

STEROWANIE ŚLIZGOWE W UKŁADZIE POŁĄCZONYCH ZBIORNIKÓW

Mirosław TOMERA

Akademia Morska w Gdyni, Wydział Elektryczny, ul. Morska 81-87, 81-225 Gdynia
tel: +48 58 690 1471, fax: +48 58 690 1445, e-mail: tomera@am.gdynia.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiony został układ regulacji poziomu wody wykorzystujący sterowanie ślizgowe. Zaprezentowany algorytm sterowania ślizgowego opiera się na nieliniowej powierzchni ślizgania pierwszego rzędu. Niedogodnością sterowania ślizgowego są efekty częstych przełączeń sygnału sterowania, co niekorzystnie wpływa na trwałość i pracę urządzenia wykonawczego, w tym przypadku pompy. W celu usunięcia tej niedogodności w regulatorze ślizgowym, zamiast funkcji przekaźnikowej została zastosowana funkcja ograniczająca, wprowadzająca warstwę graniczną na powierzchni ślizgowej, co powoduje zlikwidowanie oscylacji (chatteringu). Na działanie algorytmu sterowania ślizgowego bardzo niekorzystnie wpływają również szумы pomiarowe, które usunięte zostały poprzez zastosowanie rozszerzonego filtra Kalmana. Ocena jakości pracy zaprojektowanego regulatora ślizgowego przeprowadzona została w oparciu o badania symulacyjne. Uzyskaną jakość pracy zaprojektowanego regulatora ślizgowego porównano z układem równoważnym zawierającym regulator liniowy PID.

Słowa kluczowe: sterowanie ślizgowe, rozszerzony filtr Kalmana, układ połączonych zbiorników.

1. WPROWADZENIE

Stosowany w przedsiębiorstwach przemysłowych rozwój technik sterowania ma na celu wzrost szybkości produkcji oraz jakości produkowanych towarów przy zachowaniu jak najniższych kosztów. W wielu zakładach przemysłowych w sterowaniu procesami, niezbędne jest dokładne sterowanie poziomami cieczy pompowanych do zbiorników magazynowych i przepływowych, połączonych między sobą. Układy połączonych zbiorników mają szerokie zastosowanie w wielu sektorach gospodarki takich jak oczyszczalnie ścieków, w przemyśle chemicznym i biochemicznym, w automatycznym dozowaniu cieczy, w przetwórstwie żywności i napojów, jak również w przemyśle farmaceutycznym. Schematycznie układ połączonych zbiorników przedstawiony został na rysunku 1. W literaturze można znaleźć różne strategie sterowania wykorzystywane do sterowania, takie jak: regulator PID [8], regulator rozmyty [6, 9], regulator neuronowo-rozmyty [11], sterowanie predykcyjne [4] czy sterowanie nieliniowe typu backstepping [10].

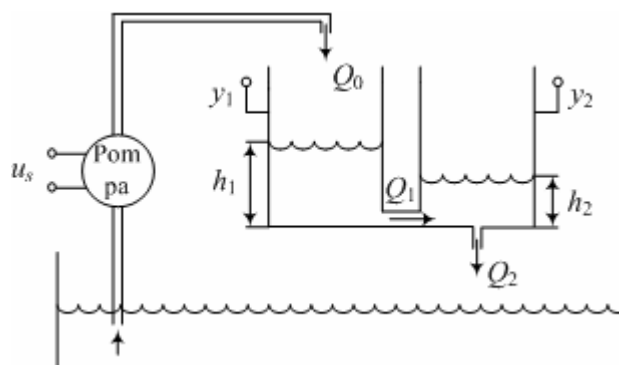
Sterowanie ślizgowe jest typem sterowania o zmiennej strukturze, gdzie dynamika układu nieliniowego jest zmieniana z dużą prędkością poprzez nieciągłe przełączanie

czasowe na określonej powierzchni ślizgowej [14]. Obecnie, projekt regulatora ślizgowego przeprowadzany jest w dwóch etapach (krokach): etap pierwszy obejmuje znalezienie pożądanej powierzchni ślizgowej dla dynamik stabilnych a etap drugi polega na zapewnieniu prawa sterowania, które pozwoli na osiągnięcie tej powierzchni ślizgowej. Trajektorie układu są bardzo wrażliwe na zmiany parametrów i na zakłócenia w czasie dochodzenia do trybu ślizgowego, natomiast są już odporne na te zmiany po osiągnięciu tego trybu [7].

Układ połączonych zbiorników posiada nieliniowe równania stanu i występują w nim zmiany parametrów i zakłóceń zewnętrznych. Dlatego też sterowanie ślizgowe zostało również zastosowane od sterowania poziomem cieczy w układzie połączonych zbiorników [1, 2, 3, 5].

W niniejszej pracy przedstawiony został algorytm sterowania ślizgowego oparty na nieliniowej powierzchni ślizgowej i zastosowany do sterowania poziomem wody w układzie połączonych zbiorników. Celem sterowania jest takie dostarczanie wody $Q_0(t)$ do lewego zbiornika, aby poziom wody w prawym zbiorniku $h_2(t)$ utrzymywał się w pobliżu pożądanej, zadanej wysokości h_{2z} .

W celu umożliwienia dokonania porównania wyników uzyskanych z zastosowaniem regulatora ślizgowego, zaprojektowany został równoważnym układ sterowania wykorzystujący regulator PID do sterowania poziomem wody w prawym zbiorniku. W celu przeprowadzenia syntezy regulatora PID, zlinearyzowany został model matematyczny układu połączonych zbiorników i dla tego układu przeprowadzone zostały badania symulacyjne.



