

**Piotr MARCINIAK, Andrzej WALCZAK
Paweł MOSZCZYŃSKI**

Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Cybernetyki
00-908 Warszawa, ul. gen. S. Kaliskiego 2
E-mail: piotr.marciniak@wat.edu.pl, awalczak@wat.edu.pl,
pmoszczynski@wat.edu.pl

Symulacja filtra interferencyjnego dla zakresu terahercowego

1 Wprowadzenie

Zbudowany model symulacyjny bazuje na teoretycznym opisie Filtra Fabry'ego-Perota (FPF), który składa się z dwóch płaskorównoległych, półprzepuszczalnych zwierciadeł (płytek - w większości przypadków o budowie warstwowej) ustawionych w pewnej odległości od siebie. Obszar pomiędzy zwierciadłami tworzy wnękę filtra. Podstawowym parametrem filtra jest transmitancja, która opisuje zdolność filtra do transmisji określonych częstotliwości.

O profilu transmitancji filtra decydują parametry materiałowe, z których zbudowane są zwierciadła, ich geometria, szerokość wnęki filtra i parametry materiałowe medium, które wypełnia wnękę. Problem związany z opisem transmitancji filtra można uprościć przy założeniu, że wnękę wypełni materiał izotropowy o pomijalnej dyspersji optycznej współczynnika załamania. Wtedy szerokość optyczna wnęki decyduje o ilości pików interferencyjnych na wyjściu filtra a budowa i parametry materiałowe lustra o ich kształcie.

W celu zaprojektowania modelu filtra dla fal o częstotliwościach terahercowych należy zastosować zwierciadła z materiałów, których częstości rezonansów własnych są położone poza analizowanym widmem. Dlatego eksperyment przeprowadzony został dla zwierciadeł krzemowych. W modelu świadomie nie jest implementowany mechanizm utraty energii fali na skutek absorpcji lub rozpraszania przez strukturę zwierciadeł, jako efekt pomijalnie mały dla analizowanego zakresu długości fal.

W niniejszym artykule proponujemy metodę dopasowania modelu matematycznego, który opisuje transmitancję filtra do transmitancji uzyskanej eksperymentalnie za pomocą modyfikacji szerokości wnęki oraz modyfikacji profilu współczynnika odbicia zwierciadeł. Model filtra działa poprawnie dla bezdyspersyjnych lub o pomijalnie małej dyspersji izotropowych ośrodków, które mogą wypełniać wnękę filtra. Symulacja pokazuje możliwość dopasowania silnie nieliniowej transmitancji filtra dla zakresu THz.

Filtry interferencyjne w układzie Fabry'ego-Perota stosowane są między innymi do pomiarów dyspersji materiałów optycznych, które wypełniają wnękę [1-4]. Przy zastosowaniu materiału o zmieniających się właściwościach optycznych, na przykład pod wpływem przyłożonego pola elektrycznego, mogą służyć jako filtry strojone [5-6]. Można wykorzystać je również jako przyrząd do wyznaczania dyspersji fazy odbicia zwierciadeł [7].

2 Model matematyczny symulacji

Celem symulacji jest uzyskanie wysokiej zgodności profilu transmitancji filtra interferencyjnego, uzyskanej drogą eksperymentalną oraz w wyniku przekształceń formuł obliczeniowych bazowego modelu matematycznego. Podstawą modelu matematycznego FPF [8] jest zmodyfikowana – poprzez uwzględnienie dyspersji współczynnika odbicia i fazy odbicia – funkcja Airy’ego (1).

$$T_{th}(\lambda) = \frac{I_t}{I_0} = \frac{1}{1 + \mathcal{F}(\lambda) \cdot \sin^2(\frac{\delta_T}{2})} . \quad (1)$$

Zmienne we wzorze (1) z uwzględnionymi modyfikacjami można opisać jako:

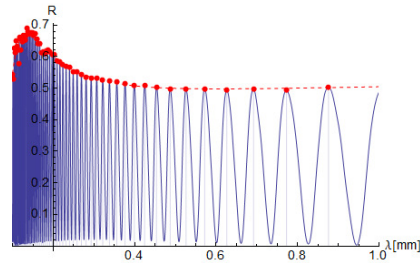
$$\begin{aligned} \delta_T &= \frac{2\pi \cdot n_L(\lambda) \cdot d_{FPF}}{\lambda} + \delta_R(\lambda) , \\ \delta_R(\lambda) &= (2\pi \cdot n_R(\lambda) \cdot d_R) / \lambda , \\ \mathcal{F}(\lambda) &= \frac{4R(\lambda)}{(1-R(\lambda))^2} . \end{aligned} \quad (2)$$

