

Zjawisko przeskoków i histerezy w nieliniowym modelu układu pojazd szynowy - tor

Dynamikę układów nieliniowych charakteryzuje kilka zjawisk nieznanych na gruncie układów liniowych. Jednym z nich jest zjawisko przeskoków i histerezy. Utworzono nieliniowy model numeryczny układu pojazd szynowy - tor z wykorzystaniem oprogramowania inżynierskiego VI-Rail. Siła wymuszająca zadawana jest poprzez wprowadzenie na oba toki szynowe harmonicznych nierówności poprzecznych. Regulacja parametrów wymuszenia odbywa się poprzez zmiany długości i amplitudy fali nierówności oraz prędkości ruchu modelu. Obserwowane rozwiązania to przemieszczenia poprzeczne pierwszego zestawu kołowego.

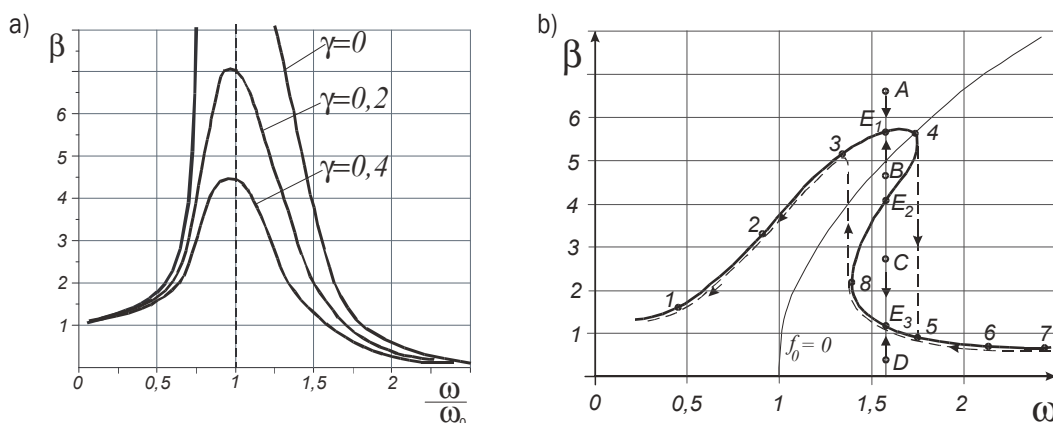
Wstęp

Ruch pojazdu szynowego, bez względu na kształt i charakter toru, stanowi skomplikowany proces równoważenia się sił pionowych i poprzecznych w kontakcie kół z szynami. Klasyczny układ elementów, w którego skład wchodzi: sztywne zestawy kołowe o profilach stożkowych i pochylone poprzecznie szyny, stanowi nieliniowy, tłumiony układ drgający o kilku stopniach swobody. Przyczyn powstawania drgań w układzie zestaw kołowy - tor jest kilka; najważniejsze to: różne długości promieni tocznych pomiędzy lewym i prawym kołem zestawu, różne kształty zarysów kół i szyn po lewej i prawej stronie, nierówności toru i inne. Większość tych drgań nie jest zauważalna podczas normalnej eksploatacji pojazdu, gdyż zostają stłumione poprzez odkształcenia sprężyste kół, osi i szyn oraz poślizgi na powierzchniach kontaktowych kół z szynami. Można je jednak zidentyfikować w badaniach symulacyjnych modeli dyskretnych, traktujących wszystkie bryły układu jako sztywne. Układ pojazd szynowy - tor, tak jak każdy układ drgający, posiada pewien charakterystyczny zakres parametrów wymuszających (np. amplitud nierówności toru, długości fal nierówności), dla którego może nastąpić znaczny wzrost wartości przemieszczeń

niektórych elementów układu. Jedne z ważniejszych w dynamice maszyn wykresy, obrazujące zmiany wybranego parametru układu w funkcji częstości wymuszenia, przedstawione są na rysunku 1. Wybrany parametrem może być np. amplituda przemieszczeń dowolnego elementu A lub - częściej - względny współczynnik bezwymiarowy β , zdefiniowany jako iloraz amplitudy przemieszczeń pod działaniem siły wymuszającej i wartości przemieszczenia elementu w stanie statycznym: $\beta = A/A_{st}$.

