

Wielkości i... metrologia

dr Jerzy Borzymiński (Redaktor działu Terminologia)

Prace terminologiczne w dziedzinie metrologii budzą szerokie zainteresowanie i liczba chętnych do uczestnictwa w nich jest duża. Wynika to zapewne z chęci uporządkowania pojęć i terminów, które występują w prowadzonych pracach oraz w literaturze – metrologia jest nauką obecną w bardzo licznych zastosowaniach praktycznych, a to sprzyja powstawaniu terminologii środowiskowych. Być może zachętą jest tu też czasem pozorna łatwość zagadnień terminologicznych – można ulec złudzeniu, że prace terminologiczne dotyczą w gruncie rzeczy słownictwa, a tutaj wszyscy chętni do zabrania głosu czują się jednakowo predestynowani. Bywa, niestety, że dyskusje terminologiczne nabierają cech płytkich sporów o znaczenie słów i sformułowań, w których pojawiają się argumenty pozamerytoryczne. Czasem też pojawia się postulat, że terminologia powinna być prosta i „rozumiała dla praktyków”, a nawet, że niektóre terminy są tak proste i oczywiste, że sens prac terminologicznych jest w odniesieniu do nich wątpliwy. Celem niniejszego artykułu jest zwrócenie uwagi na złożoność jednego z podstawowych pojęć metrologii, jakim jest ‘wielkość’. Pokazano zatem, jakie były początki procesu jego kształtowania się, aspekty, w jakich pojęcie to można rozważać, i jego uniwersalny charakter.

In the paper, various aspects are considered of the concept ‘quantity’. Besides the concept ‘measure’ it is one of the fundamental notions in metrology. The earliest times of the art of measurement are recalled and its quick development is mentioned. Described is the impact of the ancient science on the development of the theory of measurement. Way to the concept ‘quantity’ is shortly reviewed and its relation with the concept ‘measure’ is considered. Analogies between the quantities pertaining to different phenomena are reviewed.

Były od zawsze – miary i wagi

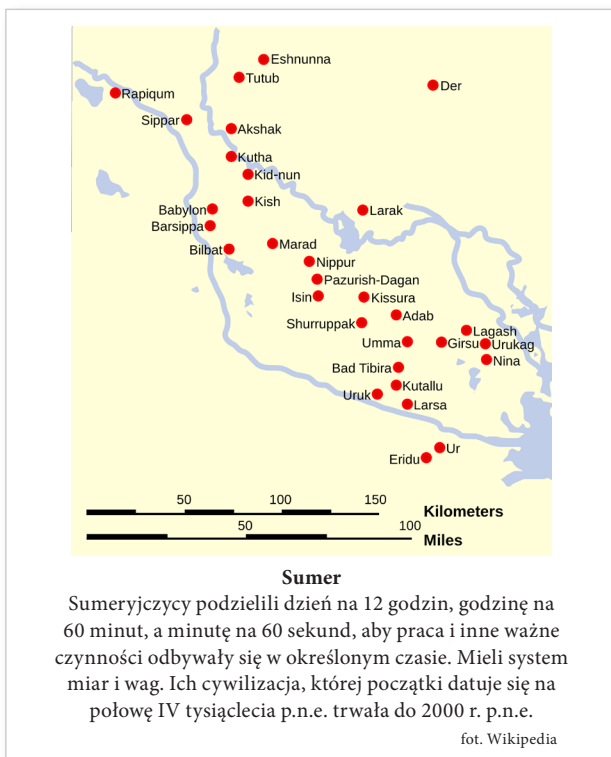
Pojęcie wielkości, tak ważne w metrologii oraz w ogóle w nauce, nie było chyba znane przez bardzo długi czas po tym, jak – różne zapewne ludy – opanowały umiejętność ważenia i mierzenia. Pojęcia miary i wagi związane są mocno z rozwojem cywilizacji. Kiedy człowiek, czy – jak powiedzieliby niektórzy – gatunek ludzki nauczył się mierzyć, nie da się chyba w żaden sposób ustalić, ale z drugiej strony nie sposób się zadowolić konkluzją, że było to „bardzo dawno”, czy „u zarania dziejów”. Mierzenie i ważenie bez wątplenia było już w tych najdawniejszych czasach bardzo przydatną i cenną umiejętnością praktyczną, pogłębianą i doskonaloną dzięki spostrzeżeniom czynionym przy okazji jej praktycznych zastosowań. Poszukując odpowiedzi na pytanie o początki tej umiejętności, warto zwrócić uwagę, że najstarsze osiedla i miasta, a więc miejsca, gdzie musiała zachodzić wymiana dóbr i egzekucja powinności (czyli sytuacje, w których mierzenie i ważenie wydaje się niezbędnymi potrzebne), to m.in.:

