

# Wpływ sztywności linek wieszakowych na dynamiczne oddziaływanie pomiędzy pantografem i kolejową siecią trakcyjną

Danuta BRYJA<sup>1</sup>, Adam HYLINSKI (POPIOŁEK)<sup>2</sup>

## Streszczenie

W artykule przedstawiono analizę numeryczną wpływu tzw. „poluźniania” linek wieszakowych łączących linę nośną z przewodem jezdny, na dynamiczne oddziaływanie między pantografem i siecią trakcyjną. Poluźnianie wieszaków jest odpowiednikiem wybożenia i wynika z zerowej lub pomijalnie małej sztywności linek wieszakowych na ściskanie. Uwzględnienie tego zjawiska w symulacjach komputerowych prowadzi do zagadnienia geometrycznie nieliniowego. Do analizy numerycznej wykorzystano opracowaną wcześniej przez autorów metodę symulacyjną, tak zmodyfikowaną, aby poluźnienie linek wieszakowych było uwzględniane przez wprowadzenie ich resztkowej sztywności na ściskanie, zdefiniowanej jako określony procent sztywności na rozciąganie. Zaproponowano dwa algorytmy rozwiązania problemu nieliniowości równań ruchu układu pantografy – sieć trakcyjna. W obu wariantach zastosowano metodę całkowania numerycznego Newmarka. Porównano odpowiedzi dynamiczne układu, wyznaczone przy różnych wartościach resztkowej sztywności linek wieszakowych na ściskanie. Pokazano, że założenie zerowej sztywności resztkowej linek w ciągnowym modelu sieci jezdnej istotnie wpływa na odpowiedź dynamiczną układu sieć trakcyjna – pantograf. W takim przypadku i przy dużej prędkości ruchu pantografu, przewód jezdny praktycznie nie współpracuje z liną nośną i doznaje dużych drgań. Wykazano, że linki wieszakowe powinny być tak projektowane, aby miały sztywność resztkową na ściskanie równą co najmniej 1% ich sztywności na rozciąganie. Zapewniona jest wówczas właściwa współpraca liny nośnej z przewodem jezdny, o czym świadczą wyniki symulacji, spełniające wymogi normy PN-EN 50318: 2002.

**Słowa kluczowe:** sieć trakcyjna, pantografy, poluźnianie się wieszaków, nieliniowość geometryczna, symulacja drgań, walidacja metody symulacyjnej

## 1. Wprowadzenie

W ostatnich latach w literaturze światowej, np. [6, 11, 13] i w literaturze polskiej, np. [9, 14], obserwuje się wzmożone zainteresowanie metodami symulacji numerycznej oddziaływania dynamicznego między górną siecią jezdnią kolejowej trakcji elektrycznej a poruszającymi się po niej pantografami. Rozwijane są coraz bardziej zaawansowane metody symulacyjne, coraz lepiej opisujące rzeczywiste warunki eksploatacji sieci trakcyjnych. W większości współcześnie proponowanych metod, autorzy stosują podobne podejście, zakładające modelowanie wszystkich elementów konstrukcyjnych sieci trakcyjnej (liny nośnej, przewodu jezdny, linek wieszakowych, ramion odciążowych, słupów trakcyjnych) za pomocą metody elementów skończonych, z zastosowaniem elementów belkowych Eulera, por. [13]. Podejście to uwzględnia

sztywność giętną zarówno liny nośnej, jak i przewodu jezdny, które jest pomijalnie małe, jeśli weźmie się pod uwagę fakt, że długość wieloprzęsłowego odcinka naprężania sieci jest wielokrotnie większa od charakterystycznego wymiaru przekroju poprzecznego liny lub przewodu. Równocześnie, także podejście pomija specyficzne cechy drgań sieci trakcyjnej jako złożonego wieszara ciągnowego, co będzie pokazane w części numerycznej artykułu.

Autorzy artykułu, którzy od kilku lat prowadzą badania nad autorską metodą symulacyjną bazującą na teorii drgań wiotkiego wieloprzęsłowego cięgnia i aproksymacyjnej metodzie Lagrange’a – Ritza, zaproponowali alternatywną metodę modelowania sieci trakcyjnej. Pierwsze wyniki prac zostały opublikowane w [5], gdzie znajduje się szczegółowy opis zaproponowanego modelu obliczeniowego układu pantografy – sieć trakcyjna, w tym kolejne kroki wyprowadzenia

<sup>1</sup> Dr hab. inż., prof. PWR.; Politechnika Wrocławska, Wydział Budownictwa Lądowego i Wodnego, Katedra Mostów i Kolei; e-mail: danuta.bryja@pwr.edu.pl.

<sup>2</sup> Mgr inż.; Politechnika Wrocławska, Wydział Budownictwa Lądowego i Wodnego, Katedra Mostów i Kolei; e-mail: adam.hylinski@pwr.edu.pl.

równań ruchu. W modelu tym przyjęto, że linki wieszakowe łączące wieloprzęsłową linię nośną i przewód jezdny są traktowane jako odkształcalne elementy bezmasowe, które nie przenoszą ściskania, natomiast przy rozciąganiu zachowują się jak więzi liniowo-sprężyste. Są to zatem elementy sprężyste typu „więź ze stopem”, które charakteryzuje różna sztywność, zależna od zakresu wartości względnego przemieszczenia końców więzi [7].

Zjawisko nieprzenoszenia sił ścisających przez linki wieszakowe wynika z ich konstrukcji. Wykonywane są one zwykle jako giętkie linki z drutów miedzianych – przykładowo, w sieciach trakcyjnych eksploatowanych przez PKP stosowane są linki typu L10 o przekroju  $10 \text{ mm}^2$ , z podwójnym splotem  $7 \times 7$  drutów o średnicy znamionowej  $0,51 \text{ mm}$ . Pod działaniem sił ścisających takie linki tracą kształt – ulegają tzw. „poluźnieniu”, które jest odpowiednikiem wybożenia. Podczas przejazdu pantografu następuje uniesienie przewodu jezdnyego w przekroju kontaktowym i jego otoczeniu spowodowane naciskiem głowicy pantografu. Unoszą się wówczas dolne końce linek wieszakowych w otoczeniu przekroju kontaktowego, co skutkuje poluźnieniem linek, a przez to chwilowym wyłączeniem się ich z pracy. Daje to efekt chwilowego rozłączenia przewodu i liny nośnej. Po przejeździe pantografu, w trakcie drgań swobodnych następuje na przemian obniżenie i uniesienie przewodu. Każde obniżenie skutkuje ponownym napięciem linek wieszakowych i powrotem do stanu, w którym przewód jest połączony z linią nośną.

