

## BAYESOWSKIE ALGORYTMY OBLICZEŃ SYMBOLICZNYCH WSKAŹNIKÓW ZAWODNOŚCI I NIEZAWODNOŚCI ZASILANIA ENERGIĄ ELEKTRYCZNĄ – REFERAT KONFERENCYJNY

Włodzimierz KORNILUK<sup>1</sup> Piotr PETELSKI<sup>2</sup>

1. Politechnika Białostocka, Wydział Elektryczny, email: korniluk@pb.edu.pl
2. Wydział Elektrycznym Politechniki Białostockiej, email: petp@o2.pl

**Streszczenie:** W referacie przedstawiono wykorzystanie sieci bayesowskich w obliczeniach symbolicznych wskaźników zawodności i niezawodności zasilania energią elektryczną węzłów odbiorczych. Podano, stosowane przy wyznaczaniu wskaźników niezawodności za pomocą sieci bayesowskich, analityczne zależności na wyznaczenie: prawdopodobieństw bezwarunkowych stanów zdadności i niezadności elementów układu zasilania danego węzła, łącznego rozkładu tych prawdopodobieństw, prawdopodobieństw warunkowych wystąpienia stanu zasilania lub jego braku oraz intensywności występowania przerw w zasilaniu i średniego czasu ich trwania a także ważność i wkłady poszczególnych elementów w niezawodność zasilania. Przedstawiono sposób uzyskania tych analitycznych zależności za pomocą wybranych instrukcji obliczeń symbolicznych programu Mathematica 8. Omówiono wyniki kontrolnych obliczeń symbolicznych dla wybranych układów zasilania. Zaproponowano sposoby ograniczenia czasu trwania obliczeń symbolicznych wskaźników niezawodności dla wieloelementowych złożonych układów zasilania energią elektryczną.

**Słowa kluczowe:** sieci bayesowskie, wskaźniki niezawodności, obliczenia symboliczne.

### 1. WSTĘP

Do wyznaczenia i analizy niezawodności sieci elektroenergetycznych stosuje się metody analityczne i symulacyjne oraz mieszane, będące połączeniem obu tych metod [1,2].

W ostatnich latach do wyznaczenia, oceny i analizy niezawodności sieci elektroenergetycznych i telekomunikacyjnych stosuje się metodę analityczną, w której wykorzystuje się sieci bayesowskie [1,3,4,5]. Metoda ta polega na przeglądzie wszystkich możliwych stanów niezawodności i zawodności układu zasilającego dany węzeł odbiorczy. Metoda ta umożliwia po wprowadzeniu dodatkowych danych wyznaczenie wszystkich stosowanych wskaźników niezawodności oraz pozwala na różnorodne wnioskowanie odnośnie wpływu elementów na niezawodność układu.

Wprowadzenie obliczeń symbolicznych do metody wyznaczenia wskaźników niezawodności zasilania energią elektryczną opartej na sieciach bayesowskich jest zdaniem autorów referatu uzasadnione, ponieważ pozwoli na „wyprowadzenie” analitycznych zależności na określone

wskaźniki niezawodności, przydatne w procesie projektowania i eksploatacji układów zasilania energią elektryczną. Wskaźniki takie mogą być wyznaczone w systemie czasu rzeczywistego na podstawie doprowadzanych informacji o topologii i parametrach układu zasilania danego węzła.

W referacie przedstawiono symboliczne sposoby wyznaczenia wskaźników niezawodności za pomocą wybranych algorytmów obliczeń symbolicznych programu Mathematica 8. Omówiono wyniki kontrolnych obliczeń symbolicznych wskaźników niezawodności, dla wybranych układów zasilania. Zaproponowano sposoby ograniczenia czasu trwania symbolicznych obliczeń wskaźników niezawodności dla wieloelementowych złożonych układów zasilania energią elektryczną.

