

WYZNACZENIE MAPY DEFORMACJI OBIEKTU INŻYNIERSKIEGO

DETERMINATION OF THE ENGINEERING OBJECT DEFORMATION MAP

Robert Gradka¹, Andrzej Kwinta²

¹ Politechnika Wrocławska, Wydział Geoinżynierii, Górnictwa i Geologii

² Uniwersytet Rolniczy w Krakowie, Wydział Inżynierii Środowiska i Geodezji

STRESZCZENIE: Pomiary geodezyjne dostarczają informacji na temat kształtu obiektu i jego deformacji. Wyniki pomiarów po przetworzeniu są wizualizowane w postaci różnych opracowań graficznych. Graficzne opracowanie pomiarów jest niezbędnym elementem analiz mających na celu określenie stanu technicznego obiektu i jego bezpiecznego użytkowania. Różne geodezyjne systemy pomiarowe dostarczają informacji, które należy w trakcie analizy odpowiednio przetworzyć. Stosowanie metod obliczeniowych znanych z kartografii pozwala na uproszczenie prowadzenia analiz. W pracy przedstawione zostały trzy różne przykłady pomiarów geodezyjnych, dla których w trakcie obliczeń zastosowano między innymi interpolacje nieliniowe znane z opracowań o charakterze kartograficznym.

SŁOWA KLUCZOWE: pomiary obiektów inżynierskich, deformacje powierzchni, odwzorowanie, interpolacja izolinii

1. WSTĘP

W ujęciu historycznym geodezja dostarcza danych kartograficznych w celu utworzenia mapy powierzchni Ziemi. Jednakże w bardziej ogólnej perspektywie pomiary geodezyjne dostarczają informacji na temat położenia punktów w przyjętym układzie współrzędnych. Geodezja już dawno wyszła poza pomiary Ziemi, a pomiary inwentaryzacyjne różnych obiektów inżynierskich dostarczają informacji na temat ich kształtu i stanu technicznego.

Opracowanie wyników pomiarów dla obiektów inżynierskich obejmuje zestawienia numeryczne, tabelaryczne, ale również, a może przede wszystkim zestawienia graficzne. Właściwe mapowanie wyników pomiarów obiektów inżynierskich jest istotnym zagadnieniem, szczególnie w przypadkach oceny bezpieczeństwa funkcjonowania tych obiektów. Niewielkie wymiary geometryczne obiektów pozwalają na stosowanie odwzorowań, bezpośrednio na płaszczyznę, jednak dla niektórych obiektów lepszym

rozwiązaniem jest odwzorowanie na walec lub stożek. Identyfikacja uszkodzeń, czy też zniekształceń obiektu i prowadzenie prac remontowych wymaga jednoznacznej lokalizacji deformacji oraz ich kształtu i zasięgu. Stąd istotne znaczenie ma dobór odpowiedniej metody interpolacji i wizualizacji wyników pomiarów geodezyjnych geometrii obiektu.

W pracy przedstawione zostaną krótko trzy bardzo różne przypadki geodezyjnych pomiarów obiektów inżynierskich oraz sposób graficznego ich opracowania. Jeden z pomiarów przeprowadzono metodą skaningu laserowego, drugi metodą przestrzennego wcięcia w przód, a trzeci metodą satelitarną GNSS. Każdy z przedstawionych obiektów ma swoją specyfikę. Każdy analizowany obiekt jest sztucznie utworzony przez człowieka (stąd obiekty inżynierskie). W trakcie opracowania wyników szczególną uwagę zwrócono na wpływ doboru metody interpolacji warstw geometrii obiektu na ocenę stanu technicznego obiektu.

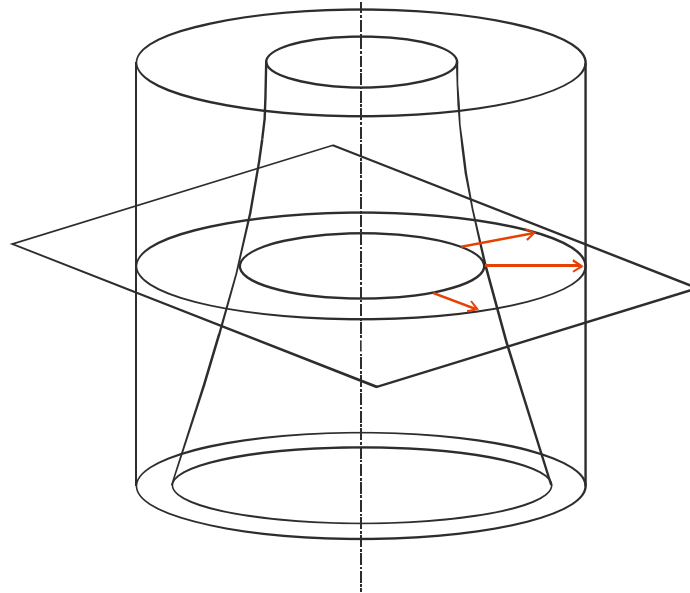
Wszystkie pomiary wykorzystane w niniejszej publikacji były realizowane przez pracowników i studentów Uniwersytetu Rolniczego w Krakowie dla celów badawczych i dydaktycznych, stąd metodyka pomiarów nie zawsze była optymalnie dobrana.

