

Krzysztof Magnucki
Łukasiewicz – IPS “TABOR”
Dennis Alsdorf
Havel Metal Foam GmbH
Jerzy Lewiński
Michał Kowalski
Łukasiewicz – IPS “TABOR”
Alexander Richter
Havel Metal Foam GmbH
Andrzej Zbierski
Łukasiewicz – IPS “TABOR”

Analityczne, numeryczne (MES) i doświadczalne badanie zginania trójwarstwowego pasma płytowego z rdzeniem z pianki metalowej

Przedmiotem badań jest trójwarstwowe pasmo płytowe poddane czteropunktowemu zginaniu. Opracowano analityczny model tego pasma, korzystając z klasycznej teorii linii lamanej nazywanej teorią Zig-Zag. W paśmie tym wyróżniono trzy przedziały: dwa brzegowe, w których występuje zginanie i ścinanie oraz jeden środkowy, w którym występuje czyste zginanie. Wyznaczono całkowite ugięcie maksymalne pasma płytowego oraz maksymalne ugięcie odcinka środkowego. Przeprowadzono obliczenia numeryczne metodą elementów skończonych (MES) dla takiego samego modelu pasma, jak wyżej wspomniany model analityczny. Próbę doświadczalną przeprowadzono na stanowisku badawczym w Instytucie Pojazdów Szynowych. Porównano wyniki badań analitycznych, numerycznych i doświadczalnych. Analizowane płyty warstwowe mogą być stosowane, m. in. jako części podłogi lub poszycia pojazdu szynowego.

1. Wstęp

Podstawy analitycznego modelowania konstrukcji warstwowych zostały stworzone w połowie XX wieku. Vinson [16] przedstawił przegląd prac opublikowanych w XX wieku, omawiających problemy mechaniki konstrukcji warstwowych. Reddy [14] opracował obszerną monografię poświęconą kompozytowym płytom i powłokom. Opisał metody modelowania i analizy tych konstrukcji, wraz z różnymi teoriami mającymi do nich zastosowanie. Magnucki i Szyc [8] sporządzili współautorską monografię na temat wytrzymałości i stateczności belek i płyt z rdzeniem z piany aluminiowej. Kozak [5] opisał zastosowania stalowych płyt warstwowych w konstrukcji statków.

Sayyad i Ghugal [15] przedstawili krytyczny przegląd literatury opublikowanej w XXI wieku na temat konstrukcji kompozytowych i warstwowych. W tym opracowaniu przytoczono rozmaite teorie i hipotezy stosowane w tej dziedzinie i wyróżniono możliwy zakres przyszłych badań. Banhart [1] rozważał problemy produkcji pian metalowych i innych porowatych struktur metalowych. Autor przytacza różne innowacyjne metody produkcyjne i sposoby opisu właściwości metali komórkowych. W pracy przedstawiono również zastosowania tych materiałów w różnych gałęziach przemysłu. Icardi [2] opracował model przeznaczony do analizy belek warstwowych. Przemieszczenia sformułowano z myślą o spełnieniu warunków ciągłości naprężenia tnącego, normalnego i gradientu naprężenia w kierunku poprzecznym.