- Aleppo, a zwłaszcza położone 25 km na północ od niego Tel al-Qaramel, gdzie odkryto¹ ślady zabudowy stałego osiedla o nierolniczym charakterze, szacowane na ok. 13 000 lat;
- liczące sobie po 11 000 lat Damaszek i Jerycho, w którym mury miejskie istniały już ok. 6800 r. p.n.e.;
- Rayy (na terenie dzisiejszego Wielkiego Teheranu), liczące sobie 8000 lat;
- istniejące 6000 lat temu miasto na terenie dzisiejszego Płowdiwu (Bułgaria).

Warto te dane zestawić jeszcze z paroma innymi danymi historycznymi i zwrócić uwagę, że:

- 10 000 lat p.n.e. na Ziemi żyje 1–10 mln ludzi;
- 7500–6000 lat p.n.e. powstaje Jezioro Ancylusowe, trzeci etap rozwoju dzisiejszego Morza Bałtyckiego;
- 9000 lat p.n.e. istnieje rozwinięta gospodarka rolno-hodowlana (m.in. udomowienie kozy na sub-

¹ Polsko-syryjską misją archeologiczną, która dokonała tych odkryć, kierował prof. Ryszard Mazurowski z Uniwersytetu Warszawskiego.



- kontynencie indyjskim, uprawa grochu fasoli, pieprzu, ogórków oraz hodowla bydła i trzody chlewnej w Tajlandii);
- 6500 lat p.n.e. Ziemię zamieszkuje 5–10 mln ludzi.

Warto mieć te dane na uwadze, kiedy chcemy prześledzić rozwój teorii i praktyki mierzenia. To, co rzuca się w oczy, kiedy patrzymy na przytoczone dane, to fakt, że 8,5 tys. lat temu zamieszkiwało Ziemię ponad 3 razy mniej ludzi niż obecnie Tokio, skądinąd najludniejsze miasto świata. Patrząc z dzisiejszej perspektywy – niewyobrażalnie mało. Osiedla o charakterze miejskim miały już wówczas historię liczącą ok. 4 tys. lat. Ponadto w okresie tym, w istotny sposób zmieniały się warunki geologiczne i klimatyczne na Ziemi. W świetle tych danych uderzające są zgodne ustalenia, prezentowane przez liczne publikacje dotyczące badań archeologicznych, że mniej więcej na przełomie IV i III tysiąclecia p.n.e. powstawały jednolite systemy (!) miar i wag w starożytnym Egipcie, Mezopotamii, Indiach i Elamie (tj. w dzisiejszym Iranie).

Odkrycia w dolinie Indusu wskazują, że istniejąca tam cywilizacja (ok. 2600 r. p.n.e.) dysponowała technikami pomiarów długości, masy i czasu, pozwalającymi osiągać bardzo wysokie dokładności. Dane wykopaliskowe potwierdzają istnienie systemu wzor-

ców i wzorcowania przyrządów pomiarowych. To wskazuje, że musiała istnieć już i teoria pomiarów. Mogła się ona rozwijać dzięki rozwojowi matematyki, która w starożytności osiągnęła poziom tak wysoki, że – często o tym nie wiedząc – wciąż korzystamy z jej zdobyczy nawet w dzisiejszych czasach. Szczególną rolę odegrała tutaj starożytna Grecja, gdzie w okresie od ok. 600 r. p.n.e. do 450 r. n.e. rozwinięto i uporządkowano wiedzę matematyczną, ujmując ją w spójny system. A co najważniejsze, znaczna jej część obejmowała zagadnienia miar i mierzenia.

