

Opracowanie numerycznego modelu terenu Poznańskiego Węzła Wodnego na potrzeby dwuwymiarowego modelu przepływu

Inż. Magdalena Pręcikowska, dr hab. inż. Ireneusz Laks, Instytut Budownictwa i Geoinżynierii,
Uniwersytet Przyrodniczy w Poznaniu

1. Wprowadzenie

Numeryczne modele terenu (NMT) wykorzystywane są w wielu obszarach działalności inżynierskiej i naukowej. Znajdują zastosowanie między innymi w planowaniu przestrzennym, projektowaniu obiektów budowlanych, hydrotechnicznych, infrastruktury drogowej i komunalnej czy modelowaniu numerycznym różnego typu zjawisk (np. przepływów filtracyjnych, przepływów w kanałach otwartych czy stateczności skarp lub zboczy). Dane niezbędne do utworzenia numerycznych modeli terenu pochodzą z różnych źródeł, takich jak digitalizacja tradycyjnych map wysokościowych, zdjęcia lotnicze, bezpośrednie pomiary geodezyjne czy skaniny lotnicze lub satelitarne wykorzystujące technologie laserowe lub radarowe [6, 8]. W Polsce są one udostępniane (zazwyczaj odpłatnie) zarówno przez służby geodezyjne oraz, w ograniczonym zakresie, przez biuro projektu ISOK (Informatyczny System Osłony Kraju). Dostępne są również numeryczne modele terenu całego świata wykonane w ramach projektów SRTM (*Shuttle Radar Topography Mission*) oraz ASTER (*Advanced Spaceborne Thermal Emission and Reflection Radiometer*) [6].

Pierwotnie pojęcie „numeryczny model terenu” (ang. *Digital Terrain Model*) było pierwszym terminem określającym numeryczną reprezentację terenu. Z definicji stanowi on numeryczną reprezentację powierzchni terenowej powstałej na podstawie punktów o współrzędnych x, y, z oraz jej interpolacji w celu przedstawienia kształtu danego terenu [2]. Ze względu na zbyt ogólną definicję oraz możliwość omyłkowego stosowania pojęcie to zostało dopracowane poprzez wprowadzenie nowych sformułowań, tj. numeryczny model wysokościowy oraz numeryczny model powierzchni terenowej.

NMT ze względu na budowę elementów oraz ich rozmieszczenie można podzielić na trzy kategorie [2, 4]:

- model nieregularnej sieci trójkątów,
- model regularny w postaci siatki kwadratów,
- modele liniowe regularne w postaci przekrojów pionowych oraz nieregularne w postaci warstw.

Model w postaci nieregularnej siatki trójkątów (*Triangular*

Irregular Network) zbudowany jest z sąsiadujących oraz niepokrywających się trójkątów skonstruowanych za pomocą zbioru punktów o współrzędnych x, y, z . Struktura TIN w możliwie jak najdokładniejszy sposób odzwierciedla urozmaicenie rzeźby terenu. Przestrzenny rozkład punktów umożliwia odpowiednie dostosowanie rozmiarów trójkątów. Omawiany model ze względu na posiadaną informację o węzłach tworzących trójkąty oraz ich sąsiadach charakteryzuje się topologiczną strukturą danych [2, 4].

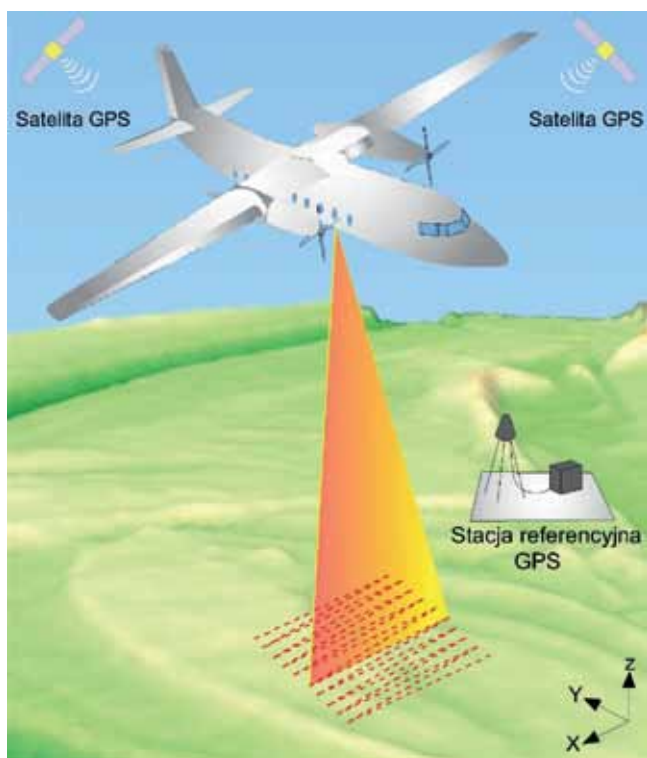
Model w postaci siatki kwadratów (*Grid Based Model*) składa się z regularnej siatki kwadratów, których punkty węzłowe mają określone wysokości terenu Z_{ij} .