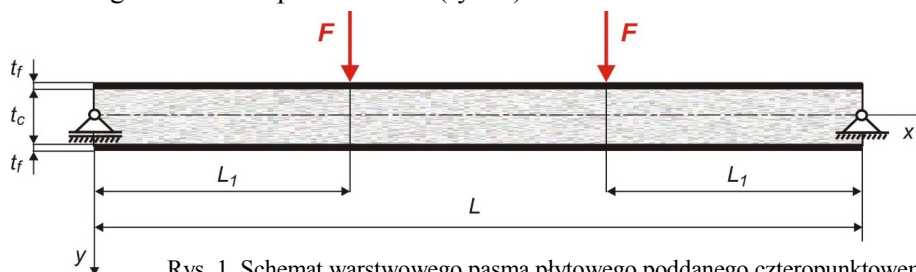
Hipoteza Zig-Zag poprawia dokładność takiego podejścia. Wyniki porównano z innymi trójwymiarowymi rozwiązaniami w zakresie sprężystym oraz z różnymi modelami dostępnymi w literaturze. Jasion i Magnucki [3] rozpatrywali belki warstwowe poddane czteropunktowemu zginaniu. Zasada stacjonarności całkowitej energii potencjalnej posłużyła do wyprowadzenia wzorów wyznaczających naprężenia krytyczne w okładzinach belki, wywołujące marszczenie górnej okładziny. Przedstawiono wyniki uzyskane na podstawie modelu analitycznego i za pomocą MES dla kilku belek warstwowych o różnych grubościach i właściwościach rdzenia. Jasion *i in.* [4] badali wyboczenie globalne i lokalne okładzin belek warstwowych i warstwowych płyt kołowych. Opracowano matematyczny model przemieszczeń, z uwzględnieniem ścinania. Rozwiązania analityczne porównano z wynikami otrzymanymi za pomocą metody elementów skończonych i wynikami doświadczalnymi. Magnucka-Blandzi i Magnucki [6] analizowali swobodnie podpartą belkę warstwową z rdzeniem z piany metalowej. Nieliniowa hipoteza deformacji i twierdzenie o minimalnej całkowitej energii potencjalnej posłużyły do wyznaczenia różniczkowych równań równowagi. Ich rozwiązanie pozwoliło wyznaczyć optymalne bezwymiarowe parametry belki.

Magnucka-Blandzi [7] rozważała swobodnie podpartą warstwową prostokątną płytę ściskaną w płaszczyźnie. Założenie definiujące pole przemieszczeń i warunki geometryczne umożliwiło wyprowadzenie układu równań różniczkowych, a następnie wyznaczenie krytycznych obciążeń dla przypadków rodziny warstwowych płyt. Magnucki *i in.* [9], [10] i [11] analizowali konstrukcje posiadające rdzenie z piany aluminiowej. Badania były poświęcone belce pięciowarstwowej poddanej ścisnaniu osiowemu lub zginaniu, oraz warstwowej płycie kołowej poddanej czystemu zginaniu. Zasada stacjonarności całkowitej energii potencjalnej posłużyła do wyprowadzenia układu cząstkowych równań różniczkowych równowagi. Rozwiązania analityczne otrzymane dla tych konstrukcji porównano z wynikami teoretycznymi, numerycznymi i doświadczalnymi.

Paczos *i in.* [13] rozpatrywali krótkie belki warstwowe z rdzeniem o strukturze plastra miodu. Przyjęta hipoteza Zig-Zag deformacji płaskiego przekroju poprzecznego belki umożliwiła opracowanie modelu analitycznego. Wyniki uzyskane analitycznie porównano z doświadczalnymi.

Magnucki [12] badał swobodnie podparte belki warstwowe i dwuteowe o strukturze symetrycznej, poddane zginaniu trójpunktowemu i obciążeniu rozłożonemu. Wzięto pod uwagę dwa warianty odkształcenia płaskiego przekroju poprzecznego belek, a mianowicie klasyczną hipotezę „linii łamanej” oraz nieliniową hipotezę wielomianową. Równania różniczkowe równowagi tych struktur umożliwiły wyznaczenie ich ugięć, z uwzględnieniem ścinania.

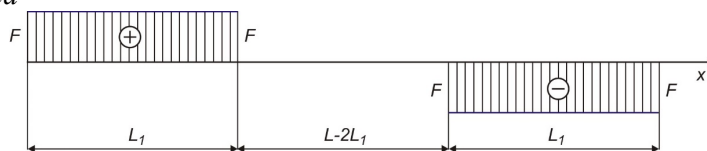
Przedmiotem niniejszej pracy jest swobodnie podparte warstwowe pasmo płytowe o długości L i szerokości b , poddane zginaniu czteropunktowemu (rys. 1).