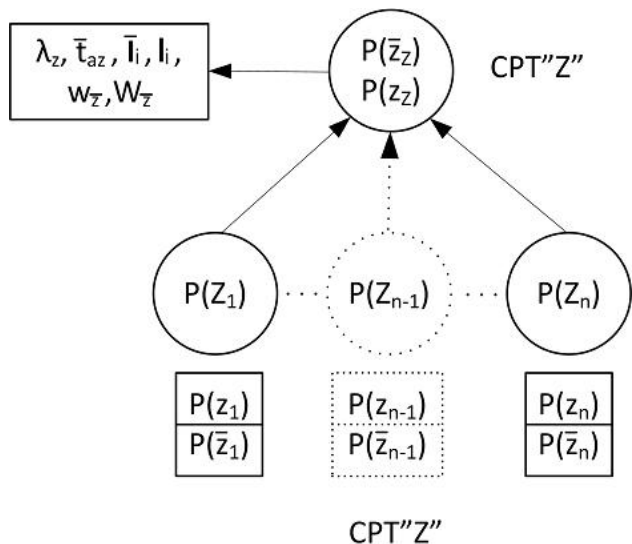
### 2. METODA WYZNACZANIA WSKAŹNIKÓW ZAWODNOŚCI I NIEZAWODNOŚCI ZASILANIA ENERGIĄ ELEKTRYCZNĄ Z WYKORZYSTANIEM SIECI BAYESOWSKIEJ

Do wyznaczenia prawdopodobieństwa wystąpienia zasilania  $P(z_z)$  lub braku zasilania  $P(\bar{z}_z)$  określonych węzłów odbiorczych za pomocą sieci bayesowskich (Rys. 1) niezbędna jest znajomość zależności na [3,6]: prawdopodobieństw bezwarunkowych stanów zdadności i niezadności elementów układu zasilania danego węzła, łącznego rozkładu prawdopodobieństw CPT''Z'' dla wszystkich kombinacji  $P(z_z)$  i  $P(\bar{z}_z)$  stanów zdadności i niezadności tych elementów oraz prawdopodobieństw warunkowych, dotyczące wystąpienia stanu zasilania wybranego węzła  $P(z / Z_1, \dots, Z_n)$  lub brak zasilania tego węzła,  $P(\bar{z} / Z_1, \dots, Z_n)$  przyporządkowanych każdej z  $m=2n$  kombinacji.

Korzystając z uzyskanych zależności na prawdopodobieństwa  $P(z_z)$  i  $P(\bar{z}_z)$  możliwe jest otrzymanie wyrażeń na zastępczą intensywność występowania przerw w zasilaniu  $\lambda_z$ , zastępczy średni czas ich trwania  $\bar{t}_{az}$ , ważności poszczególnych elementów w zawodności  $\bar{T}_i$  i niezawodności li zasilania, wkłady bezwzględne  $W_{\bar{z}_i}$  oraz względne  $w_{\bar{z}_i}$  za-

wodności elementów w prawdopodobieństwo braku zasilania węzła Z [1,5,6].

natomiast prawdopodobieństwa wystąpienia i braku przerwy w zasilaniu następującymi wzorami



	Z <sub>1</sub>	...	Z <sub>n</sub>	P(z/Z <sub>1</sub> ,...,Z <sub>n</sub> )	P(z̄/Z <sub>1</sub> ,...,Z <sub>n</sub> )
1	z <sub>1</sub>	...	z <sub>n</sub>	1v0	0v1
2	z <sub>1</sub>	...	z̄ <sub>n</sub>	1v0	0v1
3	z <sub>1</sub>	...	z <sub>n</sub>	1v0	0v1
...	...	...	...	...	...
2 <sup>n</sup> -3	z̄ <sub>1</sub>	...	z <sub>n</sub>	1v0	0v1
2 <sup>n</sup> -2	z̄ <sub>1</sub>	...	z̄ <sub>n</sub>	1v0	0v1
2 <sup>n</sup> -1	z̄ <sub>1</sub>	...	z <sub>n</sub>	1v0	0v1
2 <sup>n</sup>	z̄ <sub>1</sub>	...	z̄ <sub>n</sub>	1v0	0v1

Rys. 1. Model niezawodnościowy układów zasilania energią elektryczną węzła odbiorczego Z w postaci sieci bayerskiej

