Numeryczna analiza dynamiczna wieszaków w łukowym wiadukcie kolejowym. Analiza przypadku



mgr inż. MAREK BLEJA Politechnika Gdańska Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska ORCID: 0000-0002-7981-4503



dr hab. inż. **KRZYSZTOF ŻÓŁTOWSKI, PROF. PG** Politechnika Gdańska Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska **ORCID: 0000-0002-5050-0068**

W artykule przedstawiono analizę dynamiczną wiaduktu kolejowego w ciągu Centralnej Magistrali Kolejowej zlokalizowanego koło Huty Zawadzkiej. W analizie zwrócono szczególną uwagę na lokalną odpowiedź wieszaków na obciążenie przejeżdżającym pociągiem oraz wiatrem.

Wstęp

Objekt jest zlokalizowany w cjagu dwutorowej zelektryfikowanej linii nr 4 Grodzisk Mazowiecki - Zawiercie (CMK), która jest częścią korytarza transeuropejskiego E-65 na szlaku Grodzisk Mazowiecki - Korytów, w km 26,571. Wiadukt ma oddzielne konstrukcje dla każdego toru. Ustrój nośny zaprojektowano jako łuk z jazdą dołem, ze ściągiem w poziomie jezdni. W konstrukcji zastosowano układ wieszaków prostych. Rozpiętość teoretyczna przęsła wynosi 75,0 m, a wysokość całkowita 14,92 m. Obiekt wykonano w konstrukcji stalowej z żelbetowym korytem balastowym. Podstawowe materialy to stal konstrukcyina S355K4, beton ustroju C40/50 oraz stal wieszaków Y1880. Przekrój poprzeczny dźwigara łukowego stanowi skrzynka o wymiarach 1,53 x 0,73 m, przekrój ściągu luku to skrzynka o wymiarach 1,79 x 0,76 m. Poprzecznice zaprojektowano jako dwuteowniki o wysokości 0,70 m, co 5,00 m. Koryto balastowe wykonano z płyty żelbetowej o grubości 0,30 m zespolonej z poprzecznicami i ściągiem łuku. Wieszaki wykonano z pręta stalowego Ø55.

W ostatnim czasie zauważono szereg niekorzystnych zjawisk związanych z zachowaniem się przęseł łukowych pod obciążeniem dynamicznym [1–2]. Sprawa dotyczy szczególnie drgań wieszaków i ich wpływu na nośność. Przedstawiona w artykule analiza pokazuje możliwości przewidywania drgań na etapie projektowania obiektu.

Model numeryczny

Model opracowano w oparciu o dokumentację projektową mostu. Wykonano model MES w środowisku MES SOFiSTiK. Użyto modelu belkowo-powłokowego w przestrzeni trójwymiarowej (e1+e2, p3). Dokonano dyskrety-



Rys. 1. Wizualizacja modelu





Rys. 3. Badany punkt w trakcie symulacji wymuszenia dynamicznego

zacji układu w oparciu o elementy powierzchniowe czterowęzłowe (płyta żelbetowa), elementy belkowe typu Timoszenki (konstrukcja stalowa) i elementy cięgnowe (wieszaki). Do modelowania podpór, połączenia łuku ze ściągiem oraz połączenia podłużnic ze ściągiem użyto sprzężeń kinematycznych węzłów ze sprzęgnięciem odpowiadających przemieszczeń i obrotów. Wykonano analizę zbieżności dyskretyzacji MES oraz przyjęto rozmiar siatki 0,5 x 0,5 m dla elementów powierzchniowych, 0,5 m dla elementów belkowych ściągu, poprzecznic oraz podłużnic, 1 m dla elementów belkowych łuku i stężeń. Wieszaki zostały zamodelowane jako jeden element cięgnowy.

Model obliczeniowy składa się z 3906 węzłów, 1248 elementów powłokowych, 1956 elementów belkowych oraz 26 elementów cięgnowych. Na rys. 1. przedstawiono wizualizację modelu, a na rys. 2. schemat statyczny. Przyjęto warunki brzegowe jak dla belki swobodnie podpartej.

