

DYNAMICZNE WYZNACZANIE PARAMETRÓW ELEKTRYCZNEGO OBWODU SZEREGOWEGO

Ryszard ARENDT

Politechnika Gdańska, Wydział Elektrotechniki i Automatyki
tel.: 58 347 2157 e-mail: ryszard.arendt@pg.gda.pl

Streszczenie: Po załączeniu napięcia na skutek istnienia inercji prąd w obwodzie zaczyna narastać od wartości zerowej do znamionowej. W tym czasie narastają spadki napięć na rezystancjach (impedancjach obwodu) bo zaczynają obowiązywać prawa Kirchhoffa. Można utworzyć układ ze sprzężeniem zwrotnym (układ regulacji stałwartościowej bądź nadążnej), który poszukuje parametrów obwodu spełniających prawa Kirchhoffa – elementy nie muszą być liniowe.

W artykule przedstawiono omówienie teoretyczne metodyki rozwiązywania obwodów z zastosowaniem programu Matlab-Simulink oraz przykłady: nieliniowego obwodu prądu stałego, nieliniowego obwodu dla wartości chwilowych prądu przemiennego oraz liniowych obwodów prądu przemiennego, obliczanych dla wartości wskazowych.

Słowa kluczowe: nieliniowe obwody elektryczne, obwód szeregowy, wartości chwilowe w obwodzie nieliniowym, opis wektorowy obwodu prądu przemiennego.

1. WYZNACZANIE PARAMETRÓW OBWODÓW ELEKTRYCZNYCH

1.1. Klasyczne metody wyznaczania parametrów obwodów elektrycznych

Zazwyczaj interesuje nas wyznaczenie wybranych wartości prądów płynących w danym obwodzie lub występujących spadków napięć. Stosuje się podstawowe prawa: Ohma, Kirchhoffa I i II, metodę potencjałów węzłowych, metodę prądów oczkowych, metodę Thevenina i Nortona i inne [1]. W obwodach nieliniowych znalazły zastosowanie prawa Kirchhoffa, zasada kompensacji i twierdzenia Thevenina oraz Nortona [2]. Nie można zastosować prawa Ohma, zasady superpozycji i wzajemności.

W artykule skupiono się na wybranych obwodach szeregowych prądu stałego i przemiennego, liniowych i nieliniowych rozwiązywanych przez dynamiczne przeszukiwanie parametrów. Pokazano przykłady: nieliniowego obwodu prądu stałego, nieliniowego obwodu dla wartości chwilowych prądu przemiennego oraz liniowych obwodów prądu przemiennego, obliczanych dla wartości wskazowych.

1.2. Podstawy dynamicznego wyznaczania parametrów obwodów elektrycznych

W świecie fizycznym obowiązuje zasada minimum energii Hamiltona, którą można zastosować do równań

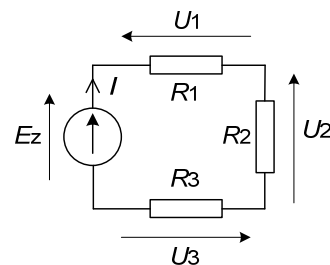
Maxwella, co przekłada się bezpośrednio na oba prawa Kirchhoffa. Dodatkowo oddziaływania fizyczne opisywane są inercyjnie (każdy element elektryczny ma właściwości indukcyjne), co umożliwia płynne przekazywanie energii.

Przyjmując zasadę minimum energii Hamiltona jako regułę sterowania i biorąc pod uwagę II prawo Kirchhoffa można założyć, że natura wyposażona jest w regulator, który ustawi prąd w obwodzie szeregowym w taki sposób, aby suma spadków napięć w obwodzie była równa wymuszeniu. Nie ma w tym przypadku znaczenia czy obwód jest liniowy czy nieliniowy. Dla prądu stałego należy rozważać działanie regulatora stałwartościowego, a dla obliczania wartości chwilowych prądu przemiennego działanie regulatora nadążnego. Przy stosowaniu opisu obwodu w postaci liczb zespolonych pojawiają się dwa parametry: moduł i argument liczby opisującej fizyczną wielkość. Przy rozwiązywaniu obwodu należy zastosować dwa regulatory i generować zmianę dwóch parametrów.

2. PRZYKŁADY DYNAMICZNEGO WYZNACZANIA PARAMETRÓW ELEKTRYCZNYCH OBWODÓW

2.1. Wybrany obwód nieliniowy prądu stałego

Rozważmy obwód szeregowy, w którym rezystancje mogą mieć nieliniowy charakter (rys. 1).



