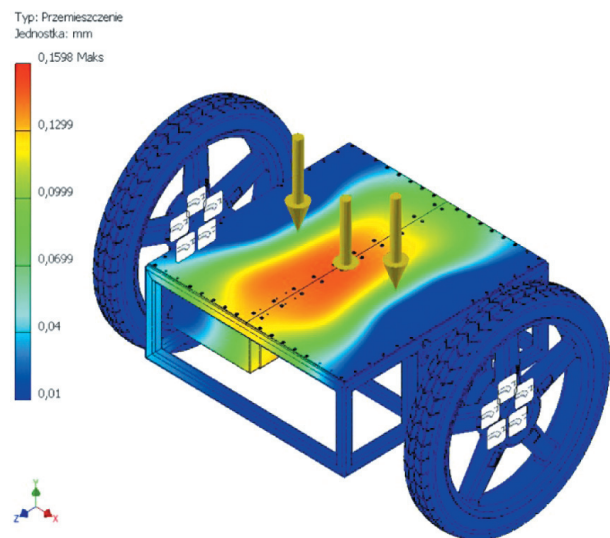
Dla naprężeń liczonych według hipotezy wytrzymałościowej Hubera–Misesa otrzymano niewielkie wartości nieprzekraczające 10 MPa w miejscu, gdzie blacha oraz obudowa silnika znajdują się w bezpośrednim kontakcie (rys. 9).



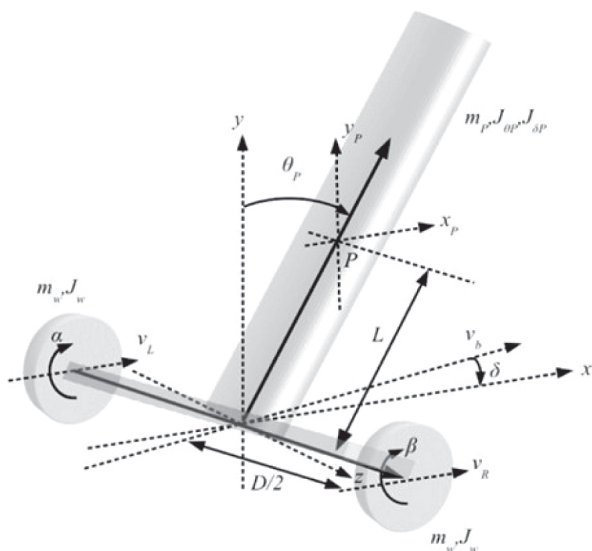
Rys. 9. Analiza MES modelu CAD – naprężenia

Kolejnymi wynikami wartymi przeanalizowania są przemieszczenia i ugięcia statyczne (rys. 10 i 11). Największe wartości przemieszczenia występują w centrum łączenia platformy i są równe w przybliżeniu 0,16 mm. Wartość ta jest na tyle niewielka, że podczas korzystania z platformy zmiana ta nie zostałaby zauważona przez użytkownika.

Ostatnim wynikiem przeprowadzonych badań jest analiza współczynnika bezpieczeństwa konstrukcji, która pozwoliła na ocenę wytrzymałości platformy.



Rys. 10. Analiza MES modelu CAD – przemieszczenia



Rys. 11. Uproszczony model człowieka na pojeździe samobalansującym [14]

Współczynnik bezpieczeństwa  $n$  danego elementu konstrukcji określamy zgodnie ze wzorem:

$$k = K / n \Rightarrow n = K / k \tag{7}$$

gdzie:

- $K$  – naprężenia krytyczne,
- $k$  – rzeczywiste naprężenia na elemencie.

Należy przez to rozumieć stosunek krytycznych wartości naprężenia do rzeczywistych wartości naprężenia występującego w tym elemencie. W związku z tym, aby pod wpływem zadanego obciążenia dany element konstrukcji nie uległ odkształceniu plastycznemu, wartość wspomnianego współczynnika musi być większa od jedności [11].

Najniższa widoczna wartość współczynnika wynosi 2,63. Wynika z tego, że żaden element platformy nie ulegnie odkształceniu plastycznemu w trakcie użytkowania.

Podsumowując powyższą analizę, można stwierdzić, że stworzona konstrukcja jest w stanie wytrzymać obciążenie związane z ciężarem własnym oraz znajdującego się na niej pasażera.

## 5. MODEL ODWRÓCONEGO WAHADŁA MATEMATYCZNEGO

W procesie projektowania algorytmu sterującego platformą pierwszym krokiem było rozpatrzenie modelu odwróconego wahadła matematycznego. Jest to powszechne rozwiązanie stosowane podczas projektowania urządzeń samobalansujących, dlatego dostępnych jest wiele wyprowadzeń omawianego modelu, m.in. obecne w projekcie *Control and balancing of a small vehicle with two wheels for autonomous driving* [12] czy w arty-

kule *Simulation and control of a two-wheeled self-balancing robot* [13]. W niniejszym rozdziale autor posłużył się modelem nieliniowym przedstawionym w artykule *Mathematical Modelling of Hover Board* [14], który został w dalszej kolejności zlinearyzowany oraz rozdzielony na dwa prostsze do sterowania podsystemy.

Przyjęto następujące założenia:

- Tarcie występujące w układzie jest tarcie liniowym, które jest proporcjonalne do prędkości silnika.
- Tarcie powstające podczas reakcji elementów z powietrzem, z uwagi na znaczne utrudnienie obliczeń, nie zostało uwzględnione.
- Sprawność przekładni wynosi 1.
- Model kierowcy uproszczono do sztywnego korpusu (cylindra) o wysokości „2L”.
- Punkt początkowy układu względem pionu przyjęto jako górę podstawy konstrukcji.

Tabela 1

### Oznaczenia – odwrócone wahadło

Symbol	Opis	Jednostka
$m_k$	masa kierowcy	[kg]
$m_w$	masa koła (identyczna dla obu kół)	[kg]
$J_{\theta p}$	bezwładność kierowcy w odniesieniu do pochylenia	[kg·m <sup>2</sup> ]
$J_{\delta p}$	bezwładność kierowcy w odniesieniu do przechylenia	[kg·m <sup>2</sup> ]
$J_w$	bezwładność koła	[kg·m <sup>2</sup> ]
$\alpha_m, \beta_m$	kąt obrotu (lewego, prawego) koła (w odniesieniu do platformy)	[rad]
$\alpha, \beta$	kąt obrotu (lewego, prawego) koła (w odniesieniu do ziemi)	[rad]
$L$	odległość między podstawą a środkiem masy kierowcy	[m]
$\theta_p$	kąt odchylenia kierowcy (w odniesieniu do ziemi, gdzie 0 jest pozycja pionowa)	[rad]
$v_L, v_R$	prędkość środka (lewego, prawego) koła	[m/s]
$x_b, v_b$	współrzędna horyzontalna i przyspieszenie centrum platformy (origin)	[m, m/s]
$x_p, y_p, z_p$	współrzędne położenia centrum masy kierowcy	[m]
$D$	odległość kół od siebie (rozstaw kół)	[m]
$r$	promień koła	[m]
$\psi$	współczynnika tarcia wiskotycznego	[-]
$M_L, M_R$	moment podany na koła, przez silnik (po przekładni)	[Nm]
$\tau_L, \tau_R$	moment na (lewym, prawym) silniku	[Nm]
$\rho$	stosunek redukcji między obrotem silnika a obrotem koła	[-]

Dla przedstawionego powyżej modelu wykonano obliczenia zależności pomiędzy silnikiem, kołami, platformą oraz kierowcą, co pozwoliło na otrzymanie wyników.

Następnie wyznaczono model dynamiczny, na podstawie którego wypisano równania Lagrange'a drugiego rodzaju.