Ciężar własny i rozkład mas skorygowano do wartości z projektu wykonawczego ze względu na pominięcie w modelu przepon oraz żeber. Obciążenia przyjęto zgodnie z normą [3] w postaci ciężaru nawierzchni. Wszystkie przedstawione analizy przeprowadzono na wartościach charakterystycznych. Za pomocą modułu CSM (Construction Stage Manager – SOFiSTiK) obliczono siły w wieszakach od wstępnego naciągu dla warunku zerowych przemieszczeń pomostu pod ciężarem własnym w stanie bezużytkowym. Wyjątek stanowią najkrótsze wieszaki, w których zadano siłę zbliżoną do sił w pozostałych wieszakach.

Na podstawie analizy modalnej wyznaczono postaci oraz częstotliwości drgań własnych konstrukcji. W analizie uwzględniono wcześniej zadany ciężar nawierzchni kolejowej jako masę niekonstrukcyjną. Wyniki przedstawiono w tab. 1.

Liniowa analiza dynamiczna

Na kolejnym etapie pracy przystąpiono do wyznaczenia parametrów dynamicznych modelu. Tłumienie zostało określone za pomoca modelu tłumienia masowo--sztywnościowego Rayleigha jako liniowa kombinacja współczynników do macierzy sztywności oraz mas. Celem było uzyskanie liczby tłumienia o wartości ξ=0,5%. Następnie model poddano weryfikacji za pomocą symulacji wymuszenia dynamicznego. W środku rozpiętości przyłożono impuls siły o wartości 100 kN (rys. 3.), działający w czasie 0,2 s (rys. 4.). Następnie przeanalizowano odpowiedź konstrukcji. Czas badania swobodnej odpowiedzi wynosił 10 s. Analizowano zanikanie w czasie przemieszczeń pionowych w środku rozpiętości łuku (rys. 5.). Na wykres naniesiono linię trendu, z której wyznaczono logarytmiczny dekrement tłumienia o wartości LDT=3,7%, odpowiada-

Tab. 1. Częstotliwości drgań własnych

	Postać	Częstotliwość własna [Hz]	Opis
[1	1,18	1 postać giętna pozioma
	2	1,67	1 postać giętna pionowa
	3	1,93	2 postać giętna pozioma
	4	2,78	1 postać skrętna
ĺ	5	2,91	2 postać giętna pionowa











Rys. 6. Pociąg testowy wykorzystany do badań [9]

jący wartości ξ=0,59%. Krok czasowy obliczeń przyjęto jako 0,01 s na podstawie analizy zbieżności metody Newmarka.

Po skalibrowaniu tłumienia w modelu numerycznym przystąpiono do analizy dynamicznej przejazdu taboru. W pracach [4–8] przedstawiono możliwości modelowania obciążeń pochodzących od taboru i przykłady realizacji. W analizach powszechnie przyjmuje się uproszczenie zastępujące resorowane układy masowe siłami skupionymi w miejscach występowa-



Rys. 7. Wykres zależności przemieszczeń od czasu dla przejazdu 180 km/h



Rys. 8. Wykres zależności przemieszczeń od czasu dla przejazdu 200 km/h



Rys. 9. Siły w wieszakach bez wstępnego naciągu



Rys. 10. Siły w wieszakach ze wstępnym naciągiem

-	0	D / ·	 		
Inh	•,	Dorownonia	draon	Whochych	MUCCZOKOV
Idu.	۷.	FUIUWIIallie	uluali	WIDSIIVUI	WIESZANUV

	Częstotliwość własna [Hz]					
Nr wieszaka	Bez wstępnego naciągu		Ze wstępnym naciągiem			
	Obl. wg (4.1)	Obl. numeryczne	Obl. wg (4.1)	Obl. numeryczne		
W7	4,74	5,23	4,94	5,44		
W6	4,83	5,35	5,01	5,53		
W5	5,13	5,70	5,25	5,83		
W4	5,67	6,35	5,78	6,47		
W3	6,44	7,37	6,71	7,01		
W2	7,33	8,85	8,82	10,30		
W1	7,20	11,30	12,86	16,22		

nia osi pojazdu. Obciążenie w rozważanym przypadku odwzorowuje zestaw wykorzystany do badań polowych przęsła [9]. Stanowił on strumień sił skupionych pociągu złożonego z dwóch lokomotyw typu ES64U4 oraz czterech wagonów pasażerskich 154A (rys. 6.). Analizę przeprowadzono za pomocą modułu DYNA w programie SOFiSTiK poprzez niejawne numeryczne całkowanie równań ruchu metodą Newmarka. Badano układ liniowy z uwzględnieniem numerycznego tłumienia wysokich częstotliwości [10].