Model ten charakteryzuje się sporą prostotą, ponieważ za pomocą macierzy o wskaźnikach i, j w łatwy sposób przechowywane są informacje o położeniu punktu węzłowego. Zasadniczą wadą modelu Grid jest rozmieszczenie i złożoność punktów, które odbiegają od rzeźby modelowanego terenu. Problem ten może zostać rozwiązany poprzez stworzenie struktury hierarchicznej, czyli zagęszczenia jej w odpowiednich miejscach. Określenie wysokości w punktach węzłowych polega na interpolacji znanych wysokości sąsiednich punktów [2].

Numeryczne modele warstwiczne (*Digital Line Graph*) ukazują powierzchnię terenu za pomocą elementów składających się z ciągu par współrzędnych x, y o wspólnej wysokości z : $x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_n, y_n$. Współrzędne te mogą pochodzić z modeli fotogrametrycznych, map warstwicznych lub obliczeń transformacji innych modeli powierzchniowych terenu [2].

2. Lotniczy skaniny laserowy LIDAR

Jedną z najdokładniejszych metod pozyskania informacji o terenie, wykorzystywaną do tworzenia wysokiej rozdzielczości NMT w postaci rastrowej, jest lotniczy skaniny laserowy LIDAR (*Light Detection and Ranging*) [1, 8], który bazuje na pomiarze odległości pomiędzy lecącym statkiem powietrznym a obiektami znajdującymi się na powierzchni ziemi (rys. 1). Skaner laserowy umieszczony na samolocie, dronie lub helikopterze z wysoką częstotliwością skanuje teren ruchem wahadłowym w kierunku prostopadłym