W formułach (1-2) prezentowane zmienne oznaczają: $\mathcal{F}(\lambda)$ – współczynnik rozdzielczości widmowej (*coefficient of finesse*), $R(\lambda)$ (*coefficient of reflection*)-energetyczny współczynnik odbicia fali od ścianki filtra, d_{FPF} – szerokość wnęki rezonansowej filtra, n_L, n_R – odpowiednio: współczynnik załamania ośrodka, który wypełnia filtr oraz ścianek filtra, λ – długość fali elektromagnetycznej. Faza odbicia jest nieznaną ze względu na nieznaną grubość (głębokość) d_R wnikania fali w materiał lustra.

Silnie nieliniowa funkcja w postaci (1) gwarantuje uzyskanie poprawnej pozycji pików interferencyjnych, lecz nie odzwierciedla w sposób dokładny profilu transmitancji filtra uzyskiwanego w wyniku eksperymentu (wysokości pików). Wartość transmitancji w maksimach interferencyjnych, w przypadku zastosowania funkcji Airy’ego, jest zawsze równa 1. Przyjmując, że ośrodek wewnątrz filtra posiada pomijalną absorpcję, transmitancję obserwowaną można zapisać w postaci (3). Transmitancja opisywana przez funkcję (1) zostaje zmodyfikowana o wartość skalarną – s , określającą pomniejszenie energii na skutek transmisji fali przez obie ścianki filtra o współczynniku odbicia R :

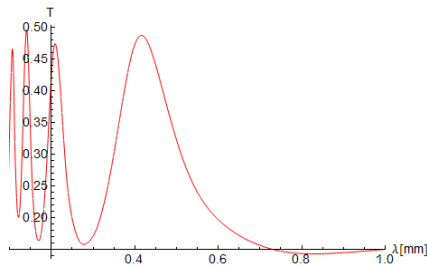
$$\begin{aligned} s(\lambda) &= (1 - R(\lambda))(1 - R(\lambda)) , \\ T_v(\lambda) &= s(\lambda) \cdot T_{th}(\lambda) . \end{aligned} \quad (3)$$

W projektowanym modelu przyjęto założenie, że filtr wypełniony jest „suchym” powietrzem o pomijalnie małej dyspersji współczynnika załamania ($\cong 1$). Dane inicjujące działanie symulatora wykorzystują profil transmitancji ścianki interferometru (rys.1) oraz transmitancję całego interferometru (rys.2), które są wyznaczone doświadczalnie dla danego typu interferometru.



Rys. 1. Transmitancja płytki krzemowej stosowanej jako zwierciadło (linia ciągła) i profil współczynnika odbicia R (linia przerywana) [9]

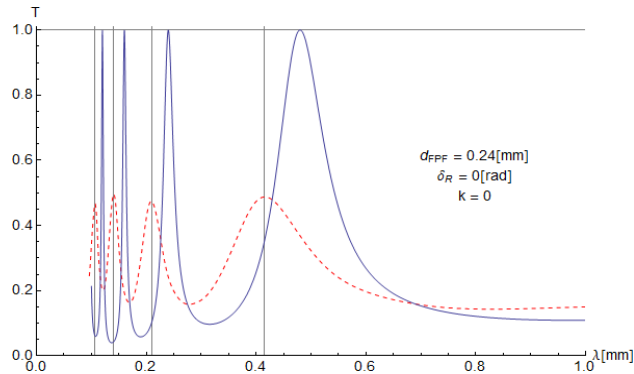
Fig. 1. Profile of transmittance of plate (solid line) and profile of coefficient of reflection of FPF plate (dotted line) [9]



Rys. 2. Profil transmitancji filtra uzyskany eksperymentalnie [9]

Fig. 2. Profile of filter transmittance from experiment [9]