2. ANALIZA KSZTAŁTU CHŁODNI KOMINOWEJ

Chłodnia kominowa jest obiektem infrastruktury technicznej występującym w dużych zakładach elektroenergetycznych oraz hutniczych. Ze względu na swój charakterystyczny kształt i wielkość obiekty te są bardzo dobrze widoczne w krajobrazie przemysłowym. Wymiary, kształt oraz funkcje jakie pełnią chłodnie kominowe powodują występowanie naprężeń konstrukcji, a w konsekwencji powstawanie deformacji (Abu-Sitta Hashish, 1973; Baillis *et al.* 2000; Bamu i Zingoni, 2005; Kulkarni i Kulkarni, 2014).

Informacji na temat kształtu obiektu, jego wymiarów i ewentualnych zmian kształtu płaszcza dostarczają metody geodezyjne (Gocał, 1980; Jasinska i Preweda, 2004; Zdanowicz, 2011) i bezkontaktowe metody fotogrametryczne (Chisholm, 1977; Litwin, Piech, 2013). Obecnie coraz częściej do badania geometrii chłodni kominowych wykorzystuje się technologię naziemnego skaningu laserowego (Głowacki *et al.*, 2016), która pozwala na szybkie pomiary dużej ilości punktów powłoki chłodni przyutrudnionym dostępie bezpośrednim do obiektu (Ioannidis *et al.*, 2006; Camp *et al.*, 2013; Gawronek i Mitka, 2015).

Wyniki pomiarów metodami fotogrametrycznymi, czy też skaningu laserowego można przeglądać w przestrzeni 3D (chmury punktów) w specjalnym oprogramowaniu. Jednak dla potrzeb analizy kształtu chłodni kominowej (deformacje płaszcza, wychylenie) należy wykonać cały szereg obliczeń, które pozwolą na jednoznaczny opis tego kształtu i wydanie decyzji o funkcjonowaniu obiektu. Ponieważ hiperboloida nie jest bezpośrednio rozwijalna na płaszczyznę dlatego w trakcie analizy trzeba zastosować odpowiednie odwzorowanie kartograficzne (Snyder, 1987). Najczęściej w takim wypadku stosuje się odwzorowanie na pobocznice walca (rys. 1). Następnie przedstawia się płaszczyznę chłodni w postaci interpolowanych izolinii, co pozwala na prowadzenie analiz jego kształtu oraz wyznaczenie osi chłodni.

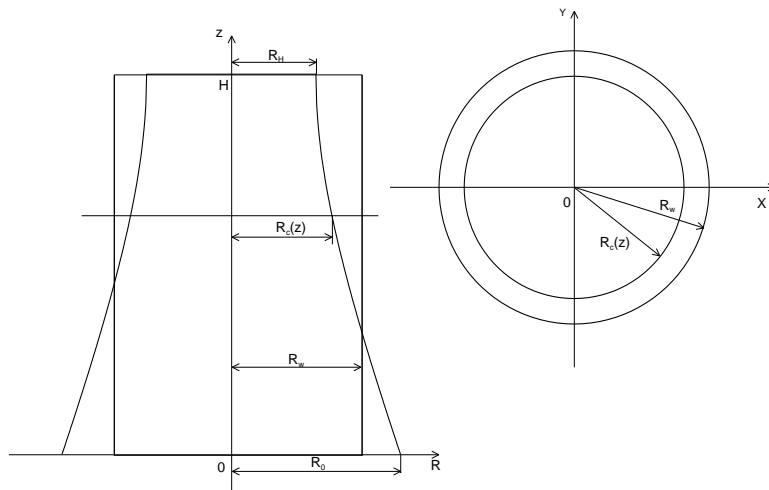


Rys. 1. Schemat rzutu płaszcza chłodni hiperboloidalnej na pobocznice walca

W wyniku pomiarów metodą skaningu laserowego uzyskano chmurę punktów złożoną z ok. 36 tys. punktów wyznaczonych na płaszczyźnie chłodni hiperboloidalnej. Pomiary zostały zrealizowane w lokalnym układzie współrzędnych. Zastosowano skaner firmy Leica P20. Pomiary przeprowadzono z 9 stanowisk rozmieszczonych dookoła chłodni kominowej.

W celu wyznaczenia parametrów geometrycznych chłodni hiperboloidalnej, w pierwszej kolejności dokonano transformacji współrzędnych do układu współrzędnych związanego hipotetyczną osią obiektu. W tym przypadku przyjęto, że oś układu pokrywa się z osią hiperboloidy, a wysokość zerowa przypisana jest do najniższego jej punktu. Oś X skierowana została w kierunku wschodnim.

W następnym kroku obliczeniowym wykonano odwzorowanie walcowe płaszcza chłodni. W odwzorowaniu tym powierzchnię, na którą dokonuje się rzutowania stanowi pobocznica walca (Snyder, 1987). Pobocznica walca w prosty sposób jest następnie rozwijana na płaszczyznę rysunku. Równanie walca należy dobrać tak, aby oś walca pokrywała się z osią obiektu, natomiast promień walca stanowił średnią odległość punktów płaszcza chłodni od osi. Na rysunku 2 przedstawiono schemat obliczeniowy dla odwzorowania płaszcza chłodni na pobocznice walca. Wartość promienia walca dobrano na podstawie pomiarów, jako średnią arytmetyczną odległości płaszcza chłodni od jej osi.