Uwzględnienie opisanego zjawiska w modelu obliczeniowym sieci skutkuje pojawieniem się geometrycznej nieliniowości, która komplikuje schemat numerycznego całkowania równań ruchu. W pracy [2] autorzy zaproponowali metodę rozwiązania nieliniowych równań ruchu, polegającą na takim ich przekształceniu, które umożliwia wyznaczenie w sposób iteracyjny sił nieliniowych, kompensujących do zera wpływ linek wieszakowych, zidentyfikowanych jako wieszaki ścisane w danym kroku obliczeniowym. Identyfikacja wieszaków ścisanych jest dokonywana na podstawie obserwacji względnego przemieszczenia końców każdej linki, a ich sztywność na ściskanie jest zerowa, jeśli siły kompensacyjne są wyznaczone z dostateczną dokładnością. Podobne podejście zastosował Pombo w pracach [1, 13], sugerując bez dokładniejszej analizy, że kompensacja wpływu wieszaków ścisanych powinna być tak realizowana, aby była uwzględniona resztkowa sztywność linek na ściskanie.

W związku z tym, za cel badań opisanych w niniejszym artykule, przyjęto analizę wpływu resztkowej sztywności linek na ściskanie na dynamiczne oddziaływanie między pantografem a kolejową siecią trakcyjną. Do analizy wykorzystano opracowaną wcze-

śniej metodę symulacyjną tak zmodyfikowaną, aby uwzględniała resztkową sztywność na ściskanie linek wieszakowych. Sztywność resztkowa na ściskanie jest zdefiniowana, jako odpowiedni procent sztywności na rozciąganie, który będzie określony przez stopniową redukcję sztywności wyjściowej, równej sztywności na rozciąganie. W pierwszym etapie analizy porównano odpowiedzi dynamiczne układu sieci trakcyjnej – pantograf, wyznaczone przy różnych wartościach zredukowanej sztywności linek wieszakowych znajdujących się w stanie ściskania: od wartości wyjściowej charakterystycznej dla stanu rozciągania (zerowa redukcja sztywności przy ścisaniu, linki wieszakowe zachowują się jak więzi liniowo-sprężyste w całym zakresie przemieszczeń) do zera (pełna redukcja sztywności). W drugim etapie uwzględniono przypadki, gdy sztywność linek wieszakowych w stanie ściskania stanowi niewielki procent sztywności wyjściowej, wówczas sztywność zredukowana reprezentuje rezydualną (resztkową) sztywność, jaką mają linki wieszakowe podczas poluźniania (wybożenia) [1]. W celu weryfikacji uzyskanych wyników opracowano oraz zaprezentowano alternatywną procedurę rozwiązywania problemu nieliniowości, wynikającej z nieprzenoszenia ściskania przez linki wieszakowe. Porównano wyniki uzyskane za pomocą obu wersji metody symulacyjnej.

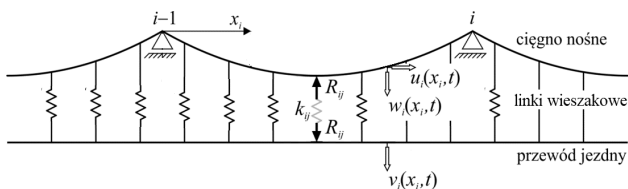
Uzyskane wyniki dowodzą, że założenie zerowej sztywności linek wieszakowych na ściskanie w ciągłym modelu sieci jezdnej, bardzo istotnie wpływa na odpowiedź dynamiczną układu sieci trakcyjnej – pantograf. Przy dużej prędkości ruchu pantografu, przewód jezdny praktycznie nie współpracuje z linią nośną i doznaje dużych drgań. Wykazano, że uwzględnienie jednoprocetowej sztywności rezydualnej na ściskanie jest wystarczające, aby zapewnić właściwą współpracę liny nośnej z przewodem jezdny i uzyskać wyniki symulacji spełniające wymogi normowe.

## 2. Metoda symulacyjna

Zastosowany do analiz numerycznych model obliczeniowy układu sieci trakcyjnej – pantografy oraz metoda symulacji oddziaływania dynamicznego między górną siecią jezdnią i pantografami szczegółowo opisano i przetestowano we wcześniejszych pracach autorów [2–5]. Wszystkie przedstawione w tych pracach testy numeryczne, przeprowadzono z użyciem uproszczonych wersji metody symulacyjnej. W pracy [2], gdzie badano wpływ tłumienia na odpowiedź dynamiczną układu, uproszczenie metody polegało na założeniu liniowego zachowania linek wieszakowych – linki traktowano jako więzi liniowo-sprężyste, które przenoszą zarówno ściskanie, jak i rozciąganie. W kolejnych dwóch pracach [3, 4] uwzględniano

już nieliniowe zachowanie linek wieszakowych, ale w uproszczonej formie, tzn. przyjmując tylko jeden krok iteracji w procedurze wyznaczania nieliniowego wektora sił kompensujących wpływ wieszaków ściskanych. Wykorzystując ten wariant metody symulacyjnej, przeprowadzono wstępną walidację metody zgodnie z wymaganiami normy [12]. Walidacja ta jest konieczna, aby zastosować opracowaną metodę symulacyjną w praktyce inżynierskiej. Zasady przeprowadzania oraz wyniki walidacji przedstawiono w pracy [4]. W pracy [3] pokazano przykład analizy drgań układu przy obciążeniu sieci dwoma pantografami.

W artykule zastosowano pełną wersję metody symulacyjnej opisanej w [2], bazującej na modelu obliczeniowym przedstawionym w pracy [5]. Opis matematyczny metody nieco zmodyfikowano, aby umożliwić realizację celu badań. Ogólne założenia modelu przyjęto jak w pracy [5], tzn. sieć jezdna składa się z jednego przewodu jezdneho i jednej liny nośnej (rys. 1), a analizowany odcinek sieci składa się z zadanej liczby przęseł. Reprezentowana lina nośna jest w stanie nieobciążonym przez ciężno o trasie parabolicznej w obrębie każdego przęsła i jest podparta przesuwnie na sztywnych podporach. Przewód jezdny jest modelowany przez prostoliniowe ciężno, czyli strunę. Oba te elementy poddane są wstępnemu naciągowi, który wynika z działania urządzeń naprężających sieć jezdna.



Rys. 1. Schemat górnej sieci jezdnej [opracowanie własne]

Przewód jezdny jest podwieszony do liny nośnej za pomocą wiotkich linek wieszakowych. Są one modelowane za pomocą więzi sprężystych, których charakterystyką jest sztywność  $k_{ij}$ . Symbolem  $i$  jest oznaczony numer przęsła, a symbolem  $j$  numer wieszaka w  $i$ -tym przęsle. Sztywność na rozciąganie  $k_t$  wszystkich linek wieszakowych jest jednakowa, stała i wynosi  $k$ . Sztywność na ściskanie  $k_c$  jest również jednakowa dla wszystkich wieszaków, stała i wynosi  $\kappa k$ , gdzie  $\kappa$  jest współczynnikiem określającym część sztywności  $k$  pozostającą po założonej redukcji wyjściowej wartości sztywności wieszaków  $k$ . Przyjęcie  $\kappa = 0$  oznacza pełną redukcję sztywności do zera (wieszaki mają zerową sztywność na ściskanie),  $\kappa = 1$  oznacza brak redukcji (sztywność na ściskanie jest taka sama jak na rozciąganie). W dalszej części artykułu współczynnik  $\kappa$  będzie wyrażany w procentach i nazywany krótko sztywnością na ściskanie, a jego małe wartości

będą nazywane rezydualną sztywnością na ściskanie. Przyjętą zasadę określania sztywności linki wieszakowej można zapisać za pomocą następującej definicji warunkowej:

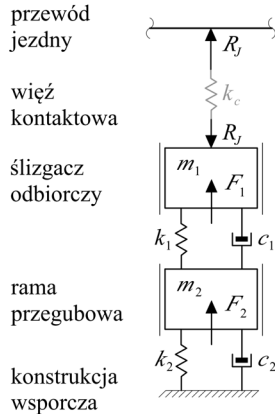
$$k_{ij} = \begin{cases} k_t = k & \text{gdy } R_{ij}(t) - R_{ij}^0 \leq 0 \quad (\text{rozciąganie linki wieszakowej}) \\ k_c = \kappa k & \text{gdy } R_{ij}(t) - R_{ij}^0 > 0 \quad (\text{ściskanie linki wieszakowej}) \end{cases} \quad (1)$$

z której wynika, że w niniejszym artykule przyjęto, iż linki wieszakowe są modelowane jako więzi biliniowo-sprężyste [7]. Przy stosowaniu wzoru (1) należy pamiętać, że siła  $R_{ij}(t)$  jest reakcją więzi, skierowaną przeciwnie do siły powodującej odkształcenie. Zatem linka wieszakowa jest ściskana, gdy  $R_{ij} - R_{ij}^0 > 0$ , co wynika z rysunku 1, na którym zaznaczono zwroty reakcji więzi, które przyjęto za dodatnie. Siła  $R_{ij}^0 = m_p g d_{ij}$  jest reakcją więzi sprężystej pochodzącą od ciężaru własnego przewodu jezdneho, gdzie  $m_p$  jest masą jednostkową przewodu,  $g$  przyspieszeniem grawitacyjnym,  $d_{ij}$  odległością pomiędzy wieszakami. Zmienna w czasie reakcja więzi  $R_{ij}(t)$  jest wyrażona wzorem:

$$R_{ij}(t) = k_{ij} [w_i(x_{ij}, t) - v_i(x_{ij}, t)], \quad (2)$$

w którym  $w_i(x_{ij}, t)$  oznacza pionowe przemieszczenie liny nośnej, a  $v_i(x_{ij}, t)$  jest przemieszczeniem przewodu jezdneho w punkcie zamocowania linki wieszakowej  $x_{ij}$ . Z definicji (1) i (2) wynika, że sztywność każdej linki wieszakowej zależy od aktualnego stanu przemieszczenia liny nośnej i przewodu jezdneho, co wprowadza nieliniowość geometryczną do równań ruchu rozważanego układu.

Przewód jezdny jest obciążony jednym lub dwoma pantografami, poruszającymi się ze stałą prędkością i w stałym rozstawie. Pantografy są modelowane jako układy dyskretne o dwóch stopniach swobody, w których elementy masowe reprezentują ślizgacz odbiorczy oraz ramę przegubową (rys. 2). Te elementy są połączone za pomocą więzi liniowo-sprężystych (sprężyn) i tłumików wiskotycznych. W warunkach statycznych pantograf wywiera na sieć trakcyjną stałą siłę unoszącą  $F = F_1 + F_2$ , która w warunkach dynamicznych jest uzupełniana przez jej przyrost dynamiczny  $P_f(t)$ , co daje łączną siłę nacisku stykowego  $R_f(t)$ , gdzie  $J$  jest numerem pantografu. Pomiędzy pantografem i przewodem jezdnym zastosowano sprężystą więź kontaktową, która nie jest elementem fizycznie występującym w układzie. Jej stosowanie ułatwia wyznaczenie siły nacisku stykowego i jest dopuszczone przez normę [12].



Rys. 2. Model dynamiczny pantografu [opracowanie własne]

Równanie ruchu układu sieć trakcyjna – pantografy, wyprowadzone w pracy [5], ma następującą ogólną postać macierzową

$$\mathbf{B}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}(t)\mathbf{q}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (3)$$

Z punktu widzenia uwzględnienia nieliniowego zachowania wieszaków, najistotniejszą macierzą spośród występujących w równaniu (3) jest macierz sztywności  $\mathbf{K}(t)$ . Podobnie jak w pracy [9], jest ona rozdzielona na cztery składniki według wzoru:

$$\mathbf{K}(t) = \mathbf{K}_{\text{const}} + \hat{\mathbf{K}}_{\text{const}} - (1 - \kappa)\hat{\mathbf{K}}_{\text{ws}}(\mathbf{q}) + \tilde{\mathbf{K}}(t) \quad (4)$$

gdzie są stałe składniki  $\mathbf{K}_{\text{const}}$  oraz  $\hat{\mathbf{K}}_{\text{const}}$ , a składnik  $\tilde{\mathbf{K}}(t)$  jest zależny od czasu, wynika bowiem ze zmiennej w czasie interakcji między siecią jezdnią i pantografami. Macierz  $\mathbf{K}_{\text{const}}$  zależy tylko od cech sprężystych wieloprzęsłowej liny nośnej i przewodu jezdny, natomiast wydzielony składnik  $\hat{\mathbf{K}}_{\text{const}}$  zawiera wszystkie elementy ogólnej macierzy sztywności, zależne od sztywności linek wieszakowych, obliczone przy wyjściowym założeniu, że  $k_{ij} = k$ . To założenie oznacza, że wyjściowo wszystkie linki wieszakowe mają niezerową sztywność wyjściową  $k$  zarówno przy rozciąganiu, jak i ściskaniu. Składnik  $\hat{\mathbf{K}}_{\text{ws}}(\mathbf{q})$  ma identyczną strukturę jak  $\hat{\mathbf{K}}_{\text{const}}$ , ale dotyczy tylko linek zidentyfikowanych w chwili  $t$  jako ściskane. Jest zatem zależny od współrzędnych uogólnionych  $\mathbf{q}(t)$  określających stan przemieszczenia układu. Obliczenie różnicy  $\hat{\mathbf{K}}_{\text{const}} - (1 - \kappa)\hat{\mathbf{K}}_{\text{ws}}(\mathbf{q})$  zawartej w relacji (4) redukuje sztywność linek na ściskanie do wartości  $k_c = \kappa k$ . Identyfikacja wieszaków ściskanych jest przeprowadzana w każdym kroku czasowym  $h$  numerycznego całkowania równań ruchu. Do numerycznego całkowania układu równań (3) zastosowano bezwzględnie stabilny wariant metody Newmarka.