Otrzymany dzięki temu model był nieliniowy, jednakże można go zlinearyzować, aby uprościć działanie kontrolera. W celu uzyskania stabilnej pozycji użytkownika na platformie wyznaczono docelowy kąt odchylenia konstrukcji równy w przybliżeniu 0 ( $\theta_p \approx 0$ ) oraz założono niewielkie obroty poziome ( $\delta \approx 0$ ). Dzięki temu finalna reprezentacja w przestrzeni stanu:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$x = \begin{Bmatrix} \dot{q} \\ \ddot{q} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \theta_p \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\theta}_p \end{Bmatrix}, \quad u = \begin{Bmatrix} \frac{1}{\rho} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\rho} \\ -\frac{1}{\rho} & -\frac{1}{\rho} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \tau_L \\ \tau_R \end{Bmatrix}$$

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = u \Rightarrow \ddot{q} = M^{-1}(-Kq - C\dot{q} + u)$$

$$x = \begin{Bmatrix} \dot{q} \\ \ddot{q} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{q} \\ M^{-1}(-Kq - C\dot{q} + u) \end{Bmatrix}$$

$$\dot{x} = Ax + Bu = \begin{bmatrix} 0_3 & I_3 \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0_3 \\ M^{-1} \end{bmatrix} u$$

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & m_2 & m_3 \\ m_2 & m_1 & m_3 \\ m_3 & m_3 & m_4 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} c & 0 & -c \\ 0 & c & -c \\ -c & -c & 2c \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k \end{bmatrix} \quad (8)$$

gdzie:

$$m_1 = \left[ \frac{m_p r^2}{4} + \frac{r^2 J_{\delta P}}{D^2} + m_w r^2 + J_w + \frac{J_m}{\rho^2} \right]$$

$$m_2 = \left[ \frac{m_p r^2}{4} - \frac{r^2 J_{\delta P}}{D^2} + m_w r^2 + J_w \right]$$

$$m_3 = \left[ m_p L r / 2 - J_m / \rho^2 \right]$$

$$m_4 = \left[ m_p L^2 + 2J_m / \rho^2 + J_{\theta_p} \right]$$

$$c = \psi / \rho^2, \quad k = -m_p g L \quad (9)$$

Powyższy układ ma sprzężenie między drążkiem sterowniczym a samą platformą. Dzięki metodzie zaprezentowanej w pracy Dino Spillera [15] możliwe jest rozdzielenie omawianego przypadku na dwa oddzielne systemy.

Pierwszym etapem jest przejście z kątów  $\alpha$  oraz  $\beta$  na parametry pozycji platformy  $x_b$  oraz kąta odchylenia  $\delta$  przy wykorzystaniu zależności między kołami a platformą:

$$q_o = \begin{Bmatrix} x_b \\ \delta \\ \theta_p \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} r/2 & r/2 & 0 \\ r/D & -r/D & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \theta_p \end{Bmatrix} = [S]q \quad (10)$$

Drugim etapem jest wprowadzenie nowych momentów: równoważącego oraz obrotowego. Wynikają one z tego, że wspólny ruch dwóch silników ma wpływ na prostoliniowe przemieszczenie platformy, natomiast przeciwstawny odpowiada za jej obrót, co możemy zapisać jako:

$$q_o = \begin{Bmatrix} \tau_\theta \\ \tau_\delta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tau_L \\ \tau_R \end{Bmatrix} = [D] \begin{Bmatrix} \tau_L \\ \tau_R \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \tau_L \\ \tau_R \end{Bmatrix} = [D]^{-1} \begin{Bmatrix} \tau_\theta \\ \tau_\delta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & -0.5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tau_\theta \\ \tau_\delta \end{Bmatrix} \quad (11)$$

Dzięki temu rozwiązaniu po podstawieniu do systemu z równania (8) otrzymujemy pożądany podział na dwa układy.

Co więcej, aby ułatwić rozdzielenie systemu przestrzeni stanu, zmieniono kolejność zmiennych stanu.

$$\dot{x}_N = A_N x_N + B_N u_N =$$

$$= \begin{Bmatrix} \dot{x}_b \\ \dot{\theta}_p \\ \ddot{x}_b \\ \ddot{\theta}_b \\ \dot{\delta} \\ \dot{\delta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & an_{32} & an_{33} & an_{34} & 0 & 0 \\ 0 & an_{42} & an_{43} & an_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & an_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_b \\ \theta_p \\ \dot{x}_b \\ \dot{\theta}_b \\ \delta \\ \dot{\delta} \end{Bmatrix} \quad (12)$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ bn_{31} & 0 \\ bn_{41} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & bn_{62} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tau_\theta \\ \tau_\delta \end{Bmatrix}$$



Ostatecznie otrzymano dwa podsystemy platformy:

1) podsystem bazy:

$$\dot{x}_\theta = A_\theta x_\theta + B_\theta \tau_\theta =$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_b \\ \dot{\theta}_p \\ \dot{x}_b \\ \dot{\theta}_b \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & an_{32} & an_{33} & an_{34} \\ 0 & an_{42} & an_{43} & an_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_b \\ \theta_b \\ \dot{x}_b \\ \dot{\theta}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ bn_{31} \\ bn_{41} \end{bmatrix} \tau_\theta,$$

2) podsystem drążka sterowniczego:

$$\dot{x}_\delta = A_\delta x_\delta + B_\delta \tau_\delta$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{\delta} \\ \dot{\delta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & an_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta \\ \dot{\delta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ bn_{62} \end{bmatrix} \tau_\delta \quad (13)$$

## 6. ALGORYTM STABILIZACYJNY

### 6.1. Detekcja odchylenia platformy

Dla prawidłowego działania algorytmu stabilizacyjnego niezbędne jest jak najszybsze i najdokładniejsze odczytywanie kąta odchylenia platformy od punktu równowagi.

Do jego wyznaczenia wykorzystuje się najczęściej elementy, które nie podają bezpośrednio poszukiwanej wartości oraz są podatne na różne zakłócenia.

Pierwszy z nich, czyli akcelerometr, odczytuje wartość przyspieszenia grawitacyjnego. Wartość wskazywana zmienia się z domyślnych  $9,81 \text{ m/s}^2$  w przypadku wystąpienia odchylenia zgodnie z poniższym wzorem:

$$V_a = \sin(\theta) + r_a \quad (14)$$

gdzie:

$V_a$  – napięcie z akcelerometru [V],

$\theta$  – kąt odchylenia [°],

$r_a$  – szumy pomiarowe [V].

Jak można zauważyć, wspomniane równanie nie jest liniowe, jednakże dla wartości  $\theta$  wynoszącej około  $20^\circ$  można przyjąć zależność liniową  $\sin(\theta) = \theta$  zgodnie z [16], w wyniku czego otrzymujemy:

$$\theta \approx V_a - r_a \quad (15)$$

Uwzględnione w powyższym wzorze zakłócenia  $r_a$  są wynikiem działania innych przyspieszeń (wzdłużnych i bocznych) oraz wibracji, które powstają podczas poruszania się pojazdu. W związku z tym dane otrzymywane z akcelerometru zawierają znaczącą ilość szumów, przez co przy projektowaniu urządzeń samobalansujących nie można jedynie polegać na ich odczytach.

Drugim typem czujnika, z którego można otrzymać potrzebne dane, jest żyroskop. Przyrząd ten po-

zwala na pomiar szybkości zmiany kąta  $\omega$ , która przez scałkowanie po czasie pozwala na wyznaczenie poszukiwanej wartości kąta odchylenia. Dzięki temu działające w układzie przyspieszenia pasożytnicze nie wpływają w tak znacznym stopniu na otrzymany wynik jak w przypadku akcelerometru [16].

Niestety nie można polegać na odczytach z żyroskopu z uwagi na występujące błędy zera (tzw. bias). Powodują one, że wraz z narastającym czasem działania następuje wzrost tzw. dryfu, czyli błędu kąta pochylenia [16].

Jak zaprezentowano w powyższych akapitach, obydwa czujniki lepiej sprawdzą się w określonych typach pomiarów. Przy długim okresie pomiarów jest efektywniej wykorzystać akcelerometr z uwagi na brak dryfu, jednakże przy krótkich pomiarach dokładniejsze wyniki pozwoli uzyskać żyroskop ze względu na mniejszą podatność na zakłócenia. Jak można zauważyć, sensory wzajemnie uzupełniają swoje niedoskonałości, w związku z tym powszechną praktyką jest fuzja danych otrzymanych z ww. urządzeń.