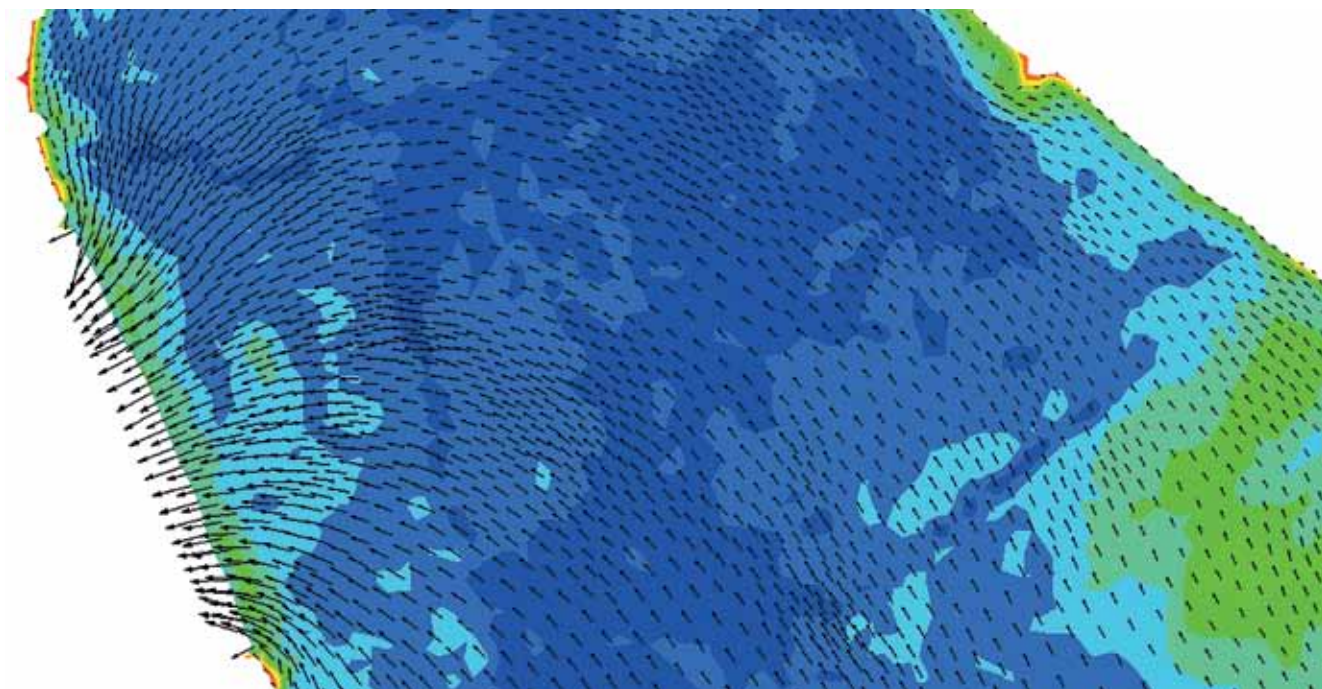
Rys. 1. Schemat skanowania LIDAR

do linii lotu. Wskutek skanowania równoległych pasów nakładających się na siebie w około 30% możliwe jest usunięcie błędów systematycznych w etapie postprocessingu. System LIDAR składa się z dalmierza laserowego, inercyjnego systemu nawigacyjnego, odbiornika do rejestracji danych, systemu planowania i zarządzania lotem, systemu pozycjonowania trajektorii lotu, kamery wideo, a także naziemnej stacji referencyjnej GPS oraz stacji do obróbki danych [1].

Cechami charakterystycznymi lotniczego skaningu laserowego oraz jego atutami są: krótki czas pomiędzy wykonaniem pomiarów a otrzymaniem wyników, dokładność określenia współrzędnej Z, duże zagęszczenie punktów przestrzennych, możliwość wykonania pomiarów zarówno w ciągu dnia, jak i nocy oraz duża niezależność od warunków atmosferycznych; wyłącznie ulewne deszcze i mgły mają negatywny wpływ na poprawność pomiarów. Wadą systemu LIDAR jest wnikanie wiązki lasera w powierzchnię lustra wody, co uniemożliwia uzyskanie wyników pomiarów batymetrycznych oraz problemy z określeniem linii nieciągłości terenu [1].

3. Równania przepływu w korytach otwartych i metody ich rozwiązywania

Równaniami podstawowymi w modelach hydrodynamicznych, opisującymi przepływ wody z powierzchnią swobodną, są równania Naviera-Stokesa [10]. Przepływ w sieci rzecznej opisywany jest natomiast równaniami uśrednionego przepływu turbulentnego, które wyprowadzane są z równań Naviera-Stokesa poprzez wprowadzenie do nich wielkości uśrednionych, np. według metody Reynoldsa. Układ ten jest układem niedomkniętym, który musi zostać uzupełniony o zależności określające własności naprężeń turbulentnych, np. poprzez zastosowanie empirycznego modelu turbulencji Boussinesq'a [10]. Uśredniając równania Reynoldsa po głębokości, otrzymuje się dwuwymiarowe równania płytkiej wody, w których jako niewiadome występują dwie składowe wektora prędkości oraz głębokość strumienia cieczy [10].



Rys. 2. Przykładowy rozkład pola prędkości otrzymany z dwuwymiarowego modelu przepływu

Równanie bilansu pędu:

$$\begin{cases} \rho \left(\frac{\partial (hV_x)}{\partial t} + \frac{\partial (\alpha_1 hV_x^2)}{\partial x} + \frac{\partial (\alpha_2 hV_x V_y)}{\partial y} \right) = -\rho gh \frac{\partial h}{\partial x} - \tau_{x0} \\ \rho \left(\frac{\partial (hV_y)}{\partial t} + \frac{\partial (\alpha_2 hV_x V_y)}{\partial x} + \frac{\partial (\alpha_3 hV_y^2)}{\partial y} \right) = -\rho gh \frac{\partial h}{\partial y} - \tau_{y0} \end{cases} \quad (1)$$

Równanie ciągłości:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial (hV_x)}{\partial x} + \frac{\partial (hV_y)}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

gdzie:

V_x, V_y – składowe wektora prędkości [ms^{-1}],

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ – współczynniki korekcyjne uwzględniają fakt, że średnia iloczynu dwóch zmiennych nie równa się iloczynowi średnich tych zmiennych [-],

h – rzędna zwierciadła wody [m],

ρ – gęstość wody [kgm^{-3}],

τ_{x0}, τ_{y0} – naprężenia styczne [$\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$].

Do rozwiązania równań przepływu (1) i (2) wykorzystuje się w praktyce metody numeryczne. Z dwóch podstawowych metod, tj. metody różnic skończonych (MRS) i metody elementów skończonych (MES) zazwyczaj wykorzystuje się metodę elementową. MES umożliwia wykonywane symulacji przepływu w korytach rzecznych dla złożonych kształtów geometrycznych i parametrów hydraulicznych, a podział obszaru przepływu może być dokonany z wykorzystaniem elementów trójkątnych lub czworokątnych z węzłami pośrednimi [6, 12]. Dwuwymiarowy, numeryczny model przepływów nieustalonych pozwala określić rozkład pola prędkości oraz napełnienia dla modelowanego odcinka rzeki (rys. 2).