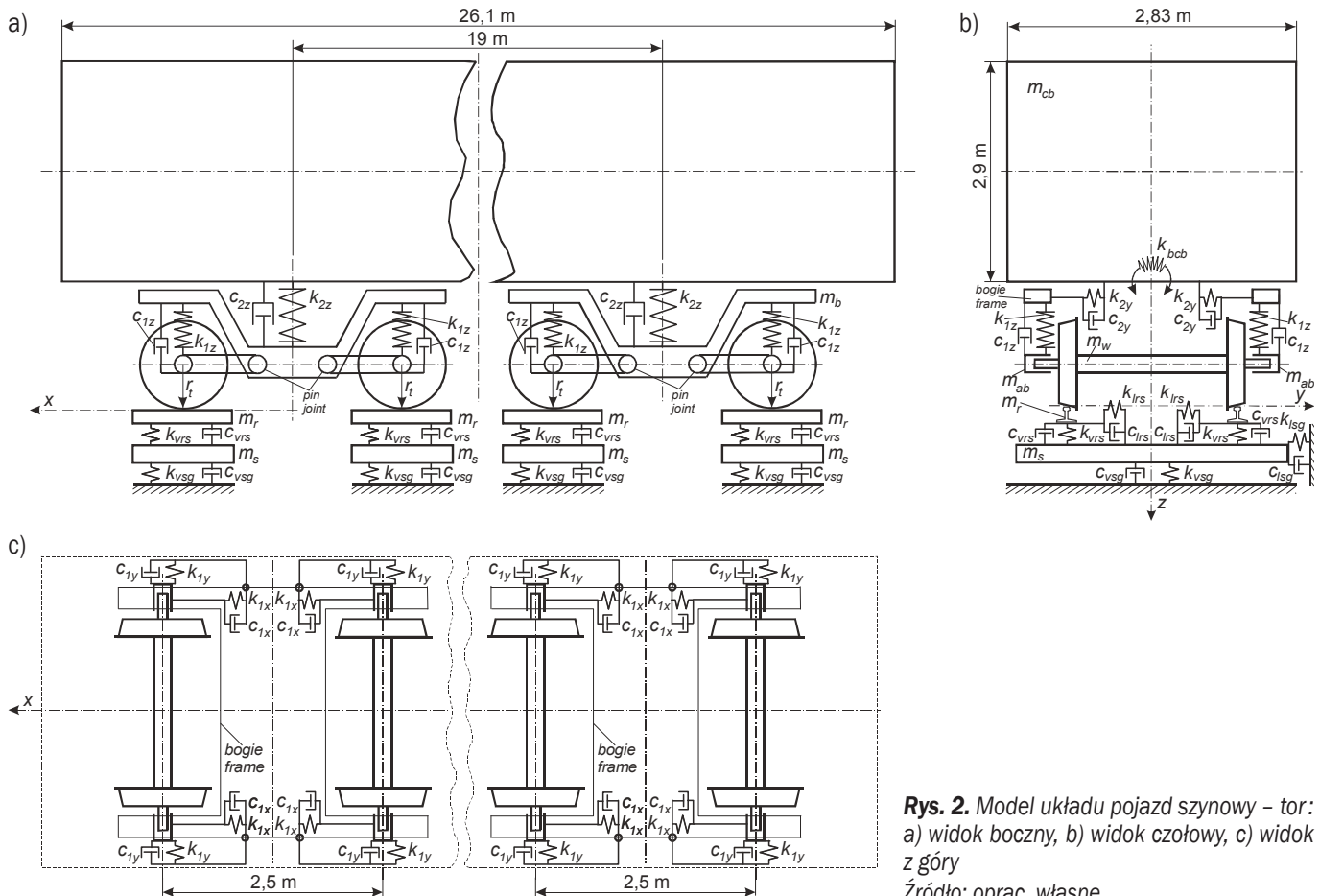
W układach z tłumieniem współczynnik ten pozwala zobrazować wpływ tłumienia γ na zachowanie się układu. Jeżeli model jest liniowy, to jednym z jego charakterystycznych parametrów jest częstość drgań własnych ω_0 . Wówczas współczynnik β przedstawia się w funkcji ilorazu częstości siły wymuszającej ω do częstości drgań własnych ω_0 (rys. 1a). Badany w pracy układ pojazd szynowy - tor jest układem nieliniowym, dlatego badania symulacyjne tego układu powinny opierać się na modelach nieliniowych [5]. Jedną z zasadniczych cech odróżniających układy nieliniowe od liniowych jest zależność częstości drgań własnych układu nieliniowego od warunków początkowych. Traci więc sens (w przypadku tych układów) pojęcie częstości drgań własnych ω_0 . W związku z tym współczynnik β w układach nieliniowych przedstawiany jest w funkcji częstości wymuszenia ω (rys. 1b) lub - czasem - w funkcji ilorazu częstości wymuszenia do częstości drgań własnych układu opisanego modelem zlinearyzowanym [4]. Drgania wymuszone siłą harmoniczną układów nieliniowych mogą przyjmować częstość równą częstości wymuszenia, jak również częstość będącą wielokrotnością lub ułamkiem częstości wymuszenia. Możliwych jest więc kilka rezonansów. To druga zasadnicza cecha różniąca układy nieliniowe od liniowych, w których drgania wymuszone siłą harmoniczną mają częstość równą częstości tej siły. Trzecia zasadnicza różnica to zależność wartości przemieszczeń obserwowanego elementu od kierunku zmian częstości wymuszenia.

