

OCENA JAKOŚCI ZASILANIA ODBIORNIKÓW TRÓJFAZOWYCH

Leszek ŁADNIAK

Politechnika Wrocławska, Wydział Elektryczny
e-mail: l.ladniak@pwr.edu.pl

Streszczenie: W artykule opisano metodę oceny warunków zasilania odbiorników trójfazowych bazującą na tensorowym opisie chwilowych zmian mocy w punkcie przyłączeniowym. Bazując na dwóch ortogonalnych składowych mocy odbiornika wielofazowego istnieje możliwość oceny zarówno jakości zasilania, jak i zniekształceń spowodowanych niesymetrią obciążenia oraz nieliniowością elementów obciążenia. Analiza chwilowych zmian składowych mocy odbiornika trójfazowego pozwala na identyfikację kierunku przepływu energii oraz wyznaczenie globalnych wskaźników jakości zasilania. Ponieważ metoda bazuje na pomiarze chwilowych zmian wartości napięć i prądów na zaciskach badanego układu może być wykorzystywana do oceny zniekształceń mocy spowodowanych przez różnego rodzaju układy przekształtnikowe.

Słowa kluczowe: Obwód trójfazowy, teoria mocy, jakość zasilania, analiza tensorowa, analiza macierzowa.

Wykaz oznaczeń wielkości fizycznych:

| | |
|-------------------|--|
| wielkość skalarna | mała litera, np. u , |
| wektor | pogrubiona litera, np. \mathbf{u} , |
| macierz | podwójna litera, np. \mathbf{u} |
| tensor | podwójna pogrubiona litera, np. \mathbf{u} |
| E, W | energia, praca (kWh) |
| $i, i(t)$ | prąd, wartość prądu w chwili t , (A) |
| I | wartość skuteczna prądu $i(t)$, (A) |
| $p, p(t)$ | moc, wartość mocy w chwili t , (W) |
| P | moc czynna, wartość średnia $p(t)$ (W) |
| $q, q(t)$ | moc bierna w chwili t , (VA) |
| Q | moc bierna, wartość średnia $q(t)$, (VA) |
| S | moc pozorna, def. $S = UI$, (VA) |
| $u, u(t)$ | napięcie, wartość napięcia w chwili t (V), |
| U | wartość skuteczna napięcia $u(t)$, (V), |
| pf, λ | współczynnik mocy, def. $\lambda = pf = P/S$ |
| t | czas (s), |
| T | okres sygnału (s), |
| $f = 1/T$ | częstotliwość (Hz), |
| $\omega = 2\pi f$ | prędkość kontowa (rad/s), |
| φ | kąt przesunięcia fazowego (rad). |

Indeksy:

| | |
|-----------|------------------------------------|
| a, b, c | wielkości fazowe ($L1, L2, L3$), |
| $0, 1, 2$ | składowe symetryczne. |

Oznaczenie działań:

| | |
|---------------|--------------------|
| T | transpozycja, |
| \circ | iloczyn skalarny, |
| \times | iloczyn wektorowy, |
| \otimes | iloczyn tensorowy, |
| $\ \cdot \ $ | norma, |
| det | wyznacznik. |

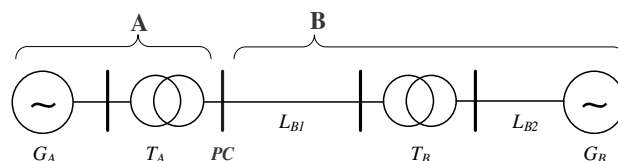
1. WPROWADZENIE

Jednym z najbardziej zawiłych problemów elektrotechniki jest opis i analiza przepływu energii elektrycznej w nieliniowych niesymetrycznych obwodach wielofazowych. Pierwsze, bardzo istotne prace na ten temat powstały prawie sto lat temu [1, 2, 3]. Autorzy tych prac F. Buchholtz, C. Budeanu i S. Fryze stworzyli podstawy analizy liniowych obwodów jedno i wielofazowych. Wzrost mocy i liczby nieliniowych niesymetrycznych odbiorników wielofazowych, zasilanych często poprzez sterowane układy prostownikowe spowodował, iż rejestrowane w tych obwodach napięcia i prądy mają kształty znacznie odbiegające od kształtu sygnałów sinusoidalnie zmiennych. Opis parametrów sygnałów odkształconych, a w szczególności opis zmian mocy tych sygnałów, stanowi poważny problem zarówno teoretyczny jak i praktyczny. Zagadnieniem teorii mocy w obwodach elektrycznych wielofazowych, gdy napięcia i prądy są odkształcone poświęconych jest wiele prac, spośród których zasadnicze znaczenie mają prace [4, 5, 6, 7, 8].