Rys. 1. Schemat układu połączonych zbiorników

2. MODEL MATEMATYCZNY PROCESU

Obiekt sterowania, schematycznie pokazany na rysunku 1, składa się z dwóch identycznych zbiorników połączonych między sobą poprzez otwór znajdujący się w ścianie bocznej. Sterowanie natężeniem dopływu wody do pierwszego zbiornika odbywa się za pomocą zmiany prędkości obrotowej pompy. Otwór w ścianie pozwala na przepływ wody do drugiego zbiornika i stąd następuje swobodny wypływ do kufy zbiornika. Pomiar poziomu wody w zbiornikach odbywa się przy użyciu czujników ciśnieniowych.

2.1. Model matematyczny pompy

Charakterystyka statyczna pompy odwzorowuje zależność pomiędzy napięciem sterującym u_s , a dopływem wody do lewego zbiornika Q_0 . Funkcja ta w oparciu o wyniki eksperymentalne opisana została przy użyciu następującego wzoru

$$Q_0 = a\sqrt{u_s - U_{\min}} \quad (1)$$

gdzie: a jest współczynnikiem skalującym ($a = 31$), U_{\min} jest progiem napięcia sterującego powyżej którego, następuje dostarczanie wody do zbiornika ($U_{\min} = 2V$).

2.2. Modele matematyczne czujników

Zadaniem czujników jest pomiar wysokości słupa wody w zbiornikach. W zależności od zmian wysokości wody h_i , różne jest napięcie na wyjściu tych czujników y_i . Wyznaczone eksperymentalnie charakterystyki statyczne czujników nieznacznie różnią się od siebie, natomiast są liniowe. Na podstawie uzyskanych eksperymentalnie wyników wyznaczone zostały modele matematyczne.

$$y_i = k_{ci}h_i + b_i, \quad i = 1, 2 \quad (2)$$

gdzie: k_{c1} , k_{c2} są wzmocnieniami ($k_{c1} = 0.0947$, $k_{c2} = 0.0970$), b_1 , b_2 są współczynnikami przesunięcia charakterystyk czujników ($b_1 = 1.2122$, $b_2 = 1.2033$), h_1 , h_2 są poziomami wody w zbiornikach, y_1 , y_2 są pomierzonymi poziomami wody.

2.3. Model matematyczny układu połączonych zbiorników

Model matematyczny dynamiki układu połączonych zbiorników może zostać zapisany następująco:

$$\frac{dV_1(t)}{dt} = A \frac{dh_1(t)}{dt} = Q_0(t) - Q_1(t) \quad (3a)$$

$$\frac{dV_2(t)}{dt} = A \frac{dh_2(t)}{dt} = Q_1(t) - Q_2(t) \quad (3b)$$

A jest polem powierzchni, zarówno lewego jak i prawego zbiornika ($A = 81 \text{ cm}^2$), natomiast Q_1 jest przepływem wody przez otwór znajdujący się w ścianie rozdzielającej zbiorniki o powierzchni $S_1 = 0.19635 \text{ cm}^2$, natomiast Q_2 jest swobodnym wypływem wody z prawego zbiornika, poprzez otwór wypływowy o powierzchni $S_2 = 0.19635 \text{ cm}^2$. Wielkości Q_1 i Q_2 wyznaczone są z prawa Bernoulliego, w oparciu o poniższe zależności

$$Q_1(t) = c_1 S_1 \sqrt{2g[h_1(t) - h_2(t)]}, \quad \text{dla } h_1 > h_2 \quad (4a)$$

$$Q_2(t) = c_2 S_2 \sqrt{2gh_2(t)}, \quad \text{dla } h_2 > 0 \quad (4b)$$

gdzie c_1 , c_2 są współczynnikami zależnymi od kształtu otworów wypływowych ($c_1 = c_2 = 1$), g jest przyspieszeniem ziemskim ($g = 981 \text{ cm/s}^2$). Dynamika zmian poziomów wody w układzie połączonych zbiorników, wyprowadzona na podstawie równań (3) i (4), opisana jest następującym zestawem dynamicznych równań stanu

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = -\alpha_{12}\sqrt{x_1(t) - x_2(t)} + \beta\sqrt{u(t) - U_{\min}} \quad (5a)$$

$$\frac{dx_2(t)}{dt} = \alpha_{12}\sqrt{x_1(t) - x_2(t)} - \alpha_2\sqrt{x_2(t)} \quad (5b)$$

gdzie: $\mathbf{x}(t) = [x_1, x_2]^T = [h_1, h_2]^T$

$$\alpha_{12} = \frac{c_1 S_1 \sqrt{2g}}{A}, \quad \alpha_2 = \frac{c_2 S_2 \sqrt{2g}}{A}, \quad \beta = \frac{a}{A} \quad (6)$$

Dynamiczne równania wyjścia opisane są wzorem (2).

2.4. Linearyzacja równań dynamicznych

W celu znalezienia uproszczonego modelu liniowego przeprowadzona zostanie linearyzacja w otoczeniu punktu pracy polegająca na rozwinięciu w szereg Taylora i pominięciu pochodnych wyższego rzędu. Linearyzacja dla układu połączonych zbiorników przeprowadzona została w następującym otoczeniu punktu pracy

$$(u_s^0, h_1^0, h_2^0, y_1^0, y_2^0) = (2.845, 20.0, 10.0, 3.109, 2.175) \quad (7)$$

Po zastosowaniu dla równań (5a) i (5b) rozwinięcia w szereg Taylora i pominięciu pochodnych wyższego rzędu pozwala na uzyskanie następującego zestawu zlinearyzowanych równań procesu