W badaniach symulacyjnych modelu przejawia się to w ten sposób, że przy zwiększaniu częstości wymuszenia, wartości rozwiązań wzrastają wzdłuż linii oznaczonej punktami 1, 2, 3, 4 (rys. 1b). W punkcie 4 niewielkie zwiększenie częstości wymuszenia powoduje gwałtowną zmianę wartości rozwiązań i przejście do punktu 5. Przy dalszym zwiększaniu częstości wymuszenia otrzymuje się rozwiązania o wartościach odpowiadających linii oznaczonej punktami



Rys. 1. Wpływ częstości wymuszenia na wartości przemieszczeń elementów układu: a) liniowego, b) nieliniowego

Źródło: oprac. własne.



Rys. 2. Model układu pojazd szynowy - tor: a) widok boczny, b) widok czołowy, c) widok z góry
Źródło: oprac. własne.

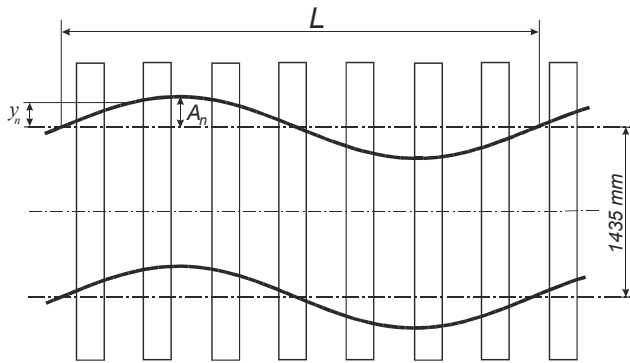
5, 6, 7. Jeżeli następnie w tym samym układzie częstość wymuszenia będzie zmniejszana, rozwiązania będą miały wartości odpowiadające linii oznaczonej punktami 7, 6, 5 i 8. W punkcie 8 przy niewielkim zmniejszeniu częstości nastąpi gwałtowny wzrost wartości rozwiązań do punktu 3. Przy dalszym zmniejszaniu częstości rozwiązania odpowiadają linii 3, 2, 1. Można więc zauważyć, że charakterystyczny przeskok wartości rozwiązań przy zwiększaniu częstości wymuszenia następuje przy większej częstości niż przy zmniejszaniu częstości wymuszenia. Ponadto w zakresie tych częstości możliwych jest kilka stanów ustalonych (linia ograniczona punktami 3, 4, 5, 8). Jednak spośród kilku stanów ustalonych możliwe do zaobserwowania są tylko stany stateczne, co oznacza, że gdyby w chwili początkowej stan układu określały punkty A lub B, to pod wpływem siły wymuszającej stan układu ustaliłby się w punkcie E_1 . Podobnie punkt E_3 będzie stanem statecznym dla stanów początkowych określonych punktami C lub D. Odcinek 4–8 reprezentuje stany niestateczne: gdyby w chwili początkowej stan układu określony był w punkcie E_2 , to każde wyprowadzenie układu z tego stanu (np. poprzez zmianę amplitudy wymuszenia) spowoduje przejście do stanu statecznego E_1 lub E_3 . W badaniach symulacyjnych istnieje możliwość przybliżonego określenia położenia odcinka 4–8 poprzez precyzyjne dobieranie warunków początkowych. Wymaga to odrębnych badań.

W niniejszej pracy skupiono się na zjawisku gwałtownej zmiany wartości rozwiązań przy nieznacznej zmianie wartości częstości wymuszenia. W dynamice układów nieliniowych zjawisko to nazywane jest przeskokiem. A ponieważ częstość, przy której zachodzi przeskok, zależy od kierunku zmian częstości wymu-

szenia, linie określone punktami 3, 4, 5, 8, 3 tworzą charakterystyczną pętlę nazywaną pętlą histerezy. Zjawiska przeskoku i histerezy występują w układach nieliniowych łącznie i jest to kolejna cecha różniąca układy nieliniowe od liniowych, na gruncie których zjawisko przeskoku i histerezy nie występuje. Celem wykonanych badań było sprawdzenie, czy zjawisko przeskoku i histerezy jest możliwe do zaobserwowania w nieliniowym modelu układu pojazd szynowy - tor.