### 6.2. Fuzja sygnałów pomiarowych

Do dokonania fuzji sygnałów z czujników można zastosować jeden z dwóch filtrów: komplementarny (będący prostszą, ale dającą gorsze wyniki metodą) lub filtr Kalmana pozwalający na uzyskanie dokładniejszych wyników, jednakże przy większym zapotrzebowaniu na moc obliczeniową.

Działanie filtra komplementarnego opiera się na wzajemnym uzupełnianiu danych z czujników, z których żaden nie odzwierciedla w pełni wyniku rzeczywistego. Wyznaczenie kąta przechyłu na podstawie dwóch omawianych czujników wiąże się z zastosowaniem odpowiednich filtrów: dolnoprzepustowego dla akcelerometru w celu usunięcia błędów szybkozmiennych i górnoprzepustowego dla żyroskopu w celu usunięcia błędów wolnozmiennych (dryfu), aby następnie zsumować otrzymane wartości, co przedstawia poniższe równanie [17]:

$$\theta_f = K_1 (\theta_{f-1} + \dot{\theta}_g \cdot T_s) + K_2 \cdot \theta_a \quad (16)$$

gdzie:

$\theta_f$  – wartość estymowana kąta [°],

$\theta_{f-1}$  – wartość estymowana kąta z poprzedniego kroku [°],

$\theta_a$  – wartość kąta na podstawie akcelerometru [°],

$\dot{\theta}_g$  – wartość estymowana prędkości kątowej [°],

$K_1, K_2$  – współczynnik filtra komplementarnego (odpowiednio dla żyroskopu oraz akcelerometru).

Jak można zauważyć, filtr ten łatwo zastosować, gdyż można go zaimplementować pojedynczą liniijką kodu, co pozwala na oszczędzenie zasobów jednostki obliczeniowej. Jednakże problemem w przypadku jego użytkowania jest wyznaczanie odpowiednich wartości współczynników, które mają decydujący wpływ na dokładność otrzymywanych wyników.

Filtr Kalmana jest powszechnie używanym algorytmem pozwalającym na wyznaczenie wartości zmiennej, która jest niedostępna przy użyciu mierzalnych wartości, oraz przygotowanie modelu matematycznego określającego relacje pomiędzy obydwoma wielkościami. W przypadku układów liniowych stosujemy jego podstawową wersję, natomiast w przypadku modeli nieliniowych wymagane jest skorzystanie z rozszerzonego filtra Kalmana. We wcześniejszej części pokazano, że przy niewielkich odchyleniach wyznaczenie kąta można traktować jako model liniowy.

W celu przeanalizowania zasady działania filtra należy rozpatrzyć model matematyczny systemu dyskretnego, na który działają szумы:

$$\begin{aligned}x_k &= A \cdot x_{k-1} + B \cdot u_{k-1} + w_{k-1} \\z_k &= H \cdot x_k + v_k\end{aligned}\quad (17)$$

gdzie:

- $A$  – macierz przejścia,
- $B$  – macierz wejścia,
- $w_{k-1}$  – szum systemu (procesu),
- $H$  – macierz powiązania stanu z pomiarem,
- $v_k$  – szum pomiarowy.

Oba wymienione szумы traktowane są jak niezależne od siebie białe szумы gaussowskie o rozkładzie

$$p(w) \sim N(0, Q), \quad p(v) \sim N(0, R) \quad (18)$$

gdzie  $Q, R$  – macierz kowariancji odpowiednio procesu oraz pomiarów.

Działanie omawianego algorytmu polega na cyklicznym estymowaniu poszukiwanego wektora stanu wraz z jego kowariancją. Proces ten można podzielić na dwa etapy:

- 1) Faza predykcji, w której na podstawie danych z poprzedniego kroku prognozowane są wartości (*a priori*):
  - wektora stanu:

$$\hat{x}_k^- = A \cdot \hat{x}_{k-1} + B \cdot u_{k-1} \quad (19)$$

- macierzy kowariancji błędów filtracji:

$$P_k^- = A \cdot P_{k-1} \cdot A^T + Q \quad (20)$$

- 2) Faza korekcji, w której dane otrzymane z poprzedniej części są korygowane (uaktualniane) dzięki informacjom otrzymanym z czujników [17].

W tym etapie wyszczególniamy:

- wyznaczenie wzmocnienia filtra Kalmana:

$$P_k^- = A \cdot P_{k-1} \cdot A^T + Q \quad (21)$$

gdzie  $S_k$  – innowacja kowariancji obliczana jako

$$S_k = (H \cdot P_k^- \cdot H^T + R)^{-1} \quad (22)$$

- uaktualnienie wektora stanu  $\hat{x}$  z wykorzystaniem wektora pomiarów  $y_k$ , czyli tzw. innowacji określonej jako:

$$y_k = (z_k - H \cdot \hat{x}_k^-) \quad (23)$$

gdzie  $z_k$  – pomiar z czujnika

$$\hat{x} = \hat{x}_k^- + K_k \cdot y_k \quad (24)$$

- ostatnim krokiem jest uaktualnienie macierzy kowariancji dla następnej pętli algorytmu:

$$P_k = (I - K_k \cdot H) P_k^- \quad (25)$$

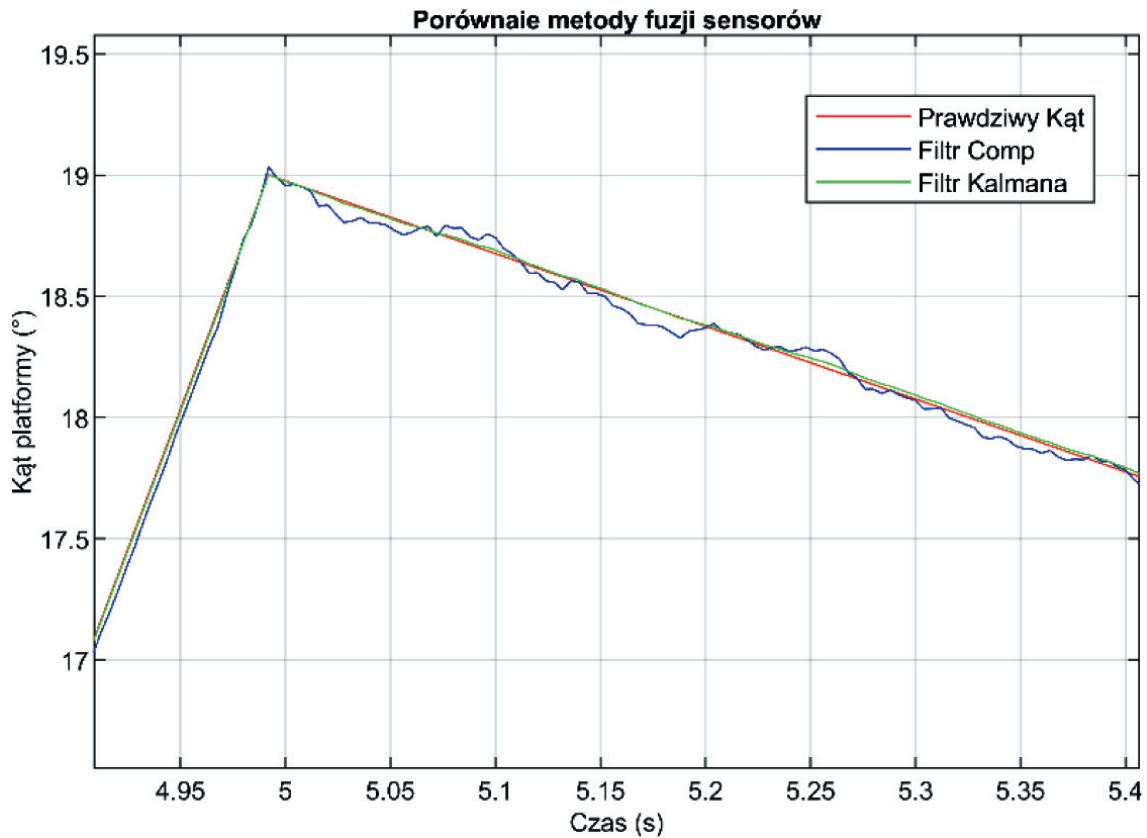
gdzie  $I$  – macierz jednostkowa.