Głównym celem pracy było opracowanie numerycznego modelu terenu (NMT) obszaru obejmującego węzeł wodny w Poznaniu [5, 7] w formie umożliwiającej utworzenie zestawu danych dla dwuwymiarowego hydrodynamicznego modelu przepływu bazującego na MES.

Zakres pracy obejmował pozyskanie i przygotowanie podkładów geodezyjnych w postaci rastrowych arkuszy NMT bazujących na LIDAR (zapisanych w standardzie ASCII GRID), wykonanie geodezyjnych pomiarów wysokościowych dla celów weryfikacji dokładności wykorzystywanego NMT, wykonanie pomiarów batymetrycznych dna Warty, generację batymetrycznych przekrojów pośrednich zagęszczających siatkę punktów odwzorowujących koryto rzeki, dołączenie punktów odwzorowujących koryto Warty i Cybińskiego Kanału Ulgi do standardowego NMT, generację siatki MES, przypisanie wysokości węzłom siatki MES oraz utworzenie pliku danych w standardzie akceptowalnym przez system modelowania RISMO2D [12]. Zestaw danych wykorzystany zostanie do obliczeń rozdziału przepływów w poszczególnych kanałach Poznańskiego Węzła Wodnego oraz

analizy rozkładu pola prędkości dla przepływów o różnym prawdopodobieństwie wystąpienia. Podczas opracowywania numerycznego modelu terenu wykorzystano kilka pomocniczych programów komputerowych opracowanych w Instytucie Budownictwa i Geoinżynierii Uniwersytetu Przyrodniczego w Poznaniu, jednakże najważniejszą operacją niezbędną do generacji modelu przeprowadzono za pomocą programu QGIS.

4. Obiekt badawczy

Objęty badaniami obszar Poznańskiego Węzła Wodnego (PWW) przedstawia rysunek 3. Węzeł ten składa się z rzeki Warty oraz Cybiny [3, 5, 7]. Opracowaniem objęto odcinek pomiędzy mostem Królowej Jadwigi (244+056 km) a mostem Lecha (240+084 km). Poznański Węzeł Wodny przez wiele lat podlegał pracom regulacyjnym, które zostały zakończone w 1972 roku. Węzeł ten składa się z trzech oddzielnych kanałów (Cybiński Kanał Ulgi, Kanał Główny i Środkowy Kanał Ulgi) mających za zadanie ochronę Poznania przed skutkami wezbrań i powodzi [7].

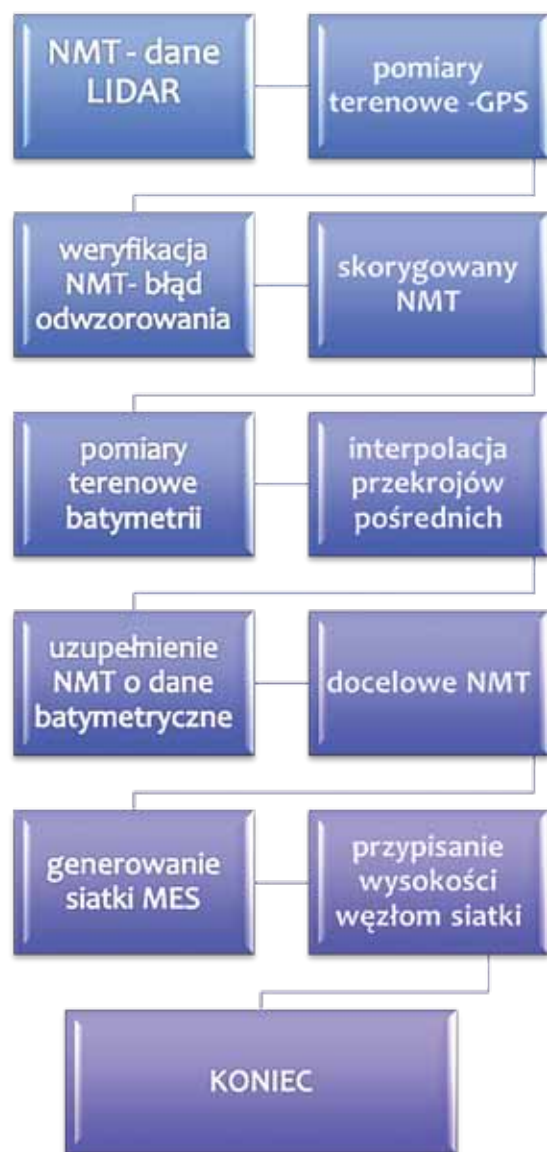


Rys. 3. Schemat Poznańskiego Węzła Wodnego [5]

Środkowy Kanał Ulgi znajdujący się pomiędzy mostem Chrobrego a mostem kolejowym został zaprojektowany w początkowym swoim odcinku jako suchy kanał derywacyjny o szerokości 22 m oraz długości 400 m. Następnie kanał ten przechodzi w basen elektrociepłowni Garbary. Natomiast na prawym brzegu rzeki w kilometrze 243+330 rozpoczyna bieg Cybiński Kanał Ulgi [5, 7].