Opracowany model poddano analizie porównawczej z pomiarami z przejazdu pociągu rzeczywistego oraz obliczeniami MES przedstawionymi w opracowaniu [9]. Porównywany model wykonano w programie Abaqus, wykorzystując do jego budowy elementy belkowe (wieszaki, podkłady i szyny), powłokowe (konstrukcja stalowa z wyłączeniem wieszaków), powierzchniowe (surface elements, zbrojenie płyty betonowej) oraz objętościowe (płyta betonowa, tłuczeń). Łączna liczba elementów skończonych (i węzłów) wyniosła ponad 164 tys.

Do analizy wybrano wartość pionowego przemieszczenia ściągu łuku w połowie rozpiętości. Na rys. 7. i 8. przedstawiono zestawienie otrzymanych wyników. Opisany w niniejszym artykule model osiągnął rezultaty niemal pokrywające się z wartościami zarejestrowanymi podczas badań terenowych. Ponadto użyty model belkowo--powłokowy osiągnął większą zgodność z pomiarami niż bardziej skomplikowany model bryłowy. Otrzymane wykresy wskazują na poprawną kalibrację parametrów tłumienia konstrukcji.

Analiza modalna wieszaków

W dalszej części artykułu skupiono uwagę na zachowaniu się wieszaków poddanych obciążeniom dynamicznym. W celu przeprowadzenia obliczeń zmieniono sposób odwzorowania wieszaków w modelu globalnym: z pojedynczego elementu cięgnowego na 10 elementów belkowych (uwzględniono EJ). Warunki brzegowe przyjęto jako sztywne połączenie z dźwigarem oraz ściągiem. W pracy przeanalizowano dwa przypadki technologii budowy obiektu. Pierwszy przypadek zakłada metodę napinania grawitacyjnego wieszaków, drugi uwzględnia zastosowanie wstępnego naciągu. Na początku zbadano różnice pomiędzy siłami normalnymi występującymi w wieszakach w dwóch opisanych przypadkach. Na rysunkach 9. i 10. przedstawiono uzyskane wyniki.

Dla obu wariantów przeprowadzono analizę modalną z uwzględnieniem wstępnego napięcia cięgien.

Dla porównania wykonano obliczenia analityczne, wykorzystując równanie (1). Wzór jest właściwy dla przypadku cięgna podpartego przegubowo na końcach, z zaniedbywal-





ną sztywnością giętną i z równomiernie rozłożoną po długości masą. Wyniki przedstawiono w tab. 2.

$$f_{si} = \frac{i}{2L} \cdot \sqrt{\frac{T}{m}} \tag{1}$$

gdzie:

i – numer kolejnej postaci drgań własnych

L – długość cięgna [m]

T – siła w cięgnie [kN]

 m – równomiernie rozłożona masa na jednostkę długości

W tabeli największe różnice w wartościach występują w najkrótszych wieszakach, gdzie dużą rolę odgrywa sztywność giętna. Różnice dla najdłuższych wieszaków są zdecydowanie mniejsze i wynikają głównie z odmiennych warunków brzegowych.

Do dalszych rozważań wykorzystano model ze wstępnym naciągiem. Na rys. 11. zestawiono ze sobą globalne drgania konstrukcji z lokalnymi drganiami wieszaków. Analizując wykres, można zauważyć, że częstotliwości drgań środkowych cięgien pokrywają się z wrażliwymi częstotliwościami własnymi konstrukcji – niezależnie od zastosowanego systemu naciągu.

Nieliniowa analiza dynamiczna

Ze względu na pokrywające się częstotliwości drgań wieszaków i konstrukcji zbadano wpływ drgań globalnych konstrukcji na drgania lokalne wieszaków. Badania przeprowadzono przy zastosowaniu nieliniowej geometrycznie analizy dynamicznej. Dla uproszczenia analizy (czas obliczeń) wykonano model lokalny środkowego wieszaka (L=13,288 m), wykorzystując uaktualnioną geometrię oraz









Rys. 15. Przemieszczenia poziome środkowego węzła prostopadle do płaszczyzny wieszaków – przejazd 180 km/h

sity z modelu globalnego. Model składał się z 20 elementów belkowych. Warunki brzegowe przyjęto jako obustronne utwierdzenie. Liczbę tłumienia przyjęto jako ξ =0,2%, a wartość logarytmicznego dekrementu tłumienia wyniosła LDT=0,94%.