1. Badany model

W badaniach wykorzystano 4-osiowy model wagonu pasażerskiego, zbudowany w środowisku programowym VI-Rail (dawniej ADAMS-Rail). Jest to układ dyskretny, którego schemat przedstawiono na rys. 2. Model pojazdu składa się z piętnastu brył sztywnych: nadwozia, dwóch ram wózków, czterech zestawów kołowych i ośmiu maźnic. Zestawy kołowe tworzą z maźnicami pary kinematyczne piątej klasy (możliwy jest tylko względny ruch obrotowy zestawów wokół osi poprzecznej). Ramie każdej maźnicy umożliwia wahaczowe prowadzenie zestawów kołowych. Mocowanie maźnic do ramy wózka zapewniają elementy przegubowe podatne w kierunku wzdłużnym, poprzecznym i pionowym. Zastosowano liniowe, jak i nieliniowe elementy sprężyste i tłumiące, łączące poszczególne bryły sztywne. Reprezentują one metalowe sprężyny śrubowe i tłumiki hydrauliczne na pierwszym i drugim stopniu usprężynowania. W układzie zawieszenia znajdują się jeszcze niewidoczne na schemacie zderzaki ograniczające przemieszczenia poprzeczne nadwozia względem ramy wózka do $\pm 0,03$ m. Parametry masowe i wymiary geometryczne modelu odpowiadają



Rys. 3. Kształty i wielkości charakteryzujące nierówność toru
Źródło: oprac. własne.

wagonowi typu 127A. Parametry wózków odpowiadają wózkom typu 25AN.

Model pojazdu uzupełniony jest również dyskretnym modelem pionowo i poprzecznie podatnego toru. Masy brył sztywnych reprezentujących szyny i podkłady odpowiadają odcinkowi 1 m długości rzeczywistego toru. Parametry sprężysto-tłumiące po-

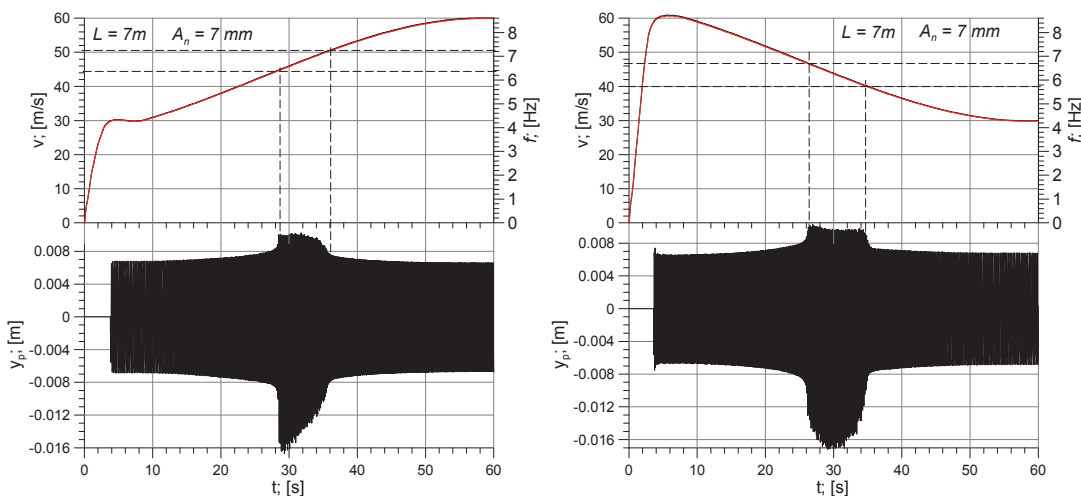
między bryłami sztywnymi zaczerpnięto z biblioteki VI-Rail. Są to parametry typowego toru podsypkowego. W obliczeniach model wykorzystuje tablice parametrów kontaktowych generowanych przez program RSGEO dla nowych, nominalnych zarysów kół S1002 i szyn UIC60 z pochyleniem poprzecznym 1:40. Szerokość toru wynosi 1 435 mm. Do obliczeń stycznych sił kontaktowych w układzie koło – szyna używana jest procedura FASTSIM. Procedura obliczania sił kontaktowych stanowi zasadniczy element nieliniowy modelu. Kompletny układ pojazd szynowy – tor posiada 82 stopnie swobody.