Jak można zauważyć, analizując równanie (25), wzmocnienie Kalmana pozwala określić, jak bardzo wyniki pomiarów z fazy korekcji wpłyną na estymowany stan. W przypadku niewielkiego wzmocnienia bardziej polegamy na predykcji niż na pomiarach (uznajemy dane z czujnika za niepewne), natomiast przy dużych wartościach  $K$  dane zmierzone w chwili wyznaczania odgrywają istotniejszą rolę.

W celu sprawdzenia działania obu filtrów przygotowano symulację odczytywania danych o kącie przechyłu wraz z zakłóceniami obecnymi na obu typach czujników. Otrzymane wyniki zostały przedstawione na rysunku 12.

Jak można zauważyć, wpływ zakłóceń na czujniki zdecydowanie bardziej zauważalny jest w przypadku filtra komplementarnego, natomiast filtr Kalmana bardzo dobrze estymuje rzeczywistą wartość kąta odchylenia.

Wynika z tego, że w przypadku omawianego projektu wymagane było zastosowanie filtra Kalmana z uwagi na istotność precyzyjnego wyznaczenia kąta odchylenia platformy za pomocą algorytmu samobalansującego.



Rys. 12. Wykres porównujący działanie wybranych filtrów przy wyznaczaniu kąta odchylenia platformy

### 6.3. Regulator LQR

Podczas pracy nad algorytmem stabilizującym rozważono dobór różnych metod sterowania, jednakże ze względu na istotny w projektach mobilnych aspekt wydatków energetycznych sygnału sterowania zdecydowano się na wybór regulatora LQR, którego zadaniem jest zminimalizowanie kwadratowego wskaźnika jakości  $J$  określanego poniższym wzorem:

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (26)$$

gdzie:

- $Q$  – macierz wag wejścia (sygnału sterującego),
- $R$  – macierz wag stanów.

Zminimalizowanie ww. wskaźnika pozwala na uzyskanie wartości wektora wzmocnień  $K$ , który jest wykorzystywany w prawie sterowania:

$$u = -Kx \quad (27)$$

Wektor  $K$  jest opisywany wzorem:

$$K = R^{-1} B^T P \quad (28)$$

W celu wyznaczenia macierzy  $P$  znajdującej się w powyższym równaniu konieczne jest rozwiązanie równania Riccatiego:

$$A^T P + PA + Q - PBR^{-1}B^T P = 0 \quad (29)$$

Jednak, aby skorzystanie z przedmiotowego równania pozwoliło otrzymać skończoną liczbę rozwiązań, jest niezbędne, by układ, dla którego dobierany jest regulator LQR, był układem sterowalnym [18]. Układ można uznać za sterowalny w przypadku, gdy rząd macierzy sterowalności jest równy rzędowi układu.

Macierze  $Q$  i  $R$  winny być macierzami diagonalnymi o nieujemnych wartościach. Pierwsza z macierzy informuje, jak ważne jest dla układu otrzymanie dokładnej wartości zmiennej stanu. Druga z macierzy wskazuje, jak duży wydatek energetyczny może być poświęcony na kontrolowanie parametrów.

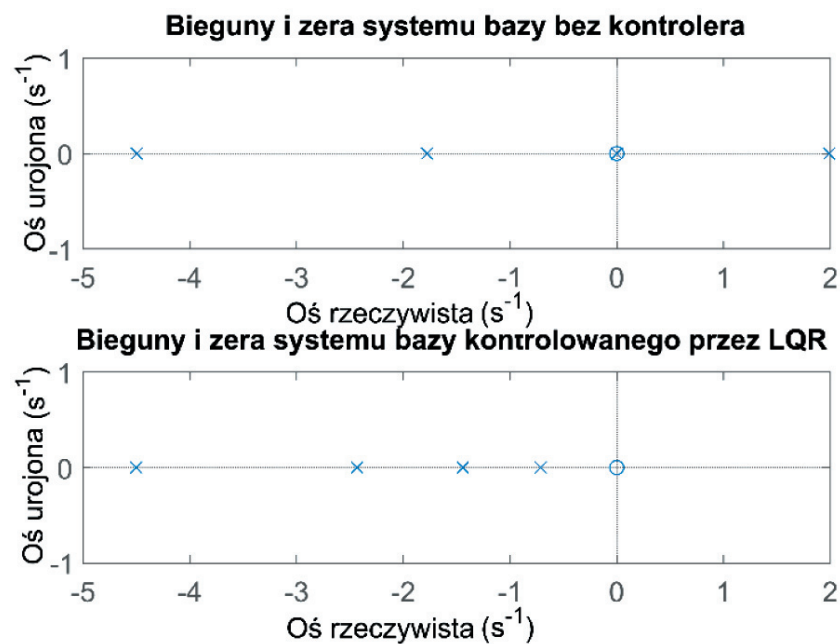
### 6.4. Algorytm stabilizujący – środowisko Matlab

Algorytm stabilizujący został przygotowany z wykorzystaniem środowiska Matlab. W pierwszej jego

części zostały stworzone modele przestrzeni stanów podsystemów drążka oraz bazy. Następnie dla każdego z nich w celu sterowania zastosowano poniższy schemat działania:

- 1) Sprawdzenie sterowalności i obserwowalności układu celem zweryfikowania możliwości zastosowania regulatora LQR.
- 2) Po zweryfikowaniu omawianych wyżej właściwości układu przystąpiono do doboru parametrów przedmiotowego regulatora. W związku z tym kolejnym krokiem jest wykonanie dyskretyzacji układu. Aby tego dokonać, skorzystano z komendy `c2d()`, w której jako metodę dyskretyzacji wybrano „ZOH” (utrzymanie stanu aż do wartości następnej próbki).
- 3) Mając zdyskretyzowany układ, należało ustawić wartości w macierzach  $Q$  i  $R$ , które za pomocą komendy `dlqr()` pozwoliły na wyznaczenie wektora wzmocnień  $K$ .
- 4) Aby zaimplementować regulator LQR, stworzono nowy układ na podstawie otrzymanego wektora  $K$ .
- 5) W celu określenia skuteczności działania regulatora porównano położenia biegunów pierwotnego podsystemu z biegunami nowo otrzymanego układu, co obrazują poniższe wykresy (w celu porównania w wersji ciągłej z tymi samymi wartościami  $Q$  i  $R$ ).

Jak można zaobserwować na rysunku 13, regulator wykonał zadanie polegające na przeniesieniu biegunów z dodatniej części wykresu na pożądaną ujemną część.