Uwzględnienie wewnętrznej struktury macierzy sztywności według wzoru (4) umożliwia zapis równania (3) w dwóch alternatywnych postaciach:

$$\begin{aligned} \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}(t) + [\mathbf{K}_{\text{const}} + \hat{\mathbf{K}}_{\text{const}} + \tilde{\mathbf{K}}(t)]\mathbf{q}(t) &= \\ &= \mathbf{f}(t) + (1 - \kappa)\hat{\mathbf{K}}_{\text{ws}}(\mathbf{q})\mathbf{q}(t) = \mathbf{f}(t) + \mathbf{f}_{\text{nl}}(\mathbf{q}) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}(t) + \\ + [\mathbf{K}_{\text{const}} + \hat{\mathbf{K}}_{\text{const}} - (1 - \kappa)\hat{\mathbf{K}}_{\text{ws}}(\mathbf{q}) + \tilde{\mathbf{K}}(t)]\mathbf{q}(t) = \mathbf{f}(t) \end{aligned} \quad (6)$$

które przyjęto za podstawę dwóch alternatywnych algorytmów metody symulacyjnej. Pierwszy algorytm bazuje na równaniu (5) i jest analogiczny do przedstawionego w pracy [9]. Wykorzystuje się w nim fakt, że po podstawieniu do równania (3) macierzy sztywności zapisanej w postaci (4) z równania ruchu można łatwo wyodrębnić nieliniowy składnik  $\mathbf{f}_{\text{nl}}(\mathbf{q}) = (1 - \kappa)\hat{\mathbf{K}}_{\text{ws}}(\mathbf{q})\mathbf{q}(t)$  i przenieść go na prawą stronę, kojarząc z wektorem sił wzbudzających  $\mathbf{f}(t)$ . Składnik ten jest wektorem nieznanymi sił nieliniowych  $\mathbf{f}_{\text{nl}}(\mathbf{q})$ , których działanie redukuje sztywność wieszaków na ściskanie do wartości  $k_c = \kappa k$ . Jest on wyznaczany w pętli iteracyjnej, w każdym kroku numerycznego całkowania, aż do osiągnięcia zadanej dokładności. W pierwszym kroku iteracji, do wyznaczenia wektora  $\mathbf{f}_{\text{nl}}(\mathbf{q})$  wykorzystuje się zlinearyzowany warunek kolokacji metody Newmarka [10], który otrzymuje się przez pominięcie nieliniowego wektora sił  $\mathbf{f}_{\text{nl}}(\mathbf{q})$ .

W drugim algorytmie, bazującym na równaniu (6), w każdym kroku numerycznego całkowania dokonywana jest bezpośrednia korekta macierzy sztywności przez odjęcie składnika  $\hat{\mathbf{K}}_{\text{ws}}(\mathbf{q})$ , który redukuje w danej chwili  $t$  wpływ linek wieszakowych w stanie ściskania. Korekta jest przeprowadzana kilkakrotnie w danym kroku, aż do osiągnięcia zadanej dokładności wektora rozwiązania  $\mathbf{q}(t)$ . Podobnie jak poprzednio, w pierwszym kroku iteracji wykorzystuje się zlinearyzowany warunek kolokacji.

Pokazana w dalszej części artykułu analiza numeryczna została przeprowadzona z wykorzystaniem dwóch wersji metody symulacyjnej, różniących się zastosowanym algorytmem wyznaczania nieliniowego rozwiązania układu równań ruchu (3). Metoda, bazująca na iteracyjno-rekurencyjnym rozwiązaniu równania (5), będzie oznaczana symbolem MI, natomiast metoda polegająca na korekcie macierzy sztywności według równania (6) – symbolem MK.

### 3. Dane wejściowe i wyniki analizy numerycznej

Przyjęte do obliczeń parametry fizyczne układu pantografy – sieć trakcyjna zestawiono w tablicy 1. Przyjęto je na podstawie danych modelu referencyjnego opisanego w normie [12], która dotyczy walidacji

Tablica 1

## Charakterystyki geometryczne i materiałowe elementów sieci trakcyjnej oraz parametry pantografu

Sieć trakcyjna		Pantograf	
Masa jednostkowa liny nośnej [kg/m]	1,07	Prędkość pantografu [km/h]	300
Naciąg liny nośnej [kN]	16	Masa ślizgacza pantografu [kg]	7,2
Sztywność osiowa liny nośnej [MN]	12	Masa ramy pantografu [kg]	15,0
Masa jednostkowa przewodu jezdnego [kg/m]	1,35	Siła nacisku statycznego pantografu [N]	120
Naciąg przewodu jezdnego [kN]	20	Sztywność górnej sprężyny pantografu [N/m]	4 200
Sztywność wieszaka przy rozciąganiu [kN/m]	100	Sztywność dolnej sprężyny pantografu [N/m]	50
Długość przęsła [m]	60	Parametr górnego tłumika pantografu [Ns/m]	10
Liczba przęseł	5	Parametr dolnego tłumika pantografu [Ns/m]	90
Liczba wieszaków w przęsle	9	Sztywność sprężyny kontaktowej [kN/m]	50
Liczba tłumienia materiałowego liny nośnej i przewodu jezdnego [%]	0,5	-	-

[Opracowanie własne].

metod symulacyjnych oraz na podstawie testów przeprowadzonych we wcześniejszych etapach prac nad metodą symulacyjną, opisanych m.in. w pracy [2].

Wszystkie symulacje wykonano przy obciążeniu sieci przejazdem jednego pantografu z prędkością 300 km/h. Długość badanego odcinka testowego, składającego się z pięciu jednakowych przęseł, wynosiła 300 m. Jak wynika z dotychczasowego doświadczenia autorów, odcinek o takiej długości jest wystarczający do przeprowadzenia analizy jakościowej wyników symulacji i wstępnej analizy ilościowej. Szczegółowa analiza ilościowa wymagałaby jednak zastosowania odcinka testowego złożonego z co najmniej dziesięciu przęseł [4].

Analizę numeryczną podzielono na dwie części. W pierwszej części badania przeprowadzono za pomocą pierwszej wersji metody symulacyjnej (MI), tzn. z iteracją nieliniowych sił kompensujących wpływ wieszaków ściskanych, przyjmując długość kroku numerycznego całkowania  $h = 0,001$  s. Celem tych badań była analiza wpływu sztywności na ściskanie linek wieszakowych na odpowiedź dynamiczną układu. W drugiej części porównano wyniki uzyskane za pomocą obu wersji metody symulacyjnej (MI i MK), przy założeniu kroku całkowania  $h = 0,001$  s oraz  $h = 0,0001$  s, co umożliwiło m.in. wskazanie efektywniejszej metody.