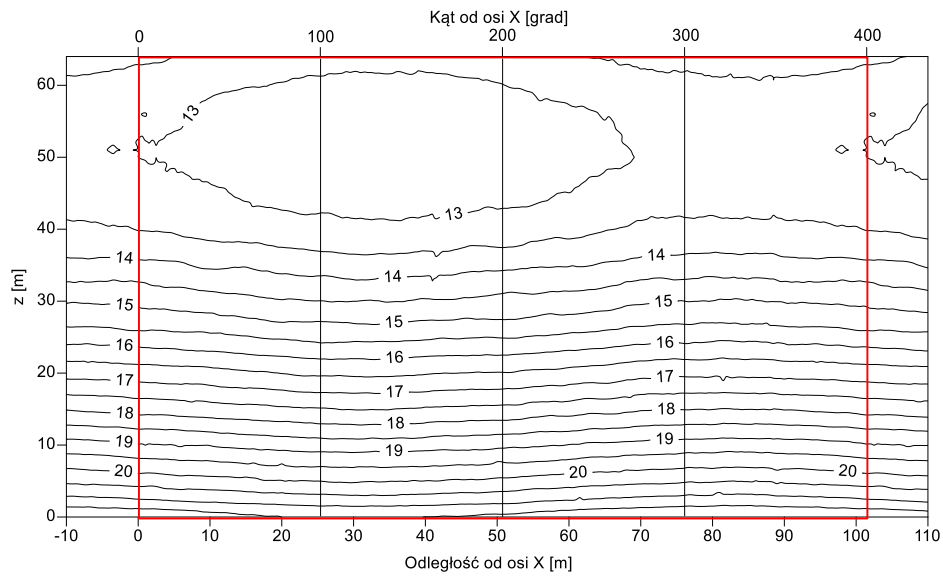
Rys. 2. Schemat obliczeniowy dla odwzorowania hiperboloidy na walec.

Chmurę punktów odwzorowaną na walcu, po rozwinięciu na płaszczyznę poddano dalszemu opracowaniu. W celu wyznaczenia geometrii płaszcza chłodni dokonano interpolacji izolinii odległości wyników pomiarów płaszcza chłodni od osi pionowej wyznaczonej jako średnia z chmury punktów. Przeprowadzono interpolację izolinii w programie SURFER firmy Golden Software metodą Krigingu (Krige, 1951; Matheron, 1962; Royle, 1981; Lam, 1983; Mund, 2013). Wyniki zostały przedstawione na rysunku 3, gdzie na osi pionowej są odległości w płaszczyźnie pionowej od podstawy chłodni, natomiast na osi poziomej odległość liniowa i odległość kątowa od osi X przyjętego układu współrzędnych.

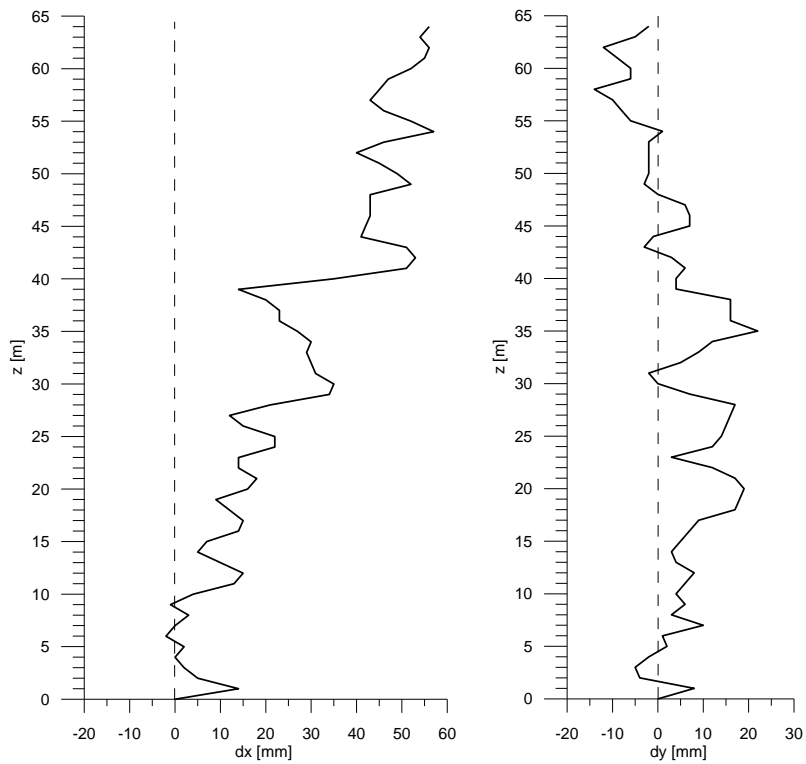
Analizując izoliny płaszcza chłodni, należy stwierdzić niewielkie zniekształcenie kształtu chłodni od przekroju kołowego. W przypadku gdyby chłodnia, w przekroju poziomym miała dokładnie kształt kołowy, izoliny w postaci linii prostych powinny układać się poziomo. Na rysunku 3 widać również zniekształcenia kształtu izolinii, co może świadczyć o uszkodzeniach płaszcza chłodni, miejsca te należy poddać szczegółowej analizie z uwzględnieniem dokładności pomiarów.

Na podstawie obliczeniowej siatki prostokątów (1.0x0.5m) rozpiętej na płaszczu chłodni, uzyskanej w programie SURFER przeprowadzono analizę wychylenia osi Z chłodni. Położenie osi na danym horyzoncie wyznaczono Metodą Najmniejszych Kwadratów, wpisując w zbiór punktów okrąg. Wyniki obliczeń przedstawiono na rysunku 4.