Rys. 13. Wykres biegunów i zer układu (ciągłego) bez oraz z regulatorem LQR

## 6.5. Algorytm stabilizujący – symulacja Simulink

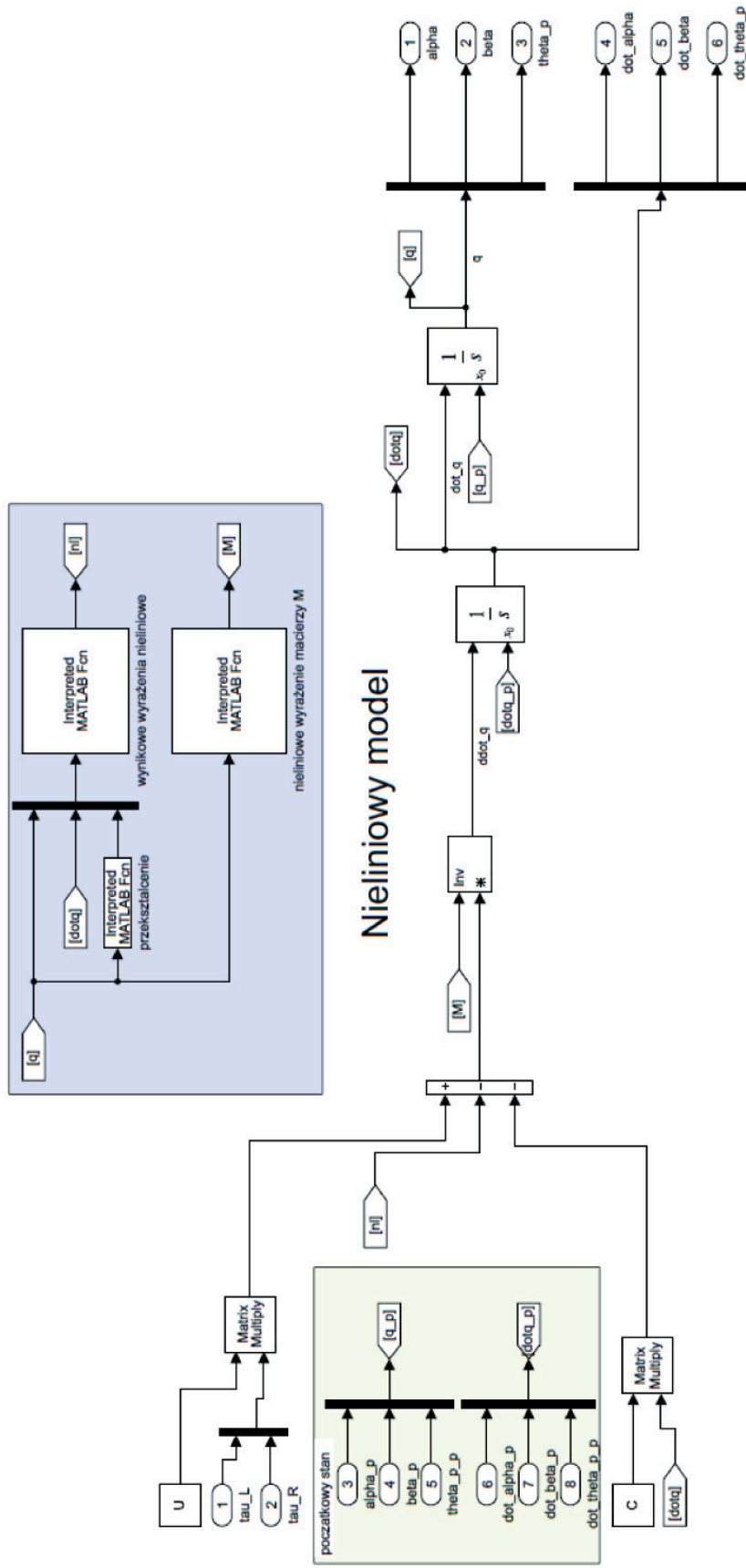
Mając na uwadze, że sama weryfikacja położenia biegunów nie daje dokładnych informacji na temat zachowania układu, przeprowadzono symulację w module Simulink (rys. 14).

Omawianą symulację wykonano w głównym modelu, który zawierał podsystem odwzorowujący zachowanie projektowanej konstrukcji samobalansującej oraz regulatory LQR drążka i bazy (rys. 15–17).

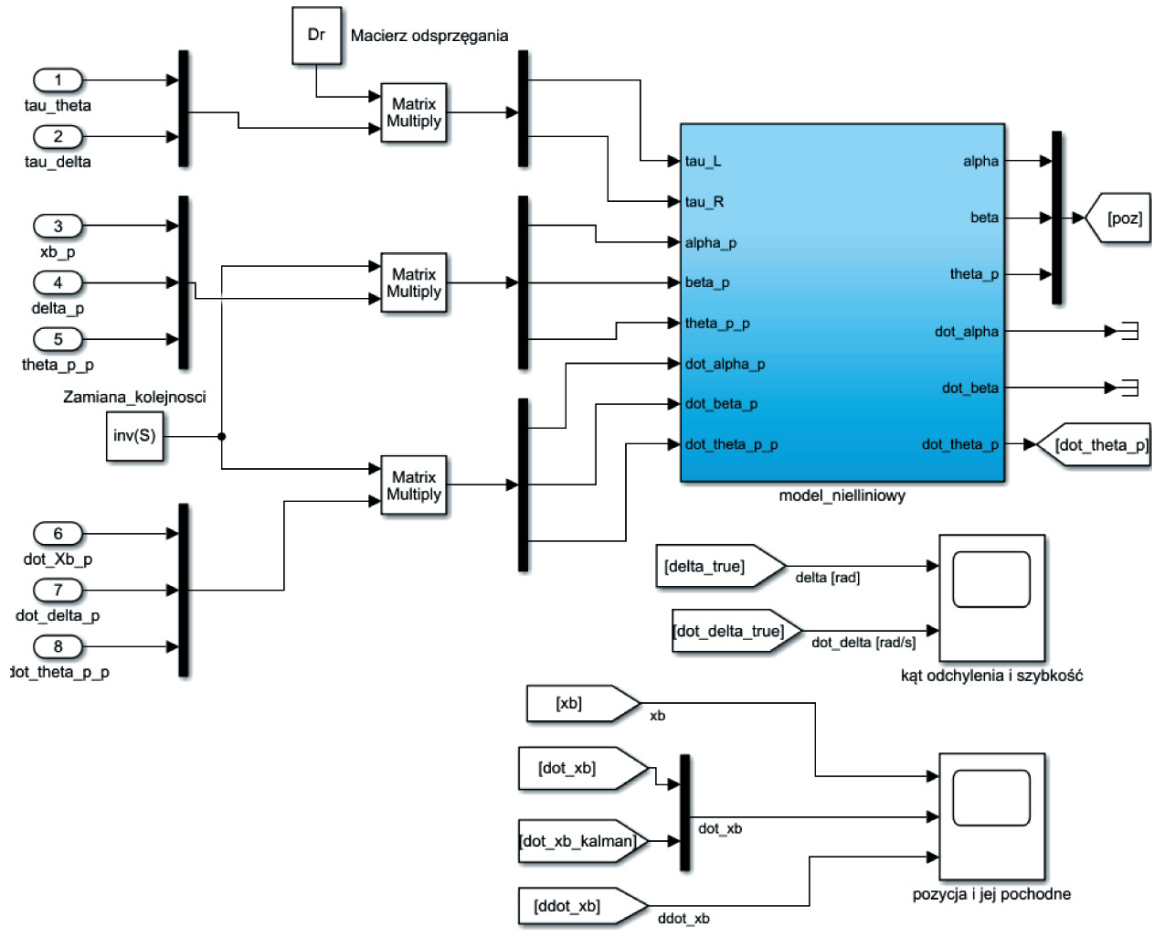
Działanie układu zostało sprawdzone za pomocą sygnału referencyjnego, w którym zadano prędkość liniową oraz prędkość kątową drążka (położenie platformy oraz kąt otrzymywano jako pochodną czasową całkowania prędkości).

Nie skorzystano z kąta pochylenia platformy, co mogłoby wydawać się najbardziej intuicyjne w związku z rzeczywistym jej sterowaniem, jednakże w symulacji spowodowałoby to naruszenie warunku równowagi odwróconego wahadła, którym jest podsystem bazy. W rezultacie tego nie uzyskano by prawidłowych wyników.