W niniejszym artykule zastosowano rachunek tensorowy [9, 10] do opisanie chwilowych zmian napięcia, prądu oraz mocy na zaciskach układu trójfazowego. Dokonując dekompozycji tensora mocy na dwie ortogonalne części oraz wykorzystując własności tensorów i macierzy symetrycznych i antysymetrycznych uzyskano równania opisujące w jednoznaczny sposób zmiany mocy całego układu trójfazowego [11].

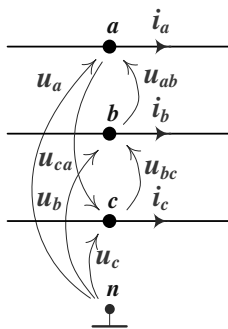
2. NAPIĘCIA I PRĄDY W PUNKCIE PRZYŁĄCZENIA

Rozpatrzmy dwa fragmenty trójfazowego obwodu elektrycznego, (Rys. 1), połączone ze sobą w punkcie przyłączenia PC.



Rys. 1. Schemat analizowanej sieci energetycznej

W punkcie przyłączeniowym PC dostępne pomiarowo są napięcia przewodowe (fazowe) u_a, u_b, u_c oraz prądy liniowe i_a, i_b, i_c (rys. 2).



Rys. 2. Napięcia i prądy w punkcie PC

Mierzone chwilowe zmiany napięcia i prądu w rozpatrywanym węzle obwodu trójfazowego można zapisać w postaci tensora napięcia \mathbf{u} oraz tensora prądu \mathbf{i} według następującej zależności:

$$\mathbf{u} = u_{kl} \mathbf{e}_k \otimes \mathbf{e}_l \quad (1)$$

$$\mathbf{i} = i_{kl} \mathbf{e}_k \otimes \mathbf{e}_l \quad (2)$$

gdzie \mathbf{u} oraz \mathbf{i} są macierzami kwadratowymi trzeciego rzędu odpowiednio napięć oraz prądów w punkcie pomiarowym, a \mathbf{e} jest wektorem kierunków jednostkowych.

3. TENSOR MOCY OBWODU TRÓJFAZOWEGO

Proces przekazywania energii elektrycznej między dwoma fragmentami trójfazowego obwodu elektrycznego przedzielonego płaszczyzną przekroju przechodzącą przez zaciski a, b, c , można jednoznacznie opisać wykorzystując tensor mocy \mathbf{s} obwodu trójfazowego, który jest iloczynem tensorowym tensora napięcia \mathbf{u} oraz tensora prądu \mathbf{i} :

$$\mathbf{s} = \mathbf{u} \otimes \mathbf{i} = u_{kl} i_{kl} \mathbf{e}_k \otimes \mathbf{e}_l \quad (3)$$

Jeżeli uwzględnimy fakt, że w rozpatrywanym przypadku prądy i_{ab}, i_{bc}, i_{ca} są równe zero, to macierz elementów składowych tensora mocy \mathbf{s} przyjmuje postać:

$$\mathbf{s} = \begin{matrix} \rightarrow & a & b & c \\ \downarrow a & u_a i_a & u_{ab} i_{ab} & (-u_{ac}) i_c \\ b & (-u_{ba}) i_a & u_b i_b & u_{bc} i_c \\ c & u_{ca} i_a & (-u_{cb}) i_b & u_c i_c \end{matrix} \quad (4)$$

Macierz mocy \mathbf{s} można także otrzymać jako bezpośredni iloczyn (*Hadamard Product*) elementów macierzy napięć \mathbf{u} oraz macierzy prądów \mathbf{i} ($s_{kl} = u_{kl} i_{kl}$).

Tensor mocy \mathbf{s} , jak każdy dowolny tensor, można przedstawić jako sumę dwóch tensorów: symetrycznego tensora \mathbf{p} oraz antysymetrycznego tensora \mathbf{d} wyznaczonych zgodnie ze wzorem:

$$\mathbf{s} = \frac{1}{2} (\mathbf{s} + \mathbf{s}^T) + \frac{1}{2} (\mathbf{s} - \mathbf{s}^T) = \mathbf{p} + \mathbf{d} \quad (5)$$

Symetryczny tensor \mathbf{p} jest związany z napięciami przewodowymi, a antysymetryczny tensor \mathbf{d} jest związanej z napięciami między przewodowymi. Poniżej przedstawiono macierze obu tensorów:

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} u_a i_a & 0 & 0 \\ 0 & u_b i_b & 0 \\ 0 & 0 & u_c i_c \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} 0 & u_{ab} i_b & (-u_{ac}) i_c \\ (-u_{ba}) i_a & 0 & u_{bc} i_c \\ u_{ca} i_a & (-u_{cb}) i_b & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Należy zauważyć, że wyznacznik macierzy \mathbf{p} jest różny od zera, a wyznacznik macierzy \mathbf{d} jest w tym przypadku równy zero. Ponadto macierze mocy \mathbf{p} oraz \mathbf{d} są ortogonalne, bo ich iloczyn jest równy zero. Można więc przyjąć, że macierz mocy \mathbf{p} opisuje proces przemiany energii elektrycznej na inną postać energii, a macierz mocy \mathbf{d} opisuje proces magazynowania energii elektrycznej w rozpatrywanym trójfazowym obwodzie.

4. WYKORZYSTANIE TENSORA MOCY

Korzystając z opisu tensorowego chwilowych zmian mocy na zaciskach układu trójfazowego można wyznaczyć kierunek przekazywania energii oraz dokonać szczegółowej analizy warunków zasilania rozpatrywanego fragmentu układu.

W obwodzie trójfazowym, w danej chwili czasu, energia elektryczna jest przekazywana zgodnie z przyjętym kierunkiem prądów liniowych (rys. 2) jeżeli wyznacznik macierzy mocy przemiany \mathbf{p} jest większy od zera:

$$\det \mathbf{p} = (u_a i_a) \cdot (u_b i_b) \cdot (u_c i_c) > 0 \quad (8)$$

Znając kierunek przekazywania energii oraz analizując kształt zmian mocy na zaciskach badanego układu możemy określić charakter układu i wyznaczyć jego parametry analizując własności macierzy mocy. Takim podstawowym parametrem opisującym własności układu jest na przykład moc czynna P będąca wartością średnią chwilowych zmian mocy $p(t)$.

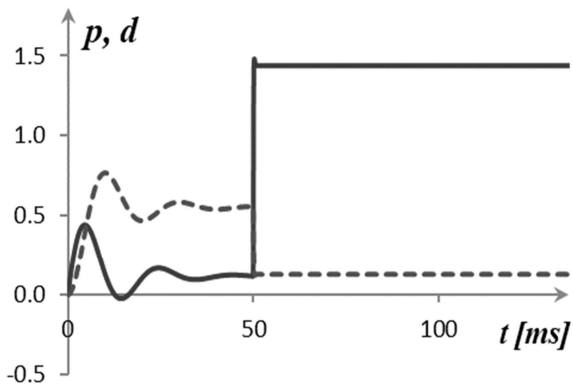
W dowolnym obwodzie trójfazowym całkowita moc procesu przemiany energii elektrycznej p_{Σ} , zachodząca w części B rozpatrywanego obwodu (rys. 1), jest równa sumie elementów leżących na przekątnej głównej macierzy mocy \mathbf{p} :

$$p_{\Sigma} = p = u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c \quad (9)$$

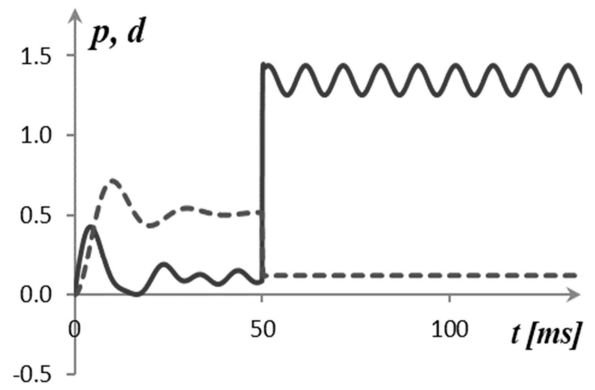
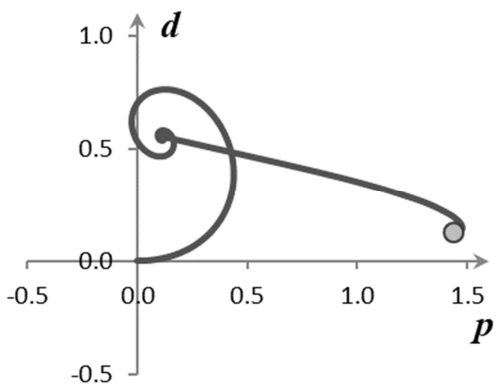
Całkowita moc magazynowania energii elektrycznej w elementach tworzących części B obwodu (rys. 1), jest równa sumie elementów macierzy antysymetrycznej \mathbf{d} :