2. Metoda badań

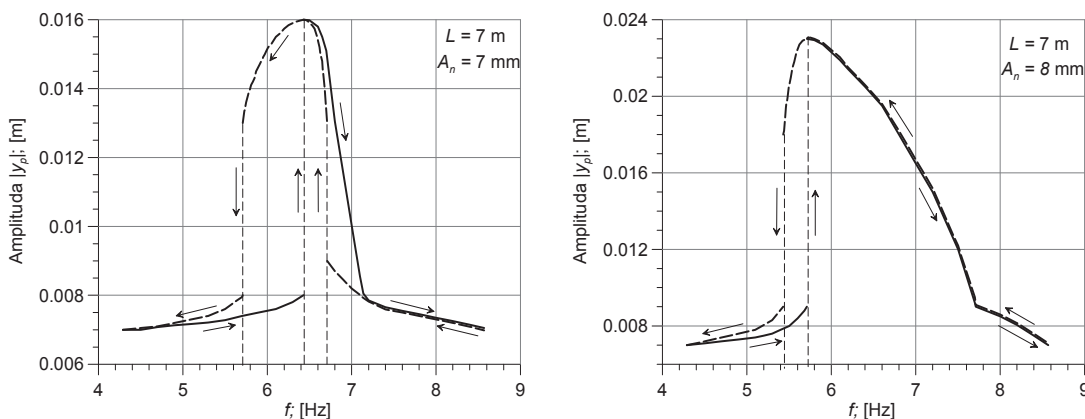
Badania ograniczono do ruchu po torze prostym. Na oba toki szynowe wprowadzono nierówności poprzeczne (jedyne nierówności toru występujące w badaniach). Jest to forma zadawania wymuszeń na poruszający się po torze model pojazdu. Prędkość ruchu modelu wagonu po takim torze jest proporcjonalna do częstości wymuszeń poprzecznych działających na model. W celu skrócenia czasu badań model wagonu przemieszcza się po torze ruchem jednostajnie zmiennym. Pozwala to w jednej symulacji zaobserwować zachowanie modelu (lub wybranych jego elementów) w szerokim zakresie zmian prędkości ruchu. Zastosowano pojedyncze harmoniczne nierówności toru (rys. 3) o parametrach:

- ♦ długość fali nierówności zmienia się co metr, odpowiednio $L = 7, 8, 9, 10, 11$ m;
- ♦ amplituda nierówności zmienia się co milimetr, odpowiednio $A_n = 4, 5, 6, 7, 8$ mm.

Na torze o określonej długości fali nierówności i kolejno zwiększanej amplitudzie nierówności model wykonywał ruch jednostajnie przyspieszony, a następnie jednostajnie opóźniony. Obserwowano przemieszczenia poprzeczne pierwszego zestawu kołowego y_p . Jest rzeczą oczywistą, że częstość zadawanych w ten sposób wymuszeń jest funkcją prędkości ruchu. Nie należy więc w takich badaniach przekroczyć prędkości krytycznej modelu v_n . Przekroczenie prędkości krytycznej może oznaczać pojawienie się drgań samowzbudnych w układzie [3, 6, 7–9]. A więc zachowanie modelu będzie wówczas efektem nałożenia się wymuszeń od nierówności toru i drgań samowzbudnych. W konfiguracji użytej do badań model posiada prędkość krytyczną 66,2 m/s. W związku z tym wszystkie wykonane badania kończą się przy prędkości 60 m/s. Oznacza to, że dla najkrótszej fali nierówno-



Rys. 4. Prędkość ruchu modelu v i przemieszczenia poprzeczne pierwszego zestawu kołowego y_p na torze o długości fali nierówności $L = 7$ m i amplitudzie nierówności $A_n = 0,007$ m w ruchu: a) jednostajnie przyspieszonym, b) jednostajnie opóźnionym
Źródło: oprac. własne.



Rys. 5. Amplitudy przemieszczeń poprzecznych zestawu kołowego w dziedzinie częstotliwości wymuszenia dla amplitudy nierówności toru A_n : a) 0,007 m, b) 0,008 m
Źródło: oprac. własne.

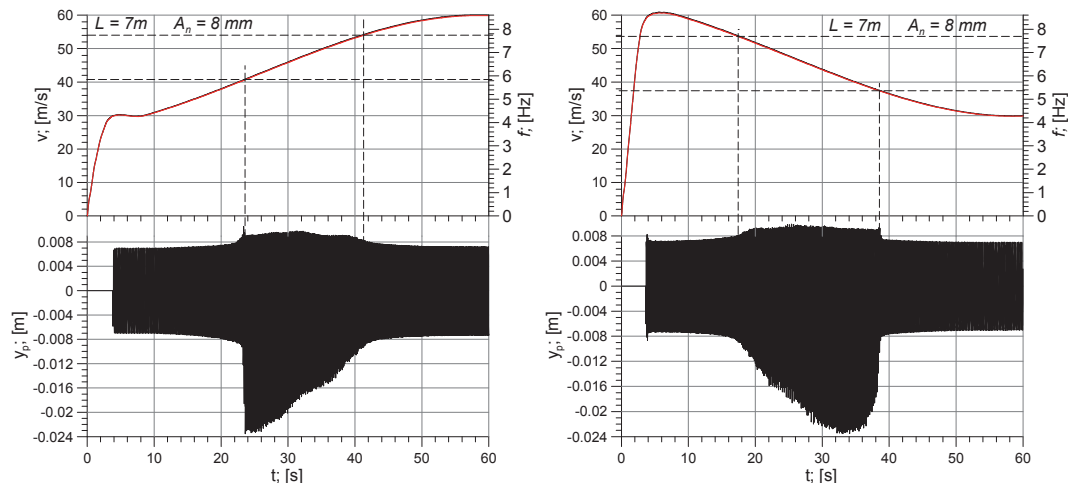
ści $L = 7$ m maksymalna częstotliwość wymuszenia wynosić będzie 8,57 Hz, zaś dla najdłuższej fali nierówności $L = 11$ m – 5,45 Hz. Najmniejsza zadawana prędkość ruchu to 30 m/s. Częstotliwości wymuszenia wynoszą wówczas odpowiednio: dla najkrótszej fali nierówności – 4,29 Hz, dla najdłuższej – 2,73 Hz.