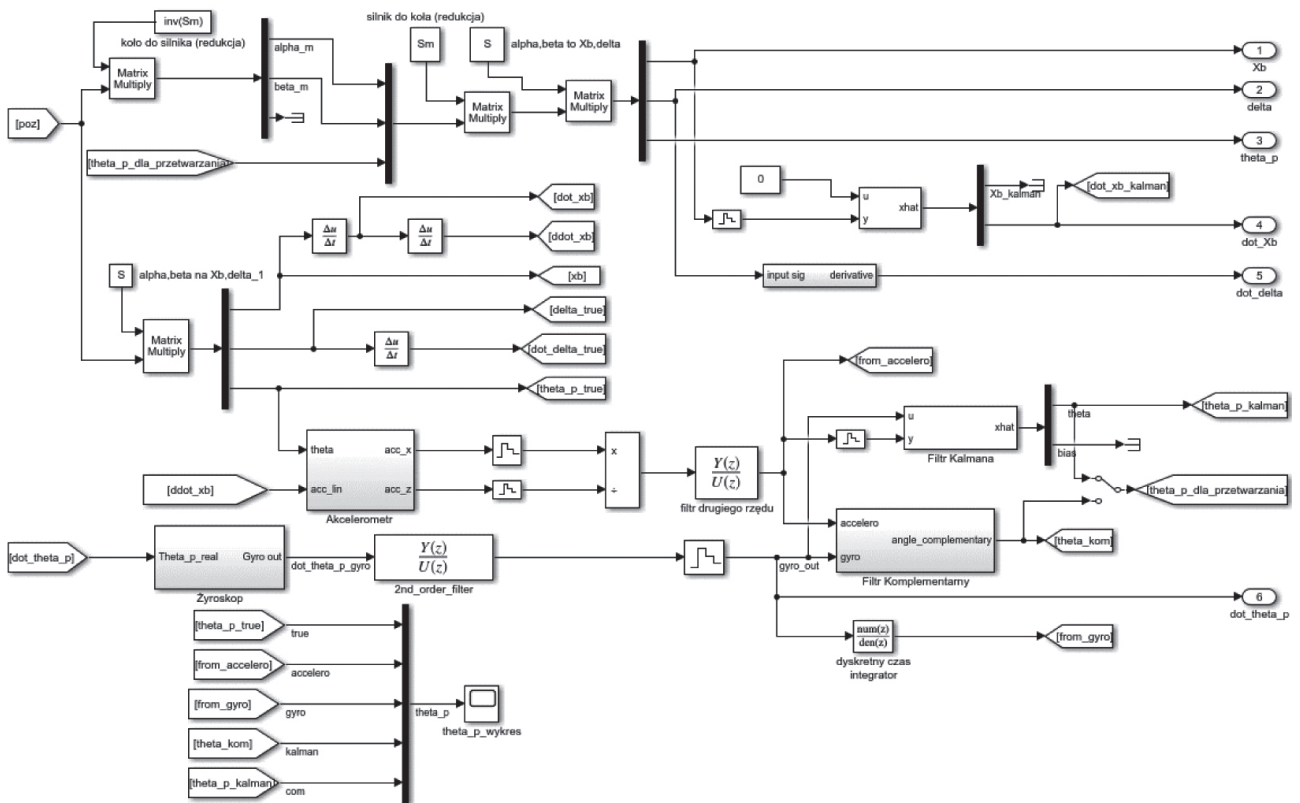
W podsystemie odwzorowującym zachowanie projektowanej konstrukcji samobalansującej został stworzony blok zawierający model nieliniowy wprowadzony przy analizie zagadnienia odwróconego wahadła. Na jego podstawie dokonano symulacji odczytywania kąta pochylenia platformy za pomocą akcelerometru oraz żyroskopu. Dzięki temu możliwe było zweryfikowanie omawianej wcześniej fuzji sensorycznej.