Wyznaczenie mapy deformacji obiektu inżynierskiego



Rys. 3. Izolinie kształtu płaszcza chłodni hiperboloidalnej



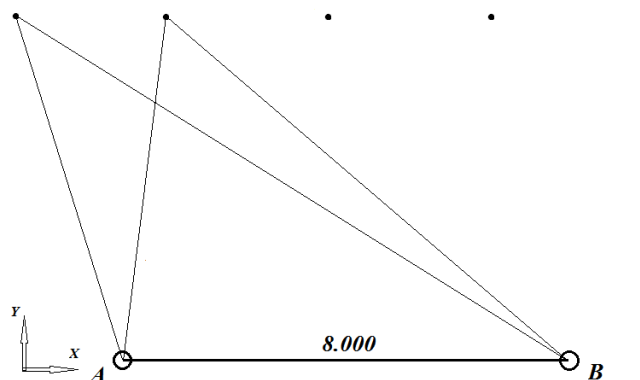
Rys. 4. Wychylenie osi chłodni

Analizując uzyskane wyniki, należy stwierdzić, że pomierzona chłodnia nie jest wychylona, ponieważ maksymalne wychylenie osi chłodni wynosi 57mm, co odpowiada nachyleniu 0.87%. Z powodu braku dokumentacji obiektu, można przyjąć że dopuszczalne jego wychylenie wynosi 2.2%.

3. ANALIZA ODCHYLEŃ POWIERZCHNI OD PŁASKOŚCI I POZYCJI PIONOWEJ

W pierwszym przypadku przeanalizowana została technologia naziemnego skaningu laserowego, która jak już wspomniano, pozwala na szybkie pomiary dużej ilości punktów i dobrze sprawdza się przy utrudnionym dostępie bezpośrednim do obiektu. Nie zawsze jest jednak możliwość zastosowania danej techniki pomiarowej ze względu np. na ilość i szybkość opracowania tych danych, dokładność jaką potrzebujemy lub chcemy uzyskać w wyniku pomiarów, a także na możliwości finansowe (pozyskanie danych z naziemnego skaningu laserowego jest wciąż stosunkowo drogie – zakup sprzętu). W takich sytuacjach, a także, gdy istnieje możliwość na bezpośredni dostęp do obiektu można zastosować standardowe metody geodezyjne pomiaru, które obniżają koszty uzyskania danych, ale za to pozyskane dane mogą nieznacznie stracić na dokładności (klasa wykorzystanego sprzętu).

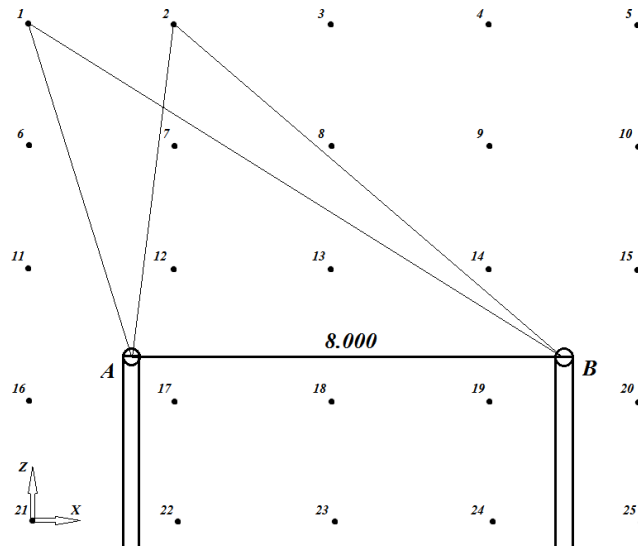
Jeśli do opracowania nie potrzebujemy tak dużej ilości obserwacji, a interesują nas dane punktowe danego obiektu, powierzchnia opracowania jest stosunkowo niewielka oraz kształt zbliżony do płaszczyzny, można rozważyć przypadek odwzorowania bezpośredniego na płaszczyznę. W niniejszym opracowaniu będzie to analiza odchyłeń od płaskości i pionowości (Gocał, 1993) ściany znajdującej się wewnątrz budynku. Analizę poprowadzono, przyjmując jako bazową płaszczyznę ZX przyjętego układu współrzędnych. Na rysunku 5 przedstawiono rzut na płaszczyznę XY układu punktów pomiarowych i stanowisk instrumentu pomiarowego.



Rys. 5. Rzut z góry (XY) stanowisk oraz siatki pomiarowej

Do wykonania pomiarów, w pierwszej kolejności, należało założyć siatkę pomiarową na ścianie pionowej, której wymiary zewnętrzne wynosiły 5x5m. Bezpośrednio na ścianie zamontowano 25 samoprzylepnych, odbłaskowych tarczek dalmierczych, w równych odległościach poziomych i pionowych od siebie (w odstępach co 1m). W tym przypadku, stosunkowo niewielkie wymiary siatki pomiarowej oraz jej kształt pozwalają na zastosowanie odwzorowania bezpośrednio na płaszczyznę, a więc zostały spełnione ww. warunki.

Pomiar do tarczek dalmierczych (rys. 6) odbywał się z dwóch stanowisk wymuszonego centrowania (baza), które położone były równoległe do siatki pomiarowej (rys. 5), w średniej odległości ok. 6m od założonej bazy. Odcinek (baza) pomiędzy stanowiskami wynosił 8m. W tym przypadku przyjmujemy, że oś Z układu pokrywa się z płaszczyzną pionową ściany, a wysokość zerowa przypisana jest do najniższego jej punktu – nr 21 (rys. 6). Oś X skierowana została w kierunku wschodnim.