Wielkość – pojęcie podstawowe i zasadnicze. Historia i matematyka

Słowo „wielkość” można uważać za jedno z głównych słów w każdym chyba języku. Bez niego, ani bez słów „dużo” i „mało” (jak też odpowiadających im form przymiotnikowych) trudno byłoby w ogóle porozumieć się. Pojęcia: ‘wielkość’, ‘dużo’, ‘mało’, przez swą uniwersalność i zastosowanie polegające na kwalifikowaniu przedmiotów, zjawisk i cech, są niezbędne do opisu stanów i działań. Można przypuszczać, że to, co dziś nazywamy wielkościami, jest produktem refleksji i pogłębiania się rozumienia przez człowieka jego pierwotnych doznań zmysłowych. Refleksja ta ma miejsce zarówno w historii ludzkości, jak i w in-



Eudoksos z Knidos

Tak wyobrażano go sobie po wieluset latach, bo nie zachował się żaden wizerunek skromnego i niezamożnego filozofa. Nie trafił na listę najwybitniejszych matematyków starożytnej Grecji. Musiało jednak upłynąć ponad 2 tys. lat, zanim całość Eudoksosa zastąpiła doskonalsza metoda. Dzisiaj niepamiętany, „przesłonięty” osobą Archimedeasa.

fol. Wikipedia

dywidualnym ludzkim życiu. Najpierw pojawia się rozróżnianie przedmiotów oraz postrzeganie ich kształtu i rozmieszczenia (odległości), przez co formują się pojęcia długości, objętości i pojemności. Potem pojawia się percepcja zmian zachodzących w otoczeniu człowieka. Uświadomienie sobie, że to, co człowiek widzi i odczuwa, ulega zmianie, a pewne zjawiska następują po innych, nasunęło zapewne zrozumienie teraźniejszości i przeszłości, a potem zidentyfikowanie pojęcia czasu. Również doświadczenie zmysłowe umożliwiło ukształtowanie pojęcia ciężaru, który przy przemieszczaniu przedmiotów i różnych pracach stale wymagał przewyżczenia, a bywał różny i czasem zmienny. Niejako logiczną konsekwencją wydaje się ukształtowanie pojęcia prędkości. Powstało ono zapewne jako wynik refleksji nad trwaniem, opartej na spostrzeżeniu, że pewne działania lub zjawiska trwały krócej, a inne dłużej. Nad powyższymi kwestiami zastanawiało się wielu badaczy na przestrzeni kilkunastu stuleci. Np. skrajne stanowisko w tym zakresie przedstawił Immanuel Kant, który uważał, że czas i przestrzeń są *formami poznania* – sposobami, w jaki ludzki umysł grupuje i układa docierające do niego wrażenia. Od nich więc miałyby zależeć nasz obraz świata, którego istota miała być niepoznawalna. W każdym jednak razie dziś wiadomo na pewno, że wspomniane pojęcia dają się zdefiniować i wyrazić, także matematycznie.

Ukształtowanie tych pojęć możliwe było przez porównywanie, które najpierw było intuicyjną czynnością poznawczą, a potem stało się swego rodzaju narzędziem poznawczym. Określanie ilości towarów odbywało się poprzez porównanie pozwalające ustalić, że np. nieznaną ilość towaru jest identyczna z inną, znaną. Jednakże różne były drogi, które prowadziły do pomiarów poszczególnych wielkości. Najprościej było z pomiarem długości, gdzie można było stosować metodę bezpośredniego porównania lub metodę różnicową. Nieco inny rodzaj trudności wiązał się z pomiarem objętości. Każdy z tych przypadków narzucał inne wymagania. Pojemność była wielkością ważną przede wszystkim w wymianie towarowej, pomiary długości miały szerszą dziedzinę zastosowań: w technice, budownictwie, rzemiosłach. Szczególnie trudności wiązały się z pomiarem pola powierzchni. Współcześnie uważane za proste, pomiary pola powierzchni nieomal do okresu klasycznego w historii starożytnej Grecji były umiejętnością złożoną i trudną. Do czasów Eudoksosa z Knidos (czasy wojny

peloponeskiej) stosowano metodę kwadratury, niestety czasem zawodną, np. w przypadku koła.

Jeżeli zachodziła potrzeba pomiaru pola powierzchni ograniczonej krzywą, trudności były jeszcze większe i dopiero dzięki pracom Eudoksosa, można było (jeżeli znana była zasada konstrukcji krzywej) posłużyć się tzw. metodą wyczerpywania. Dziś wydaje się ona prosta, ale jej opracowanie było wielkim osiągnięciem w matematyce i dopiero prace Riemana przyniosły nową metodę, która ją zastąpiła.

Rozwój umiejętności i teorii mierzenia osiągnął znaczny poziom już w starożytności. Ale nie przyniósł on jeszcze wtedy ogólnego pojęcia wielkości i dużo odkryć miało nastąpić, zanim zrozumiano, co łączy wszystkie rodzaje wielkości i pomiarów.