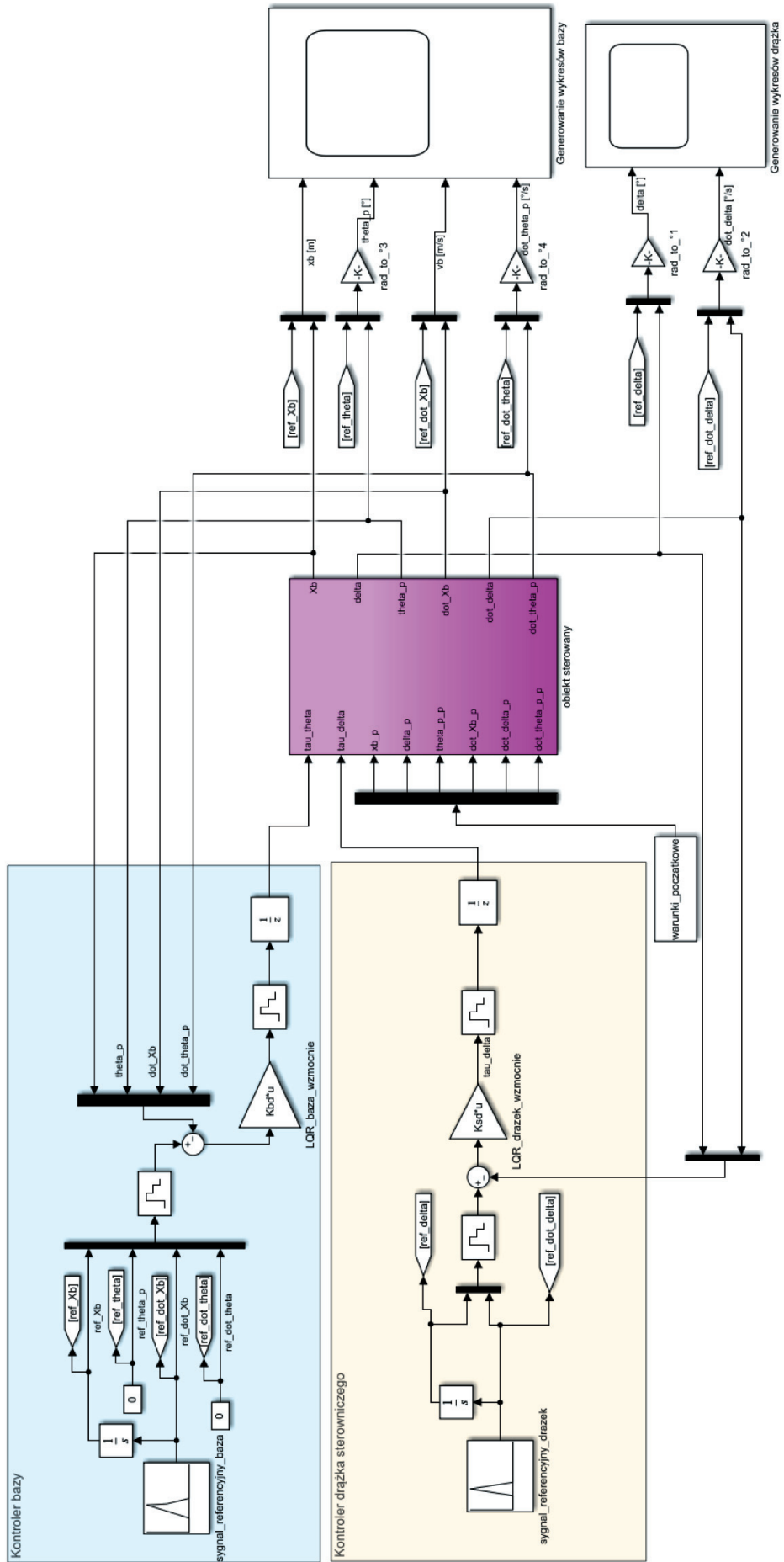
Rys. 14. Nieliniowy model platformy



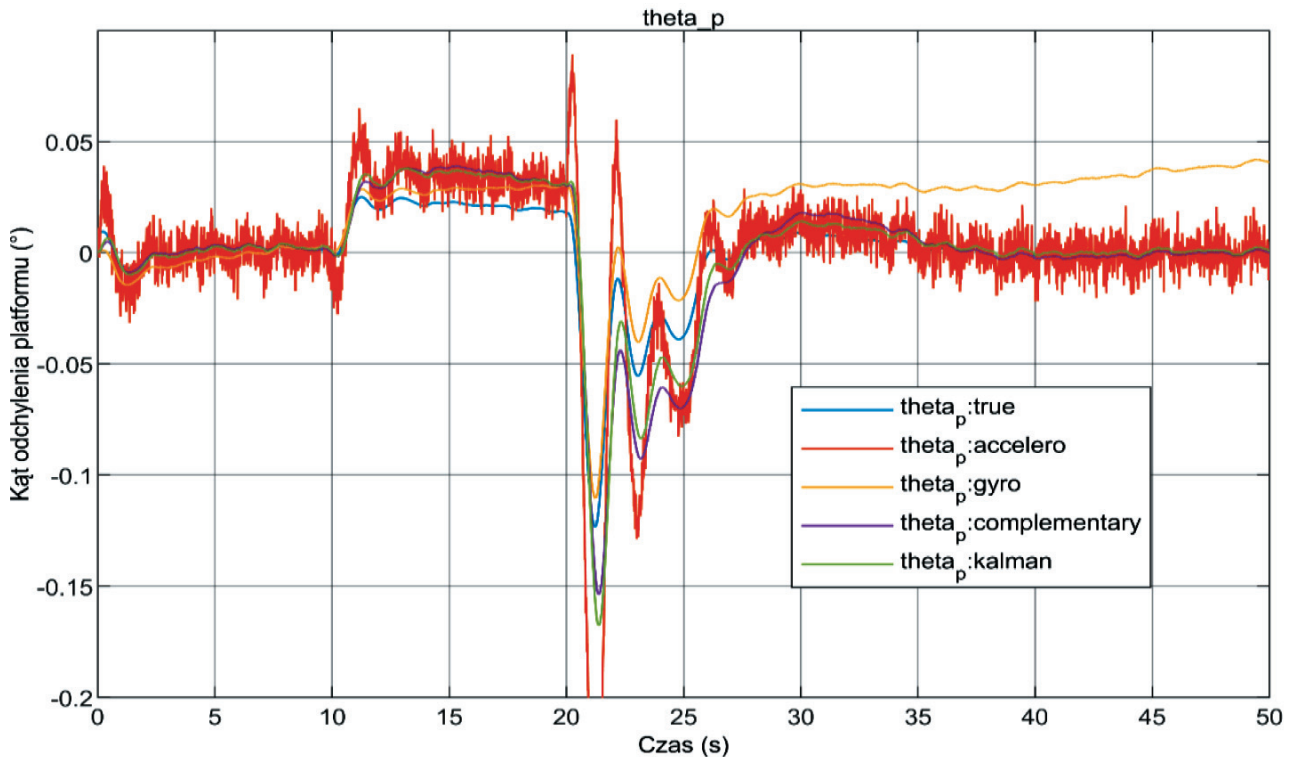
Rys. 15. Podsystem modelu Simulink (część 1 z 2)



Rys. 16. Podsystem modelu Simulink (część 2 z 2)



Rys. 17. Główny model Simulink algorytmu stabilizującego



Rys. 18. Wykres porównujący metody odczytywania kąta odchylenia platformy

Wykres zaprezentowany na rysunku 18 pozwolił na ukazanie różnicy pomiędzy danymi otrzymanymi z czujników a danymi uzyskanymi za pomocą zastosowanych filtrów.

Jak można zauważyć, dane otrzymane z modelu pozwalają na wyciągnięcie tych samych wniosków co w podrozdziale dotyczącym fuzji sensorycznej. Dobrze widoczny jest wpływ zmian prędkości platformy na dokładność wskazania odchylenia otrzymanego z akcelerometru. Kolejnym potwierdzonym przypadkiem jest rosnący z czasem dryft żyroskopu. Ostatnim rezultatem, który został ponownie zweryfikowany, jest większa dokładność filtra Kalmana w porównaniu z filtrem komplementarnym.

Jak wspomniano na początku podrozdziału, stworzony model został poddany wpływowi sygnału referencyjnego w celu podjęcia próby dobrania odpowiednich wartości do macierzy  $Q$  i  $R$  dla obydwu regulatorów.

**Tabela 2**  
Nastawy regulatorów LQR  
dla poszczególnych podsystemów

Macierz	Układ bazy	Układ drążka
$Q$	diag (20,70,4,0.2)	diag (4,5)
$R$	0,1	0,005

Dla poszczególnych podsystemów otrzymano poniższe wyniki:

1) Podsystem bazy.

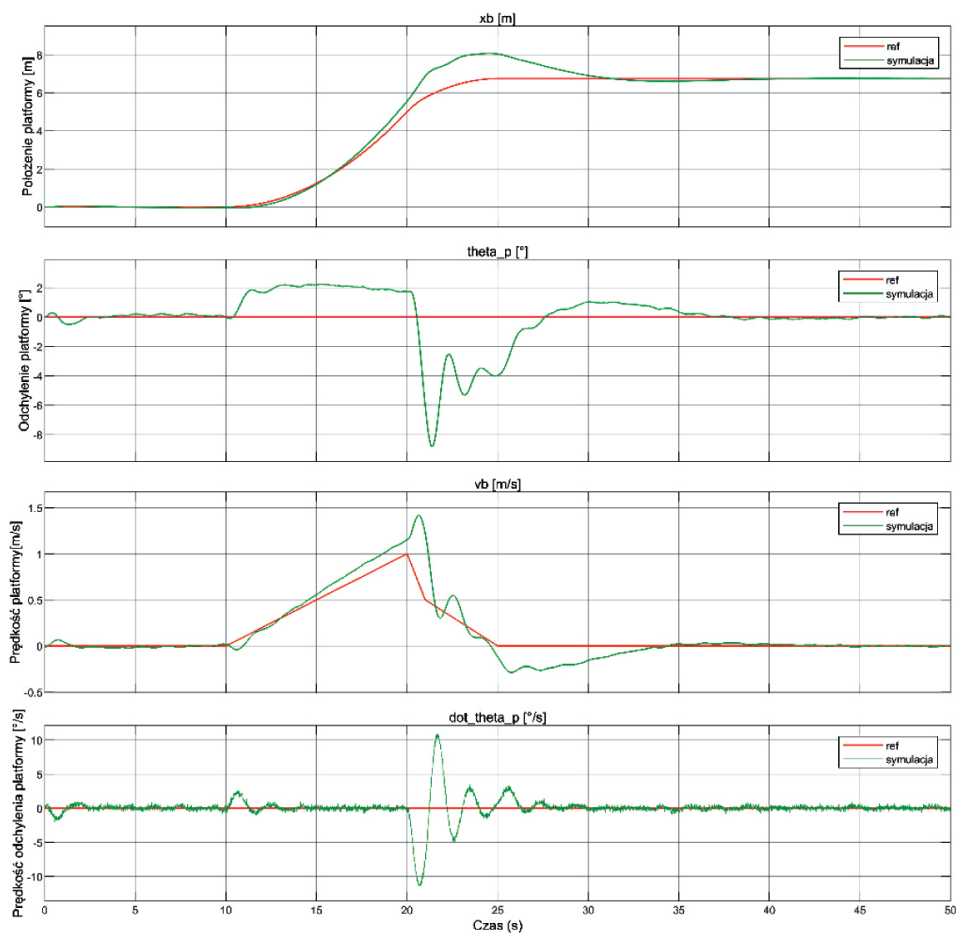
Pod wpływem zadania prędkości przechylenie platformy ulegało zmianom adekwatnym do zmian stanu układu (rys. 19). Pomimo wielu prób nie udało się dobrać idealnych parametrów dla macierzy  $Q$  i  $R$  układu bazy. W tym przypadku istnieją dwie opcje: dalsze próby uzyskania w pełni zadowalających rezultatów za pomocą metody przeszukiwania przestrzeni parametrów bądź zastosowanie np. uczenia maszynowego w celu wyznaczenia nastaw, jak zostało to przedstawione w artykule z czasopisma „Mendel” [19].

2) Podsystem drążka sterowniczego.