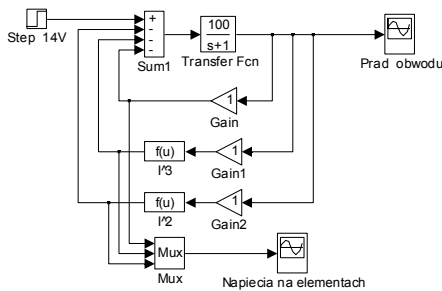
Rys. 1. Schemat ideowy rozważanego obwodu nieliniowego prądu stałego

W obwodzie przyjęto następujące wartości: napięcie zasilania $E_z = 14 \text{ V}$, rezystancje obciążenia $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 1 \text{ } \Omega^2$, $R_3 = 1 \text{ } \Omega^3$.

Należy obliczyć prąd obwodu I oraz spadki napięć U_1 , U_2 i U_3 na rezystancjach. Równanie opisujące rozważany obwód ma postać:

$$E_z = 1 I + 1 I^2 + 1 I^3. \quad (1)$$

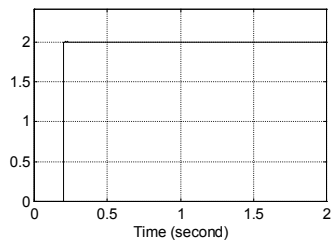
Rozwiązanie zadania sprowadza się do rozwiązania równania (1), co może sprawiać trudności. Jeszcze gorsza sytuacja wystąpi jak wprowadzimy inne funkcje nieliniowe [3]. Przy zastosowaniu programu Simulink [4] można zaproponować układ stabilizacji sumy spadków napięć do wielkości zadanej E_z (rys. 2).



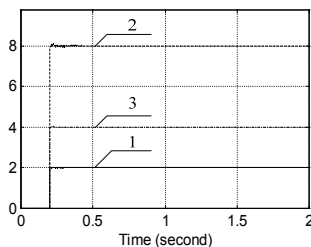
Rys. 2. Struktura modelu w programie Simulink rozwiązująca równanie (1)

W chwili $t = 0,2$ s napięcie zasilania narasta skokowo do wartości 14 V. W obwodzie całkującym narasta wartość prądu, która przemnożona przez wartości rezystancji daje kolejne spadki napięć. Narastanie wartości prądu kończy się, gdy zostanie spełnione II prawo Kirchhoffa. Spadki napięć modelowane są przez człon proporcjonalny o wzmacnieniu 1 i blok funkcyjny z funkcją kwadratową i funkcją trzeciego stopnia. Można zauważyć, że model stanowi układ regulacji stałowartościowej z regulatorem całkującym o wzmacnieniu 100.

Na rysunku 3 przedstawiono obliczony przebieg prądu obwodu, a na rysunku 4 kolejne spadki napięć. Łatwo zauważyć, że przyjęte napięcie zasilania 14 V wynika z sumowania spadków napięć równych $2 \text{ V} + 2^2 \text{ V} + 2^3 \text{ V}$.



Rys. 3. Przebieg wartości symulowanego prądu w obwodzie nieliniowym wyrażony w amperach

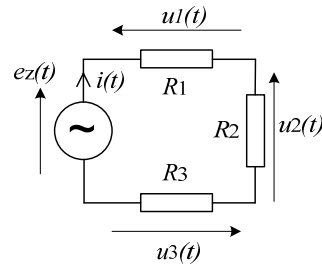


Rys. 4. Przebieg wartości symulowanych wartości spadków napięć w obwodzie nieliniowym w woltach; 1) dla rezystancji $R_1 = 1 \Omega$, 2) $R_2 = 1 I^2 \Omega$, 3) $R_3 = 1 I^3 \Omega$

2.2. Nieliniowy obwód obliczany dla wartości chwilowych prądu przemiennego

Rozważmy szeregowy obwód prądu przemiennego z nieliniowymi rezystancjami (rys. 5). Interesują nas

chwilowe wartości prądu i spadków napięć dla pobudzenia harmonicznego o określonej amplitudzie i pulsacji.



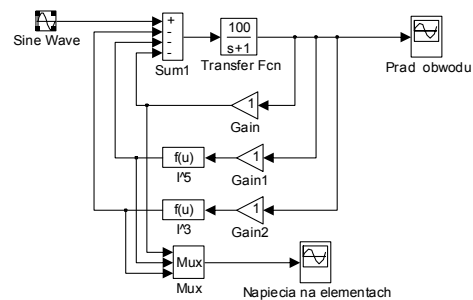
Rys. 5. Schemat ideowy rozważanego obwodu nieliniowego prądu przemiennego

W rozważanym obwodzie przyjęto źródło napięcia przemiennego $e_z(t) = 42 \sin 2t \text{ V}$, oraz rezystancje obciążenia: $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 1 I^2(t) \Omega$, $R_3 = 1 I^3(t) \Omega$.