Obciążenie przyłożono jako przemieszczenia zmienne w czasie skrajnych węzłów wieszaka. Przemieszczenia węzłów $x_{i,k}(t)$, $y_{i,k}(t)$, $z_{i,k}(t)$ zostały wyznaczone w każdym z 3 kierunków w modelu globalnym z krokiem czasowym 0,01 s w symulacji przejazdu pociągu (rys. 7., rys. 8.). Oś x stanowi oś podłużną wiaduktu, oś y – oś poprzeczną do wiaduktu, natomiast oś z stanowi oś pionową.

Przeprowadzono nieliniową analizę dynamiczną za pomocą modułu ASE SOFiSTiK













Rys. 20. Lokalne drgania poziome prostopadle do płaszczyzny wieszaka - przejazd 200 km/h

[10], korzystając z klasycznych parametrów metody Newmarka. W rezultacie obliczeń otrzymano nałożone na siebie drgania wieszaka wywołane globalną pracą konstrukcji oraz poszukiwane drgania lokalne. Na wykresach (rys. 13., rys. 15., rys. 17., rys. 19.) przedstawiono przemieszczenia środkowego węzła z modelu lokalnego oraz modelu globalnego. Następnie odjęto od siebie obie wartości i otrzymano wykresy (rys. 14., rys. 16., rys. 18., rys. 20.) lokalnych drgań wzbudzonych w wieszaku. Obliczenia wykazały odpowiedź dynamiczną w kierunku prostopadłym do osi wieszaka. Nie zarejestrowano wzbudzenia drgań pionowych (na kierunku osi wieszaka).

Na przedstawionych wykresach można zauważyć, że globalne drgania konstrukcji wywołane przejazdem pociągu powodują wzbudzenie lokalnych drgań wieszaków o amplitudzie 1–2 mm.

Wzbudzenie wiatrowe wieszaka

Kolejnym etapem prac było zbadanie podatności wieszaków na działanie wiatru. Ocenę przeprowadzono w oparciu o efekt działania wirów von Kármána. Analizę przeprowadzono według normy DIN [11]. Zgodnie z procedurą (wzory (2) oraz (3)) wyznaczono obciążenie, które wykorzystano w obliczeniach MES.

$$q(t) = 0.7 \cdot \mathbf{D} \cdot \frac{v_{crit,i^2}}{1600} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f_i \cdot t) \cdot k_{F,i} \quad (2)$$

$$v_{crit,i} = \frac{f_i \cdot D}{st} = \frac{5.4 \cdot 0.055}{0.2} = 1.47 \frac{m}{s}$$
 (3)

0,7 – współczynnik siły wzbudzenia dla wieszaków okrągłych

D – średnica wieszaka [m]

v _{crit,i} – krytyczna prędkość wiatru dla danej częstotliwości drgań [m/s]

 f_i – częstotliwości drgań własnych wieszaka [Hz]

k_{F,i} – współczynnik uwzględniający spadek siły wzbudzającej przy wyższych częstotliwościach k_{F i}=1,0 dla f_i<7 Hz)</p>

St – liczba Strouhala (St=0,2 dla przekrojów okrągłych)

Obliczenia przeprowadzono dla pierwszej częstotliwości drgań wieszaka wynoszącej f_i =5,40 Hz, średnicę wieszaka przyjęto zgodnie z projektem jako D=0,055 m, wyznaczona prędkość krytyczna dla pierwszej częstości drgań własnych wyniosła $v_{crit,i}$ =1,47 m/s. Szerokość pasma obciążenia przyjęto zgodnie z normą [11] jako L=24D=1,305 m. Na rys. 21. przedstawiono schemat obciążenia wraz z maksymalną amplitudą. Celem obliczeń było znalezienie maksymalnej amplitudy drgań wieszaka. W obliczeniach wykorzystano teorię i parametry mechaniczne wieszaka określone

w części Nieliniowa analiza dynamiczna. Na rys. 22. przedstawiono otrzymane wykresy przemieszczeń w czasie węzła w poło-



Rys. 21. Schemat obciążeń [kN/m]

wie wysokości wieszaka, na kierunku zgodnym z kierunkiem siły wzbudzającej.

