tts

TECHNIKA TRANSPORTU SZYNOWEGO

Leszek MAJKUT, Ryszard OLSZEWSKI

MODEL DYNAMICZNY ZAZĘBIENIA PRZEKŁADNI OBIEGOWEJ

Streszczenie

W artykule omówiona została problematyka budowy modelu przekładni obiegowej. Model matematyczny pojedynczego zazębienia współpracujących ze sobą kół zębatych oparto na modelu fizycznym układu drgającego o jednym stopniu swobody. W oparciu o dane rzeczywistej przekładni obiegowej przeprowadzono obliczenia numeryczne.

WSTĘP

Przekładnie zębate stanowią powszechny element łańcucha kinematycznego układu przeniesienia mocy od silnika do odbiornika energii. Powinny się więc charakteryzować wysoką trwałością i niezawodnością działania. Podstawowym ich założeniem jest zmiana przenoszonego momentu i prędkości obrotowej przy zachowaniu minimalizacji zaburzeń dynamicznych i maksymalnej sprawności. Zatem z punktu widzenia eksploatacji istotna jest ocena aktywności drganiowej przekładni, która między innymi pozwala ocenić jej bieżący stan techniczny. Przekładnie obiegowe wykazują szereg wspólnych cech z przekładniami zwykłymi o ustalonym położeniu osi kół, ale mają wiele cech odmiennych. W przekładniach obiegowych, które są przekładniami wielodrożnymi występuje problem zapewnienia równomiernego rozkładu momentu i mocy przenoszonej przez poszczególne koła zębate na poszczególne drogi. W przekładniach tych wyrównanie obciążenia realizowane jest przez:

- dokładne ustawienie osi kół obiegowych w jarzmie,
- dokładne wykonanie uzębienia,
- zastosowanie skrętnych wałków pośredniczących,
- odkształcalność koła wewnętrznie uzębionego,
- umożliwienie swobodnego przemieszczania promieniowego koła centralnego.

Ze względu na kluczową rolę w łańcuchu napędowym uszkodzenie jednego z elementów przekładni obiegowej prowadzić może do uszkodzenia kolejnych, których następstwem może być w szczególności groźny w skutkach wypadek. Wskazanym jest więc opracowanie modelu dynamicznego, który pozwoli na analizę pracy przekładni obiegowej w różnych warunkach obciążenia.

1. MODEL OBIEGOWEJ PRZEKŁADNI ZĘBATEJ

Szereg możliwości uzyskania równomierności w rozkładzie momentu i mocy na poszczególne drogi, które przytoczono powyżej czyni zadanie zbudowania wszechstronnego dynamicznego modelu zazębienia przekładni obiegowej bardzo trudnym.

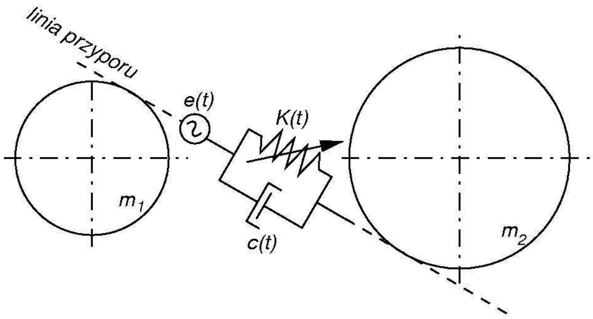
W przypadku przekładni jednostopniowych z powodzeniem zastosowano model dynamiczny oparty na modelu fizycznym [3,4], na podstawie którego zbudowano model dynamiczny przekładni obiegowej.

1.1. Model zazębienia

Model matematyczny zazębienia współpracujących ze sobą kół zębatych oparto na modelu fizycznym układu drgającego o jednym stopniu swobody przedstawionego na rysunku 1, wyrażony jest następującą zależnością:

$$m\frac{d^2x(t)}{dt^2}+c(t)\frac{dx(t)}{dt}+F_d=F_s \tag{1}$$

gdzie: *x(t)* wyraża przemieszczenie wzdłuż linii przyporu, *m* jest proporcjonalne do masy zazębionych kół, *c(t)* jest zmiennym tłumieniem, F_d jest siłą dynamiczną, zaś F_s wyraża obciążenie statyczne.