3. Wyniki badań

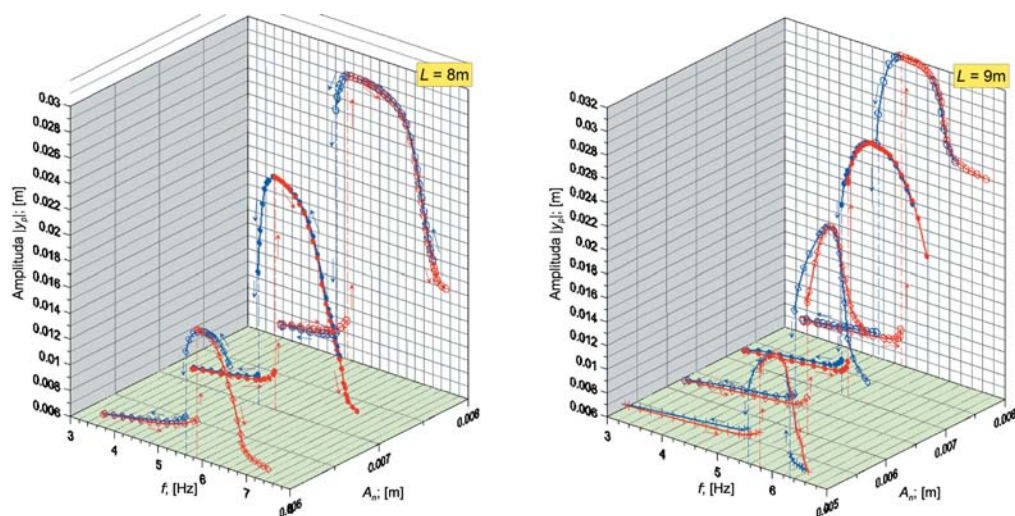
Ze względu na ograniczoną objętość artykułu przedstawione będą tylko wybrane wyniki cząstkowe i zbiorcze. Przyjęto graficzną formę prezentacji.

Na rysunku 4 przedstawiono przemieszczenia poprzeczne pierwszego zestawu kołowego y_p w funkcji czasu t . Wykres pomocniczy powyżej przedstawia prędkość modelu w poszczególnych chwilach czasu i odpowiadającą jej częstotliwość wymuszenia od nierówności toru f . Pierwsze 3 sekundy symulacji (rys. 4a) to rozpędzanie wagonu do prędkości 30 m/s po torze gładkim ($y_p = 0$). Przez następne 3 sekundy model ma stałą prędkość 30 m/s i wówczas wjeżdża na odcinek toru z nierównościami poprzecznymi o długości fali $L = 7$ m i amplitudzie nierówności $A_n = 0,007$ m. Obserwowany pierwszy zestaw kołowy zaczyna przemieszczać się poprzecznie z amplitudą ok. 0,007 m. Następnie zaczyna się ruch jednostajnie przyspieszony z przyspieszeniem $a = 0,625$ m/s². Przemieszczenia poprzeczne zestawu narastają do ok. 0,008 m przy prędkości ruchu 45 m/s, co przy tej długości fali nierówności odpowiada częstotliwości wymuszenia ok. 6,4 Hz. Wówczas pojawia się skokowy wzrost wartości przemieszczeń poprzecznych zestawu do ok. 0,016 m. Dalsze zwiększanie prędkości ruchu do 51 m/s, co odpowiada zwiększeniu częstotliwości wymuszenia do ok. 7,2 Hz, powoduje znaczne zmniejszanie wartości przemieszczeń poprzecznych zestawu do ok. 0,008 m, ale nie jest to zmiana skokowa. Zwiększanie prędkości do 60 m/s, co odpowiada częstotliwości wymuszenia ok. 8,57 Hz, prowadzi do zmniejszenia wartości przemieszczeń poprzecznych zestawu do ok. 0,007 m.