W definicjach słownikowych

Jak widać, wpływ na ukształtowanie się pojęcia wielkości musiało mieć mierzenie ilości, albo ilościowe określanie cech przedmiotów, działań i zdarzeń. Można powiedzieć, że pojęcia ilości i wielkości poniekąd ze sobą konkurują. To, co my nazywamy wielkością, posiada identyczną nazwę w języku francuskim i niemieckim – odpowiednio: *grandeur* i *Grösse*, ale już w języku angielskim używa się terminu *quantity*, a w języku włoskim *quantità*, które w języku codziennym oznaczają ilość.

Rozwój nauki i techniki przyniósł wiele, nieoczekiwanych czasem, odkryć odnoszących się do pojęcia ‘wielkość’. W tej sytuacji koniecznością okazało się opracowanie definicji wielkości, co stało się przedmiotem międzynarodowych prac w zakresie terminologii metrologicznej. Na końcu długiego łańcucha napotykamy definicję, którą podaje Międzynarodowy Słownik Metrologii (2008 r.).

Definicja ta (patrz: ramka) jest słuszna, ścisła, wystarczająco ogólna i przydatna w praktyce pomiarowej. Międzynarodowy Słownik Metrologii z samej swej natury, jak też w kategoriach wydawniczych, jest przewodnikiem, który należy stosować m.in. jako jeden ze środków służących zapewnieniu jednolitości miar w skali światowej. Nie jest jednak jego celem ani zamiarem wykluczenie wszelkiej dyskusji nad podstawowymi i ogólnymi pojęciami metrologii, ani też wyeliminowanie innych możliwych definicji zawartych w nim pojęć (co, niestety, czasem próbują osiągnąć niektórzy prawodawcy). Dlatego zgodne z ideą Słownika i potrzebne dla lepszego rozumienia pod-

stawowych pojęć metrologii jest rozważanie aspektów, których Słownik z uzasadnionych względów nie podnosi (wieloaspektowa analiza pojęć byłaby zbyt skomplikowana dla wielu użytkowników Słownika i mogłaby utrudniać praktyczne jego zastosowania). Ta refleksja w pełni odnosi się do pojęcia wielkości.

Pojęcie wielkości w badaniach naukowych

Pojęcie wielkości, niezbędne do rozróżniania, porównania i uporządkowania – używając języka fizyki – ciało i zjawisk, potrzebne jest również, żeby można było doskonalić techniki pomiaru. Porównywanie, mierzenie i odmierzenie oraz odważanie same stały się narzędziami badawczymi. Eksperyment badawczy wymaga zbudowania modelu pojęciowego zjawiska, potem jego modelu matematycznego i zweryfikowania tego ostatniego poprzez pomiar. Metodyka eksperymentu naukowego, znana w starożytności, rozwinęła się w okresie ostatnich kilkuset lat i powszechnie stosowana przyczyniła się do niebywałego rozwoju nauki. Wzbogaciła nawet warsztat teoretyków, którzy zaczęli się posługiwać „doświadczeniem myślowym”.

Istotną rolę odgrywa w tej dziedzinie zasada abstrakcji. Abstrahowanie jest sposobem rozumowania polegającym na odrzuceniu części cech przedmiotów fizycznych w celu wyeksponowania cech pożądaných. Taki sposób rozumowania pozwolił stworzyć wszystkie obiekty matematyczne. Z kolei jako wynik abstrakcji wielostopniowej powstały m.in. przestrzenie metryczne – jako abstrakt abstraktu, a w końcu przestrzenie topologiczne jako abstrakt przestrzeni metrycznych. Wynikiem tego sposobu rozumowania było stworzenie pojęć poszczególnych wielkości, jak też ogólnego pojęcia wielkości.

1.1 (1.1)

wielkość

właściwość zjawiska, ciała lub substancji, którą można wyrazić ilościowo za pomocą liczby i odniesienia

UWAGA 1. W ogólnym pojęciu ‘wielkość’ zawiera się kilka poziomów pojęć szczegółowych, co pokazane zostało w poniższym zestawieniu. W lewej kolumnie pokazano pojęcia szczegółowe zawierające się w pojęciu ‘wielkość’. One z kolei są pojęciami ogólnymi w odniesieniu do poszczególnych wielkości w prawej kolumnie tablicy.