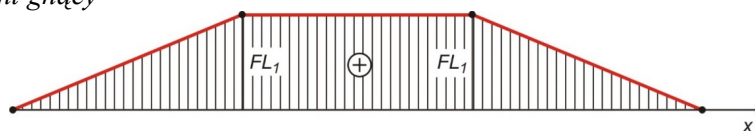
Rys. 1. Schemat warstwowego pasma płytowego poddanego czteropunktowemu zginaniu

Wykresy siły tnącej i momentu gnącego są przedstawione na rys. 2.

a) Siła tnąca



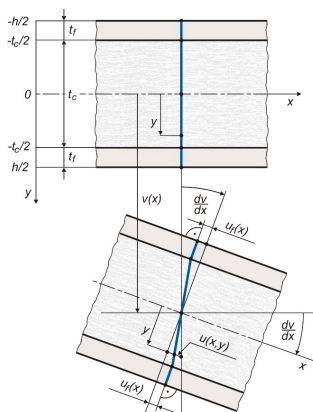
b) Moment gnący



Rys. 2. Wykresy siły tnącej a) i momentu gnącego b)

2. Badanie analityczne

Model analityczny warstwowego pasma płytowego jest sformułowany na podstawie klasycznej hipotezy „linii łamanej” (rys. 3).



Rys. 3. Schemat odkształcenia płaskiego przekroju poprzecznego warstwowego pasma płytowego

Zgodnie z rys. 3 przemieszczenie wzdłużne jest wyrażone następująco:

- okładzina górna $\langle -h/2 \leq y \leq -t_c/2 \rangle$

$$u^{(u-f)}(x, y) = -\left[y \frac{dv}{dx} + u_f(x) \right], \quad (1)$$

- rdzeń $\langle -t_c/2 \leq y \leq t_c/2 \rangle$

$$u^{(c)}(x, y) = -y \left[\frac{dv}{dx} - 2 \frac{u_f(x)}{t_c} \right], \quad (2)$$

- okładzina dolna $\langle t_c/2 \leq y \leq h/2 \rangle$

$$u^{(l-f)}(x, y) = -\left[y \frac{dv}{dx} - u_f(x) \right], \quad (3)$$

gdzie: $u_f(x)$ – wzdłużne przemieszczenie okładzin, $v(x)$ - ugięcie, x, y – współrzędne, t_f, t_c – grubości okładzin i rdzenia, $h = 2t_f + t_c$ – całkowita grubość pasma płytowego.

Odskształcenia i naprężenia zapisano zatem w postaci

- dla okładziny górnej

$$\varepsilon_x^{(u-f)}(x, y) = \frac{\partial u}{\partial x} = -\left(y \frac{d^2v}{dx^2} + \frac{du_f}{dx} \right), \quad \gamma_{xy}^{(u-f)}(x, y) = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{dv}{dx} = 0, \quad (4)$$

$$\sigma_x^{(u-f)}(x, y) = E_f \varepsilon_x^{(u-f)}(x, y), \quad \tau_{xy}^{(u-f)}(x, y) = 0, \quad (5)$$

- dla rdzenia

$$\varepsilon_x^{(c)}(x, y) = \frac{\partial u}{\partial x} = -y \left(\frac{d^2v}{dx^2} - \frac{2}{t_c} \frac{du_f}{dx} \right), \quad \gamma_{xy}^{(c)} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{dv}{dx} = 2 \frac{u_f(x)}{t_c}, \quad (6)$$

$$\sigma_x^{(c)}(x, y) = E_c \varepsilon_x^{(c)}(x, y), \quad \tau_{xy}^{(c)} = \frac{E_c}{1 + \nu_c} \frac{u_f(x)}{t_c}, \quad (7)$$

- dla okładziny dolnej

$$\varepsilon_x^{(l-f)}(x, y) = \frac{\partial u}{\partial x} = -\left(y \frac{d^2v}{dx^2} - \frac{du_f}{dx} \right), \quad \gamma_{xy}^{(l-f)}(x, y) = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{dv}{dx} = 0, \quad (8)$$

$$\sigma_x^{(l-f)}(x, y) = E_f \varepsilon_x^{(l-f)}(x, y), \quad \tau_{xy}^{(l-f)}(x, y) = 0, \quad (9)$$

gdzie: E_f, E_c, ν_c – stałe materiałowe (moduły Younga i liczba Poissona rdzenia).