Analogiczna symulacja została wykonana dla ruchu jednostajnie opóźnionego (rys. 4b). Przez pierwsze 3 sekundy model rozpędzany jest do prędkości 60 m/s po torze gładkim ($y_p = 0$). Przy stałej prędkości 60 m/s wjeżdża na odcinek toru z nierównościami. Zestaw kołowy przemieszcza się poprzecznie z amplitudą ok. 0,007 m. Następnie rozpoczyna się ruch jednostaj-



Rys. 6. Prędkość ruchu modelu v i przemieszczenia poprzeczne pierwszego zestawu kołowego y_p na torze o długości fali nierówności $L = 7$ m i amplitudzie nierówności $A_n = 0,008$ m w ruchu: a) jednostajnie przyspieszonym, b) jednostajnie opóźnionym
Źródło: oprac. własne.



Rys. 7. Zestawienie wartości bezwzględnych amplitud przemieszczeń poprzecznych pierwszego zestawu kołowego $|y_p|$ w funkcji częstotliwości wymuszenia f i amplitudy nierówności toru A_n oraz długości fali nierówności L : a) 8 m, b) 9 m
Źródło: oprac. własne.

nie opóźniony z opóźnieniem $a = -0,625$ m/s². Zmniejszaniu prędkości towarzyszy zwiększanie przemieszczeń poprzecznych zestawu kołowego do ok. 0,008 m przy prędkości 47 m/s, co odpowiada częstotliwości wymuszeń 6,7 Hz. Wówczas można zaobserwować skokowy wzrost wartości przemieszczeń poprzecznych zestawu do ok. 0,013 m, a następnie łagodny wzrost do ok. 0,016 m. Zmniejszanie prędkości do 40 m/s, co odpowiada częstotliwości 5,7 Hz, powoduje zmniejszanie wartości przemieszczeń poprzecznych zestawu do ok. 0,008 m. Dalsze zmniejszanie prędkości do 30 m/s, co odpowiada częstotliwości wymuszenia 4,3 Hz, powoduje zmniejszenie przemieszczeń poprzecznych zestawu do 0,007 m. Porównując wykresy z rysunków 4a i 4b, można zauważyć, że skokowe zmiany wartości przemieszczeń poprzecznych zestawu – przy zwiększaniu prędkości ruchu – zachodzą przy innych wartościach prędkości (częstotliwości wymuszenia) niż w przypadku zmniejszania prędkości. Ujęcie amplitud wartości bezwzględnych przemieszczeń

poprzecznych zestawu z obu symulacji i wyrażenie ich w funkcji częstotliwości wymuszenia pozwala na utworzenie wykresu przedstawionego na rysunku 5a.

Linia ciągła odpowiada zwiększaniu częstotliwości wymuszenia (ruch jednostajnie przyspieszony), linia przerywana (grubsza) – zmniejszaniu częstotliwości (ruch jednostajnie opóźniony). Można zauważyć, że pętla histerezy występuje tutaj w zakresie 5,7 Hz–6,42 Hz. Przy częstotliwości 6,7 Hz występuje skok wartości rozwiązań przy zmniejszaniu częstotliwości. Jednak przy zwiększaniu częstotliwości obserwuje się stopniowe zmniejszanie wartości rozwiązań, dlatego pętla histerezy jest tutaj niepełna.

Analogiczne symulacje ruchu wykonano dla amplitudy nierówności 0,008 m i tej samej długości fali (7 m). Wyniki przedstawiono na rysunku 6.

Zwiększanie częstotliwości wymuszenia powoduje skokową zmianę wartości rozwiązań przy 5,76 Hz. Dalsze zwiększanie częstotliwości powoduje stopniowe zmniejszanie wartości rozwiązań. W ruchu jednostajnie opóźnionym zmniejszanie częstotliwości wymuszenia powoduje stopniowe zwiększanie wartości rozwiązań, następnie stopniowe zmniejszanie i skokowe zmniejszenie z ok. 0,0016 m do 0,008 m przy częstotliwości 5,4 Hz. Zestawienie amplitud przemieszczeń poprzecznych zestawu z obu symulacji w dziedzinie częstotliwości wymuszenia przedstawiono na rysunku 5b. Można tutaj zauważyć, że pętla histerezy występuje w zakresie częstotliwości 5,4–5,76 Hz.

Analogiczne symulacje ruchu wykonano dla każdej długości fali i amplitudy nierówności wymienionych w poprzednim rozdziale. Wybrane wyniki zbiorcze przedstawiono na rysunku 7.