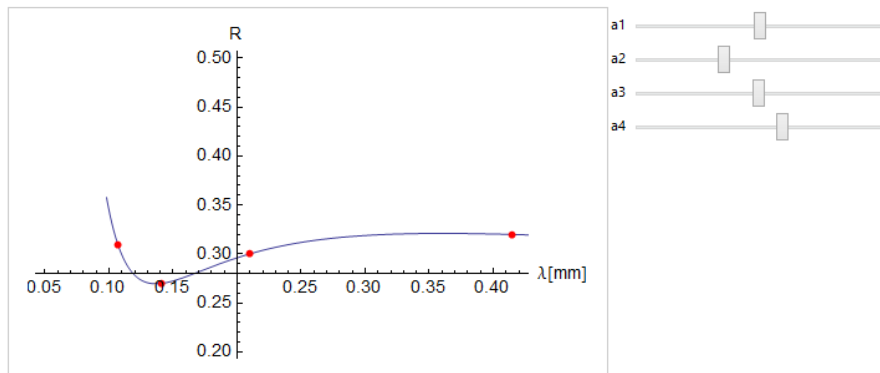
Zastosowanie danych startowych (rys.1-2) do funkcji Airy'ego (1), przy zgrubnym oszacowaniu szerokości wnęki filtra skutkuje wynikiem pokazanym na rysunku 3. Wynik eksperymentalnej transmitancji (linia przerywana) jest znacząco różny od wyniku uzyskanego z bazowego modelu transmitancji. Zadaniem symulacji jest uzyskanie maksymalnie zgodnego pokrycia się profili obu krzywych, przy pomocy zmian wartości parametrów: d_{FPF} , $R(\lambda)$, δ_R .



Rys. 3. Profil transmitancji filtra dla danych inicjujących

Fig. 3. Profile of filter transmittance for initial data

W propozycji symulatora można uzyskać oczekiwany wynik poprzez zmianę wartości dwóch zbiorów parametrów. Zbiór pierwszy składa się z n -zmiennych, gdzie n oznacza ilość pików interferencyjnych w obserwowanym zakresie widmowym. Na rysunku 4 przedstawiono przykładowy widok aplikacji do ręcznej korekcji profilu współczynnika odbicia R filtra w wyniku modyfikacji położenia punktów w kierunku osi R . W wyniku przekształcenia otrzymujemy skorygowany profil R_c . Położenie punktów rysunku 4 odpowiada położeniu maksimum interferencyjnych transmitancji wejściowej, natomiast profil startowy współczynnika R tworzy krzywa interpolowana dla węzłów (λ_{th}^i, R^i) , gdzie: R^i – to wartość współczynnika odbicia dla położenia i -tego maksimum interferencyjnego transmisji eksperymentalnej (rys. 3 – krzywa przerywana).



Rys. 4. Okno aplikacji do korekcji punktów znaczących profilu współczynnika odbicia (przykład)

Fig. 4. Application window for correction significant points of coefficient of reflection (example)

Kolejny zbiór tworzą dwa parametry: szerokość wężki filtra (d_{FPF}) oraz skalarna faza odbicia (δ_R). Za pomocą automatycznej lub ręcznej zmiany ww. zbioru parametrów można dopasować z małym błędem profil transmitancji teoretyczny do profilu rzeczywistego, uzyskując nowe wartości parametrów: $\{d_{FPF}, \delta_R, R_c(\lambda)\}$.

3 Warianty pracy oraz wyniki działania symulatora

Aplikacja do wyznaczania parametrów filtra może działać w dwóch trybach: modyfikacji ręcznej i automatycznej.

W przypadku modyfikacji automatycznej schemat postępowania zawiera się w dwóch etapach (rys. 5). W pierwszym - etapie A - wyznaczana jest szerokość wężki rezonansowej filtra poprzez skanowanie dostępnych rozwiązań z zadaniem przez użytkownika krokiem. Kryterium zatrzymania algorytmu wyrażone formułą (4) zależy od wektora położenia pików uzyskanych z funkcji (3) - λ_i oraz odpowiadających mu zbioru położenia pików z transmisji zaprezentowanej na (rys. 2) λ_{th} :