Należy obliczyć wartości chwilowe prądu obwodu $i(t)$ oraz chwilowe spadki napięć $u_1(t)$, $u_2(t)$ i $u_3(t)$ na rezystancjach. Równanie opisujące rozważany obwód ma postać:

$$e_z(t) = 1 i(t) + 1 i^3(t) + 1 i^5(t). \quad (2)$$

Rozwiązanie równania (2) metodami analitycznymi przysporzy dużych kłopotów. Przy zastosowaniu programu Simulink można zaproponować układ stabilizacji nadążnej sumy spadków napięć do wielkości zadanej $e_z(t)$ (rys. 6).



Rys. 6. Struktura modelu w programie Simulink rozwiązująca równanie (2)

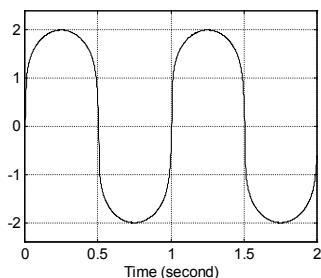
W chwili $t = 0$ s pojawia się napięcie zasilania w kształcie sinusoidy o amplitudzie 42 V i częstotliwości 2 Hz. W obwodzie całkującym generowana jest wartość prądu, która przemnożona przez wartości rezystancji daje kolejne spadki napięć – dla każdej wartości chwilowej napięcia należy spełnić II prawo Kirchhoffa. Rezystancje modelowane są podobnie jak w p. 2.1. Można zauważyć, że model stanowi układ regulacji nadążnej z regulatorem całkującym o wzmacnieniu 100.

Na rysunku 7 przedstawiono obliczony przebieg prądu chwilowego obwodu, a na rysunku 8 kolejne spadki chwilowych napięć. Można zauważyć, że suma amplitud spadków napięć równych $2 \text{ V} + 2^3 \text{ V} + 2^5 \text{ V}$ jest zgodna z przyjętym napięciem zasilania 42 V.

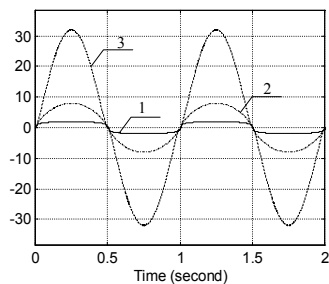
2.3. Liniowe obwody prądu przemiennego obliczane metodami wektorowymi

Zazwyczaj przy obliczaniu liniowych obwodów prądu przemiennego stosujemy opis w postaci liczb zespolonych. Rozważanymi elementami obwodu są: impedancje, reaktancje indukcyjne i pojemnościowe, źródła napięciowe i prądowe prądu przemiennego, a obliczane parametry

stanowią prądy i napięcia zespolone poszczególnych gałęzi oraz impedancje zastępcze.

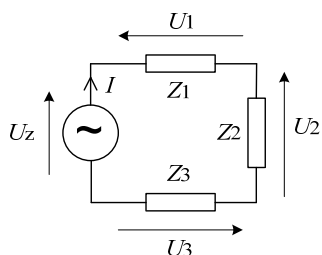


Rys. 7. Przebieg wartości chwilowych symulowanego prądu w amperach obwodu nieliniowego



Rys. 8. Przebieg wartości chwilowych symulowanych spadków napięć w obwodzie nieliniowym w voltach; 1) dla rezystancji $R_1 = 1 \Omega$, 2) $R_2 = 1 F^2 \Omega$, 3) $R_3 = 1 F^t \Omega$

Rozważmy szeregowy obwód dla prądu przemiennego (rys. 9).