5. Metodyka

Wykorzystana w pracy metodyka przygotowania danych dla dwuwymiarowych, numerycznych modeli przepływów opisana została w artykule „Possibilities of Using Low Quality Digital Elevation Models of Floodplains in Hydraulic Numerical Models” [6]. Główne etapy wspomnianej metodyki przedstawia w postaci schematycznej rysunek 4.



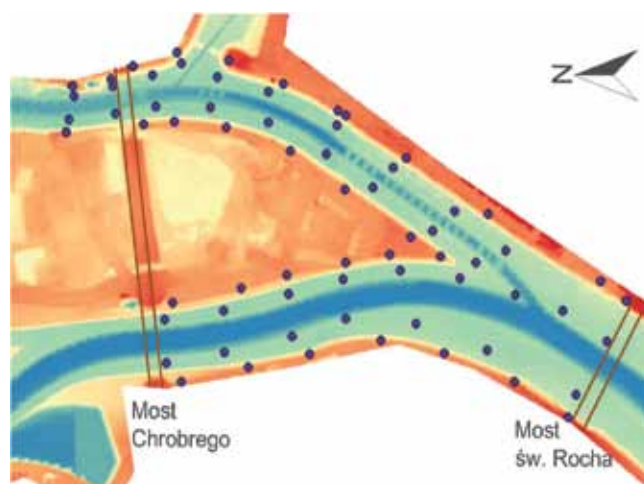
Rys. 4. Schemat metodyki przygotowania danych dla dwuwymiarowych modeli przepływów [6]

Metodyka zakłada weryfikację NMT wykorzystywanego do tworzenia zestawu danych dla modeli numerycznych przepływu. Wykonywane są pomiary terenowe rzędnych punktów zlokalizowanych na badanym obszarze, które następnie są porównywane z rzędnymi odczytanymi z NMT. Obliczany jest średni błąd oraz test określający, czy błąd ma charakter systematyczny. Jeśli błąd istotnie ma charakter systematyczny, rzędne z NMT są korygowane o wartość obliczonego błędu. Po skorygowaniu uzupełnia się dane o batymetrii cieku, które nie są zawarte w dostępnych dla obszaru Polski NMT bazujących na LIDAR.

Wykorzystany w pracy NMT powstał na podstawie pomiarów wykonanych w 2011 roku i jego dokładność, ze względu na upływ czasu, może być obciążona znaczącym błędem. W celu przeprowadzenia oceny dokładności w pierwszej kolejności

wykonano pomiary terenowe rzędnych za pomocą sprzętu geodezyjnego GPS RTK SOKKIA GRX-1 [6]. Wykonane pomiary przeprowadzono w sześćdziesięciu ośmiu punktach wzdłuż rzeki Warty i Cybiny, w tym trzydzieści dwa pomiary na wałach przeciwpowodziowych oraz trzydzieści sześć wzdłuż terenów zalewowych. Pomiary prowadzono wzdłuż rzeki Warty na odcinku od mostu Bolesława Chrobrego do mostu św. Rocha oraz wzdłuż Cybiny od mostu Biskupa Jordana do mostu św. Rocha (rys. 5).