$$\|\lambda_i - \lambda_{th}\|_2 < \varepsilon . \quad (4)$$

W etapie B poszukiwany jest współczynnik skalujący wysokości pików interferencyjnych. Wysokość pików interferencyjnych w modelu zależy głównie od postaci wielomianu R, stąd każda jego modyfikacja ma wpływ na postać transmitancji. W procesie automatyzacji poszukiwany jest nowy wielomian R_c . W programie przyjęto zmianę profilu bazowego funkcji R poprzez modyfikację jego postaci w wyniku zmian położenia punktów, które odpowiadają położeniom maksimum interferencyjnych (λ_{th}^i) filtra (5). Funkcja, która określa nowy profil R_c zależy od postaci funkcji interpolującej W, określonej na węzłach (λ_{th}^i):

$$R_c(\lambda) = k + W(\lambda_{th}^i, \lambda), \quad i = \overline{1, n} . \quad (5)$$

Analizowana jest każda postać funkcji R_c . Przy założeniu, że istnieje n- maksimum interferencyjnych, istnieje n-węzłów interpolacji, z których każdy może zmieniać się z krokiem k w zakresie ($\pm\delta$), co daje $(2\delta/k) * n$ węzłów interpolacji do analizy.

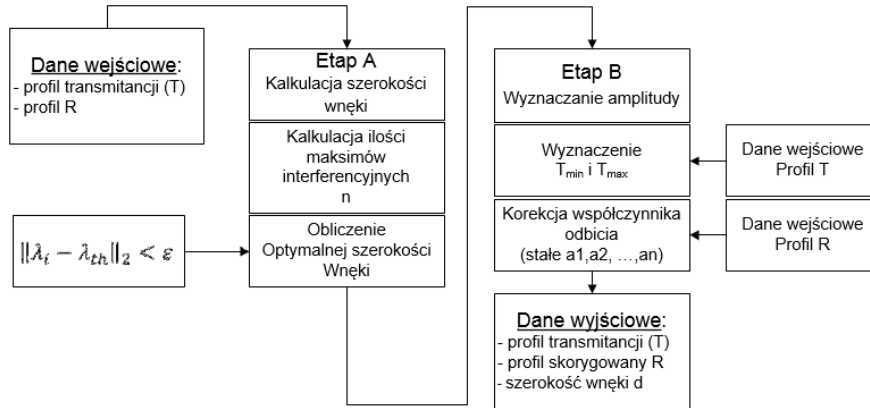
Kryterium zatrzymania algorytmu poszukiwawczego wyraża formuła (6), gdzie λ_m oznacza wektor położenia minimum interferencyjnych, ε precyzję, T – transmitancję (rys.2).

$$\begin{cases} \|T_v(\lambda_i^k) - T(\lambda_i^k)\|_2 < \varepsilon \\ \|T_v(\lambda_m^k) - T(\lambda_m^k)\|_2 < \varepsilon \end{cases}, \quad k = \overline{1, n} \quad (6)$$

W przypadku dużej wartości błędu bezwzględne dopasowania położenia pików w trybie automatycznym możliwa jest manualna korekcja położenia z wykorzystaniem modyfikacji fazy odbicia z założonym krokiem w przedziale $(-\pi, +\pi)$.

W przypadku modyfikacji w trybie ręcznym dostępna jest opcja ręcznej modyfikacji szerokości wężki rezonansowej oraz ręcznej modyfikacji profilu współczynnika odbicia ścianki interferometru. Profil współczynnika odbicia jest modyfikowany tylko w punktach, których rzuty na oś OX odpowiadają położeniom maksimum interferencyjnych transmitancji filtra – uzyskanego w wyniku eksperymentu. Możliwy jest również dowolny wybór takich punktów oraz ich liczba. Po uzyskaniu informacji

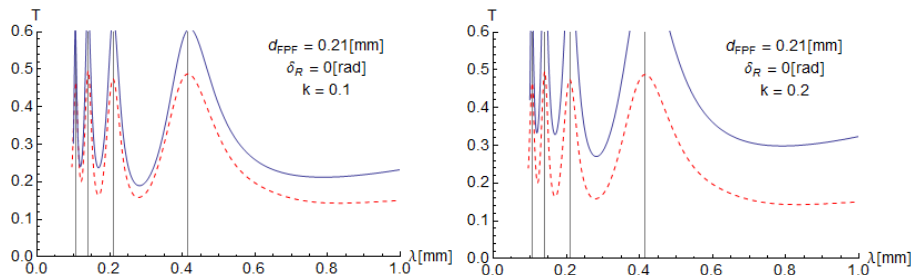
o położeniu punktów profilu możliwy jest wybór sposobu aproksymacji zbioru tych punktów, np. interpolacja metodą funkcji sklepanych: pierwszego i trzeciego stopnia oraz aproksymacja wielomianowa metodą najmniejszych kwadratów. Jeżeli zachodzi taka potrzeba, możliwa jest również interpolacja lub aproksymacja wielomianem trygonometrycznym (Fouriera). Zarówno w pierwszym, jak i drugim trybie aplikacja umożliwia śledzenie zmian profilu transmitancji dla modyfikowanych parametrów.