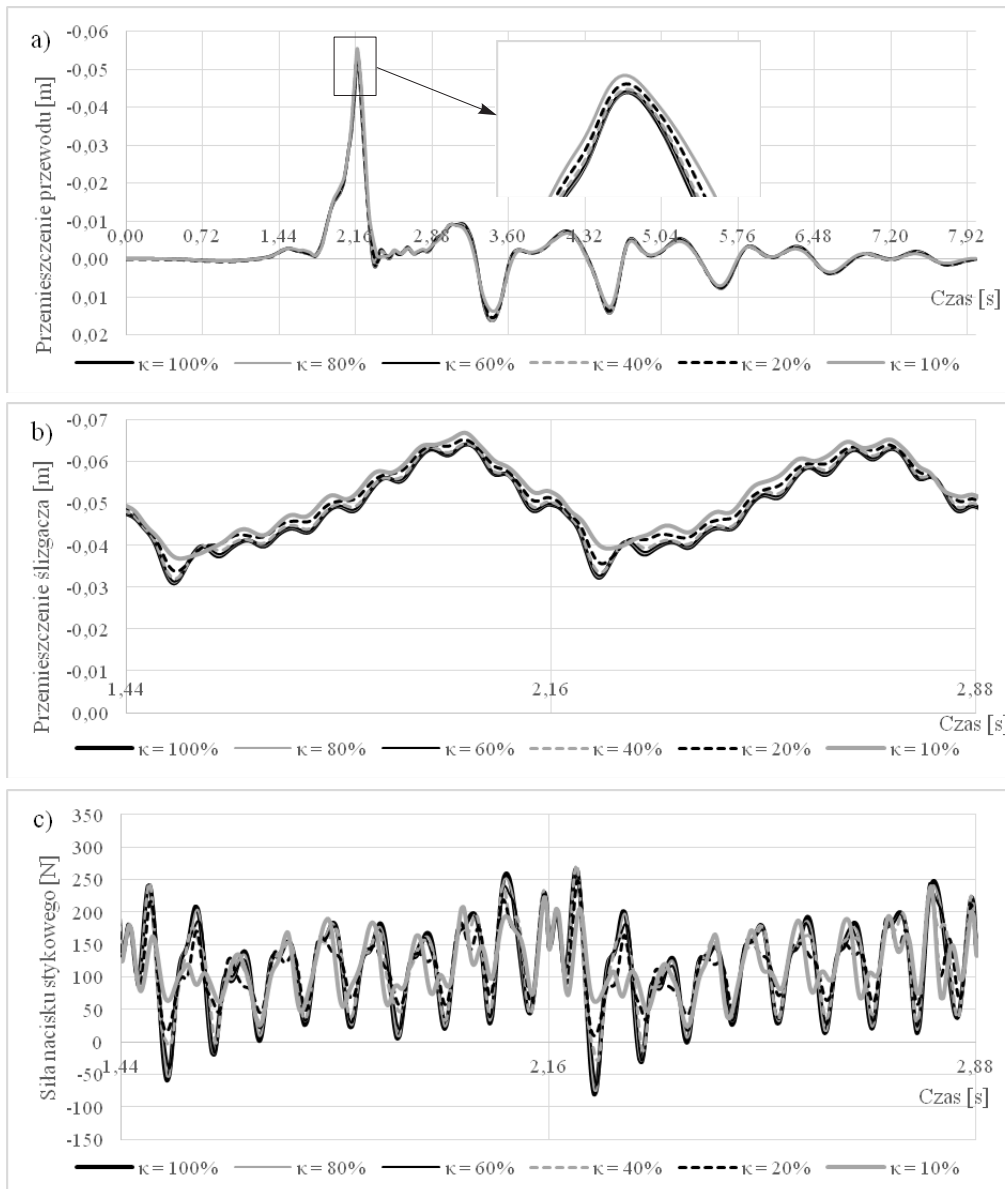
Na rysunku 3 porównano wyniki symulacji wygenerowane przy sześciu różnych wartościach sztywności linek wieszakowych na ściskanie: od  $k_c = 100\%k$  ( $\kappa = 100\%$ , brak redukcji, sztywność linek na ściskanie równa sztywności na rozciąganie) do  $k_c = 10\%k$  ( $\kappa = 10\%$ , redukcja do 10%). Pokazano przebiegi drgań przewodu jezdnego na prawym wsporniku środkowego przęsła odcinka testowego w trakcie przejazdu pantografu przez cały odcinek testowy łącznie z drganiami swobodnymi po zjeździe pantografu (rys. 3a) oraz przebiegi drgań ślizgacza pantografu (rys. 3b)

i dynamicznych zmian siły kontaktowej (rys. 3c) podczas przejazdu przez dwa środkowe przęsła sieci (trzecie i czwarte). Oś poziomą tak wyskalowano, że odległość między pionowymi liniami siatki wykresów jest równa czasowi przejazdu pantografu przez jedno przęsło. Wartości ujemne przemieszczeń oznaczają uniesienie przewodu bądź ślizgacza pantografu.

Porównanie przebiegów wielkości wynikowych pokazuje, że zmiany sztywności linek na ściskanie w badanym zakresie mają pomijalny wpływ na uniesienie przewodu na wybranym wsporniku sieci (tj. na ramieniu odciągowym). Nieco większy wpływ obserwuje się w przypadku drgań ślizgacza pantografu – ogólną tendencją jest zwiększanie się uniesienia ślizgacza wraz ze zmniejszaniem sztywności wieszaków na ściskanie. Zmiany te nie są duże, nie przekraczają 10% wartości maksymalnych, jednak wyraźnie wpływają na siłę kontaktową.

Widoczne na rysunku 3c różnice w przebiegach czasowych zmian dynamicznej siły nacisku stykowego są znaczące. Brak redukcji sztywności linek wieszakowych na ściskanie ( $\kappa = 100\%$ ) powoduje pojawienie się dużych pików oscylacji siły kontaktowej. Obserwuje się nawet piki o wartościach ujemnych, co należy interpretować jako utratę kontaktu nakładek ślizgacza z przewodem jezdnym, a w konsekwencji niedopuszczalną przerwę w dostawie prądu i wyładowanie łukowe, które prowadzi do uszkodzeń powierzchni stykowych. Zmniejszenie sztywności na ściskanie wieszaków wpływa korzystnie na siłę kontaktową, jednak dopiero redukcja sztywności do 10% umożliwia znacząco zmniejszyć amplitudę oscylacji.

Aby ustalić, jak reaguje układ gdy badana sztywność jest jeszcze mniejsza, przeprowadzono drugi etap analizy, przy jeszcze większej redukcji sztywności linek wieszakowych na ściskanie. Wykonano kolejne symulacje odpowiedzi dynamicznej układu, uzupełniając dotychczasowy zakres sztywności linek