długość, l	promień, r długość fali, λ	promień okręgu A , r_A lub $r(A)$ długość fali promieniowania D sodu, λ_D lub $\lambda(D; Na)$
energia, E	energia kinetyczna, T ciepło, Q	energia kinetyczna cząsteczki i w danym układzie, T_i ciepło parowania i -tej próbki wody, Q_i
ładunek elektryczny, Q rezystancja elektryczna, R		ładunek elektryczny protonu, e rezystancja elektryczna rezystora i w danym obwodzie, R_i
stężenie molowe składnika B , c_B		stężenie molowe etanolu w i -tej próbce wina, $c_i (C_2H_5OH)$
stężenie składnika B , C_B		liczność erytrocytów w i -tej próbce krwi, $C(Erc; B_i)$
twardość w skali Rockwella C (obciążenie 150 kg), HRC (150 kg)		twardość w skali Rockwella C i -tej próbki stali, HRC $_i$ (150 kg)

UWAGA 2. Odniesieniem może być **jednostka miary, procedura pomiarowa, materiał odniesienia** lub ich kombinacja.

UWAGA 3. Symbole wielkości podane są w serii norm ISO 80000 i IEC 80000 *Quantities and units*. Symbole wielkości pisane są kursywą. Dany symbol może oznaczać różne wielkości.

UWAGA 4. Preferowany format IUPAC-IFCC dla oznaczania wielkości w medycynie laboratoryjnej jest następujący: „Układ–Składnik; rodzaj wielkości”.

PRZYKŁAD „Plazma (Krew) – Jon sodu; stężenie molowe równe 143 mmol/l u danej osoby w danym czasie”.

UWAGA 5. Wielkość została tu zdefiniowana jako skalar. Jednakże wektor lub tensor, których składowe są wielkościami, są także uważane za wielkości.

UWAGA 6. Można dokonać podziału pojęcia ‘wielkość’ na pojęcia szczegółowe, np. ‘wielkość fizyczna’, ‘wielkość chemiczna’ i ‘wielkość biologiczna’, albo na **wielkości podstawowe i wielkości pochodne**.

Szczególną rolę odgrywa to, co daje początek abstrakcji – ciało lub zjawisko materialne. Historia odkryć i wynalazków pokazuje, że punktem wyjścia rozumowania abstrahującego nie zawsze jest samo ciało albo zjawisko, ale bardzo często jakiś związany z nimi efekt. Ilustracją tego może być rozwój pomiarów temperatury. Można ją mierzyć wykorzystując różne zasady pomiaru. Najstarszą chyba pomiarową skalą temperatury jest skala Newtona (ok. 1700 r.). Efektem zmian temperatury, jaki wykorzystał w pomiarze Newton, były zmiany objętości oleju lnianego pod wpływem ogrzewania. Swoją przyrząd nazwał termometrem, ale nie posługiwał się (!) pojęciem temperatury – mówił o stopniach ciepła. Mierzenie „stop-

ni ciepła” było więc etapem na drodze do pojęcia temperatury. Jeszcze większy wpływ miały pośrednie efekty oddziaływania prądu i ładunku elektrycznego na zdefiniowanie wielkości elektrycznych.

Czasem wrażenia odbierane za pośrednictwem zmysłów bardzo trudno jest uczynić mierzalnymi i pewne wielkości nie dają się zmierzyć w sposób uważany dziś za oczywisty, tzn. przy zastosowaniu skali ilorazowej bądź przedziałowej. Bardzo spektakularnym przykładem jest tu np. pomiar chropowatości, twardości, czy trudno uchwytnych cech, które znamy przede wszystkim jako wrażenia zmysłowe (zapach, miękkość itp.): żeby je zmierzyć trzeba zaangażować inne wielkości, ale – poprzez model nawiązujący do budowy narzędzia pomiarowego.

Nawiasem mówiąc, rozwój nauki dostarcza – co wydaje się paradoksalne – coraz więcej nowych problemów badawczych, wobec których coraz więcej wątpliwości budzi zasadność pytania, ile jest wielkości, albo kiedy można by powiedzieć, że udało się poznać wszystkie.

Wielkość i miara

Związek wielkości z mierzaniem nie ulega wątpliwości. Ale, z kolei, mierzanie kojarzy się z miarą. W praktyce metrologicznej, zwłaszcza laboratoryjnej można zetknąć się z pojęciem ‘miara materialna’. Niekoniecznie musi to być jednostka miary, albo wzorzec miary (którego to terminu w żadnym razie nie należy uważać za tożsamy znaczeniowo z pojęciem ‘wzorzec pomiarowy’). Miara materialna, kalka językowa angielskiego „material measure” może wywoływać skojarzenie z wyrażeniem „zmaterializowana wielkość”. Czy takie skojarzenie byłoby uzasadnione?