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta x_1(t) \\ \Delta x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_{12}} & 0 \\ \frac{1}{T_{12}} & -\frac{1}{T_2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x_1(t) \\ \Delta x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta u(t) \quad (8)$$

gdzie:

$$k_1 = \frac{\beta}{2\sqrt{u_s^0 - U_{\min}}} = 0.2082 \quad (9a)$$

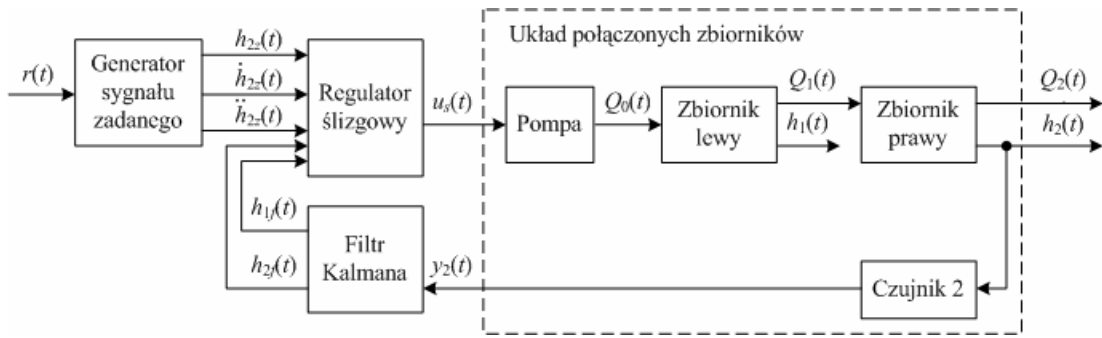
$$T_{12} = \frac{2\sqrt{h_1^0 - h_2^0}}{\alpha_{12}} = 59.1 \text{ [s]} \quad (9b)$$

$$T_2 = \frac{2\sqrt{h_2^0}}{\alpha_2} = 58.9 \text{ [s]} \quad (9c)$$

3. PROJEKT REGULATORA ŚLIZGOWEGO

Zaprojektowany zostanie regulator ślizgowy do sterowania poziomem wody w układzie połączonych zbiorników, bazujący na nieliniowej powierzchni sterowania. Do wyznaczania regulatora ślizgowego przyjęty został następujący model procesu

$$\dot{x}_1 = f_1(\mathbf{x}) + k_1 u \quad (10a)$$



Rys. 2. Schemat blokowy układu sterowania z zastosowaniem regulatora ślizgowego, gdzie $r(t)$ jest sygnałem odniesienia

$$\dot{x}_2 = f_2(\mathbf{x}) \quad (10b)$$

$$y = x_2 \quad (10c)$$

$$\text{sgn}(s) = \begin{cases} -1 & \text{dla } s < 0 \\ 0 & \text{dla } s = 0 \\ +1 & \text{dla } s > 0 \end{cases} \quad (17)$$

Poziomy słuza wody w zbiornikach h_1 i h_2 są zmiennymi stanu $\mathbf{x} = [x_1, x_2]^T = [h_1, h_2]^T$, k_1 jest wzmocnieniem pompy w punkcie linearyzacji (9), natomiast funkcje nieliniowe f_1 i f_2 opisane są poniższymi wzorami

$$f_1(\mathbf{x}) = -\alpha_{12}\sqrt{x_1 - x_2} \quad (11a)$$

$$f_2(\mathbf{x}) = \alpha_{12}\sqrt{x_1 - x_2} - \alpha_2\sqrt{x_2} \quad (11b)$$

Zadany poziom wody w prawym zbiorniku h_{2z} będzie pożądanym wyjściem z układu.

Powierzchnia ślizgania zostanie wyznaczona w oparciu o zależność zaproponowaną w pracy [12]

$$s(\mathbf{x}, t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^{n-1} e(t) \quad (12)$$

gdzie: $e(t) = h_2(t) - h_{2z}(t)$ jest uchybem regulacji,

λ jest pewną stałą dodatnią,

n jest rzędem układu.

Rozważany układ połączonych zbiorników jest układem drugiego rzędu ($n = 2$) i w tym przypadku powierzchnia sterowania opisana jest wzorem

$$s = \frac{de}{dt} + \lambda e = \dot{h}_2 - \dot{h}_{2z} + \lambda(h_2 - h_{2z}) \quad (13)$$

Po wyznaczeniu pochodnej z równania (13)

$$\dot{s} = \frac{d^2e}{dt^2} + \lambda \frac{de}{dt} = \ddot{h}_2 - \ddot{h}_{2z} + \lambda(\dot{h}_2 - \dot{h}_{2z}) \quad (14)$$

Po przyrównaniu pochodnej powierzchni sterowania do zera ($\dot{s} = 0$), wyznacza się sterowanie równoważne u_{eq} . Całkowite sterowanie ślizgowe wyznacza się ze wzoru

$$u = u_{eq} + u_{sw} \quad (15)$$

gdzie sterowanie przełączające u_{sw} definiowane jest następująco

$$u_{sw} = -K \cdot \text{sgn}(s) \quad (16)$$

Funkcja signum definiowana jest jako

Pochodne sygnału zadane (\dot{h}_{2z} , \ddot{h}_{2z}) wyznaczone zostały przy użyciu wzorcowego układu II rzędu o transmitancji:

$$G_z(s) = \frac{H_{2z}(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (18)$$

gdzie: $\zeta = 0.85$, $\omega_n = 0.02$.