Moment gnący

$$M_b(x) = b \left\{ \int_{-h/2}^{-t_c/2} y \sigma_x^{(u-f)}(x, y) dy + \int_{-t_c/2}^{t_c/2} y \sigma_x^{(c)}(x, y) dy + \int_{t_c/2}^{h/2} y \sigma_x^{(l-f)}(x, y) dy \right\}, \quad (10)$$

gdzie: b – szerokość.

Podstawiając wyrażenia (5), (7), (9) określające naprężenia normalne do równania (10) i całkując, otrzymano

$$C_{vv} \frac{d^2v}{dx^2} - 2C_{vu} \frac{1}{t_c} \frac{du_f}{dx} = -12 \frac{M_b(x)}{E_c b t_c^3}, \quad (11)$$

gdzie: $C_{vv} = 1 + 2e_f(3 + 6\chi_f + 4\chi_f^2)\chi_f$, $C_{vu} = 1 + 6e_f(1 + \chi_f)\chi_f$ – współczynniki,

$e_f = E_f/E_c$, $\chi_f = t_f/t_c$ - parametry bezwymiarowe.

Uwzględniając napężenie tnące (7), otrzymano poprzeczną siłę styczną w następującej postaci

$$T(x) = b \int_{-t_c/2}^{t_c/2} \tau_{xy}^{(c)}(x, y) dy = \frac{E_c b}{1 + \nu_c} u_f(x). \quad (12)$$

Zatem nieznaną funkcją przemieszczenia wzdłużnego wynosi

$$u_f(x) = (1 + \nu_c) \frac{T(x)}{E_c b}. \quad (13)$$

Problem zginania warstwowego pasma płytowego jest sformułowany w dwóch przedziałach:

- 1) $0 \leq x \leq L_1$ – część przylegająca do krawędzi (zginanie z efektem ścinania)

Przyjęto następującą postać poprzecznej siły stycznej

$$T(x) = \frac{1}{\tanh(k)} \tanh\left[k\left(1 - \frac{x}{L_1}\right)\right] F, \quad (14)$$

gdzie: k – współczynnik ($k \rightarrow \infty$).

Moment gnący $M_b(x) = Fx$.

Równanie (11) po jednokrotnym scałkowaniu i uwzględnieniu powyższego wyrażenia (14) przybiera postać następującą

$$C_{vv} \frac{dv}{dx} = C_1 + 2(1 + \nu_c) \frac{C_{vu}}{\tanh(k)} \tanh\left[k\left(1 - \frac{x}{L_1}\right)\right] \frac{F}{E_c b t_c} - 6x^2 \frac{F}{E_c b t_c^3}, \quad (15)$$

gdzie: C_1 – stała całkowania.

Warunek dla $x = L_1$:

$$C_{vv} \frac{dv}{dx} \Big|_{L_1} = C_1 - 6 \frac{FL_1^2}{E_c b t_c^3}. \quad (16)$$

Równanie (15) po scałkowaniu ma postać następującą

$$C_{vv} v(x) = C_2 + C_1 x - 2(1 + \nu_c) \frac{C_{vu}}{k \tanh(k)} \ln\left\{\cosh\left[k\left(1 - \frac{x}{L_1}\right)\right]\right\} \frac{FL_1}{E_c b t_c} - 2x^3 \frac{F}{E_c b t_c^3}, \quad (17)$$

gdzie: C_2 – stała całkowania.