Rys. 9. Schemat ideowy rozważanego obwodu prądu przemiennego

Na schemacie przyjęto wartości zespolone prądu, napięć i impedancji, określone następująco:

$$U_z = |U_z| e^{j\varphi_0} = 20 e^{j\varphi_0} \text{ V}, \quad (3)$$

$$Z_1 = R_1 + X_1 = 1 + 1j \Omega, \quad (4)$$

$$Z_2 = R_2 + X_2 = 1 + 5j \Omega, \quad (5)$$

$$Z_3 = R_3 + X_3 = 1 - 2j \Omega, \quad (6)$$

$$I = |I| e^{j\varphi_1}, \quad (7)$$

$$U_1 = |U_1| e^{j\varphi_1}, \quad (8)$$

$$U_2 = |U_2| e^{j\varphi_2}, \quad (9)$$

$$U_3 = |U_3| e^{j\varphi_3}. \quad (10)$$

Dla porównania wyników obwód został rozwiązany metodami tradycyjnymi, wyliczając impedancję zastępczą, zespolony prąd oraz zespolone spadki napięć:

$$Z_z = 3 + 4j = 5 e^{j53,1^\circ} \Omega, \quad (11)$$

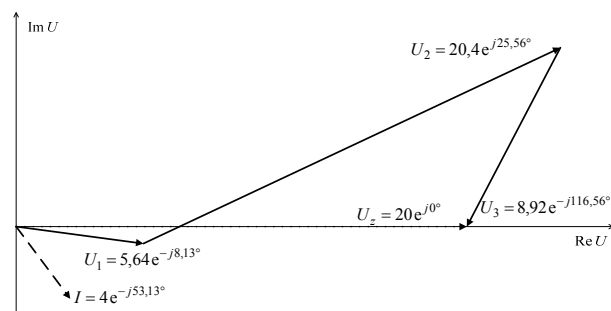
$$I = 4 e^{-j53,1^\circ} \text{ A}, \quad (12)$$

$$U_1 = 5,64 e^{j8,1^\circ} \text{ V}, \quad (13)$$

$$U_2 = 20,4 e^{j25,6^\circ} \text{ V}, \quad (14)$$

$$U_3 = 8,92 e^{-j116,6^\circ} \text{ V}. \quad (15)$$

Dla wyszukanych rozwiązań sporządzono wykres wektorowy (rys. 10) zachowując proporcje między wektorami i obliczone przesunięcia fazowe.



Rys. 10. Wykres wektorowy rozkładu napięć i prądów obwodu z rys. 9

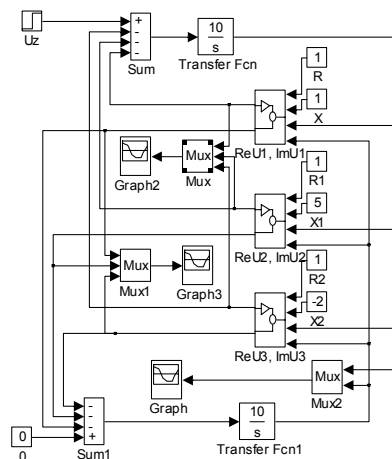
Na podstawie rysunku 10 możemy zauważyć, że suma składowych wartości rzeczywistych spadków napięć w obwodzie jest równa wartości rzeczywistej napięcia zasilania. Natomiast suma składowych wartości urojonych spadków napięć jest równa zero (równa wartości urojonej napięcia zasilania). W rozważanym przypadku możemy ułożyć następujące zależności:

$$|U_1| \cos \varphi_1 + |U_2| \cos \varphi_2 + |U_3| \cos \varphi_3 = U_z, \quad (16)$$

$$|U_1| \sin \varphi_1 + |U_2| \sin \varphi_2 + |U_3| \sin \varphi_3 = 0. \quad (17)$$

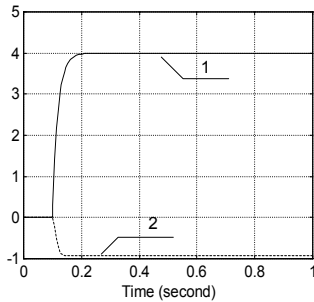
Rozważmy rozwiązanie równań (16 i 17) przez układy automatycznej regulacji, które dobierają wartość prądu i przesunięcia fazowego prądu. Są to dwa układy regulacji stałwartościowej z wewnętrznym powiązaniem dwóch zmiennych I i φ_1 . Strukturę modelu rozwiązującego omawiane równania w programie Simulink przedstawia rysunek 11.

W chwili czasu 0,5 s załączone zostaje napięcie zasilania. Przebieg ustalony (okno Graph) daje rozwiązanie. Otrzymane przebiegi ilustruje rys. 12.



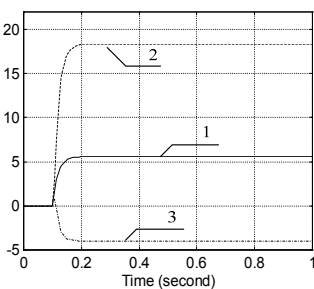
Rys. 11. Struktura modelu w programie Simulink rozwiązująca równania (16 i 17)

Wyświetlone przebiegi są zgodne z obliczoną wartością prądu (12). Dla ilustracji równań (16 i 17) zarejestrowano składowe rzeczywiste i urojone spadków napięć.