Kolejne składniki równania (14) wyznaczane są z następujących zależności

$$\dot{h}_2 = \dot{x}_2 = f_2(\mathbf{x}) = \alpha_{12}\sqrt{x_1 - x_2} - \alpha_2\sqrt{x_2} \quad (19)$$

$$\ddot{h}_2 = \ddot{x}_2 = \frac{\alpha_{12}\dot{x}_1}{2\sqrt{x_1 - x_2}} - \frac{\alpha_{12}\dot{x}_2}{2\sqrt{x_1 - x_2}} - \frac{\alpha_2\dot{x}_2}{2\sqrt{x_2}} \quad (20)$$

Po podstawieniu zależności (19) i (20) do przyrównanego do zera równania (14), uzyskuje się następującą zależność opisującą sterowanie równoważne

$$u_{eq} = \frac{-(B + C)}{A} \quad (21a)$$

gdzie

$$A = \frac{\alpha_{12}\beta\sqrt{u - U_{\min}}}{2\sqrt{x_1 - x_2}} \quad (21b)$$

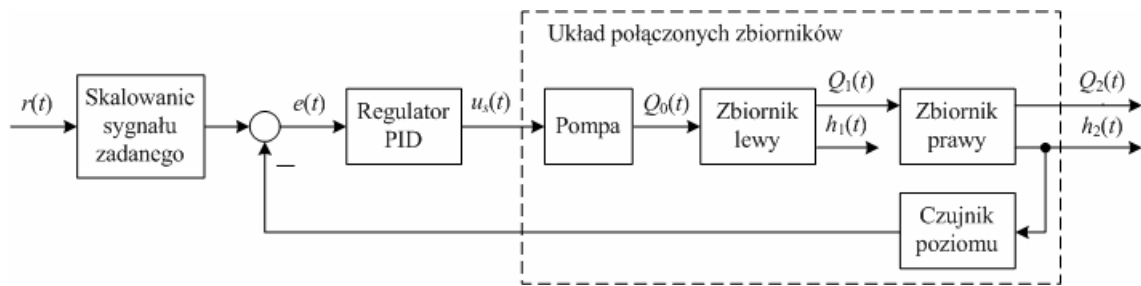
$$B = \frac{\alpha_{12}[f_1(\mathbf{x}) - f_2(\mathbf{x})]}{2\sqrt{x_1 - x_2}} - \frac{\alpha_2 f_2(\mathbf{x})}{2\sqrt{x_2}} \quad (21c)$$

$$C = -\ddot{y}_z + \lambda \cdot [f_2(\mathbf{x}) - \dot{y}_z] \quad (21d)$$

Jednak zastosowanie sterowania przełączającego wykorzystującego funkcję signum związane jest z występowaniem tzw. chatteringu, który polega na nadmiernym przełączaniu urządzenia wykonawczego, w naprzemienne położenia skrajne. Aby zapobiec temu niepożądanemu zjawisku, w sterowaniu przełączającym zastosowana zostanie funkcja saturation

$$u_{sw} = -K \cdot \text{sat}(s / \Phi) \quad (22)$$

gdzie: Φ jest warstwą przełączania zmiennej s .



Rys. 3. Struktura badanego układu sterowania z zastosowanym regulatorem PID, gdzie $r(t)$ jest sygnałem zadaniem

Funkcja saturation definiowana jest jako

$$\text{sat}(\phi) = \begin{cases} \text{sgn}(\phi) & \text{dla } |\phi| \geq 1 \\ \phi & \text{dla } |\phi| < 1 \end{cases} \quad (23)$$

Schemat blokowy układu sterowania poziomem wody w układzie połączonych zbiorników, wykorzystujący zaprojektowany w tym podrozdziale regulator ślizgowy, pokazany został na rysunku 2. W układzie tym pomiar poziomu wody odbywa się tylko w prawym zbiorniku, natomiast algorytm regulatora ślizgowego wymaga również znajomości poziomu wody w lewym zbiorniku, dlatego też do estymacji niemierzonego poziomu wody w lewym zbiorniku zastosowany został rozszerzony filtr Kalmana. Zastosowany filtr pełni rolę nie tylko estymatora, ale również dokonuje filtracji szumów pomiarowych, które mają bardzo niekorzystny wpływ na jakość sygnału sterującego.

4. SYNTEZA REGULATORA LINIOWEGO PID

Sterując poziomem wody w prawym zbiorniku przy użyciu regulatora PID w rzeczywistości steruje się układem połączonych zbiorników, gdyż woda dopływa do lewego zbiornika, natomiast woda przepływająca z lewego zbiornika stanowi dopływ do prawego zbiornika. Pomiar wysokości słupa wody dokonywany jest tylko w zbiorniku prawym.

Na rysunku 3 przedstawiony został schemat blokowy układu regulacji, zastosowany do sterowania poziomem wody w prawym zbiorniku. Transmitancję układu połączonych zbiorników otrzymuje się po zastosowaniu przekształcenia operatorowego do zestawu liniowych równań stanu (8)

$$G_2(s) = \frac{H_2(s)}{U_s(s)} = \frac{k_1 T_2}{(1 + sT_{12})(1 + sT_2)} \quad (24)$$

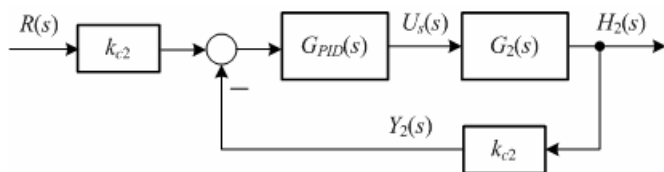
gdzie: k_1 , T_{12} , T_2 są parametrami opisanymi wzorem (9), U_s jest transformatą napięcia sterującego pompą.

Wzmocnienie czujnika w prawym zbiorniku wyznaczone zostanie dla wartości zmierzonych w punkcie linearyzacji (7)

$$k_{c2}(s) = \frac{Y_2(s)}{H_2(s)} = \frac{y_2^0}{h_2^0} \quad (25)$$

gdzie: y_2^0 jest napięciem wyjściowym czujnika, h_2^0 jest poziomem wody w prawym zbiorniku.

Na rysunku 4 przedstawiony został uproszczony schemat blokowy układu regulacji zastosowany do sterowania poziomem wody w prawym zbiorniku.