Rys. 1. Model fizyczny zazębienia

Siła dynamiczna F_d może być modelowana z wykorzystaniem nieliniowej funkcji luzu *BL*, która wyrażona jest iloczynem współczynnika sztywności zazębienia *K(t)* i wartości odkształcenia zębów w sposób następujący:

$$F_d=\begin{cases}K(t)[x(t)+e(t)] & dla \quad x+e\geq 0\\ 0 & \text{dla} \quad -BL\leq x+e<0\\ K(t)[x(t)+e(t)+BL] & \text{dla} \quad x+e\leq -BL\end{cases} \tag{2}$$

W modelu siły dynamicznej uwzględniono funkcję przenoszenia błędu *e(t)*, która opisuje błąd powstający przy obrocie koła zębatego jako niedokładność wykonania każdego z zębów wchodzących w przypór. Może ona być opisana szeregiem różnych zależności. Jako jeden z możliwych sposobów jej określenia przyjęto postać sumy szeregu Fouriera:

$$e=a_1\cos(2\pi f_{01}t)+a_2\cos(2\pi f_{02})+\sum_{i=1}^{n}b_i\cos(2\pi f_m t) \tag{3}$$

gdzie: f_m jest częstotliwością zazębienia, zaś f_{01} i f_{02} odpowiednio częstotliwością związaną z obrotem koła zębatego i częstotliwością obrotu zębnika.

Zmienna sztywność w funkcji czasu, a tym samym zazębienia, stanowi podstawę modelu i ma bezpośredni wpływ na jego jakość. Sztywność zazębienia może być modelowana w funkcji obrotu i wyrażona jako:

$$K(t)=\begin{cases}K_a(1+\alpha) & dla \quad (k-1)T\leq t<(C_r-2+k)T\\ K_a(1-\alpha) & dla \quad (C_r-2+k)T\leq t<kT\end{cases} \tag{4}$$

dla $k=1, 2, ..., n_t$, gdzie n_t oznacza liczbę zębów. K_α wyraża średnią sztywność, α określa zmianę średniej wartości sztywności, zaś $T=1/f_m$ jest okresem zazębienia, zaś C_r oznacza wskaźnik przyporu czołowego współpracujących kół.

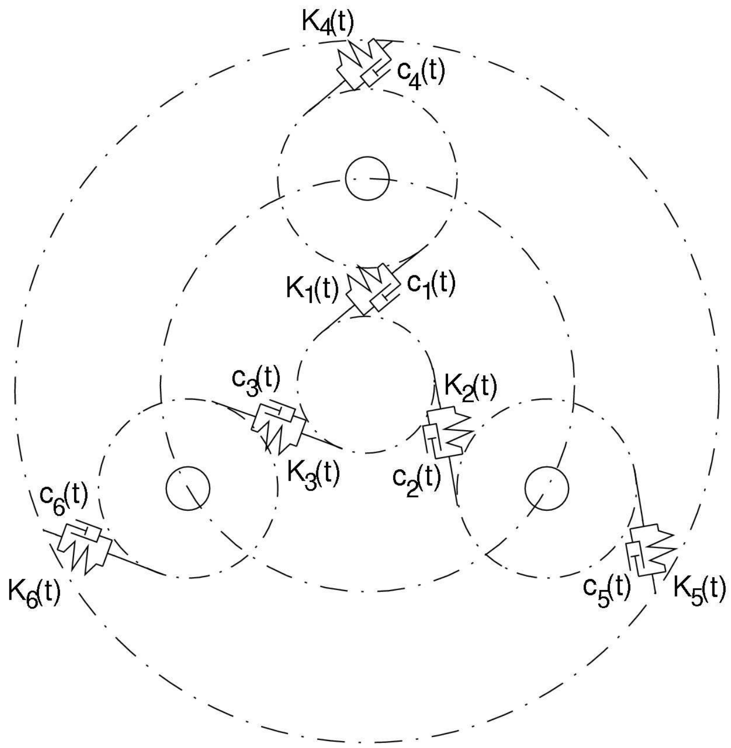
Współczynnik tłumienia *c(t)* może być wyrażony przez tłumienie krytyczne zależne od zmiennej sztywności *K(t)*:

$$c(t) = C_I \sqrt{K(t)} \tag{5}$$

gdzie: C_I jest współczynnikiem tłumienia krytycznego zależnym od momentu bezwładności i sztywności *K(t)* określonej równaniem (4).

1.2. Model przekładni zębatej

Na rysunku 2 przedstawiono model dynamiczny zazębienia przekładni obiegowej o trzech kołach obiegowych. Zazębienie współpracujących ze sobą kół opisane jest modelem przedstawionym na rysunku 1 i opisanym równaniem matematycznym (1).