Maksymalne przemieszczenie wieszaka wyniosło 0,043 mm i wystąpiło po okresie 7 s drgań wymuszonych. Siła wypadkowa parcia wiatru wyniosła 0,067 N. W przypadku analizowanego obiektu obliczone wartości przemieszczeń dla drgań wzbudzonych przez wiatr były znacznie mniejsze niż dla drgań wzbudzonych przez przejazd taboru. W wyniku drgań dochodziło do nieznacznej zmiany siły normalnej w wieszaku osiągającej maksymalnie 0,6 kN.

Wnioski

Przedstawiony artykuł wskazuje na możliwości wykorzystania nieliniowej analizy dynamicznej w procesie projektowania konstrukcji lub na etapie szczegółowych ekspertyz. Odpowiednio skalibrowane proste modele MES pozwalają na uzyskanie szczegółowych informacji dotyczących zachowania konstrukcji bez dużych nakładów czasowych. Bardziej szczegółowa analiza interakcji pomiedzy modelem globalnym a lokalnym może stanowić podstawę do dalszych rozważań naukowych. Uproszczenia wynikające z zastosowanej symulacji przejazdu pociągu po moście wystarczająco dokładnie (z technicznego punktu widzenia) opisują dynamiczną pionową odpowiedź konstrukcji. Niewątpliwym wyzwaniem jest opracowanie zastępczych obciążeń odwzorowujących obciążenia poprzeczne do kierunku ruchu.

W rezultacie przeprowadzonych analiz można sformułować następujące wnioski szczegółowe:

- Technologia wykonania wieszaków ma teoretycznie niewielki wpływ na ich cechy dynamiczne. Niemniej jednak prętowe wieszaki spawane są wrażliwe na błędy montażowe, które można wyeliminować, stosując systemy przegubowe, wstępnie napinane.
- Przy krótkich wieszakach prętowych sztywność giętna i warunki brzegowe mają wpływ na postaci oraz częstości drgań własnych.
- W rozważanym przypadku, przy właściwym napięciu wieszaka, nie powinny wy-

stąpić znaczące drgania poprzeczne wywołane przejazdem taboru.

Rys. 22. Drgania wieszaka wzbudzone wiatrem

W rozważanym przypadku, przy właściwym napięciu wieszaka, nie powinny wystąpić znaczące drgania poprzeczne wywołane działaniem wiatru.

Negatywne dynamiczne zachowanie się wieszaków w przęśle łukowym może wynikać z niedostatecznego napięcia pod ciężarem własnym. Taka sytuacja może wystąpić jako rezultat obiektywnych imperfekcji montażowych. W przypadku zastosowania wieszaków wstępnie napinanych taki efekt nie powinien się pojawić. Jednakże dynamiczne symulacje wpływu obciążeń poprzecznych na odpowiedź dynamiczną konstrukcji mogą być źródłem nowych informacji na temat dynamiki wieszaków w moście łukowym.

Literatura

 Wilde K, Miškiewicz M, Pyrzowski Łukasz, Chróścielewski J. Ekspertyza techniczna dotycząca drgań konstrukcji mostu w km 26,571/26,578 linii kolejowej nr 4 (CMK) w m. Huta Zawadzka. 2016;1-24.

[2] Richard Malm, Andreas Andersson, Field testing and simulation of dynamic properties of a tied arch railway bridge, Engineering Structures, Volume 28, Issue 1, 2006, Pages 143-152, ISSN 0141-0296.

[3] PN-EN 1991-1 Eurokod 1: Oddziaływania na konstrukcje Część 1-1: Oddziaływania ogólne.

[4] Fryba L., Dynamics of Railway Bridges, Thomas Telford, 1996.
[5] Klasztorny M., Drgania jednotorowych mostów kolejowych wywolane ruchem pociągów z dużymi prędkościami. Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1987.