3.6 (4.2)

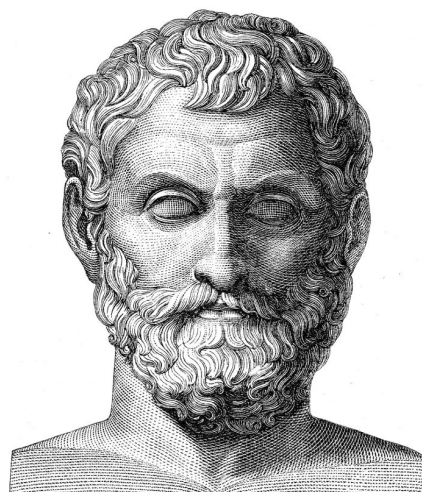
miara materialna

przyrząd pomiarowy odtwarzający lub dostarczający w czasie jego używania, w sposób ciągły, **wielkości** jednego lub więcej **rodzajów**, wraz z przyporządkowanymi im **wartościami wielkości**

PRZYKŁADY Odważnik wzorcowy, naczynie do pomiaru objętości (z jedną lub kilkoma wartościami wielkości, ze **skalą wartości wielkości** lub bez niej), wzorcowy rezystor elektryczny, przymiar liniowy, płytka wzorcową, wzorcowy generator sygnału, **certyfikowany materiał odniesienia**.

UWAGA 1. Wskazanie miary materialnej jest przyporządkowaną jej wartością wielkości.

UWAGA 2. Miara materialna może być **wzorcem pomiarowym**.



Tales z Miletu

Jeden z wielu kojarzonych z nim wizerunków. Do dziś bywa nazywany ojcem nauki, filozofii i geometrii. Współcześni uważali go za mędrca. Z pewnych przekazów można wnioskować, że bardzo dobrze radził sobie w tym, co nawet po polsku nazywa się biznesem.

foto. Wikipedia

Patrząc na wzorcowy generator sygnału chyba nie całkiem zgodzilibyśmy się, żeby mogła to być miara zmaterializowana, ale w przypadku, powiedzmy, płytki wzorcowej o wymiarze nominalnym, np. 25 mm trudno nie zgodzić się z faktem, że mamy przed sobą zmaterializowane 25 mm, czyli zmaterializowaną wartość wielkości. Tak podpowiadałaby nam intuicja wsparta doświadczeniem poznawczym „pięciu zmysłów”. Ale, znowu, refleksja nad tym spostrzeżeniem podważa nasze wcześniejsze wątpliwości co do zaklasyfikowania wzorcowego generatora sygnału.

W różnych podręcznikach matematyki (których metrolog ignorować nie może) napotkać można zadania, w których sformułowano np. taki problem do rozwiązania: Jaka jest miara kąta? Po rozwiązaniu go i sprawdzeniu, jaka jest odpowiedź, możemy stwierdzić, że owa „miara” to np. 87°, choć jednocześnie nie mamy wątpliwości, że 87° to „wartość wielkości”.

Przy omawianiu twierdzenia Talesa dowiadujemy się, że miarą odcinka jest inny, krótszy odcinek, odkładany na nim, a liczba „odłożeń” jest miarą odcinka mierzonego, z nadmiarem lub z niedomiarem. Dalej, z reguły, mówi się w tym wykładzie o wspólnej mierze dwóch odcinków i o... jednostce miary.

Mówiąc o pojęciu miary w matematyce starożytnej, warto może raz jeszcze zwrócić uwagę na związek ówczesnych rozważań teoretycznych z praktyką.

Zainteresowanie i podziw budzi fakt istnienia w starożytności jednostek miar i wzorców pomiarowych. Znacznie mniej uwagi zwraca się na to, jak stosowano owe łokcie, stopy, talenty czy miny. Wydawać się może, że „mierzone i już”. Tymczasem jest to kwestia znacznie bardziej skomplikowana. Ciekawy jest przypadek pola powierzchni. Wprawdzie pole prostokąta i konsekwentnie trójkąta oraz wszystkiego, co się na trójkąty podzielić dało, dość szybko (jeśli uwzględnimy omówioną na początku perspektywę czasową) „rozpracowano”, ale już z kołem szło gorzej. Babilończycy ok. 2000 r. p.n.e. szacowali wartość liczby π na 3, Archimedes na $22/7$. Klaudiusz Ptolemeusz na $3+(8/60)+(30/3600)$.