Wnioski

Wykonane badania potwierdzają możliwość zaobserwowania zjawiska przeskoku i histerezy w oparciu o nieliniowy model numeryczny układu pojazd szynowy – tor. Pojawiają się gwałtowne zmiany wartości rozwiązań przy różnych częstotliwościach wymuszenia w zależności od kierunku zmiany częstotliwości. Należy zauważyć, że przemieszczenia poprzeczne zestawu kołowego y_p osiągają tutaj znaczne wartości. W układzie rzeczywistym takie wartości oznaczają wjazd obrzeża koła na główkę szyny i duże prawdopodobieństwo wykolejenia pojazdu. A więc skuteczne badanie zjawiska przeskoku i histerezy dla układu pojazd szynowy – tor możliwe jest tylko w oparciu o modele. Na uwagę zasługuje również brak symetrii przemieszczeń poprzecznych zestawu kołowego dla dużych wartości tych przemieszczeń (większych od $\pm 0,008$ m). Przyczyną takiego stanu może być fakt, iż zestawy kołowe nie toczą się niezależnie. Na zachowanie pierwszego zestawu wpływ ma drugi zestaw „opóźniony” na fali nierówności względem pierwszego o 2,5 m (baza wózka). Ponadto na zachowanie pierwszego wózka ma wpływ drugi wózek „opóźniony” na fali nierówności względem pierwszego o 19 m. Interesującym zadaniem może być próba zbadania występowania zjawiska przeskoku i histerezy w ruchu po łuku, gdzie w większości przypadków występuje asymetria przemieszczeń poprzecznych zestawów kołowych. Uzyskane wyniki mogłyby zweryfikować domniemane przyczyny braku symetrii przemieszczeń na torze prostym.

Analiza wyników nie pozwala na stwierdzenie występowania ogólnych reguł dotyczących wpływu amplitudy lub długości fali nierówności na parametry pętli histerezy. Można zauważyć efekt oczywisty, że większa amplituda nierówności poprzecznych toru powoduje większe przemieszczenia poprzeczne zestawu. Nato-

miast częstotliwości, przy których pojawiają się przeskoki wartości rozwiązań, są charakterystyczne dla każdego przypadku. Istotnym ograniczeniem w tych badaniach jest brak możliwości dowolnego zwiększania częstotliwości wymuszenia ze względu na prędkość krytyczną modelu 66,2 m/s. Ogranicza to częstotliwość wymuszenia od góry do 8,57 Hz przy długości fali nierówności 7 m i do 5,45 Hz przy długości fali 11 m. Stąd na torze o długości fali nierówności 10 i 11 m nie ma możliwości zaobserwowania charakteru rozwiązań po wystąpieniu skokowej zmiany wartości przemieszczeń poprzecznych zestawu kołowego.

Bibliografia:

1. Arczewski K., Pietrucha J., Szuster J. T., *Drgania układów fizycznych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2008.
2. Engbo Christiansen L., True H., *On the dynamics of railway vehicle tracks with lateral irregularities*, [in:] I. Zobory (ed.), *Proceedings of the 12th Mini VSDIA Symposium*, Budapest 2010.
3. Gasch R., Moelle D., Knothe K., *The effect of non-linearities on the limit-cycles of railway vehicles*, [in:] *Proceedings of the 8th IAVSD-Symposium*, Massachusetts Institute of Technology, Swets & Zeitlinger. Lisse, Cambridge 1984.
4. Osiński Z., *Teoria drgań*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1978.
5. Polach O., Berg M., Iwnicki S., *Simulation*, [in:] S. Iwnicki (ed.), *Handbook of railway vehicle dynamics*, CRC Press, Taylor and Francis Group, Boca Raton, London-New York 2006.
6. True H., Jensen J. Ch., *Parameter study of hunting and chaos in railway vehicle dynamics*, [in:] Z. Shen (ed.), *Proc. 13th IAVSD Symposium, supplement to Vehicle System Dynamics*, Vol. 23, Taylor & Francis, 1994.
7. Zboiński K., Dusza M., *Bifurcation approach to the influence of rolling radius modelling and rail inclination on the stability of railway vehicle in a curved track*, [in:] *Proceedings of 20th IAVSD Symposium, supplement to Vehicle System Dynamics*, Vol. 46, Berkeley 2008.
8. Zboiński K., Dusza M., *Extended study of railway vehicle lateral stability in a curved track*, „*Vehicle System Dynamics*” 2011, No. 5 (49).
9. Zboiński K., Dusza M., *Self-exciting vibrations and Hopf's bifurcation in non-linear stability analysis of rail vehicles in curved track*, „*European Journal of Mechanics*” 2010, No. 2 (29), Part A/Solids.

Autor:

dr inż. **Mirosław Dusza** – Politechnika Warszawska, Wydział Transportu

Jump and hysteresis phenomenon in rail vehicle – track nonlinear model

Some phenomena unknown on the ground of linear systems characterize dynamics of non-linear systems. One of them is jump and hysteresis phenomena. Non-linear dynamical model of rail vehicle – track was created with use of engineering software package VI-Rail. Harmonic lateral irregularities are impose on both rails. It is a way to put some excitation on the vehicle. Parameters of the excitation are adjusted by change of wavelength and amplitude of irregularities, and vehicle model velocity. First wheelset lateral displacement is observed.