$$d_{\Sigma} = d = u_{cb} i_a + u_{ac} i_b + u_{ba} i_c \quad (10)$$

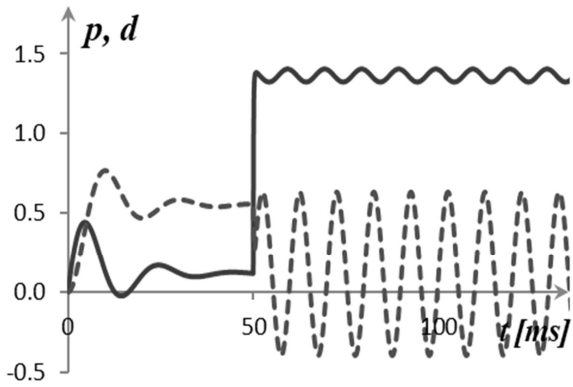
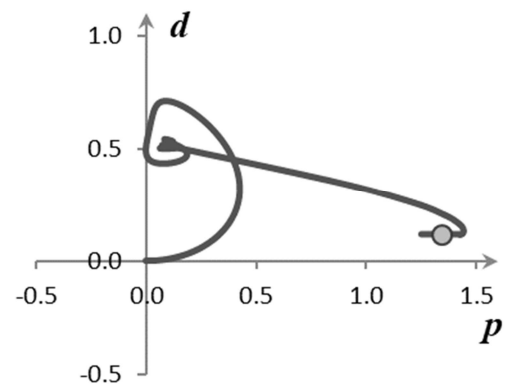
Jak wynika z równań (8), (9) i (10) wszelkie chwilowe zmiany stanu energetycznego układu trójfazowego są jednoznacznie określone poprzez wartości napięć i prądów na zaciskach układu.



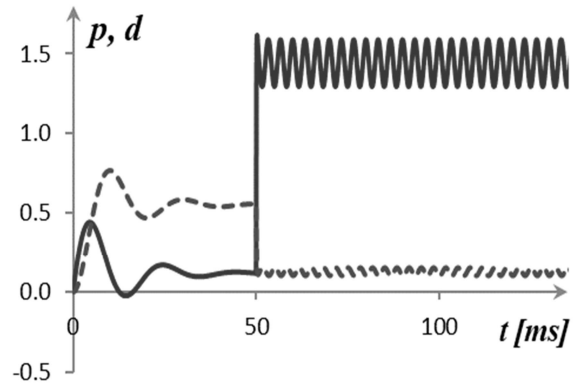
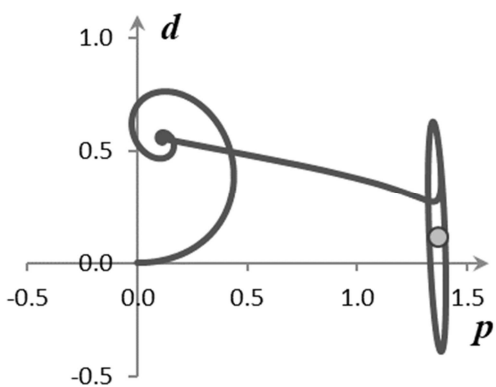
Rys. 3. Zmiana wartości i charakteru obciążenia



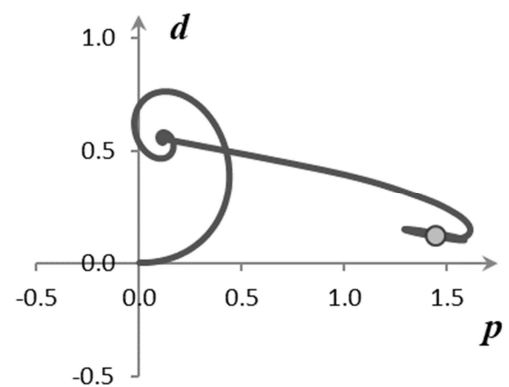
Rys. 5. Wystąpienie asymetrii napięcia zasilania - 10%



Rys. 4. Obciążenie w jednej fazie odbiornika - 1f



Rys. 6. Nieliniowe obciążenie - 5h 5%



5. WNIOSKI I UWAGI

Jak wykazały przeprowadzone badania oraz pomiary stan układu trójfazowego w danej chwili czasu jest jednoznacznie opisany przez macierz tensora mocy \mathbf{s} odbiornika, która jest iloczynem tensorowym napięć \mathbf{u} oraz prądów \mathbf{i} w punkcie przyłączenia. Dekompozycja tensora mocy \mathbf{s} na składowe \mathbf{p} oraz \mathbf{d} umożliwia śledzenie i jednoznaczne określenie stanu układu trójfazowego na płaszczyźnie $d = f(p)$.