Rys. 5. Schemat części aplikacji do automatycznego dopasowania profilu transmitancji do danych eksperymentalnych

Fig. 5. Scheme of automatic part of transmittance fit

Przykładowy wynik (dwa kroki) metody poszukiwania współczynnika skalującego s – profilu transmitancji filtra zaprezentowano na (rys. 6). W zamieszczonych demonstracjach współczynnik odbicia ścianek interferometru R_c jest modyfikowany tylko przez rzeczywistą wartość skalującą k , w wybranym przez użytkownika zakresie (5), dla poprawnej wartości szerokości wnęki filtra.

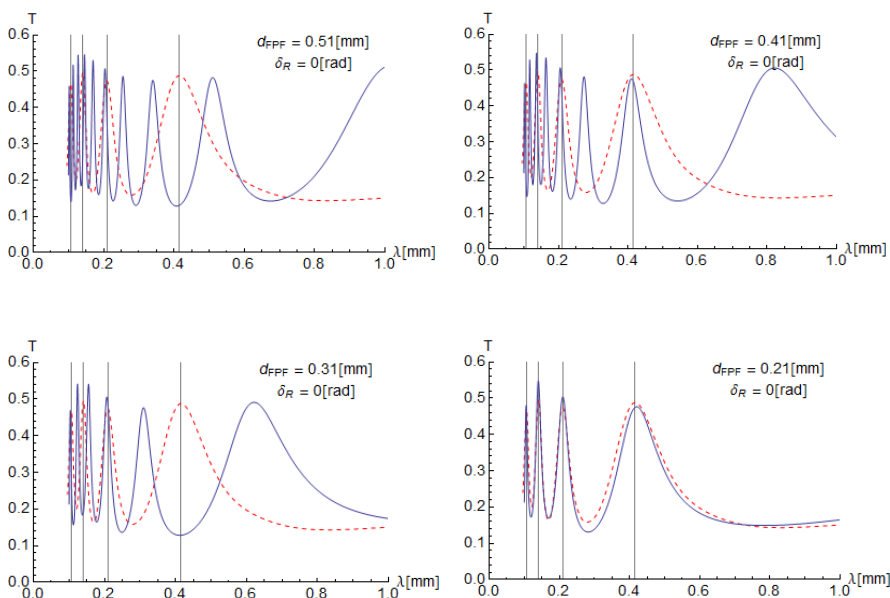


Rys. 6. Przykład automatycznego poszukiwania współczynnika skalującego

Fig. 6. Two steps of automatic search of scalar coefficient of transmittance

W dalszej części przedstawione zostały cztery kroki automatycznej metody poszukiwań szerokości wnęki rezonansowej filtra (rys. 7). Dla uproszczenia wizualizacji

na rysunkach pokazano tylko kilka najistotniejszych kroków przy dobranym współczynniku skalującym s.



Rys. 7. Przykład działania symulatora dla modyfikacji tylko jednego parametru d_{FPF}
 Fig. 7. Simulation of the filter transmittance (for changing only one parameter d_{FPF})

Konstrukcja symulatora umożliwia również dodanie modułu, który zapewnia analizę filtrów niesymetrycznych, tj. filtrów, które mogą posiadać ścianki o różnych profilach współczynników odbicia.