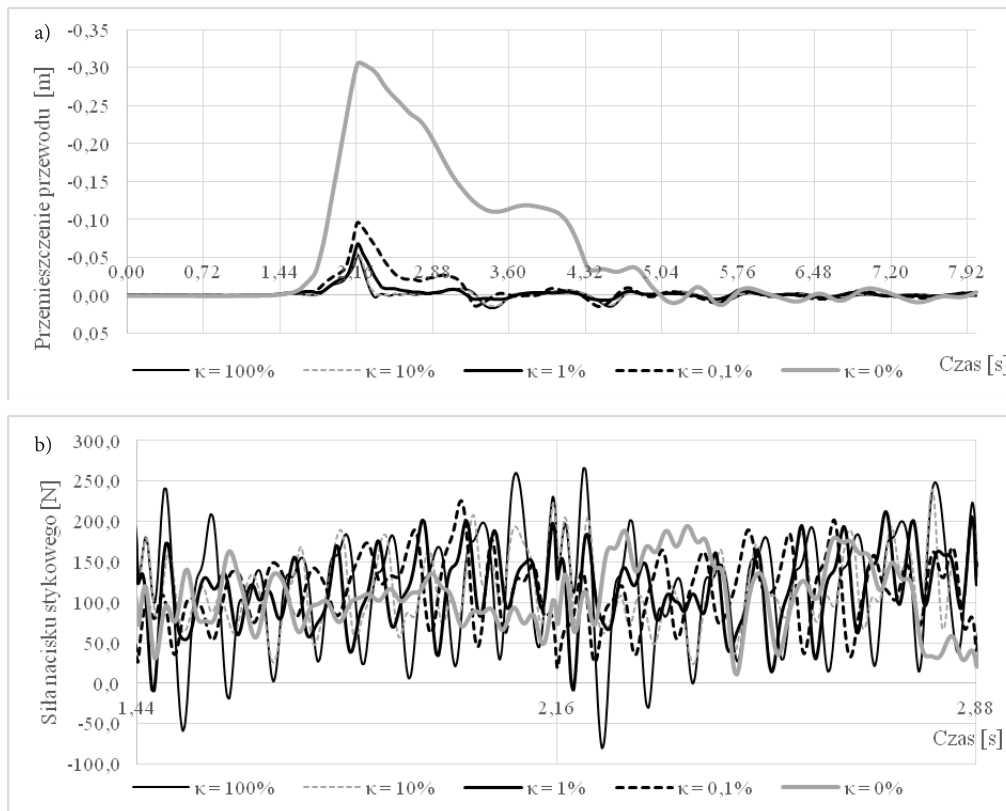
Rys. 3. Przebiegi czasowe: a) przemieszczenia przewodu jezdnego na prawym wsporniku środkowego przęsła odcinka testowego, b) przemieszczenia ślizgacza pantografu, c) siły nacisku stykowego, w zależności od sztywności linii wieszakowych w stanie ściskania [opracowanie własne]

na ściskanie o wartości  $\kappa = 1\%$ ;  $0,1\%$  i  $0\%$ . Sztywności rzędu  $1\%$  i  $0,1\%$  można potraktować jako resztkowe (rezydualne), które charakteryzują linki wieszakowe ulegające „poluźnianiu”. Wybrane wyniki symulacji pokazano na rysunku 4.

Sztywność resztkowa rzędu  $1\%$  daje wyniki, które nie różnią się istotnie od wyznaczonych przy sztywności  $10\%$ . Natomiast przyjęcie wartości resztkowej  $0,1\%$  powoduje już znaczące, prawie dwukrotne zwiększenie maksymalnego uniesienia przewodu jezdnego (rys. 4a), przy czym oscylacje siły nacisku stykowego nie maleją w sposób istotny (rys. 4b). Redukcja sztywności do zera, sugerowana w normie [12] dla modelu referencyjnego, umożliwia wprawdzie uzyskanie gene-

ralnie mniejszych oscylacji siły kontaktowej, ale maksymalne uniesienie przewodu jest wtedy bardzo duże – ponad pięciokrotnie przekraczające zakres dopuszczalnych wyników ( $55$  do  $65$  mm) podany w normie dla modelu referencyjnego i potwierdzony wynikami pomiarów drgań typowych sieci trakcyjnych. Fakt ten będzie dokładniej wyjaśniony w ostatnim rozdziale.

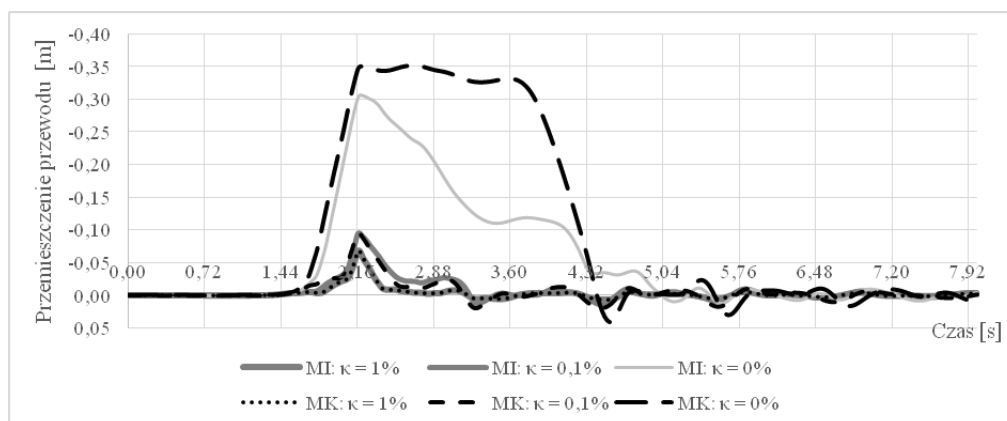
Aby sprawdzić dokładność obliczeń i zweryfikować uzyskane wyniki, wykonano analogiczne symulacje drgań badanego odcinka testowego sieci trakcyjnej, jednak tym razem zastosowano drugą wersję metody symulacyjnej (MK) z korektą macierzy sztywności w każdym kroku obliczeniowym. Na rysunku 5 porównano przebiegi przemieszczenia przewodu jezdnego na prawym wspor-



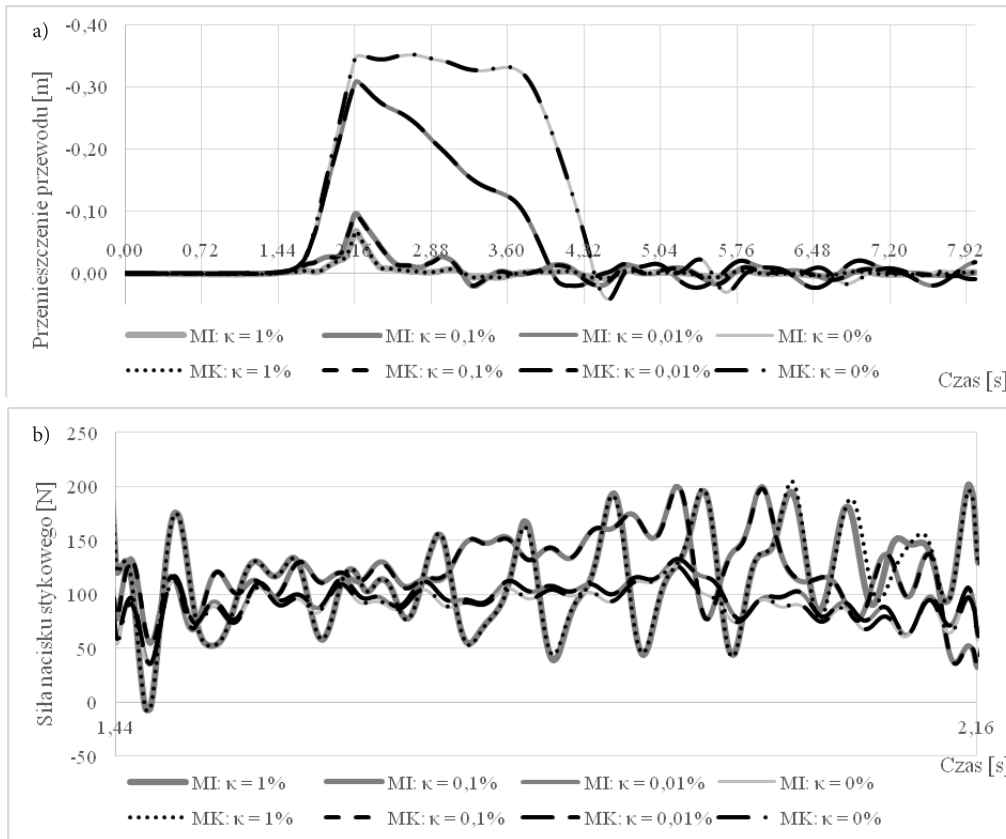
Rys. 4. Przebiegi czasowe: a) przemieszczenia przewodu jezdnego na prawym wsporniku środkowego przęsła odcinka testowego, b) siły nacisku stykowego w zależności sztywności linek wieszakowych w stanie ściskania [opracowanie własne]