Rys. 4. Schemat blokowy analizowanego układu sterowania z regulatorem PID

Transmitancja regulatora PID zastosowanego do sterowania poziomem wody w prawym zbiorniku jest następująca

$$G_{PID}(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{sT_I} + sT_D \right) = K_p + \frac{K_I}{s} + sK_D \quad (26)$$

Schemat układu z rysunku 4 przekształcony został do bardziej dogodnej do syntezy postaci pokazanej na rysunku 5. Po przeniesieniu bloku o wzmocnieniu k_{c2} do wnętrza pętli sterowania (rys. 5), wyznaczona została transmitancja $G_0(s)$ wynikająca z kaskadowego połączenia wzmocnienia k_{c2} i transmitancji $G_2(s)$, opisanej wzorem (24).

$$G_0(s) = k_{c2} G_2(s) = \frac{ka}{(s+a)(s+b)} \quad (27)$$

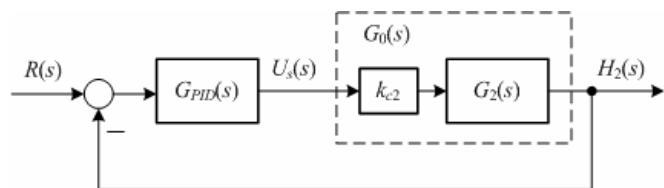
gdzie: $k = k_{c2}k$, $a = 1/T_{12}$, $b = 1/T_2$.

Transmitancja wypadkowa układu pokazanego na rysunku 5 jest następująca

$$T(s) = \frac{H_2(s)}{R(s)} = \frac{G_{PID}(s)G_0(s)}{1 + G_{PID}(s)G_0(s)} \quad (28)$$

Po podstawieniu transmitancji (26) oraz (27) do równania (28) uzyskuje się następującą transmitancję wypadkową

$$T(s) = \frac{akK_p \left(s^2 T_D + s + \frac{1}{T_I} \right)}{s^3 + (a+b+akK_p T_D)s^2 + (ab+akK_p)s + \frac{akK_p}{T_I}} \quad (29)$$



Rys. 5. Schemat blokowy analizowanego układu sterowania do syntezy parametrów regulatora PID

Parametry regulatora PID dobrane zostaną metodą lokowania biegunów w taki sposób, aby rozwiązania równania charakterystycznego transmitancji (29) dla układu pokazanego na rysunku 5, były tożsame z równaniem charakterystycznym następującej funkcji wzorcowej

$$T(s) = \frac{H_2(s)}{R(s)} = \frac{\alpha\omega_n^3}{(s + \alpha\omega_n)(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)} \quad (30)$$

Do dalszych obliczeń przyjęto $\zeta = 0.7$, $\omega_n = 0.07$, $\alpha = 0.7$.

Z przyrównania współczynników mianowników w równaniach (29) i (30), przy odpowiadających sobie potęgach zmiennej s , uzyskuje się trzy równania z trzema niewiadomymi. Po rozwiązaniu tych równań otrzymuje się następujące wyrażenia, pozwalające na określenie wartości parametrów regulatora PID (26).

$$K_p = \frac{(1 + 2\alpha\zeta)\omega_n^2 - ab}{k} = 12.3 \quad (31a)$$

$$T_I = \frac{(1 + 2\alpha\zeta)\omega_n^2 - ab}{\alpha\omega_n^3} = 39.2 \text{ s} \quad (31b)$$

$$T_D = \frac{\omega_n(\alpha + 2\zeta) - a - b}{(1 + 2\alpha\zeta)\omega_n^2 - ab} = 21.0 \text{ s} \quad (31c)$$

Ze względu na obecność zakłóceń pomiarowych, przy sterowaniu poziomem w prawym zbiorniku w układzie rzeczywistym zastosowany został regulator PID, w którym idealne różniczkowanie sT_D zostało zastąpione przez

$$sK_D \approx \frac{sK_D}{1 + s/N} \quad (32)$$

gdzie $N = 0.1$ jest dzielnikiem wzmocnienia różniczkującego.

5. ROZSZERZONY FILTR KALMANA

Po zastosowaniu zaprojektowanego układu sterowania ślizgowego w komputerowym układzie regulacji, wymagana jest filtracja szumów pomiarowych w sygnale pomierzonym przez czujniki. W tym celu zastosowany został algorytm rozszerzonego filtru Kalmana, bazujący na modelu matematycznym procesu, opisanego zestawem równań (5).

Rozszerzony filtr Kalmana wyprowadzany jest w postaci dyskretnej. W tym celu zlinearyzowany zestaw równań (8), zapisany został w następującej ogólnej postaci macierzowej

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \quad (33a)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \quad (33b)$$

gdzie: $\mathbf{x} = [x_1, x_2]^T = [h_1, h_2]^T$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_{12}} & 0 \\ \frac{1}{T_{12}} & -\frac{1}{T_2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} k_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Powyższy zestaw ciągłych równań dynamicznych (33), przekształcający jest do następującej postaci dyskretnej

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{F}\mathbf{x}(k) + \mathbf{G}w(k) \quad (34a)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{H}\mathbf{x}(k) + v(k) \quad (34b)$$

gdzie: \mathbf{F} , \mathbf{G} , \mathbf{H} są wyznaczonymi macierzami dyskretnych równań dynamicznych

Zakłada się, że sygnały $w(k)$ oraz $v(k)$ są o zerowej wartości średniej i nie ma żadnej korelacji pomiędzy tymi sygnałami i macierze kowariancji są następujące