Był więc problem z dokładnością. Z innymi krzywymi był już duży kłopot. Znano, jak powiedzieliśmy, metodę kwadratury, ale nie zawsze była ona skuteczna. Dopiero Eudoksos z Knidos, badając właściwości proporcji, „za jednym zamachem” stworzył: podstawy do porównywania wyników pomiarów w różnych obszarach badawczych, definicję de facto liczb rzeczywistych oraz metodę wyczerpywania, tj. metodę obliczania pola powierzchni, pozwalającą obliczać m.in. pola różnych figur geometrycznych (zwaną całkowaniem starożytnych).

Różne konteksty, w jakich pojawiają się powyżej pojęcia ‘wielkość’ i ‘miara’, powodują chyba potrzebę wyjaśnienia ich wzajemnej zależności. Wbrew pozorom o wyjaśnienie nie trudno. Miara jest jednym z podstawowych pojęć w dziedzinie matematyki zwanej teorią miary. Szczegółową teorię miary opracowali m.in. Camille Jordan i Henri Leon Lebesgue.

Miara określana jest w niej jako funkcja przeliczalnie addytywna, określona na pewnej szczególnej przestrzeni X . Pomijając tu szczegółowe rozważania trzeba stwierdzić, że miara zbioru jest uogólnieniem



Liczba i przestępna i niewymierna. Równie potrzebna ludzkości, jak wynalazek koła. Jej wartość wyznaczano przez parę tysięcy lat. Potrzebna wszędzie i zawsze, a zwłaszcza w pomiarach wielkości. Czasem uważana za liczbę magiczną.

fol. Wikipedia



Henri Léon Lebesgue

W 1902 r. obronił na Uniwersytecie w Nancy pracę doktorską nt. *Intégrale, longueur, aire* („Całka, długość, pole”).

Zapoczątkowało to rozwój nowej dziedziny matematyki nazwanej teorią miary², której później odkryte zastosowania miały ogromne znaczenie w matematyce i poza nią.

fol. Wikipedia

geometrycznych pojęć: długość, pole, objętość. Wielkości mogą zatem być miarami. Nasuwa się więc pytanie, na ile uniwersalne jest to stwierdzenie.

Analogie i uogólnienia

Warto pamiętać, że wielkości fizyczne występują we wzorach opisujących prawa nauki, które z kolei stanowią składniki pojęciowego modelu świata materialnego. Cytowana wyżej definicja wielkości jest słuszna i przydatna, ale koncentrując się de facto na wyrażaniu wielkości, nie niesie informacji o naturze wielkości i nie traktuje w sposób wyczerpujący wszystkich aspektów tego pojęcia. Uzupełniając ją więc można by powiedzieć, że wielkości fizyczne są to uwarunkowane zmysłowo abstrakcje potrzebne do zbudowania teoretycznego modelu zjawiska w świecie materialnym.

² Prace w tej dziedzinie stały się w latach międzywojennych „polską specjalnością”. Całka Lebesgue’a dała również poniekąd początek karierze wielkiego polskiego matematyka, Stefana Banacha. Inny wybitny polski matematyk, profesor Hugo Steinhaus, idąc kiedyś przez krakowskie Planty usłyszał, jak dwóch młodych ludzi dyskutuje o całce Lebesgue’a. Jednym z nich był Stefan Banach. Było to w 1916 r. Za wstawiennictwem profesora Steinhausa młody człowiek uzyskał stanowisko asystenta. W 1927 r. Stefan Banach został profesorem zwyczajnym Uniwersytetu Jana Kazimierza.

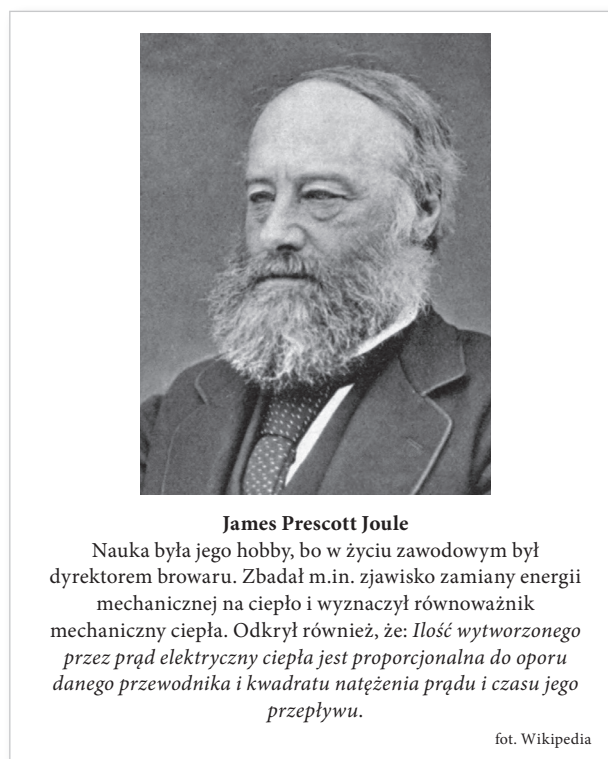
Już doświadczenia Jamesa Joule'a (w latach 1843–1845) pokazały, że suma ciepła i pracy wykonanej nad układem jest równa zmianie energii wewnętrznej układu.