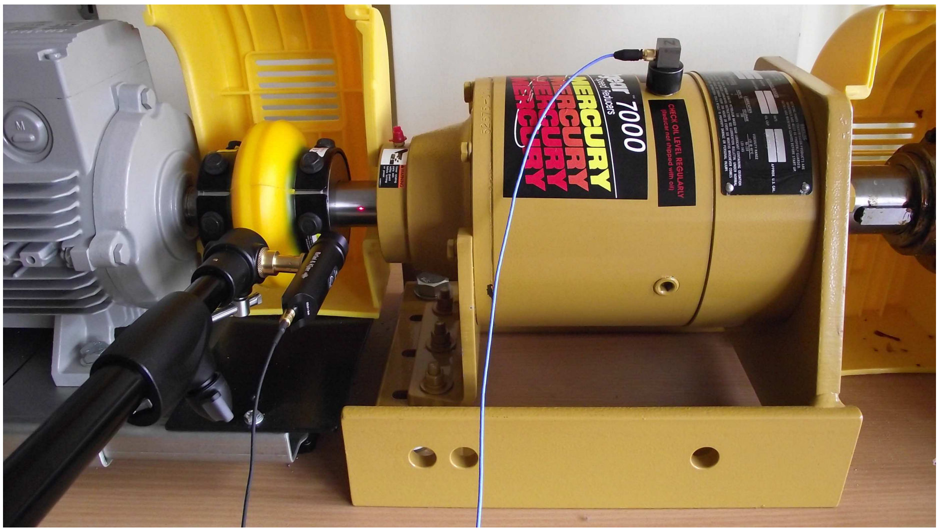


Rys. 2. Model zazębienia przekładni obiegowej

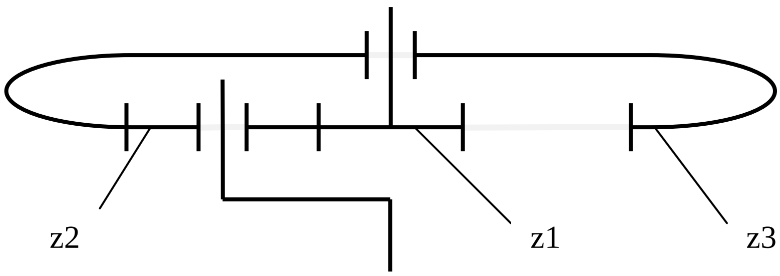
W modelu tym uwzględniono zmienną sztywność zazębienia w funkcji czasu, co ma bezpośredni wpływ na jego jakość. Sztywność zazębienia może być modelowana w funkcji obrotu koła. Podobnie rzecz się ma ze zmiennym tłumieniem, które jest funkcją sztywności zazębienia. W efekcie czego, poszczególne rozwiązania konstrukcyjne przekładni mogą być z powodzeniem uwzględnione w modelu. Model ten jest znacznie prostszy od modeli przekładni obiegowych opisanych w pracach [5,6]. Co prawda nie zawiera wprost związków opisujących węzły łożyskowe, ale umożliwia ich oddziaływanie na dynamikę zazębienia poprzez definiowanie funkcji luzu.

2. BADANIA MODELOWE PRZEKŁADNI OBIEGOWEJ TYPU REXNORD MERCURY 1-A

W Katedrze Mechaniki i Wibroakustyki zbudowane zostało stanowisko pomiarowe na potrzeby diagnostyki przekładni obiegowych w oparciu o przekładnię typu Rexnord Mercury 1-A, rysunek 3 [1], której schemat kinematyczny przedstawiono na rysunku 4.



Rys. 3. Stanowisko pomiarowe przekładni typu Rexnord Mercury 1-A [1]

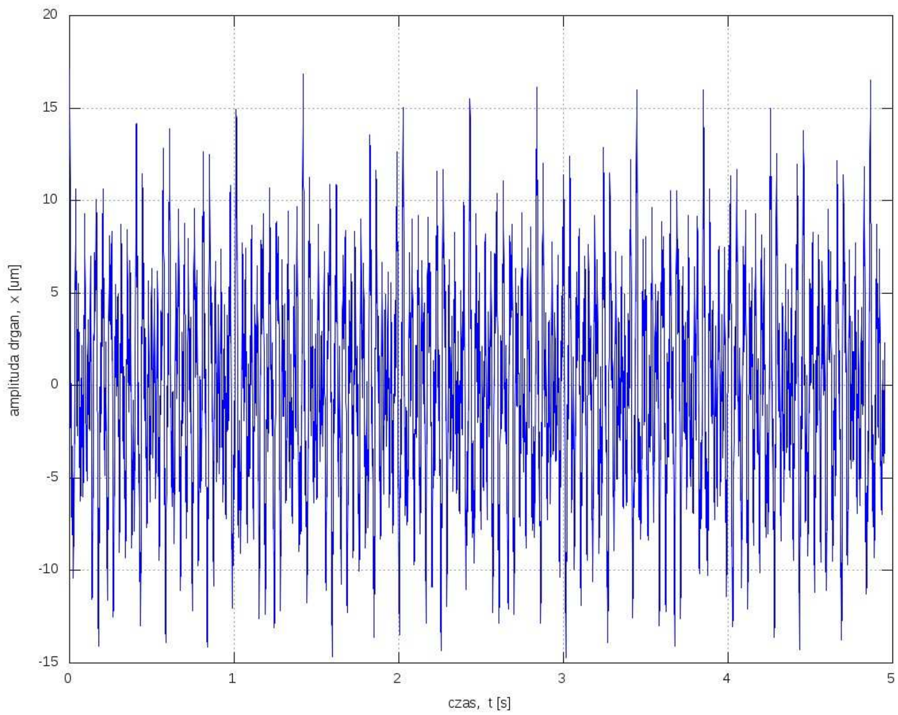


Rys.4. Schemat kinematyczny przekładni planetarnej Rexnord Mercury 1-A [1]