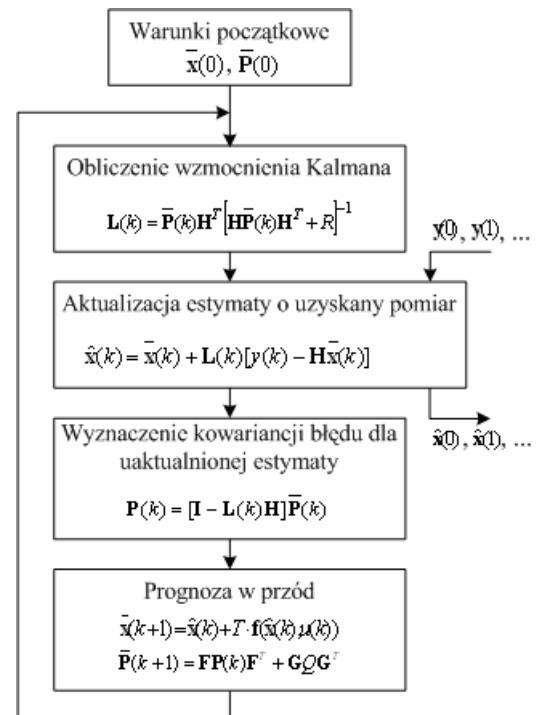
$$E\{w(k)w(i)\} = \begin{cases} Q & i = k \\ 0, & i \neq k \end{cases} \quad (35a)$$

$$E\{v(k)v(i)\} = \begin{cases} R & i = k \\ 0, & i \neq k \end{cases} \quad (35b)$$

$$E\{w(k)v(i)\} = 0 \quad (35c)$$

gdzie: Q , R są wartościami macierzy kowariancji.

Algorytm rozszerzonego filtru Kalmana działa w oparciu o zasadę pokazaną na rysunku 6. Więcej szczegółów dotyczących zasady pracy rozszerzonego filtru Kalmana można znaleźć w pracy [13].



Rys. 6. Algorytm rozszerzonego filtru Kalmana

W bloku 'Prognoza w przód', znajdującym się na samym dole rysunku 6, model matematyczny układu połączonych zbiorników opisany jest poniższym zestawem nieliniowych równań stanu

$$\mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}(k), u(k)) = \begin{bmatrix} -\alpha_{12}\sqrt{\hat{x}_1(k) - \hat{x}_2(k)} + \beta\sqrt{u(k) - U_{\min}} \\ \alpha_{12}\sqrt{\hat{x}_1(k) - \hat{x}_2(k)} - \alpha_2\sqrt{\hat{x}_2(k)} \end{bmatrix} \quad (36)$$

gdzie: \hat{x}_1, \hat{x}_2 są estymowanymi i odfiltrowanymi wartościami zmiennych stanu, będących pomierzonymi poziomami słupa wody.

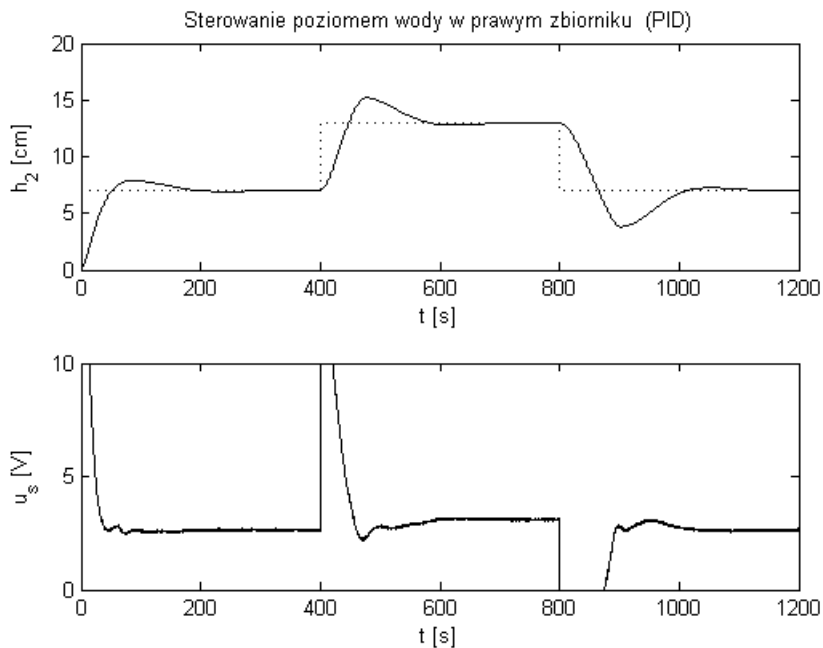
6. BADANIA ZAPROJEKTOWANYCH UKŁADÓW STEROWANIA

W celu dokonania oceny jakości pracy zaprojektowanego regulatora ślizgowego, przeprowadzone zostały badania symulacyjne w środowisku obliczeniowym MATLAB/Simulink. W modelu matematycznym czujników dodatkowo zamodelowane zostały szумы pomiarowe o zerowej wartości średniej i o wariancji równej $\sigma^2 = 10^{-6}$. Zbadane zostały dwie konfiguracje regulatora ślizgowego, pierwsza zawierająca w sterowaniu przełączającą funkcję *signum*, i druga zawierająca w części przełączającej funkcję *saturation*. Dodatkowo, zaprojektowany został układ sterowania z regulatorem typu PID. Wartości nastaw regulatora PID o stałych współczynnikach wyznaczone zostały z wykorzystaniem klasycznej teorii sterowania,

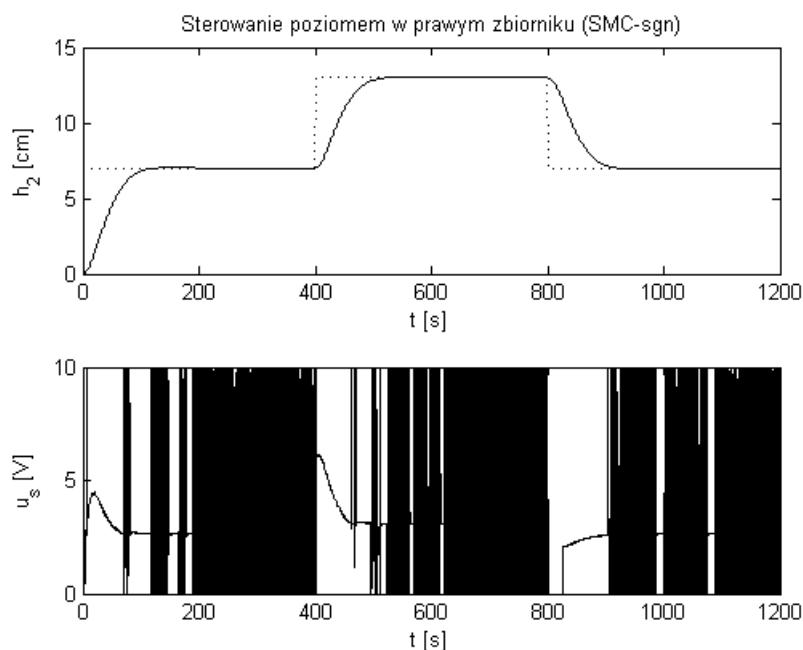
metodą lokowania biegunów. Wartości liczbowe znajdują się we wzorze (31).