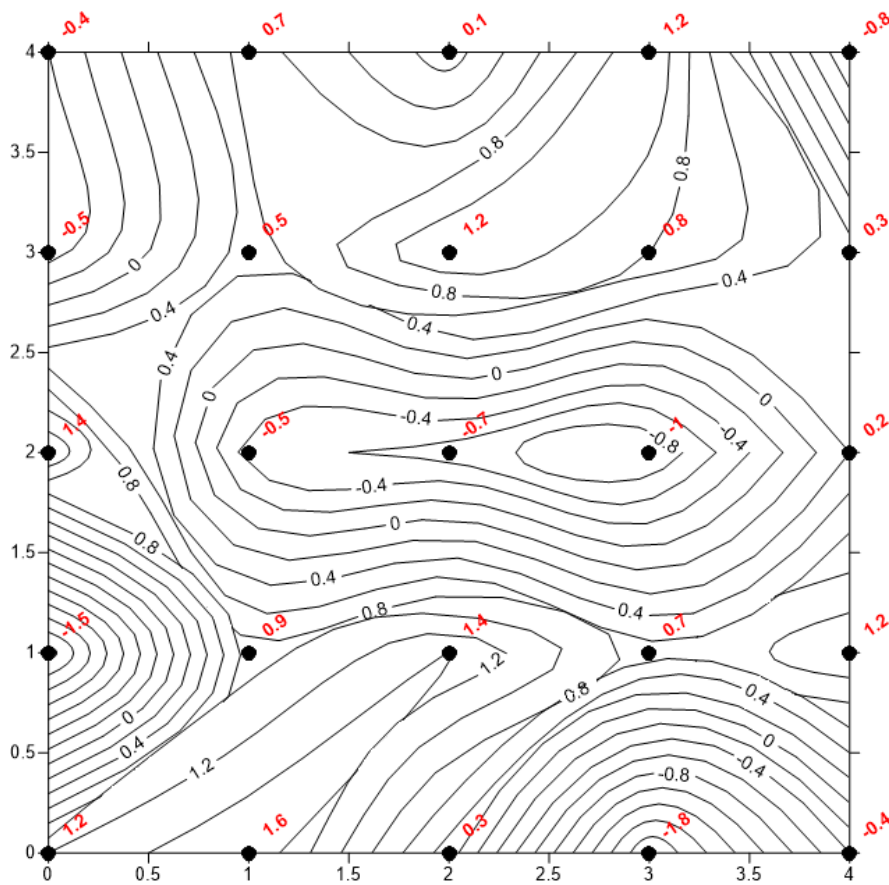


Rys. 6. Siatka pomiarowa wraz ze stanowiskami wymuszonego centrowania (rzut ZX)

Pomiaru dokonało 6-ciu różnych obserwatorów, każdego z 25 punktów (tarczek dalmierczych) w jednej serii pomiarowej, tym samym bezlustrowym tachimetrem elektronicznym, metodą przestrzennego wzięcia w przód. Na stanowiskach bazy pomiarowej do nawiązania pomiarów i ich kontroli zastosowano lustro dalmiercze. W wyniku pomiarów uzyskano współrzędne XY oraz wysokości Z, łącznie 300-tu punktów wyznaczonych na ścianie, z 6 niezależnych pomiarów. Pomiarzy zostały zrealizowane w lokalnym układzie współrzędnych.

Zmierzone punkty zostały odwzorowane na płaszczyźnie pionowej. W celu wyznaczenia tej płaszczyzny dokonano interpolacji izolinii odległości wyników pomiarów ściany od płaszczyzny pionowej wyznaczonej jako średnia z punktów. Interpolacji izolinii dokonano, jak w przypadku poprzednim, w programie SURFER metodą Krigingu

(Namysłowska-Wilczyńska 2006, Zawadzki 2011). Na podstawie obliczeniowej siatki kwadratów (1x1m) rozpiętej na płaszczyźnie uzyskanej w programie SURFER przeprowadzono analizę odchylenia ściany od płaszczyzny w osi Z. Położenie płaszczyzny wyznaczono Metodą Najmniejszych Kwadratów, wpisując w zbiór punktów płaszczyznę. Wyniki obliczeń przedstawiono na rysunku 7, gdzie na osiach XZ są odległości [m] w płaszczyźnie pionowej od początku siatki (punkt nr 21), natomiast przy punktach (oznaczonych czarnymi kropkami), kolorem czerwonym podane zostały poziome odległości [mm] od płaszczyzny Z przyjętego układu współrzędnych.