Jest to pierwsza zasada termodynamiki, znana również jako zasada zachowania energii. Badania m.in. zależności różnych wielkości od energii pozwoliły na ujawnienie bardzo ważnego faktu: równania określające energię, które zależnie od postaci energii wiążą różne wielkości, mają analogiczną formę, jeśli chodzi o operacje matematyczne zawarte w nich.

Ponadto porównując te równania (tablica 1) zauważa się, że występują w nich – w analogicznym porządku – wielkości, które – z pozoru inne dla każdej postaci energii – stanowią pewien, w każdym przypadku powtarzający się, układ. Można więc mówić o „wielkościach uogólnionych”, tj. o uogólnionej sile, uogólnionym przesunięciu, uogólnionej prędkości itd. Natomiast moc i energia w każdym przypadku po prostu „są sobą” i nie wymagają uogólnień.

Stosowanie analogii ma charakter praktyczny i możliwe jest stosowanie odmiennych analogii przy rozważaniach odnoszących się do tej samej postaci energii. Np. stosowana jest również pewna analogia (inna niż pokazana w tablicy 1), w której jako uogólniona siła traktowany jest prąd elektryczny, jako uogólniona prędkość – napięcie; uogólnione przesunięcie ma wówczas postać $\int E dt$.

Charakterystyczną cechą wspomnianych analogii jest odniesienie do układu wielkości mechanicznych – porównuje się wielkości zdefiniowane drogą abstrakcji do zmysłowo postrzegalnych i niemal „zmysłowo mierzalnych” wielkości w otaczającym nas świecie materialnym. Możliwość wspomnianych analogii i uogólnień, a także możliwość stosowania zasady abstrakcji przy definiowaniu wielkości pokazuje, że rozumienie pojęcia wielkości może mieć wiele aspek-



tów i że definicja odnosząca się do sposobu, w jaki w danej chwili można wyrazić pewną cechę zjawiska, ciała lub substancji, dotyczy zaledwie jednego z nich. Próba stworzenia jednej szczegółowej definicji wielkości byłaby niezmiernie trudna i chyba nie bardzo przydatna. Uderzający jest fakt wielorakich wzajemnych zależności wielkości i ich związek z energią. Jeżeli mamy na względzie, że wielkość jest pewną właściwością postrzeganą za pomocą ludzkich zmysłów, to zauważyć można, jak trudna może być droga od wrażenia zmysłowego do uczynienia pewnych wrażeń mierzalnymi. Z kolei, teoria miary pokazuje nam, jak daleko należy wyjść poza świat konkretów, aby odnaleźć to, co w istocie wspólne jest dla pewnych właściwości otaczającej nas materialnej rzeczywistości, które to właściwości postrzegamy jako „ze swej natury” odmienne.

Na zakończenie zauważyć trzeba, że w powyższych rozważaniach, w których sięgnięto nawet do czasów określanych jako prehistoria, mowa była w zasadzie o „świecie mechaniki klasycznej”. Mechanika kwantowa każe spojrzeć na dziedzinę mierzalności i „wielkości mierzalnych” w zupełnie inny sposób.

Tablica 1

Lp.	Wielkości			
	elektryczne	mechaniczne w ruchu		w mechanice płynów
		liniowym	obrotowym	
1.	prąd (elektryczny), $I = dq/dt$	siła, F	moment siły, M	strumień objętości, Q
2.	napięcie, U	prędkość, v	prędkość kątowna, ω	ciśnienie (różnica ciśnień), p
3.	ładunek elektryczny, $q = \int I dt$	przesunięcie, $x = \int v dt$	kąt płaski, $\beta = \int \omega dt$	objętość, $V = \int Q dt$
4.	moc $P = IU$	moc $P = Fv$	moc $P = M\omega$	moc $P = Qp$