Warunek dla $x = 0$, $v(0) = 0$, a stąd

$$C_2 = 2(1 + \nu_c) \frac{\ln[\cosh(k)]}{k \tanh(k)} C_{vu} \frac{FL_1}{E_c b t_c}, \text{ biorąc pod uwagę, że } \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\ln[\cosh(k)]}{k \tanh(k)} = 1.$$

W rezultacie

$$C_2 = 2(1 + \nu_c) C_{vu} \frac{FL_1}{E_c b t_c}. \quad (18)$$

Ugięcie w pierwszym przedziale – tzn. przylegającym do krawędzi dla $x = L_1$, jest zatem następujące:

$$C_{vv} v(L_1) = 2(1 + \nu_c) C_{vu} \frac{FL_1}{E_c b t_c} + C_1 L_1 - 2 \frac{FL_1^3}{E_c b t_c^3}. \quad (19)$$

- 2) $L_1 \leq x \leq L/2$ – część środkowa (czyste zginanie, bez ścinania)

Poprzeczna siła styczna $T(x) = 0$, moment gnący $M_b(x) = FL_1$. Równanie (11) po scałkowaniu przyjmuje zatem postać

$$C_{vv} \frac{dv}{dx} = C_3 - 12x \frac{FL_1}{E_c b t_c^3}, \quad (20)$$

gdzie: C_3 – stała całkowania.

Przyjęto dwa warunki odnoszące się do nachylenia krzywej ugięcia:

- dla $x = L/2$, $C_{vv} \frac{dv}{dx} \Big|_{L/2} = 0$, skąd $C_3 = 6 \frac{FL_1 L}{E_c b t_c^3}$,
- dla $x = L_1$, $C_{vv} \frac{dv}{dx} \Big|_{L_1} = C_3 - 12 \frac{FL_1^2}{E_c b t_c^3}$,

zatem

$$C_{vv} \frac{dv}{dx} \Big|_{L_1} = 6(L - 2L_1) \frac{FL_1}{E_c b t_c^3}. \quad (21)$$

Równanie (20) po scałkowaniu przyjmuje postać

$$C_{vv} v(x) = C_4 + 6x \frac{FL_1 L}{E_c b t_c^3} - 6x^2 \frac{FL_1}{E_c b t_c^3}, \quad (22)$$

gdzie: C_4 – stała całkowania.

Ugięcie dla $x = L_1$ wyraża się następująco

$$C_{vv} v(L_1) = C_4 + 6(L - L_1) \frac{FL_1^2}{E_c b t_c^3}. \quad (23)$$

Uwzględniając warunek zgodności nachylenia krzywej ugięcia (wyrażenia (16) i (21)) otrzymuje się stałą całkowania

$$C_1 = 6(L - L_1) \frac{FL_1}{E_c b t_c^3}. \quad (24)$$

Podobnie, warunek zgodności ugięć (wyrażenia (19) i (23)) pozwala wyznaczyć stałą całkowania

$$C_4 = 2(1 + \nu_c) C_{vu} \frac{FL_1}{E_c b t_c^3} - 2 \frac{FL_1^3}{E_c b t_c^3}. \quad (25)$$

Zatem ugięcie warstwowego pasma płytowego dla $x = L_1$ (23) jest postaci

$$v(L_1) = 2 \left[(1 + \nu_c) C_{vu} + (3 - 4\alpha_1) \alpha_1 \lambda^2 \right] \alpha_1 \frac{\lambda}{C_{vv}} \frac{F}{E_c b}, \quad (26)$$

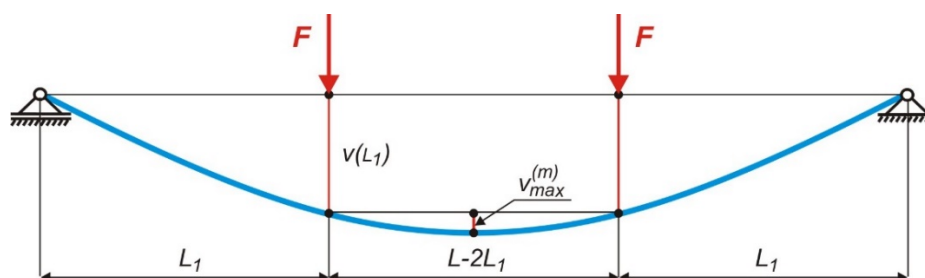
gdzie: $\alpha_1 = L_1/L$, $\lambda = L/t_c$ – współczynniki bezwymiarowe.