Rys. 7. Model warstwowy odchyłek od powierzchni aproksymującej

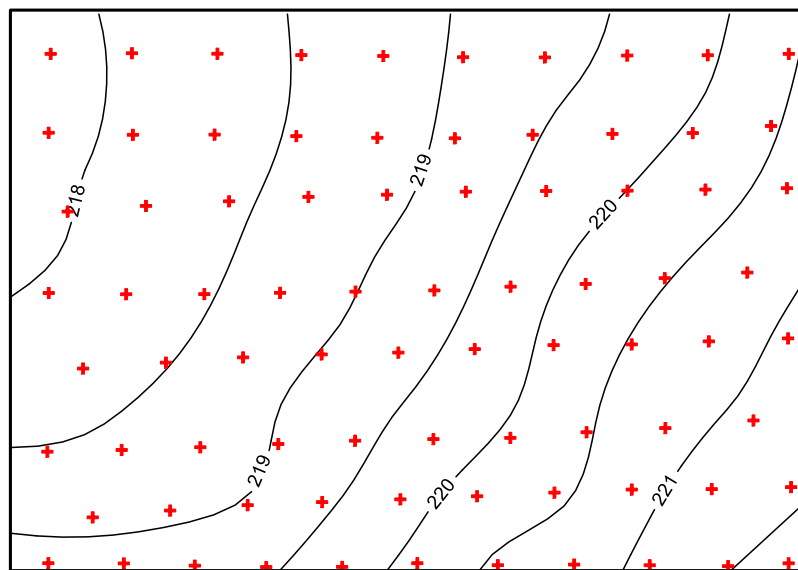
Analizując izolinie, można spostrzec niewielkie zniekształcenia powierzchni ściany od płaszczyzny Z, zawierające się w przedziale od -1,8mm do +1,6mm. Na tej podstawie można sformułować wniosek, że powierzchnia ściany nie różni się istotnie od wpasowanej płaszczyzny. Jeśli chodzi o jej pionowość, to przy nachyleniu maksymalnym powierzchni, które wynosi 0,7 mm/m, można stwierdzić, że powierzchnia ściany nie odbiega od pionu. Podsumowując, uzyskane wyniki są do zaakceptowania, biorąc pod uwagę kształt,

powierzchnię analizowanego obiektu, technikę pomiarową oraz fakt, że było kilku obserwatorów.

4. ROZKŁAD BŁĘDÓW ZMIERZONEJ POWIERZCHNI

Kolejnym przykładem zastosowania metod kartograficznych w geodezji inżynierskiej będzie analiza dokładnościowa powierzchni wygenerowanej na podstawie pomiarów satelitarnych GNSS (French, 1996; Kaplan i Hegarty, 2006; Śledziński, 2002, 2005; Graszka, 2011, 2014). Na zadanym terenie, sztucznie utworzonym przez człowieka (teren splantowany po inwestycji budowlanej), o wymiarach 65x100m przeprowadzono pomiar punktów systemem satelitarnym GNSS – instrumentem Trimble R8. W trakcie pomiaru metodą RTK (Lamparski, 2001; Kaniewski, 2006; Lamparski, Świątek 2007; Graszka 2014) przeprowadzono pomiar 81 punktów rozmieszczonych prawie regularnie na zadanym terenie. W wyniku pomiaru uzyskano współrzędne przestrzenne punktów oraz wyznaczono błąd położenia punktów w płaszczyźnie poziomej oraz błąd pomiaru wysokości.

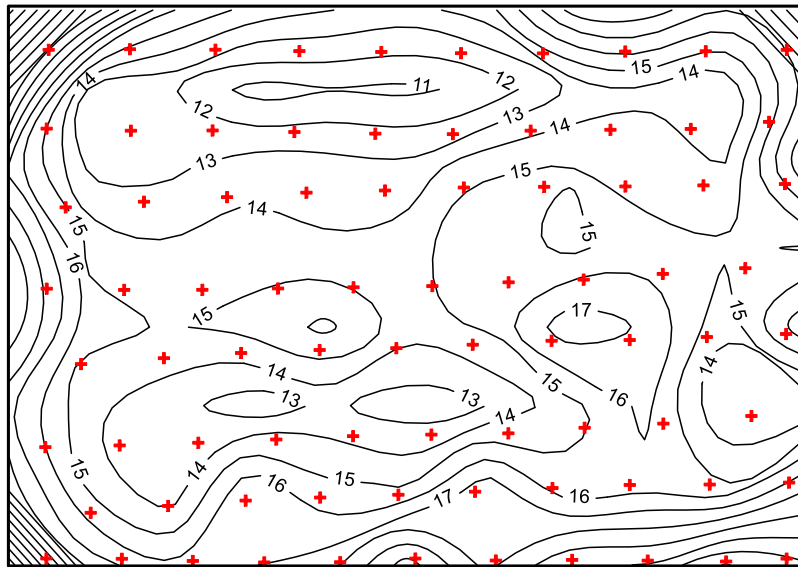
Na podstawie wyników pomiarów w programie SURFER wyznaczono rozkład warstwic pomierzonego terenu (rys. 8). Kolorem czerwonym zaznaczono punkty pomiarowe (81 punktów).



Rys. 8. Warstwic terenu mierzonego z wykorzystaniem odbiornika GNSS

Rozkład warstwic wyznaczono na podstawie interpolacji siatki kwadratów o boku 10x10m z zastosowaniem metody Kriging (Robeson, 1997; Mulugeta, 1999; Wackernagel, 2003; Childs, 2012).