Prawdopodobieństwa bezwarunkowe wystąpienia stanów zdadności  $P(z_i) = p_i$  i niezadności  $P(z̄_i) = q_i$  poszczególnych elementów układu zasilania można, dla procesu stacjonarnego po przyjęciu wykładniczych rozkładów czasów trwania tych stanów, wyznacza się z zależności [1,2,6]

$$P(z_i) = p_i = \frac{1}{1 + \lambda_i \cdot \bar{t}_{a,i}} = \frac{\bar{t}_{p,i}}{\bar{t}_{p,i} + \bar{t}_{a,i}}$$

$$i \quad P(z̄_i) = q_i = \frac{\lambda_i \cdot \bar{t}_{a,i}}{1 + \lambda_i \cdot \bar{t}_{a,i}} = \frac{\bar{t}_{a,i}}{\bar{t}_{p,i} + \bar{t}_{a,i}}, \quad (1)$$

gdzie:  $\lambda_i$  - intensywność występowania stanów niezadności i-tego elementu układu zasilającego,  $\bar{t}_{a,i}$  - średni czas odnowy i-tego elementu układu zasilającego,  $\bar{t}_{p,i}$  - średni czas przełączania i-tego elementu układu zasilającego na zasilanie rezerwowe.

Łączny rozkład prawdopodobieństw, będący sumą iloczynów prawdopodobieństw bezwarunkowych wyraża się wzorem

$$P(Z) = \prod_{i=1}^n P(Z_i) = (p_1 + q_1)(p_2 + q_2) \dots (p_n + q_n) \quad (3)$$

$$= (p_1 p_2 \dots p_n) + (q_1 p_2 \dots p_n) + \dots + (q_1 q_2 \dots q_n)$$

$$P(z̄) = q_z = P(Z) \cdot P(z̄ / Z_1, \dots, Z_n)$$

$$= (p_1 p_2 \dots p_n) P(z̄ / z_1, z_2, \dots, z_n)$$

$$+ (q_1 p_2 \dots p_n) P(z̄ / z̄_1, z_2, \dots, z_n)$$

$$+ \dots + (q_1 q_2 \dots q_n) P(z̄ / z̄_1, z̄_2, \dots, z̄_n)$$

$$P(z) = p_z = P(Z) \cdot P(z / Z_1, \dots, Z_n)$$

$$= (p_1 p_2 \dots p_n) P(z / z_1, z_2, \dots, z_n) \quad (4)$$

$$+ (q_1 p_2 \dots p_n) P(z / z̄_1, z_2, \dots, z_n)$$

$$+ \dots + (q_1 q_2 \dots q_n) P(z / z̄_1, z̄_2, \dots, z̄_n)$$

gdzie:  $P(z̄ / Z_1, \dots, Z_n)$  i  $P(z / Z_1, \dots, Z_n)$  - prawdopodobieństwa warunkowe wystąpienia i braku przerwy w zasilaniu węzła, wyznaczone dla każdego iloczynu prawdopodobieństw bezwarunkowych stanów zdadności i/lub niezadności  $n$  elementów układu zasilającego.

Do wyznaczenia prawdopodobieństw warunkowych wystąpienia i braku przerwy w zasilaniu węzła wygodnie jest posługiwać się wyrażeniami logicznymi na zerowyjedynekowych zmiennych losowych  $z_i$  i  $z̄_i$ .

Wyrażenie na zastępczą intensywność występowania przerw w zasilaniu węzła można uzyskać z zależności [1]

$$\lambda_z = \sum_{i=1}^n \frac{dq_z}{dq_i} \lambda_i \quad (5)$$

$$= \sum_{i=1}^n ((P(z̄ \wedge z̄_i, q_i = 1) - P(z̄ \wedge z_i, p_i = 1)) \lambda_i)$$

natomiast wyrażenie na zastępczy średni czas trwania tych przerw w zasilaniu z zależności

$$\bar{t}_a = \frac{q_z}{\lambda_z - \lambda_z \cdot q_z} = \frac{q_z}{p_z \lambda_z} = \bar{t}_{p,z} \frac{q_z}{p_z} \quad (6)$$

Ważność poszczególnych elementów w zawodności  $\bar{I}_i$  i niezawodności  $I_i$  zasilania uzyskuje się z zależności

$$\bar{I}_i = \frac{\partial P(z̄)}{\partial P(z̄_i)} = \frac{\partial q_z}{\partial q_i}, \quad I_i = \frac{\partial P(z)}{\partial P(z_i)} = \frac{\partial p_z}{\partial p_i} \quad (7)$$

Wkłady bezwzględne  $W_{z̄_i}$  i względne  $w_{z̄_i}$  zawodności elementów w prawdopodobieństwo braku zasilania wyznacza się z zależności

$$W_{z̄_i} = P(z̄_i) \cdot \frac{\partial P(z̄)}{\partial P(z̄_i)} = q_i \cdot \frac{\partial q_z}{\partial q_i}$$

$$w_{z̄_i} = \frac{W_{z̄_i}}{\sum_i W_{z̄_i}} \quad (8)$$

Znajomość zależności na prawdopodobieństwa wystąpienia, intensywności i czasu trwania przerw w zasilaniu węzła odbiorczego pozwala na wyznaczenie dalszych wskaźników niezawodności [1,3].