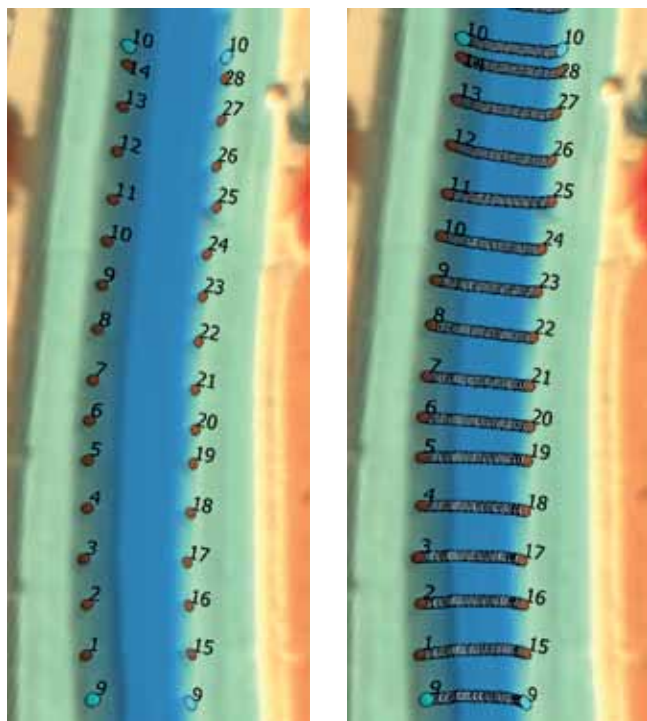
Analiza otrzymanych wyników wykazała błędy w granicach 0,17–58,27 cm, natomiast błąd średni dla wszystkich pomiarów wyniósł 13,45 cm. Wyliczone różnice wysokości pomiędzy pomiarami na wałach przeciwpowodziowych a pomiarami na terenach zalewowych miały zbliżone wartości. Błędy te zostały ocenione jako błędy systematyczne, ponieważ pięćdziesiąt dwa punkty pomiarowe wskazywały wartość niższą niż wartości pochodzące z numerycznego modelu terenu. Wszystkie rzędne wysokościowe numerycznego modelu terenu obniżono o 13,45 cm i utworzono skorygowany NMT zgodnie z metodyką opisaną w pracy [6].



Rys. 5. Lokalizacja punktów pomiarowych GPS

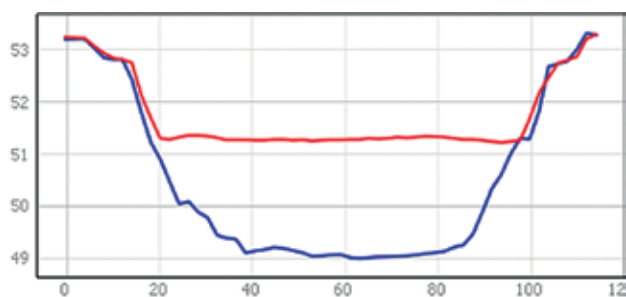
Bazowy NMT nie zawiera informacji o batymetrii dna. W celu jej uzupełnienia w pierwszej kolejności wykonano pomiary głębokości dna za pomocą sondy ADCP StreamPro [13]. Przeprowadzono pomiary jedenastu przekrojów poprzecznych na rzece Warcie, pozostałe pomiary Warty oraz Cybiny uzyskano z zasobów Instytutu Budownictwa i Geoinżynierii Uniwersytetu Przyrodniczego w Poznaniu.

Następnie, w celu zagęszczenia przekrojów koryta rzeki, wyznaczono punkty brzegowe (w odległości około 20 m od siebie) dla przekrojów pośrednich pomiędzy przekrojami pochodzącymi z pomiarów terenowych. Za pomocą aplikacji Interpol 2 wykorzystującej metodę interpolacji liniowej, której szczegółowy opis znaleźć można w pracy [6], wygenerowano punkty odwzorowujące geometrię dodatkowych przekrojów poprzecznych (rys. 6).



Rys. 6. Lokalizacja punktów brzegowych oraz wygenerowanych punktów przekrojów pośrednich przykładowego odcinka dna koryta Warty

Tak przygotowane dane umożliwiły uzupełnienie numerycznego modelu terenu o poprawne dane batymetryczne, na podstawie których wygenerowano docelowy NMT. Przykładowy przekrój poprzeczny z bazowego NMT oraz z docelowego NMT, utworzony po uzupełnieniu batymetrii dna, zestawiono na rysunku 7.



Rys. 7. Przykładowy przekrój poprzeczny wygenerowany z bazowego NMT (linia czerwona) oraz docelowego NMT, utworzonego po dodaniu danych o batymetrii dna (linia niebieska)

6. Przygotowanie danych do MES

W celu utworzenia siatki MES na potrzeby dwuwymiarowego hydrodynamicznego modelu przepływu wykorzystano autorski program GEMOF [11, 14]. W pierwszym etapie za pomocą programu QGIS wyznaczono kontur obejmujący obszar Poznańskiego Węzła Wodnego o powierzchni 2,17 km². Kontur ten powstał z odcinków o długości wahającej się

od 29,9 m do 564,4 m. Odcinki te nazywane są segmentami, a ich liczba była równa 47. Wierzchołki segmentów oraz same segmenty zostały ponumerowane w sposób ciągły zgodnie ze wskazówkami zegara [11]. Na podstawie danych pochodzących z opracowanego powyżej numerycznego modelu terenu odwzorowano współrzędne poziome w układzie EPSG 2180 wyznaczonych wierzchołków. Tak uzyskane dane umożliwiły wygenerowanie za pomocą programu GEMOF [11] siatki trójkątów MES. Podział obszaru przepływu na elementy trójkątne nałożone na docelowy NMT przedstawia rysunek 8.