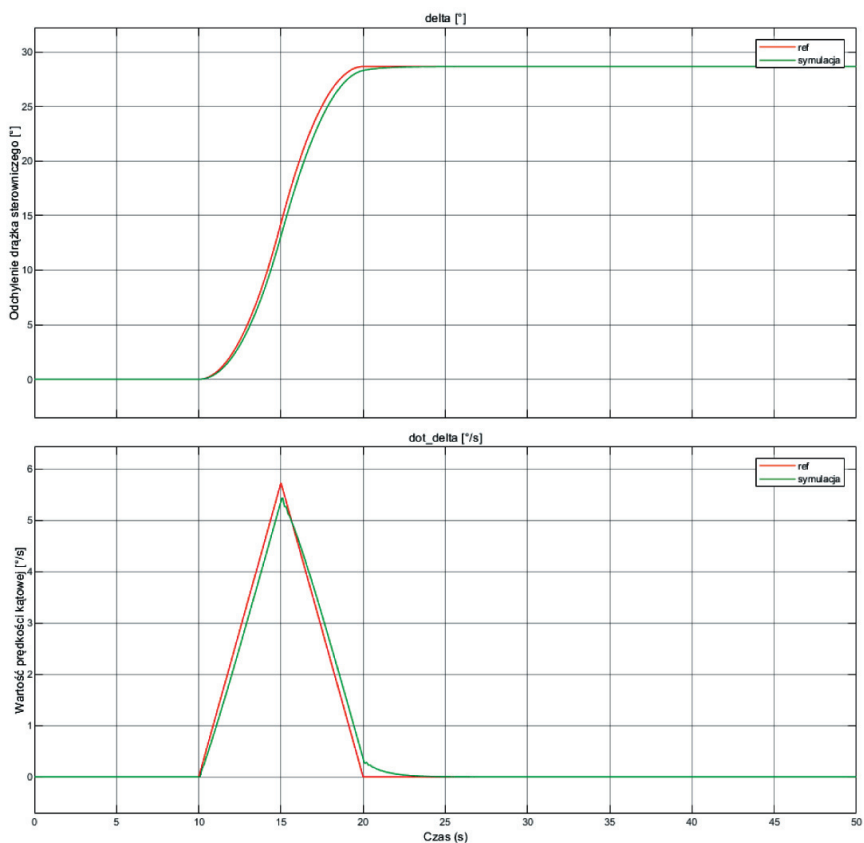
Na rysunku 20 można zaobserwować, że współczynniki w macierzach zostały dobrane poprawnie. Model symulacyjny reaguje z wymaganą szybkością oraz dokładnością na zadane parametry.

Konkludując, stworzony algorytm stabilizujący działa zgodnie z założeniami. Niemniej jednak w celu osiągnięcia w pełni satysfakcjonującego wyniku wymagane są dalsze prace nad doborem współczynników.





Rys. 19. Porównanie sygnału referencyjnego z odpowiedzią układu w przypadku bazy konstrukcji



Rys. 20. Porównanie sygnału referencyjnego z odpowiedzią układu w przypadku drążka sterowniczego

## 7. PODSUMOWANIE

Wszystkie etapy projektowania konstrukcji zostały zakończone. Dalsze prace związane z rozwojem projektu powinny być ukierunkowane na stworzenie rzeczywistej konstrukcji. Wynika to z faktu, że nawet najlepiej przygotowany model matematyczny czy zaprojektowana konstrukcja mogą w praktyce zachowywać się inaczej, niż zakładano. Dodatkowo działanie na rzeczywistym modelu pozwoliłoby na przyspieszenie doboru nastaw parametrów regulatorów poszczególnych systemów.

Innym kierunkiem rozwoju może być zaprojektowanie osłon na platformę, co pozwoliłoby na zmniejszenie ryzyka uszkodzenia elementów.

Podsumowując, zdaniem autora prezentowany w pracy model w aspekcie teoretycznym uważa się za ukończony, jednakże jego dalszy rozwój wymaga eksperymentów z rzeczywistym prototypem, co nie było możliwe ze względu na wysokie koszty budowy modelu.

### Literatura

- [1] Janczewska D.: *Zrównoważony rozwój z perspektywy mikromobilności*. Zarządzanie Innowacyjne w Gospodarce i Biznesie 2020, 29, 2: 165–187.
- [2] Ustawa z dnia 30 marca 2021 r. o zmianie ustawy – *Prawo o ruchu drogowym oraz niektórych innych ustaw*. Dz.U. z 2021 r., poz. 720.
- [3] Fryar C.D., Kruszon-Moran D., Gu Q., Ogden C.L., *Mean body weight, weight, waist circumference, and body mass index among adults: United States, 1999–2000 through 2015–2016*. National Center for Health Statistics (U.S.), USA, December 20, 2018.
- [4] *Rozporządzenie Ministra Transportu i Gospodarki Morskiej z dnia 2 marca 1999 r. w sprawie warunków technicznych, jakim powinny odpowiadać drogi publiczne i ich usytuowanie*. Dz.U. z 2016 r., poz. 124.
- [5] The Robot MarketPlace. <http://www.robotcombat.com/products/NPC-T74.html> [10.05.2021].
- [6] L. Shenzhen Center Power Technology Co., CP12120 [katalog produktu].
- [7] Adamczyk M., Gawrońska K., Szczepanowska-Wołowicz B., Lorkowski J., Kotela A., Hładki W., Kotela I.: *Ocena budowy anatomicznej stóp u studentów Uniwersytetu Jana Kochanowskiego w Kielcach*. Ostry Dyżur 2016, 9, 3: 73–76.
- [8] Stoppi. *Homemade Physics Experiments: Segway*. <https://stoppi-homemade-physics.de/segway> [5.11.2021].
- [9] Baker N., Brown C., Dowling D., Modra J., Tootell D., Cazzolato B. *State-Space Control of Electro-Drive Gravity-Aware Ride Final Report*. 2006.
- [10] Johnston I.: *Project 012 – Home Built Segway*. <https://www.ianjohnston.com/index.php/projects/48-project-012-home-built-segway> [10.11.2021].
- [11] Machniewicz T.: *Podstawy wytrzymałości materiałów. IMiR – MiBM – Wykład nr 2. Osiowe rozciąganie i ściskanie*. [http://zwmik.imir.agh.edu.pl/dydaktyka/dla\\_studentow/imir/IMiR\\_PWM\\_Wyklad\\_02%20-%20Rozciąganie%20i%20ściskanie.pdf](http://zwmik.imir.agh.edu.pl/dydaktyka/dla_studentow/imir/IMiR_PWM_Wyklad_02%20-%20Rozciąganie%20i%20ściskanie.pdf) [15.01.2022].
- [12] Batmanian S., Naga P.: *Control and balancing of a small vehicle with two wheels for autonomous driving*. KTH Royal Institute of Technology 2019 [praca magisterska].
- [13] An W., Li Y.: *Simulation and control of a two-wheeled self-balancing robot*. 2013 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO), Shenzhen, China, 2013, s. 456–461.
- [14] Sangotra D.I., Mendhe M., Kshirsagar S.D., Tamboli R.: *Mathematical Modelling of Hover Board*. Journal of Physics: Conference Series, May 2021, 1913, 1.
- [15] Spiller D.: *Model-based development of a self-balancing, two-wheel transporter*. Uniwersytet w Padwie Katedra Techniki i Zarządzania Instalacjami Przemysłowymi 2017 [praca magisterska].
- [16] Pasaye J.R., Valencia J.A.B., Pérez F.J.: *Tilt measurement based on an Accelerometer, a Gyro and a Kalman Filter to control a self-balancing vehicle*. 2013. <https://ieeexplore-ieee-1org-100004799007c.wbg2.bg.agh.edu.pl/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=6702711> [15.11.2021].
- [17] Chudzik S.: *Zastosowanie tanich czujników inercyjnych w układzie regulacji kąta pochylenia pojazdu balansującego*. Przegląd Elektrotechniczny 2015, 91, 6: 177–180.
- [18] Tryma J.: *JT – Automatyka i programowanie*. Jtjt.pl, <http://jtjt.pl/odwroczone-wahadlo> [10.11.2021].
- [19] Marada T., Matousek R., Zuth D.: *Design of Linear Quadratic Regulator (LQR) Based on Genetic Algorithm for Inverted Pendulum*. Mendel 2017, 23, 1: 149–156.

inż. SZYMON RĘCZKOWICZ  
AGH Akademia Górniczo-Hutnicza  
im. Stanisława Staszica  
al. A. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków  
[szymon.reczkowicz@gmail.com](mailto:szymon.reczkowicz@gmail.com)