[6] Żółtowski K., Kozakiewicz A., Romaszkiewicz T., Szafrański M., Madaj A., Falkiewicz R., Raduszkiewicz T., Redzimski K., Przebudowa mostu kolejowego przez rzekę Pilicę z przystosowaniem do dużych prędkości, "Archiwum Instytutu Inżynierii Lądowej" 8/2010, XX Seminarium "Współczesne Metody Wzmacniania i Przebudowy Mostów", Poznań 2010.

[7] Žółtowski K., Szafrański M., Modelowanie konstrukcji mostów pod kątem dynamicznym, [w:] Seminarium szkoleniowe mosty kolejowe, Oficyna wydawnicza PW, Warszawa 2013, s. 101–116.
[8] Oleszek R., Analiza dynamiczna mostów kolejowych w świetie współczesnych przepisów, Instytut Dróg i Mostów, Politechnika Warszawska, Warszawa 2015.

[9] Świercz A., Moduł pomiaru i oceny odpowiedzi dynamicznej eksploatowanych kolejowych konstrukcji mostowych (MODO) – Numeryczna analiza konstrukcji mostowych – wybrane zagadnienia (wersja trzecia), Instytut Podstawowych Problemów Techniki Polskiej Akademii Nauk, Warszawa, październik 2017. 101 SOFISTIK Manual, www.sofistik.com.

 Jachveröffentlichung der Bundesanstalt für Straßenwesen: Leifaden zum Anhang NA.F Bemessung von Hängern an Stabbogenbrücken der DIN EN 1993-2/NA:2014-10. Februar 2018.
 Instrukcja Id-2. Warunki techniczne dla kolejowych obiektów

inżynieryjnych, Warszawa 2005. [13] Instrukcja Id-16. Instrukcja utrzymania kolejowych obiektów inżynieryjnych na liniach kolejowych do prędkości 200/250 km/h,

Warszawa 2014. [14] Ustawa z dnia 7 lipca 1994 r. Prawo budowlane (t.j., Dz.U. 2016 poz. 290). [15] Rozporządzenie Ministra Transportu i Gospodarki Morskiej z dnia 10 września 1998 r. w sprawie warunków technicznych, jakim powinny odpowiadać budowle kolejowe i ich usytuowanie (Dz.U. 1998 nr 151 poz. 987).

DOI: 10.5604/01.3001.0015.4166 PRAWIDŁOWY SPOSÓB CYTOWANIA

Bleja Marek, Żółtowski Krzysztof, 2021, Numeryczna analiza dynamiczna wieszaków w lukowym wiadukcie kolejowym. Analiza przypadku, "Builder" 11 (292). DOI: 10.5604/01.3001.0015.4166

Streszczenie: W artykule przedstawiono analizę dynamiczną wiaduktu kolejowego w ciągu Centralnej Magistrali Kolejowej zlokalizowanego koło Huty Zawadzkiej. W analizie zwrócono szczególną uwagę na lokalną odpowiedź wieszaków na obciążenie przejeżdżającym pociągiem oraz wiatrem. Obliczenia przeprowadzono na podstawie wykonanego modelu MES. Zwervfikowano poprawność modelu poprzez porównanie uzyskanych wyników z wartościami pomierzonymi. Przeprowadzono nieliniową analizę dynamiczną badania zachowania wieszaków. Następnie porównano amplitudy drgań wieszaka podczas przejazdu taboru oraz w sytuacji wzbudzenia wirami von Kármána. Analizy zostały przeprowadzone przy okazji realizacji pracy magisterskiej.

Słowa kluczowe: analiza dynamiczna, analiza MES, drgania wieszaków, metoda Newmarka

Abstract: FEM DYNAMIC ANALYSIS OF THE HANGERS IN A STEEL ARCH RAIL-WAY VIADUCT. CASE STUDY. The article presents a dynamic analysis of a railway bridge located near Huta Zawadzka on the Central Rail Line. The analysis was mainly focused on the local behaviour of the hangers under the railway dynamic load. The calculations were performed on the FEM model. The efficiency of the model was assessed by comparing it with the measured dynamic response of the structure. The non-linear dynamic analysis was conducted to develop the behaviour of the hanger (tension element). Afterwards, the dynamic response of the hanger ware evaluated during the passing train and wind excitation. Following study was a part of the master thesis.

Keywords: dynamic analysis, FEM analysis, Cable dynamic properties, Newmark method