### 3. IMPLEMENTACJA BAYESOWSKICH ALGORYTMÓW SYMBOLICZNYCH OBLICZEŃ WYBRANYCH WSKAŹNIKÓW NIEZAWODNOŚCI ZASILANIA ENERGIĄ ELEKTRYCZNĄ

Obecnie wiele programów komputerowych posiada możliwość dokonywania obliczeń symbolicznych, [7,8]. Ze względu na wysoką wydajność, szerokie możliwości wizualizacji i prezentacji danych, do generowania symbolicznych wskaźników zawodności i niezawodności zasilania z wykorzystaniem sieci bayesowskich zastosowano aplikację Mathematica [7].

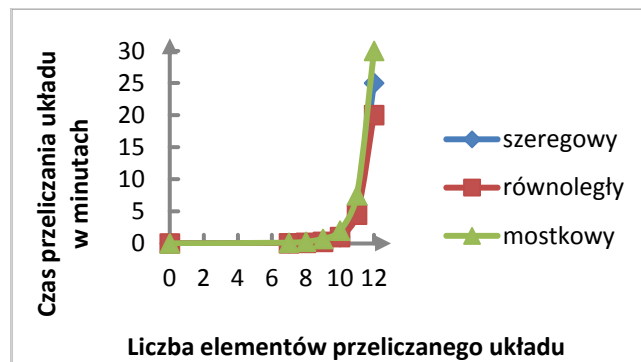
W celu wygenerowania tablicy prawdopodobieństw łącznych CTP<sup>ZZ</sup> zapisano  $m=2n$  kombinacji elementów sprawnych i uszkodzonych w danym układzie  $n$ -elementowym, w postaci zapisu binarnego. Liczba  $m$  oznacza jednocześnie numer wiersza tabeli. Zamiana wartości 0 na  $q_i$  oraz 1 na  $p_i$  pozwala prowadzić dalsze obliczenia w formie symbolicznej. Wartości kolumny  $P(\bar{z} / Z_1, \dots, Z_n)$  z tablicy CPT<sup>ZZ</sup> wyliczana jest na podstawie równania logicznego (5) [9].

Uzyskana tablica CTP<sup>ZZ</sup> pozwala na wyprowadzenie wartości  $q_z$  i  $p_z$  z zależności (4). Generowanie zastępczej intensywności występowania przerw w zasilaniu  $\lambda_z$  węzła  $Z$  realizuje zależność (5) wykorzystująca wyprowadzone uprzednio wartości  $q_z$ . Wyznaczanie pochodnej  $\partial q_z / \partial q_i$  ze względu na zbyt długi czas jej wyznaczania przez funkcje wbudowane w Mathematica 8, przeprowadzono w sposób alternatywny. Następuje oddzielenie elementów z zależności  $q_z$ , posiadających w zapisie  $q_i$ , podzielenie tych elementów przez  $q_i$  a następnie ich zsumowanie. Wszystkie pochodne podstawiane są do zależności (5). Symboliczne generowanie zastępczego średniego czasu trwania przerwy w zasilaniu  $\bar{t}_{az}$  w punkcie  $Z$  realizuje zależność (6) na podstawie obliczonych uprzednio wskaźników. W podobny sposób odbywa się wyprowadzanie ważności poszczególnych elementów w niezawodności zasilania (7), generowanie wkładów bezwzględnych zawodności elementów  $W_{z_i}$  oraz wkładów względnych zawodności elementów  $w_{z_i}$  w prawdopodobieństwo braku zasilania węzła  $Z$  (8).