Przedmiotem analizy w tym przypadku nie był tylko kształt terenu, ale również ważny był rozkład błędów (dokładności pomiarów) wyznaczonej powierzchni. Teren do analizy wybrano nieprzypadkowo. Po przeprowadzeniu inwestycji budowlanej w pobliżu obiektu, teren został w sposób karygodny wyrównany, co przedstawiają uzyskane izolinie. W celu przeprowadzenia analizy dokładnościowej należało przejść od błędów wyników pomiarów GNSS (Śledziński, 2005, Kaniewski, 2006; Kaplan i Hegarty 2006, Plewako, 2012) dla poszczególnych punktów do błędów interpolowanych izolinii powierzchni terenu. Ponieważ nie można tego efektu uzyskać wprost na drodze analitycznej, postanowiono zastosować rozwiązanie numeryczne. Stosując generator liczb pseudolosowych o rozkładzie normalnym utworzono zbiór 500 realizacji pseudo-pomiarów o wartości przeciętnej współrzędnych przestrzennych odpowiadającej wynikom pomiarów GNSS. Jako odpowiednie rozproszenie losowe zastosowano błędy położenia punktów w płaszczyźnie poziomej i pionowej. Następnie dla każdego z pseudo-pomiarów wyznaczono współrzędne przestrzenne w siatce kwadratów o boku 10x10m (te same współrzędne x i y). W dalszej kolejności dla każdego węzła siatki wyznaczono średnią wysokość oraz błąd średni tej wysokości. Porównując wyniki obliczeń wartości średniej wysokości w punktach węzłowych siatki z wynikami bezpośredniej interpolacji pomiarów, uzyskano ten sam obraz terenu. Wyniki porównania wskazują na prawidłowe działanie zastosowanego generatora liczb pseudolosowych. Na podstawie uzyskanych błędów średnich w węzłach siatki wygenerowano rozkład błędów na analizowanej powierzchni (rys. 9).



Rys. 9. Rozkład błędów pomiaru analizowanej powierzchni (wartości błędów w mm)

Przeprowadzona analiza pozwoliła na określenie błędów wyznaczonej powierzchni uwzględniających zarówno błąd pomiaru wysokości jak również błąd położenia punktu w płaszczyźnie poziomej. Należy stwierdzić, że w wierzchołkach analizowanego terenu

(rys.9) występują nieprawidłowe wartości błędów co wynika z ekstrapolacji siatki obliczeniowej poza zasięg punktów pomiarowych. Uzyskany rozkład błędów wskazuje, że wyznaczony pomiarami GNSS kształt powierzchni jest spowodowany źle wykonanymi pracami budowlanymi.

5. PODSUMOWANIE

W praktyce geodezyjnej często wykonuje się pomiary geometrii różnych obiektów inżynierskich lub powierzchni terenu. Wyniki pomiarów obiektów inżynierskich prowadzone są na potrzeby wyznaczania ich kształtu lub deformacji wywołanych różnymi czynnikami zewnętrznymi. Takie pomiary pozwalają na określenie bezpieczeństwa użytkowania tych obiektów. Analiza stanu geometrycznego obiektu poza częścią analityczną i opisową powinna być uzupełniona o odpowiednią część graficzną.

W niniejszej pracy przedstawiono trzy przypadki zrealizowanych pomiarów geodezyjnych różnych obiektów. W każdym z nich stosowano różne metody pomiarowe, jak również diametralnie odmienne były cele prowadzonych obserwacji. Wspólnym mianownikiem tych przypadków było wykorzystanie rozwiązań kartograficznych do opracowania wyników pomiarów, ich analizy oraz wizualizacji. Dzięki zastosowaniu algorytmów interpolacji, a w tym wypadku metody Kriging uproszczono obliczenia i analizę wyników pomiarów. Uzyskana wizualizacja obiektów pozwoliła na pełne zapoznanie się z ich stanem geometrycznym.

Niewątpliwie ciągle zasadne jest stwierdzenie o przenikaniu się geodezyjnych pomiarów z kartograficznym opracowaniem wyników dla obiektów inżynierskich. Dlatego można stwierdzić, że również w przypadku pomiarów i analiz obiektów inżynierskich, geodezja i kartografia są ze sobą nierozzerwalnie połączone. W praktyce geodezyjnej ważne jest zastosowanie różnych metod kartograficznych nie tylko w odniesieniu do pomiarów i wizualizacji powierzchni Ziemi.

LITERATURA

Abu-Sitta S.H., Hashish M.G. 1973. Dynamic Wind Stresses in Hyperbolic Cooling Towers. *Journal of the Structural Division* 99(9), 1823-1835.

Baillis Ch., Jullien J.F., Limam A.2000. An enriched 2D modelling of cooling towers. Effects of real damage on the stability under self weight and on the strength under wind pressure. *Engineering Structures* 22, 831–846.

Bamu, P.C., Zingoni, A.2005. Damage, deterioration and the long-term structural performance of cooling-tower shells: A survey of developments over the past 50 years, *Engineering Structure* s27(12), 1794-1800.

Camp G, Carreaud P., Lançon H. 2013.Large structures: which solutions for health monitoring? *International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, XL-5/W2, 137-141.

Childs C. 2012.*Interpolating surfaces in ArcGIS Spatial Analyst*, ESRI Education Services.