niku środkowego przęsła, wygenerowane za pomocą obu metod: MI i MK, przy kroku całkowania numerycznego  $h = 0,0001$  s. Z porównania przebiegów wynika, że wraz ze zmniejszaniem się sztywności wieszaków na ściskanie rosną rozbieżności między wynikami uzyskanymi za pomocą dwóch metod zastosowanych do obliczeń. Przy sztywności zerowej wieszaków ściskanych, metoda MK daje jeszcze większe maksymalne uniesienie przewodu niż metoda MI i obserwuje się inny tryb zanikania.

Przyjęcie w metodzie MI mniejszego kroku całkowania numerycznego:  $h = 0,0001$  s doprowadziło do uzyskania bardzo dobrej zgodności przebiegów uzyskanych dwiema metodami, co pokazano na rysunku 6. W przypadku przemieszczeń przewodu jezdnego zgodność ta jest prawie całkowita (rys. 6a). W przypadku siły nacisku stykowego widać niewielkie rozbieżności w przebiegach odpowiadających wartości  $\kappa = 1\%$  (rys. 6b).



Rys. 5. Przebiegi czasowe przemieszczenia przewodu jezdnego na prawym wsporniku środkowego przęsła odcinka testowego, wygenerowane z krokiem całkowania numerycznego  $h = 0,001$  s [opracowanie własne]



Rys. 6. Przebiegi czasowe: a) przemieszczenia przewodu jezdnego na prawym wsporniku środkowego przęsła odcinka testowego, b) siły nacisku stykowego wygenerowane z krokiem całkowania numerycznego  $h = 0,001$  s w metodzie MK,  $h = 0,0001$  s w metodzie MI [opracowanie własne]

Z punktu widzenia nakładów obliczeniowych, potrzebnych do uzyskania dokładnych wyników symulacji, do dalszych obliczeń należy zarekomendować prowadzenie symulacji metodą MK z krokiem całkowania numerycznego  $h = 0,001$  s. Czas obliczeń metodą MK jest wielokrotnie krótszy niż w metodzie MI ze względu na dziesięciokrotnie mniejszą liczbę kroków symulacji, a także z uwagi na znacznie mniejszą liczbę iteracji rozwiązania nieliniowego w każdym kroku obliczeniowym – w metodzie MK wystarcza wykonanie od 1 do 2 dwóch kroków, w metodzie MI trzeba ich wykonać od 5 do 8.

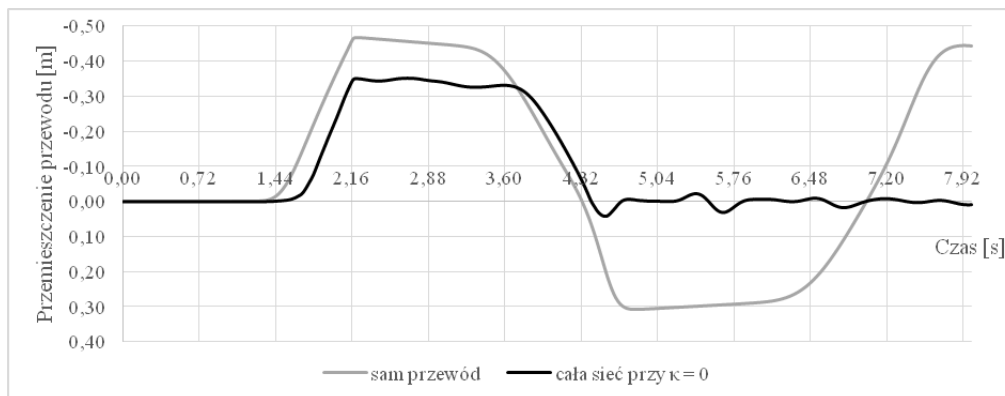
W zbiorze symulacji pokazanych na rysunku 6 znajdują się dodatkowe przebiegi czasowe odpowiadające wartości resztkowej  $\kappa = 0,01\%$ . Uwzględnienie w analizie tych symulacji pokazuje, że wraz ze zmniejszaniem sztywności resztkowej na ściskanie linek wieszakowych, rozwiązania dążą do przypadku granicznego  $\kappa = 0\%$ , w którym sztywność wieszaków na ściskanie jest zerowa. Świadczy to o poprawności działania algorytmu, a z drugiej strony pokazuje jak zachowywałby się układ, w którym wszystkie ściskane linki wieszakowe straciłyby nagle sztywność resztkową do zera.

Jak widać na rysunku 6a, w przypadku zerowej lub bliskiej zero sztywności linek wieszakowych na ściskanie, obserwuje się zjawisko dużego uniesienia przewodu jezdnej sieci trakcyjnej, jeśli jest ona modelowana konsekwentnie, jako wieszak ciągnowy. Zjawisko to wyjaśnia fakt, że w takim przypadku seria linek wieszakowych w otoczeniu przekroju stykowego wyłącza się z pracy i w tym obszarze jest zerwana współpraca przewodu z linią nośną. Przewód zaczyna drgać prawie jak niezależna (niepodwieszona) struna obciążona przejazdem pantografu, co jest pokazane na rysunku 7. W procesie drgań, po uniesieniu przewodu następuje jego obniżenie, które powoduje ponowne napięcie linek wieszakowych i włączenie do współpracy linii nośnej, stąd dalsze drgania swobodne odbywają się już z małymi amplitudami wokół położenia równowagi.