Dla każdego z rozważanych układów regulacji przeprowadzona została próba składająca się z trzech przedziałów czasowych stabilizacji poziomu wody w prawym zbiorniku, każdy o czasie trwania 400 s. W chwili załączenia układów regulacji, obydwa zbiorniki były puste. W pierwszym przedziale zadany poziom wody wynosił 7 cm, w drugim 13 cm i w ostatnim, trzecim przedziale ponownie 7 cm.

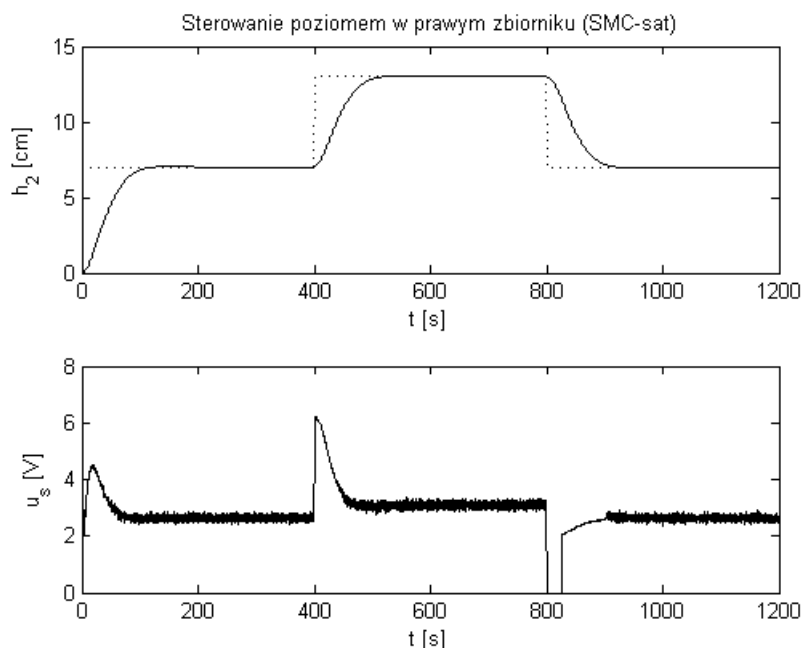
Zarejestrowana próba testowa, dla układu sterowania wykorzystującego regulator PID, pokazana została na rysunku 7, dla układu w którym zastosowany został regulator ślizgowy z funkcją *signum* na rysunku 8, natomiast z funkcją *saturation* na rysunku 9.



Rys. 7. Wyniki sterowania poziomem wody w prawym zbiorniku z użyciem regulatora PID (26)



Rys. 8. Wyniki sterowania poziomem wody w prawym zbiorniku z użyciem regulatora ślizgowego zawierającego funkcję przełączającą *signum* (sgn)



Rys. 9. Wyniki sterowania poziomem wody w prawym zbiorniku z użyciem regulatora ślizgowego zawierającego funkcję przełączającą saturation (sat)

Tabela 1. Wskaźniki oceny jakości sterowania uzyskane z wykresów czasowych pokazanych na rysunkach 7, 8 i 9

Typ układu regulacji	Przedział 1 (0 s – 400 s)				Przedział 2 (400 s – 800 s)				Przedział 3 (800 s – 1200 s)			
	M_p	t_R	J_E	J_u	M_p	t_R	J_E	J_u	M_p	t_R	J_E	J_u
	[%]	[s]	[cm]	[V]	[%]	[s]	[cm]	[V]	[%]	[s]	[cm]	[V]
z regulatorem PID	12.4	176.9	2.070	11.55	36.6	268.3	2.490	16.40	53.1	306.6	4.215	5.79
z regulatorem ślizgowym i funkcją przełączającą sign	0.66	104.8	3.540	15.40	0.51	105.8	2.595	21.60	0.73	105.9	2.827	13.75
z regulatorem ślizgowym i funkcją przełączającą sat	0.68	105.0	3.527	7.86	0.59	105.4	2.583	11.41	0.58	106.4	2.839	6.26

Ocena jakości pracy rozważanych układów regulacji polegała na ocenie wskaźników jakości definiowanych na podstawie odpowiedzi skokowej i były to: maksymalne przeregulowanie M_p , czas regulacji t_R mierzony przy strefie dokładności $\Delta = 2\%$. Dodatkowo w każdym przedziale stabilizacji poziomu wody, na podstawie pomierzonych wartości poziomu i sygnału sterującego wyznaczany był funkcjonal

$$J_E = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N e_k^2 \quad J_u = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N u_k^2, \quad (37)$$

gdzie: $e_k = e(k) = h_{zad}(k) - h_2(k)$ jest uchybem regulacji, $u_k = u(k)$ jest sygnałem sterującym pompą, a zarazem wyjściem z regulatora.

Pomiar odbywał się z okresem próbkowania wynoszącym 0.1 s, co dawało $N = 4000$ pomierzonych próbek w każdym odcinku stabilizacji. Uzyskane wyniki parametrów oceny jakości sterowania na poszczególnych przedziałach stabilizacji poziomu wody w dolnym zbiorniku, zawarte są w tabeli 1.