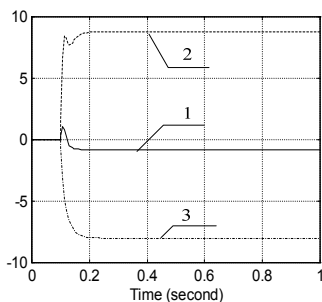
Rys. 12. Zarejestrowane przebiegi: 1) moduł prądu w amperach, 2) przesunięcie fazowe prądu w radianach

Na rysunkach 13 i 14 można zauważyć przebiegi spadków napięć w czasie.



Rys. 13. Zarejestrowane przebiegi rzeczywistej części spadków napięć w woltach: 1) na impedancji Z_1 , 2) na impedancji Z_2 , 3) na impedancji Z_3

Można zauważyć, że suma spadków napięć części rzeczywistych w stanie ustalonym wynosi 20 V, a suma spadków napięć części urojonych wynosi 0 V.



Rys. 14. Zarejestrowane przebiegi urojonej części spadków napięć w woltach: 1) na impedancji Z_1 , 2) na impedancji Z_2 , 3) na impedancji Z_3

3. WNIOSKI

Przy obliczeniach używana była procedura rk45 – metoda Runge-Kutta piątego rzędu, z krokiem minimalnym 0,0001, maksymalnym 0,01 ÷ 0,001 i tolerancji 0,001 ÷ 0,0001. Szybkość zbiegania się wyniku do zadanej wartości zależy też od wzmocnienia członu całkującego. Ze względu na własności astatyczne regulatora uchyb regulacji został wyeliminowany.

Badania przeprowadzono dla regulatora typu I. Interesujące możliwości kryją się przy zastosowaniu innych typów regulatorów i rozwiązywaniu obwodów przedstawionych w postaci układów równań.

Inną możliwością jest zastosowanie zaproponowanej metody do rozwiązywania nieliniowych równań matematycznych, w tym różniczkowych i całkowych. Stosowane metody numeryczne nie przewidują dynamicznego poszukiwania rozwiązania równania.

Przedstawiona metodyka zastosowana została przy opisie połączeń szeregowych kabla zasilającego i odbiornika energii elektrycznej w systemach statków [5]. Szczegółowe rozważania zasilania silnika indukcyjnego i obliczania spadków napięć na kablu zasilającym przedstawiono w [6]. Należy zauważyć, że praca silnika indukcyjnego może być traktowana jako nieliniowa ewentualnie model należy uznać za niestacjonarny.

4. BIBLIOGRAFIA

1. Chua L. O., Desoer C. A., Kuh E. S.: Linear and Nonlinear Circuits, McGraw-Hill 1987, 839 p.
2. Mikołajuk K., Trzaska Z.: Analiza i synteza elektrycznych obwodów nieliniowych, Warszawa, PWN 1987.
3. Kudrewicz J.: Nieliniowe obwody elektryczne, Podręczniki akademickie, WNT, 1996, 258 s.
4. SIMULINK User's Guide, The MathWorks, Inc. 1992
5. Arendt R. Hierarchiczne modele hybrydowe systemu energetycznego statku o definiowalnej strukturze Monografia, Wydawnictwa Politechniki Gdańskiej. 2006, 159 s.
6. Arendt R.: Modelowanie wpływu zasilania na pracę odbiorników systemu elektroenergetycznego statku. Przegląd Elektrotechniczny, 88 (2012), Nr04a, s. 141-146.

DYNAMIC EVALUATION OF SERIES ELECTRIC CIRCUIT PARAMETERS

After voltage switch on a current in circuit due to inertia existence start to grow from null to nominal value. Meanwhile grows the resistance (impedance) voltage drops to achieve Kirchhoff's rule. We can use a circuit with feedback (constant value control system or follow-up control system), which search for circuit parameters fulfilling Kirchhoff's rules – in such case elements can be nonlinear.

In the paper theoretic bases of circuit solutions using Matlab-Simulink program are discussed. Examples of nonlinear circuit of DC, nonlinear circuit for instantaneous values of AC supplied circuit and linear AC circuit evaluated for vector values are presented.

Keywords: nonlinear electric circuits, series circuit, instantaneous values in nonlinear circuit, vector description of AC circuit.