Wygenerowano trzy rodzaje siatek o różnej odległości pomiędzy wierzchołkami (2, 3 i 5 m), a co za tym idzie – o różnej liczbie elementów. Wygenerowane siatki miały odpowiednio 64595, 130098 oraz 231179 elementów. Zagęszczenie węzłów na m² wynosi odpowiednio 0,03, 0,06 oraz 0,106. W następnym kroku węzłom siatki MES przypisano wartości rzędnych terenu, pochodzących z docelowego numerycznego modelu terenu. W ostatnim kroku dostosowano format wygenerowanych danych do formatu akceptowanego przez system modelowania RISMO2D.

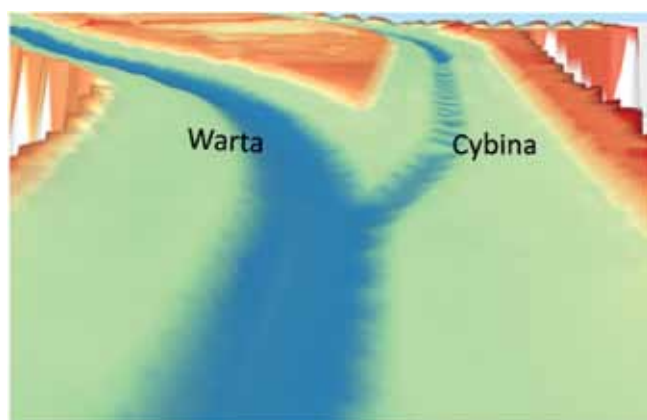
Dostosowanie do formatu RISMO2D wykonane zostało z wykorzystaniem funkcji arkusza kalkulacyjnego EXCEL. Tak przygotowany plik tekstowy wczytywany jest do programu Tiegriś [12], który realizuje funkcje pre-procesora przygotowania danych do obliczeń oraz post-procesora prezentacji wyników. Umożliwia on zdefiniowanie i uzupełnienie zbioru danych o parametry niezbędne do przeprowadzenia numerycznej symulacji przepływu, takich jak warunki brzegowe, początkowe, informacje o oporach ruchu, zakresie obliczeń i kroku czasowym obliczeń.



Rys. 8. Fragment siatki podziału metody elementów skończonych Poznańskiego Węzła Wodnego

7. Podsumowanie

W pracy przedstawiono metodykę opracowania numerycznego modelu terenu Poznańskiego Węzła Wodnego w standardzie pozwalającym na utworzenie zestawu danych potrzebnych dla dwuwymiarowego hydrodynamicznego modelu przepływu. Model ten powstał na podstawie



Rys. 9. Trójwymiarowy widok rozdziału Warty i Cybiny poniżej mostu św. Rocha odwzorowany w docelowym NMT

NMT bazującego na LIDAR utworzonego w ramach projektu ISOK. Poprawność danych NMT została zweryfikowana poprzez wykonanie geodezyjnych pomiarów wysokościowych. Oszacowanie poprawności danych NMT wykazało średni błąd wynoszący 13,45 cm. Błąd ten oceniono jako błąd systematyczny, który może mieć wpływ na poprawność obliczeń wybranym systemem modelowania. Odzworowanie batymetrii dna rzeki wiązało się z przeprowadzeniem szeregu kroków. Wykonano pomiary batymetryczne Warty, wygenerowano przekroje pośrednie oraz dołączono punkty odwzorowujące koryto rzek. Wygenerowano siatkę MES, która została zapisana w pliku danych w standardzie akceptowalnym przez system modelowania RISMO2D.

Realizacja pracy pozwala na sformułowanie następujących uwag:

- opracowanie batymetrii dna cieku jest to proces stosunkowo czasochłonny, ponieważ wymaga wykonania terenowych pomiarów batymetrycznych oraz opracowania danych w kilku programach komputerowych,
- wykonanie części obliczeń nie jest możliwe, przy wykorzystaniu sprzętu komputerowego klasy PC, ze względu na konieczność przetworzenia bardzo dużej liczby danych. Zauważono to szczególnie podczas pracy w programie QGIS przy próbie zwektoryzowania warstwy rastrowej. Komputer o mniejszej mocy obliczeniowej nie dokończył obliczeń, w związku z tym wymuszone było przeprowadzanie obliczeń na komputerze o większej mocy.