6. WNIOSKI KOŃCOWE

W pracy zamieszczone zostały badania symulacyjne

jakości pracy regulatorów ślizgowych z dwoma funkcjami przełączającymi: signum (sgn) i saturation (sat), w układzie połączonych zbiorników. Uzyskane wyniki sterowania porównane zostały z analogicznymi wynikami otrzymanymi po zastosowaniu klasycznego regulatora PID.

Wyniki przeprowadzonych badań symulacyjnych pozwalają stwierdzić, że po zastosowaniu obydwu regulatorów ślizgowych uzyskuje się zdecydowanie lepsze wyniki związane z dokładnością sterowania poziomem wody w prawym zbiorniku, brak przeregulowania i krótszy czas regulacji, aniżeli w układzie z klasycznym regulatorem PID. Maksymalne przeregulowanie praktycznie sprowadzone zostało do zera, dzięki czemu możliwe jest prowadzenie regulacji w prawym zbiorniku w szerszym zakresie bez obawy, że przeleje się woda w lewym zbiorniku.

W przypadku regulatora ślizgowego z funkcją przełączającą signum (sgn) w sygnale sterującym uwidocznił się tzw. chattering, na tych odcinkach stabilizacji, gdzie uchyb regulacji był bliski lub równy zero. Analizując, wyniki zamieszczone w tabeli 1 widać, że chattering ten uwidocznił się w wyznaczanym funkcjonale J_u , związanym z sygnałem sterującym, gdzie na każdym odcinku stabilizacji jego wartość była największa, spośród badanych regulatorów.

Podsumowując, należy stwierdzić, że najlepsze wyniki sterowania poziomem wody w prawym zbiorniku, z analizowanych trzech regulatorów, uzyskane zostały

z regulatorem ślizgowym wykorzystującym w części przełączającą funkcję saturation.

7. BIBLIOGRAFIA

1. Alam M.T., Charam P., Alam Q., Purwar S.: Sliding Mode Control of Coupled Tanks System: Theory and an Application, *International Journal of Emerging Technology and Advanced Engineering*, Vol. 3, No. 8, 2013, pp. 650-656.
2. Aydin S., Tokat S.: Sliding mode control of a coupled tank system with state varying sliding surface parameter, *Proceedings of International Workshop on Variable Structure Systems*, Antalya, Turkey, 2008, pp. 355-360.
3. Boubakir A., Boudjema F., Boubakir C., Labiod S.: A fuzzy sliding mode controller using nonlinear sliding surface applied to the coupled tanks system, *International Journal of Fuzzy Systems*, Vol. 10, No. 2, 2008, pp. 112-118.
4. Chen, W., Zheng, T., Chen, M., & Li, X.: Improved Nonlinear Model Predictive Control Based on Genetic Algorithm, Chapter 3 in *Advanced Model Predictive Control*, Edited by Tao Zheng, Published by InTech, 2011.
5. Delavari H., Noiey A.R.: Robust intelligent control of coupled tanks, *Proceedings of the 9th WSEAS International Conference on Automatic Control, Modeling and Simulation*, Istanbul, Turkey, 2007, pp. 1-6.
6. Gupta H., Verma O. P.: Intelligent Controller for Coupled Tank System, *International Journal of Advanced Research in Computer Science and Software Engineering*, ISSN: 2277 128X, Vol. 2, No. 4, 2012 pp. 154-157.
7. Hung J. Y., Gao W., Hung and J. C., Variable structure control: A survey, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 40, No.1, 1993, pp. 2-22.
8. Kushwaha P. K., Giri V. K.: PID controllers for water level control of two tank system, *International Journal of Electrical, Electronics & Communication Engineering*, Vol. 3, No 8, 2013, pp. 383-389.
9. Mahmood A.K., Taha H. H.: Design Fuzzy Logic Controller for Liquid Level Control, *International Journal of Emerging Science and Engineering*, Vol. 1, No. 11, 2013, pp. 23-26.
10. Pana H., Wonga H., Kapilaa V., de Queiroz M.S.: Experimental validation of a nonlinear backstepping liquid level controller for a state coupled two tank system, *Control Engineering Practice*, Vol. 13, No. 1, 2005, pp. 27-40.
11. Seng T.L., Khalid M., Yusof R.: Tuning a neuro-fuzzy controller by genetic algorithms with an application to a coupled-tank liquid-level control system, *International Journal of Engineering Application on Artificial Intelligence*, Vol. 11, pp. 517-529.
12. Slotine J. J., Li W.: *Applied Nonlinear Control*, Prentice Hall, 1991.
13. Tomera M., Pozorski K.: Porównanie metod estymacji zmiennych stanu w układzie kaskadowym dwóch zbiorników, *Zeszyty Naukowe Wydziału Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej*, Nr 31/2012, ss. 131-138, ISSN 1425-5766.
14. Young K.D., Utkin V.I., Ozguner U., *A Control Engineer's Guide to Sliding Mode Control*, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 7, No. 3, 1999, pp.328-342.

SLIDING MODE CONTROL IN COUPLED TANKS SYSTEM

Key-words: sliding mode control, extended Kalman filter, coupled tank systems

The paper presents a system to control water level using sliding mode. The presented sliding mode control algorithm is based on a non-linear sliding surface of the first order. The drawback of sliding mode control are effects of frequent switching of control signal, what adversely affects the stability and the operation of the actuator, in this case the pump. In order to remove this drawback in the slide control instead of the relay function, the limiting function was applied, introducing a constraining layer on the slide surface, thereby causing chattering. The behavior of the sliding mode control algorithm is very adversely affected by the measurement noises, which were removed using the extended Kalman filter. Evaluation of the work quality of designed sliding mode control was carried out based on the simulation test. Obtained work quality of the designed sliding mode control was compared with the equivalent system containing linear PID controller.