Na rysunkach 3, 4 i 5 przedstawiono na płaszczyźnie $d = f(p)$ zmiany wartości mocy układu trójfazowego dla czterech typowych przypadków:

- zmiana wartości i charakteru obciążenia,
- zmiana obciążenia jednej z fazy odbiornika,
- wystąpienie niesymetrii napięć w źródle zasilania,
- przyłączenie nieliniowego obciążenia.

W praktyce współpraca systemu energetycznego z danym odbiorcą energii elektrycznej sprowadza się do spełnienia uzgodnionych warunków zasilania przy zadanych kształtach i parametrach źródła siły elektromotorycznej. Oznacza to, że dążymy do takiego stanu pracy układu, aby poszczególne fazy źródła siły elektromotorycznej były w jednakowym stopniu obciążone, a napięcia i prądy w miejscu zasilania miały zadany kształt i wartość. Korzystając z płaszczyzny zmian mocy $d = f(p)$, warunki zasilania można odwzorować poprzez zaznaczenie minimalnych i maksymalnych zakresów zmian napięcia, prądu i mocy. Odwzorowanie, to może mieć postać równoległoboku lub elipsy. Zastosowanie takiej procedury umożliwia szybką ocenę warunków zasilania.

6. BIBLIOGRAFIA

- Buchholz F.: "Die Drehstrom-Scheinleistung ein ungleichmässiger Belastung drei Zweige", *Licht und Kraft*, No. 2, pp. 9-11, January 1922.
- Budeanu C. I.: "Puissances Reactives et Fictives", Institut Romain de l'Energie, Editura IPE, Bucharest 1927.
- Fryze S.: "Moc czynna, bierna i pozorna w obwodach o przebiegach odkształconych prądu i napięcia", *Przegląd Elektrotechniczny*, No 7 pp. 193-203, No 8 pp. 225-234, 1931.
- Shepherd W., Zakikhani P.: "Suggested Definition of Reactive Power for Nonsinusoidal Systems", *Proc. IEE*, 119, No. 9, pp. 1361-1362, 1972.
- Depenbrock M.: "Wirk- und Blindleistung", *ETG-Fachtagung Blindleistung*, Aachen 1979.
- Akagi H., Nabae A.: "The p-q theory in three-phase systems under nonsinusoidal conditions", *Eur. Trans. Elect. Power*, vol. 3, No. 1, pp. 27-31, Jan./Feb. 1993.
- Nabae A.: "New definition of instantaneous active-reactive current and power based on instantaneous space vectors on polar coordinates in three-phase circuits", *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 11, pp. 1238-1243, Nov. 1996.
- Czarnecki L. S.: "Energy flow and power phenomena in electrical circuits: illusions and reality", *Archiv fur Elektrotechnik*, (82), No. 4, pp. 10-15, 1999.
- Kron G.: "Tensorial Analysis of Integated Transmissin Systems", *Transection of the American Institute of Electrical Engineers*, vol. 70, pp. 1239-1248, 1951.
- Ustariz A. J., Cano E. A., Tacca H. E.: "Instantaneous Power Tensor Theory: Improvement and Assessment of the Electric Power Quality", *Proseeding of 14th International Conference on Harmonics and Quality of Power, ICHQP'2010*, Bergamo-Italy, pp. 1-6, 26-29 Sept. 2010.
- Ładniak L.: "Matrix analysis of power in 3-phase system", *Proseeding of 17th International Conference on Harmonics and Quality of Power, ICHQP'2016*, pp. 324-327, 16-19 Oct. 2016.

POWER QUALITY ASSESSMENT OF THREE-PHASE POWER SYSTEM

The electrical power quality in three-phase power system is a very important problem because a number and power of nonlinear loads is growing years to years. Problems caused by poor power quality have great adverse not only technical but also economical. For this reason, both energy suppliers and energy consumers are looking for new methods to solve energy quality problems and power compensation techniques. This paper presents a new approach for power quality analysis using the matrix and tensor theory. Using those mathematical tools is possible describe a time changes of voltages, currents and power at the terminals of a three-phase circuit as second rank tensors. Each of these tensors has a physical interpretation and can be split into a symmetrical and antisymmetric tensor. One of them describes the energy carried by the circuit, but the other one describes the rate of change of energy stored in the circuit elements. One of them describe the transfer energy by the circuit and second one describes the speed of changes the energy stored in the elements of circuit. This method can be used to describe behavior of multiphase circuit in transient and steady state condition. It is powerful tool for monitoring power quality problems generated in industrial plants where are non-linear and time-variants loads.

Keywords: Multiphase Power System, Power Theory, Power Quality, Tensor Analysis, Matrix Analysis.