#### 4. Wnioski

Z przedstawionych badań numerycznych wynikają interesujące wnioski. Po pierwsze, przyjęcie modelu ciągnowego sieci jezdnej ujawnia fakt, że przy dużych prędkościach jazdy pociągów mogą wystąpić chwilo-





Rys. 7. Porównanie przebiegów czasowych przemieszczenia przewodu jezdnego na prawym wsporniku środkowego pręśła, wyznaczonych dla przewodu niepodwieszono („sam przewód”) i podwieszono do linii nośnej za pomocą linek wieszakowych z zerową sztywnością na ściskanie („cała sieć przy  $\kappa = 0$ ”) [opracowanie własne]

we duże drgania przewodu jezdnego, jeśli sztywność na ściskanie linek wieszakowych jest zerowa i linki są wstępnie napięte jedynie ciężarem własnym przewodu jezdnego, por. wzór (1). Takie silne drgania były notowane w przeszłości na liniach dużych prędkości, np. na stosunkowo słabo napiętych sieciach LN1 stosowanych na linii Southeast TGV [2]. W późniejszych konstrukcjach sieci, zjawisko silnych drgań zostało praktycznie wyeliminowane, głównie wskutek zwiększenia sił napinających linę nośną i przewód jezdny (np. w sieciach LN6 odpowiednio do 20 kN i 26 kN). Można przypuszczać, że zwiększenie sił naprężających sieć wprowadza pewne wstępne napięcie wieszaków, które przekłada się na niewielką sztywność wieszaków na ściskanie. Przedstawione w artykule badania wykazały, że zapewnienie sztywności resztkowej wieszaków rzędu 1% sztywności na rozciąganie jest

wystarczające, aby drgania sieci mieściły się w granicach dopuszczalnych.

Przedstawione badania wykazały, że uwzględnienie rezydualnej sztywności wieszaków na ściskanie w modelu obliczeniowym sieci trakcyjnej umożliwia uzyskanie wyników symulacji porównywalne z wynikami podanymi w normie [12] dla modelu referencyjnego. W związku z tym przeprowadzono zgodnie z normą [12] walidację opracowanej metody symulacyjnej, przy założeniu jednoprocetowej sztywności rezydualnej wieszaków i z ograniczeniem do pierwszego normowego etapu walidacji. Obliczenia wykonane za pomocą metody MK, przy kroku całkowania numerycznego 0,001 s i przy danych jak w tabelicy 1, lecz dla wymaganego normą odcinka o długości 10 pręśeł, dają wyniki o dobrej zgodności z granicznymi warunkami normowymi. Zestawiono je w tabelicy 2.

Tablica 2

Porównanie wyników symulacji z granicznymi wartościami normowymi

Parametr	Wyniki obliczeń	Według normy	
		min.	max
Średnia arytmetyczna siły nacisku stykowego $F_m$ [N]	117,1	110	120
Odchylenie standardowe siły nacisku stykowego $\sigma$ [N]	36,1	32	40
Statystyczna maksymalna siła nacisku stykowego $F_m + 3\sigma$ [N]	225,4	210	230
Statystyczna minimalna siła nacisku stykowego $F_m - 3\sigma$ [N]	8,9	-5	20
Rzeczywista maksymalna siła nacisku stykowego $F_{max}$ [N]	199,4	190	225
Rzeczywista minimalna siła nacisku stykowego $F_{min}$ [N]	23,3	30	55
Procent utraty kontaktu [%]	0,0	0	
Maksymalne uniesienie na środkowym wsporniku sieci [mm]	66,3	55	65

Pogrubieniem oznaczono wartości mieszczące się w granicach normowych, pochylem oznaczono wartości przekraczające granice normowe.

[Opracowanie własne].

Większość parametrów tak zwanej charakterystyki dynamicznej sieci, pokazanych w tablicy 2 mieści się w granicach podanych w normie [12], a te które przekraczają te granice, przekraczają je nieznacznie. Świadczy to o wiarygodności opracowanej metody symulacyjnej i jej przydatności do prognozowania zachowania dynamicznego nowo projektowanych sieci trakcyjnych, w różnych warunkach eksploatacyjnych.

## Literatura

1. Ambrósio J., Pombo J., Pereira M. et.al.: *A computational procedure for the dynamic analysis of the catenary-pantograph interaction in high-speed trains*, Journal of Theoretical and Applied Mechanics, Vol. 50 (3), 2012, pp. 681–699.
2. Bryja D., Popiołek A.: *Analiza drgań wieszara ciągnowego jako modelu kolejowej sieci trakcyjnej obciążonej ruchem pantografów*, Journal of Civil Engineering, Environment and Architecture, t. 34, z. 64, nr 2, 2017, s. 177–190.
3. Bryja D., Popiołek A.: *Analiza wpływu odległości między pantografami na drgania kolejowej sieci trakcyjnej*, Archiwum Instytutu Inżynierii Lądowej, nr 25, 2017, s. 75–85.
4. Bryja D., Popiołek A.: *Wstępna walidacja metody symulacji oddziaływania dynamicznego pomiędzy pantografem a siecią jezdnią górną kolejowej trakcji elektrycznej*, Przegląd Komunikacyjny, r. 72, nr 6, 2017, s. 21–27.
5. Bryja D., Prokopowicz D.: *Dyskretno-ciągły model obliczeniowy sprzężonego układu dynamicznego: pantograf – napowietrzna sieć trakcyjna*, Przegląd Komunikacyjny, R. 71, nr 5, 2016, s. 44–51.
6. Cho Y.H.: *Numerical simulation of the dynamic responses of railway overhead contact lines to a moving pantograph, considering a nonlinear dropper*, Journal of Sound and Vibration, No. 315, 2008, pp. 433–454.
7. Fryba L.: *Dynamics of railway bridges*, Academia Praha 1996.
8. Judek S., Karwowski K., Mizan M., et.al.: *Modelowanie współpracy odbieraka prądu z siecią trakcyjną*, Przegląd Elektrotechniczny, R. 91, nr 19, 2015, s. 248–253.
9. Kaniewski M.: *Symulacja uniesienia przewodów jezdnych sieci trakcyjnej pod wpływem przejazdu wielu pantografów*, Czasopismo Techniczne. Elektrotechnika, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, R. 108, z. 13, 2011, s. 143–153.
10. Langer J.: *Dynamika budowli*, Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1980.
11. Massat J-P., Laurent Ch., Bianchi J-P., Balmes E.: *Pantograph catenary dynamic optimisation based on advanced multibody and finite element co-simulation tools*, Vehicle System Dynamics, Vol. 52 (1), 2014, pp. 338–354.
12. PN-EN 50318: *Zastosowania kolejowe – Systemy odbioru prądu – Walidacja symulacji oddziaływania dynamicznego pomiędzy pantografem a siecią jezdnią górną*, PKN, Warszawa 2003.
13. Pombo J., Antunes P., Ambrósio J.: *Recent developments in pantograph-catenary interaction modelling and analysis*, International Journal of Railway Technology, Vol. 1 (1), 2012, pp. 249–278.
14. Wątroba P., Duda S., Gąsiorek D.: *Symulacje numeryczne zjawisk dynamicznych w układzie pantograf – sieć jezdna*, Modelowanie Inżynierskie, nr 54, 2015, s. 94–100.