### 4. WYNIKI KONTROLNYCH SYMBOLICZNYCH OBLICZEŃ WYBRANYCH WSKAŹNIKÓW NIEZAWODNOŚCI ZASILANIA ENERGIĄ ELEKTRYCZNĄ

Kontrolę poprawności opracowanych bayesowskich algorytmów obliczeń wybranych symbolicznych wskaźników zawodności i niezawodności zasilania energią elektryczną przeprowadzono na trzech grupach układów zasilania, szeregowego, równoległego i mostkowego. Uzyskane z obliczeń symbolicznych zależności na wskaźniki zawodności i niezawodności dla tych układów są identyczne jak zależności uzyskiwane analitycznie [1,3].

Z przeprowadzonych obliczeń symbolicznych wynika, iż czas ich trwania jest głównie uzależniony od liczby elementów układu zasilania węzła odbiorczego a tylko w niewielkim stopniu od jego złożoności (rys.2).



Rys. 2. Czas trwania obliczeń wybranych symbolicznych wskaźników zawodności i niezawodności układów zasilania opracowanymi algorytmami

### 5. UWAGI KOŃCOWE

Zdaniem autorów referatu zmniejszenie czasu trwania bayesowskich obliczeń symbolicznych wskaźników zawodności i niezawodności układów zasilania energią elektryczną jest możliwe poprzez:

- dalsze doskonalenie opracowanych algorytmów obliczeń symbolicznych;
- grupowanie elementów układu zasilania (szeregowych, równoległych i mostkowych) w zastępcze zgrupowania dla których można wykorzystywać wyprowadzone już zależności na wskaźniki zawodności i niezawodności;
- dla układów złożonych prowadzić obliczenia symboliczne na wyrażeniach logicznych polegające na ich wielokrotnej dekompozycji na alternatywy rozłączne i upraszczaniu tych alternatyw w celu wyeliminowania powtarzających się zmiennych losowych i sprowadzeniu ich do postaci dla których można wykorzystywać wyprowadzone już zależności na wskaźniki zawodności i niezawodności.

### 6. LITERATURA

1. Korniluk W., Klimaszewski A.: Analiza niezawodności elektroenergetycznej sieci rozdzielczej średniego napięcia z wykorzystaniem sieci bayesowskich. Wiadomości Elektrotechniczne, nr 2, 2011.
2. Paska J.: Niezawodność systemów elektroenergetycznych. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2005.
3. Korniluk W., Klimaszewski A.: Bayesowskie algorytmy wyznaczania wskaźników niezawodności zasilania energią elektryczną, Karpacz 2011.
4. Rabinin I.A., Możajew A.S., Swirin S.K., Polenin W.I.: Technologia automatycznego modelowania systemów złożonych. Radioelektronika Morska, № 2(24),2008, z. 52-55
5. Marzecki Jerzy.: Niezawodność rozdzielczych sieci elektroenergetycznych, Wydawnictwo naukowe instytutu Technologii i Eksploatacji – PIB, Warszawa 2009
6. Sozański J.: Niezawodność zasilania energią elektryczną, WNT, Warszawa 1982, ISBN 9788320403725.
7. Grzymkowski R. i inni.: Mathematica 6, Gliwice 2008, ISBN 83-60716-25-0

8. Miedziarek M.: Numeryczna analiza systemów dynamicznych w środowisku MATLAB, Leszno 2011, ISBN 978-83-928439-3-1
9. Guk J.B.: Analiza niezawodności systemów elektroenergetycznych, Energoawtomizdat, Leningrad 1988  
Praca wykonana w ramach projektu naukowo-badawczego S/WE/4/08

## **BAYESIAN ALGORITHMS TO CALCULATING SYMBOLIC RATES OF THE UNRELIABILITY AND THE RELIABILITY OF THE ELECTRIC SUPPLY – CONFERENCE PAPER**

**Key-words:** Bayesian networks, reliability indicators, symbolic calculations.

The report presents the use of Bayesian networks in calculation of symbolic indicators of reliability and unreliability of the electric power supplying load point. The calculation of indicators of reliability is determined by the analytical dependencies. These dependencies are used to estimate: probability of up or down state of power system components supplying the load point; total probability distribution; conditional probabilities of the state power or lack of power appearance; the intensity of current interruptions and the average time of their duration; contributions of individual power system components in the service reliability. This report describes how to obtain these analytical dependencies, using ultimate application for symbolic computations Mathematica (ver. 8). In this paper we will discuss the results of the symbolic computations for selected supply power system and methods for reducing the duration of symbolic computations of indicators for multiple-compound electrical power systems.