- Chisholm N.W.T. 1977. Photogrammetry for cooling tower shape surveys, *The Photogrammetric Record*, 9 (50), 173-191.
- French G. T. 1996. *Understanding the GPS. An Introduction to the Global Positioning System. What It Is and How It Works*. Bethesda: GeoResearch.
- Gawronek P. Mitka B. 2015. The use of terrestrial laser scanning in monitoring of the residential barracks at the site of the former concentration camp Auschwitz II-Birkenau. *Geomatics, Land management and Landscape* 3, 53–60.
- Głowacki T., Grzempowski P., Sudoł E., Wajs J., Zając M. 2016. The assessment of the application of terrestrial laser scanning for measuring the geometrics of cooling towers. *Geomatics, Landmanagement and Landscape* 4, 49–57.
- Gocał J. 1980. Zasady prowadzenia geodezyjnych badań hiperboloidalnych chłodni kominowych. *Zeszyt Naukowy AGH Geodezja*, 61, 63–85.
- Gocał J. 1993. *Metody i instrumenty geodezyjne w precyzyjnych pomiarach maszyn i urządzeń mechanicznych*, Wydawnictwa AGH. Kraków.
- Graszka W. Wajda S., Oruba A., Ryczywolski M. 2011., *Zalecenia techniczne: Pomiar satelitarne GNSS oparte na systemie stacji referencyjnych ASG-EUPOS*, Warszawa 2011.
- Graszka W, Oruba A., Ryczywolski M., Wajda Sz. 2014. *Poradnik użytkownika ASG-EUPOS 2014*; Główny Urząd Geodezji i Kartografii.
- Ioannidis C., Valani A., Georgopoulos A., Tsiligiris E. 2006: 3D model generation for deformation analysis using laser scanning data of a cooling tower. *3rd IAG / 12th FIG Symposium*, Baden.
- Jasińska E., Preweda E. 2004. A Few Comments on Determining the Shapes of Hyperboloid Cooling Towers by the Means of Ambient Tangents Method, *Zeszyt Naukowy AGH Geodezja*.10 (1).
- Kaniewski P. 2006; System nawigacji satelitarnej GPS., *Elektronika Praktyczna*, 2, 89-94; 3, 96-100; 4, 96-99.
- Kaplan E. D., Hegarty C. J. 2006; *Understanding GPS: Principles and Applications*, Norwood: Artech House Inc.
- KrigeDanie G. 1951: A statistical approach to some basic mine valuation problems on the Witwatersrand. *J. of the Chem., Metal. and Mining Soc. of South Africa* 52 (6): str. 119–139.
- Kulkarni S., Kulkarni A.V. 2014: Static and dynamic analysis of hyperbolic cooling tower. *Journal of Civil Engineering Technology and Research*. Volume 2, Number 1, str. 39-61
- Lam N.S. 1983. Spatial interpolation methods: A review, *Am. Cartogr.*, 10 (2), str.. 129-149.
- Lamparski J. 2001; *Navstar GPS. Od teorii do praktyki*, Wydawnictwo UWM, Olsztyn.
- Lamparski J., Świątek K. 2007. *GPS w praktyce geodezyjnej*, Wydawnictwo GALL.

- Litwin U., Piech I. 2013. Application of the photogrammetric method in surveying of the palace and park complex building in Mściwojów, Poland. *Geomatics, Landmanagement And Landscape* 2, 37-44.
- Matheron G. 1962. *Traité de géostatistique appliquée*. Editions Technip.
- Mulugeta G. 1999. The elusive nature of expertise in spatial interpolation, *Cart. Geog. Inf. Sys.* 25 (1), 33-41.
- Mund J.-P. 2013. *Geospatial statistics and spatial data interpolation methods*, GIS'EM 2013 at Eberswalde, Eberswalde.
- Namysłowska-Wilczyńska B. 2006. *Geostatystyka. Teoria i zastosowanie*, Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, Wrocław.
- Plewako M., 2012. Wpływ długości czasu pomiaru techniką RTK GPS w systemie ASG-EUPOS na dokładność wyznaczania współrzędnych punktu, *Infrastruktura i Ekologia Terenów Wiejskich*, 2/IV. 99–104.
- Robeson S.M. 1997. Spherical methods for spatial interpolation: Review and evaluation, *Cartog. Geog. Inf. Sys.* 24 (1), 3-20.
- Royle A.G., Clausen F.L., Frederiksen P. 1981. Practical Universal Kriging and Automatic Contouring, *Geoprocessing 1*, 377–394.
- Śledziński J. 2002. Technologie pomiarowe oparte na wykorzystaniu satelitarnego systemu pozycyjnego GPS stosowane w geodezji i nawigacji, Instytut Geodezji Wyższej i Astronomii Geodezyjnej Politechniki Warszawskiej.
- Śledziński J. 2005. *Alfabet GPS*, seria artykułów w dodatku NAWI do magazynu *Geodeta* (01.2005 – 01.2006), Warszawa.
- Snyder J.P. 1987. *Map Projections-A Working Manual*. U.S. Geological Survey Professional Paper 1395, United States Government Printing Office, Washington.
- Wackernagel H. 2003. *Multivariate geostatistics. An introduction with applications*, Springer-Verlag, Heidelberg.
- Zawadzki J. 2011. *Metody geostatystyczne dla kierunków przyrodniczych i technicznych*, Oficyna Wyd. Politechniki Warszawskiej, Warszawa.
- Zdanowicz K. 2011. Geodezyjny monitoring deformacji powierzchni hiperboloidalnych chłodni kominowych, *Czasopismo Techniczne Budownictwo* 108, 207–218.

**DETERMINATION OF THE ENGINEERING OBJECT
DEFORMATION MAP**

KEYWORDS: measurements of engineering objects, surface deformations, mapping, isoline interpolation

Summary

Geodetic measurements provide information about the shape of the object and its deformation. The results of measurements after processing are visualized in the form of various graphic designs. The graphic development of measurements is an indispensable element of analyzes aimed at determining the technical condition of the facility and its safe use. Different geodetic measurement systems provide information that should be properly processed during the analysis. The use of calculation methods known from cartography allows to simplify conducting analyzes. The paper presents three different examples of surveying measurements which are the example of using non-linear interpolations known from cartographic studies.

Dane autorów / Authors details:

dr inż. Robert Gradka
robert.gradka@pwr.edu.pl

dr hab. inż. Andrzej Kwinta
andrzej.kwinta@ur.krakow.pl

Przesłano / Submitted	29.06.2017
Zaakceptowano / Accepted	23.11.2017