Opracowany zestaw danych o batymetrii nie zawsze poprawnie odwzorowuje koryto cieku. W docelowym NMT można zauważyć co najmniej dwie nieprawidłowości:

- po wygenerowaniu danych o batymetrii Cybiny, na jednym z odcinków widoczne są nierówności dna (rys. 9),
- druga nieprawidłowość widoczna jest na styku łączącym wygenerowane koryto z istniejącym NMT. W tym miejscu można zauważyć nierówności, które nie mają pokrycia z rzeczywistością. Może to być spowodowane przez dwa czynniki. W ciągu upływu lat od wykonania pomiarów LIDAR

teren objęty opracowaniem uległ nieznacznym przekształceniom i wygenerowane dno koryta może nie w pełni pasować do istniejącego NMT. Natomiast drugim czynnikiem mogą być wykonane pomiary przekrojów poprzecznych rzeki ze zbyt małym zagęszczeniem, jednakże zwiększenie zagęszczenia pomiarów wiązałoby się ze znacznym zwiększeniem pracochłonności.

Omówione powyżej niedostatki opracowanego NMT muszą zostać uwzględnione w trakcie modelowania transformacji przepływu. Będą one znacząco wpływały na wyniki otrzymane z modelu dla przepływów niżówkowych, kiedy napełnienia w korycie są niskie.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Borowiecki I., Ślusarski M., Lotniczy Skaniny Laserowy Lidar miasta Krakowa (ocena dokładnościowa), Polska Akademia Nauk, 2010, str. 128–131
- [2] Gaździcki J., Systemy Informacji Przestrzennej, Państwowe Przedsiębiorstwo Wydawnictw Kartograficznych, 1990, str. 45–60
- [3] Kałuża T., Zawadzki P., Laks I., Tymiński T., Wpływ okresowego piętrzenia wody na przepływy w Poznańskim Węźle Wodnym, Wydawnictwo Uniwersytetu Przyrodniczego w Poznaniu, 2013
- [4] Kraak M., Ormeling F., Kartografia – wizualizacja danych przestrzennych, 1998, Wydawnictwo Naukowe PWN
- [5] Laks I., Analiza transformacji letniej fali wezbraniowej z 1997 r. w obrębie Poznańskiego Węzła Wodnego, Zeszyty naukowe Akademii Rolniczej we Wrocławiu nr 339, 1998, Odra i jej dorzecza II międzynarodowa konferencja – Kudowa Zdrój
- [6] Laks I., Sojka M., Wróżyński R., Sroka Z., Possibilities of Using Low Quality Digital Elevation Models of Floodplains in Hydraulic Numerical Models, Water, 2017
- [7] Lewandowski B., Rembeza L., Analiza zmian biegu rzeki Warty w obrębie miasta Poznania w świetle istniejących przekazów historycznych. Badania fizjograficzne nad Polską zachodnią, 1972, tom XXV, seria A, Geografia Fizyczna, str. 93–112
- [8] Maślanka M., Wężyk P., Podręcznik dla uczestników szkoleń z wykorzystaniem produktów Lidar, Główny Urząd Geodezji i Kartografii, 2015, str. 12–13
- [9] Nawatowska M., Wprowadzenie do Quantum GIS, 2009, str. 6–7
- [10] Sawicki J. M., Przepływy ze swobodną powierzchnią, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 1998
- [11] Sroka Z., Walczak Z., Wosiewicz B. J., Analiza ustalonych przepływów wód gruntowych metodą elementów skończonych, Wydawnictwo Akademii Rolniczej w Poznaniu, 2004, str. 33–36
- [12] Schröder M., Rismo. Programdokumentation, Maszynopis, Mitt. Institut für Wasserbau und Wasserwirtschaft, RWTH Aachen, 2010
- [13] Walczak N., Hammerling M., Kałuża T., Laks I., Wykazanie możliwości stosowania urządzeń sondy elektromagnetycznej (FLAT Model 801), hydroakustycznej (Son Tek, MicroADV) i urządzenia ADCP, do pomiarów rozkładów prędkości w warunkach laboratoryjnych, 2013, str. 343–344
- [14] Żmijewski K. H., Krzeziński G., Gajło O., Nowe algorytmy automatycznej triangularyzacji, Materiały 9 Konferencji Metody komputerowe w mechanice, Ryto, 1989, str. 1199–1206

**Praca dostała główną nagrodę w konkursie:
Nowoczesne technologie w budownictwie.
W konkursie brały udział prace inżynierskie,
magisterskie i doktoranckie. Konkurs organizował
CUTOB-PZITB w Poznaniu.**