gdzie:

z_1 = 24, liczba zębów koła słonecznego,
z_2 = 21, liczba zębów koła satelitarnego,
z_3 = 66, liczba zębów koła pierścieniowego,
s = 3, liczba kół satelitarnych.

W oparciu o dane dotyczące liczby zębów oraz pozostałych cech charakteryzujących koła zębate (jak wymiary, materiał, itp.) z wykorzystaniem równań Lagrange'a II rodzaju zbudowano model dynamiczny. Został on pobudzony prędkością obrotową $n=1480$ [obr/min] oraz obciążony momentem obrotowym na wale wyjściowym $M_{obr}=60$ [Nm]. W wyniku przeprowadzonych obliczeń uzyskano przebieg drgań na wale wejściowym przedstawiony na rysunku 5.



Rys. 5. Amplituda drgań wału wejściowego modelu przekładni obiegowej

Przyjęte do obliczeń symulacyjnych wartości mogą znacznie odbiegać od parametrów rzeczywistych. Zostaną one dokładnie określone w późniejszym czasie co pozwoli na porównanie wyników obliczeń symulacyjnych modelu z wynikami pomiarów na stanowisku badawczym.

PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiono model dynamiczny zazębienia przekładni obiegowej zbudowany w oparciu o dobrze znany i sprawdzony w podobnych aplikacjach model fizyczny układu drgającego o jednym stopniu swobody. Przyjmując do obliczeń symulacyjnych dane przekładni obiegowej typu Rexnord Mercury 1-A uzyskano przebieg amplitudy drgań wału wejściowego. Należy jednak zaznaczyć, że przedstawione na tym etapie rezultaty można traktować jako wyniki wstępne ze względu na przybliżone parametry sztywności zazębienia pomiędzy kołami zębatymi. Analityczne wyznaczenie sztywności nie jest zadaniem trywialnym ze względu na zmienne warunki współpracy. Autorzy w pracach [2,7] z zakresu dynamiki przekładni obiegowych często wspomagają obliczenia sztywności metodą elementów skończonych. Alternatywnym podejściem może być wyznaczenie sztywności w oparciu o próbę obciążenia statycznego zespołów przekładni.

Pracę zrealizowano w ramach badań statutowych 11.11.130.885

DYNAMIC MODEL OF PLANETARY GEAR

Abstract

Paper discussed the problem of building a model planetary gear mathematical model. The equations of motion of a cooperating gear wheels are based on the nonlinear physical model with single-degree-of-freedom system. Numerical calculations are carried out and compared with an actual planetary gear.

BIBLIOGRAFIA

1. Cioch W., Dąbrowski D.: *Methods synchronized by operating cycle for condition monitoring of a planetary gearbox in non-stationary operations*. 5th International congress on Technical diagnostics 2012. Kraków, 3rd–5th September 2012.
2. Guo Y., Keller J., Parker R.: *Dynamic Analysis of Wind Turbine Planetary Gears Using an Extended Harmonic Balance Approach*. International Conference on Noise and vibration Engineering Leuven, Belgium September 17-19, 2012
3. Majkut L., Olszewski R., Marczuk R.: *Detekcja uszkodzeń przekładni zębatych z wykorzystaniem dekompozycji empirycznej.* Logistyka 2010 nr 6.
4. Majkut L., Olszewski R.: *Wykorzystanie kurtogramu do detekcji uszkodzeń przekładni zębatych.* Logistyka 2011 nr 6.
5. Müller L.: *Przekładnie zębate. Dynamika.* WNT, Warszawa 1986.
6. Müller L., Wilk A.: *Zębate przekładnie obiegowe*. Wyd. Naukowe PWN, Warszawa 1996.
7. Vicuna C.M.: *Theoretical frequency analysis of vibration from planetary gearboxes.* Forschung im Ingenieurwesen, Vol. 76, Numbers 1-2 (2012)

Autorzy:

dr hab. inż. Leszek MAJKUT– AGH Akademia Górniczo–Hutnicza, Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki, Katedra Mechaniki i Wibroakustyki

dr inż. Ryszard OLSZEWSKI– AGH Akademia Górniczo–Hutnicza, Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki, Katedra Mechaniki i Wibroakustyki