4 Wnioski dotyczące modelu i uzyskanych rezultatów

Przedstawiony symulator wybranych parametrów filtra w zakresie terahercowym umożliwia określenie sposobu zachowania się transmitancji przy zmianie kluczowych parametrów filtra – jakim jest współczynnik odbicia ścianek filtra, szerokość wnęki rezonansowej oraz skalarnej fazy odbicia. Model dodatkowo uwzględnia możliwość korekcji współczynnika odbicia warstwy, który może być spowodowany poprzez kilka czynników, m.in. poprzez błąd pomiarowy oraz brak uwzględnienia dyspersyjnej fazy odbicia. Przedstawiony model wykorzystuje informacje pobrane z innych metod pomiarowych, które mogą być wykorzystane jako dane inicjujące proces symulacji. Dane te nie są niezbędne do działania symulatora. Dane startowe (tj. profil współczynnika odbicia, szerokość wnęki, fazę odbicia) można wprowadzić ręcznie i również przeprowadzić proces symulacji.

Do najważniejszych zalet metody można zaliczyć:

- Możliwość analizy zachowania profilu transmitancji dla różnych profili współczynnika odbicia ścianki interferometru.
- „Zgrubne” wyznaczenie szerokości wnęki rezonansowej filtra.
- Wyznaczenie profilu współczynnika odbicia, który dokładnie odzwierciedla profil transmitancji filtra uzyskany drogą eksperymentalną.

Przedstawiony w niniejszym artykule model można rozszerzyć poprzez dodanie modułów uwzględniających:

- dyspersję optyczną współczynnika załamania ośrodka, który wypełnia filtr,
- dyspersję optyczną fazy odbicia,
- asymetryczność filtra,
- zmianę profili geometrycznych lusterek.

Symulacja pozwala na wyznaczenie trudnych do dokładnego wyznaczenia wielkości, zwykle obdarzonych błędami konstrukcyjnymi.

Literatura

1. Nowinowski-Kruszelnicki E., Walczak A., Marciniak P.: The research of refractive dispersion by means of Fabry-Perot filter. *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*, vol. 4759, str. 496-504, 2001
2. Nowinowski-Kruszelnicki E., Walczak A., Marciniak P.: Research of chromatic dispersion by means of Fabry-Perot filter. *Optica Applicata*, vol. XXXI, no.4, 751-760, 2001
3. Walczak A., Nowinowski-Kruszelnicki E., Jaroszewicz L.R., Marciniak P.: Multiresolution signal processing and liquid crystals devices. *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*, vol. 4759, 432-437, 2001
4. Walczak A., Nowinowski-Kruszelnicki E., Marciniak P.: Influence of refractive dispersion on Fabry-Perot filter spectrum. *Biuletyn WAT*, Vol. LI, No 01, 93-101, 2002
5. Walczak A., Nowinowski-Kruszelnicki E., Jaroszewicz L.R., Marciniak P.: Tuned liquid crystalline interferometer analysis by means of generalised Berreman matrix. *Opto-Electronics Review*, vol.10, nr.1, 69-73, 2002
6. Walczak A., Marciniak P.: Design of the liquid crystal band-pass optical filter. *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*, vol. 5947, 2005
7. Marciniak P.: *Badanie dyspersji optycznej ciekłych kryształów*. Rozprawa doktorska, WAT, Warszawa 2010
8. Haus H. A.: *Waves and Fields In Optoelectronics*, Prentice Hall, New Jersey, 84, 1984
9. Dane dzięki uprzejmości prof. J. Parki, WAT

Streszczenie

W artykule zaprezentowano model do wyznaczania i modyfikacji parametrów filtra interferencyjnego w układzie Fabry'ego-Perota wypełnionego ośrodkiem o pomijalnej dyspersji dla zakresu terahercowego. W modelu uwzględniona została jedynie dyspersja materiału ścianek filtra. Model - umożliwia wyznaczenie szerokości wnęki filtra oraz znalezienie profilu współczynnika odbicia ścianek filtra (zwierciadeł), który najlepiej dopasowuje profil transmitancji teoretycznej do profilu transmitancji rzeczywistej.

Słowa kluczowe: filtr Fabry'ego-Perota, filtr terahercowy

Simulation of interference terahertz filter

Summary

In this article we present model of Fabry-Perot filter for calculation and modification selected parameters like transmittance, cavity width and profile of the coefficient of reflection. This model includes information about dispersive coefficient of reflection of filter plates. Application allows us to observe change of transmittance in dependency on filter construction as well as phase of reflection.

Keywords: Fabry-Perot filter, THz band pass filter