Tak więc, zgodnie z wyrażeniem (22), całkowite maksymalne ugięcie warstwowego pasma płytowego

$$v_{\max}^{(total)} = v\left(\frac{1}{2}L\right) = \left[2(1 + \nu_c) C_{vu} + \frac{1}{2}(3 - 4\alpha_1^2) \lambda^2 \right] \alpha_1 \frac{\lambda}{C_{vv}} \frac{F}{E_c b}. \quad (27)$$

Natomiast maksymalne ugięcie części środkowej (rys. 4)

$$v_{\max}^{(m)} = v_{\max}^{(total)} - v(L_1) = \frac{3}{2} (1 - 2\alpha_1)^2 \alpha_1 \frac{\lambda^3}{C_{vv}} \frac{F}{E_c b}. \quad (28)$$

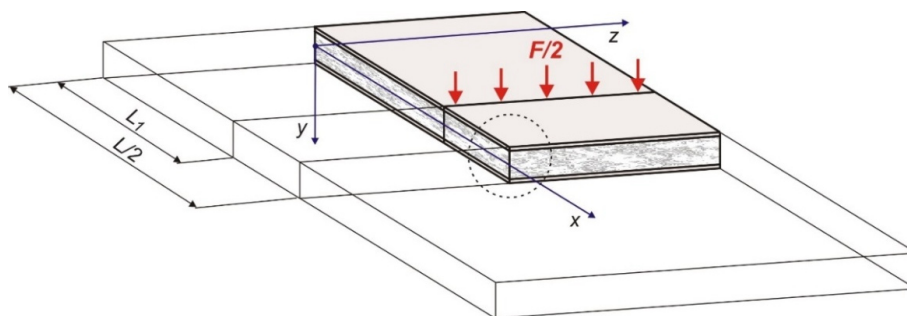


Rys. 4. Schemat ugięcia pasma płytowego poddanego czteropunktowemu zginaniu

Przykładowe obliczenia wykonano dla następujących danych: $L=900$ mm, $L_1=300$ mm, $b=250$ mm, $t_f=2$ mm, $t_c=16$ mm, $E_f=72000$ MPa, $E_c=3640$ MPa, $\nu_c=0.3$ oraz wartość siły $F=F_0/2=1500$ N ($F_0=2F=3000$ N – obciążenie całkowite). Otrzymano zatem maksymalne ugięcie części środkowej (28) $v_{\max}^{(m)}=0.82$ mm, maksymalne ugięcie całkowite (27) $v_{\max}^{(total)}=6.37$ mm oraz ugięcie w miejscu przyłożenia siły F , wyrażenie (26), $v(L_1)=5.55$ mm.

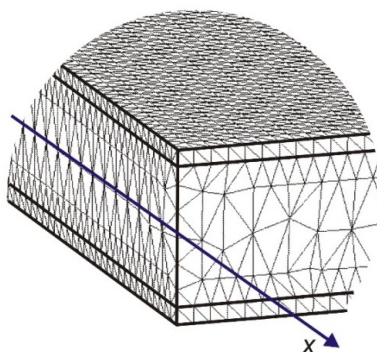
3. Badanie numeryczne MES

Model warstwowego pasma płytowego przeznaczony do analizy metodą elementów skończonych został opracowany za pomocą pakietu SolidWorks. Symetria pasma płytowego pozwala ograniczyć ten model do jednej czwartej całego pasma (rys. 5). Jego właściwe zachowanie zapewniają nałożone nań odpowiednie warunki brzegowe. Model pasma płytowego jest podzielony na około 942 tysiące 3-wymiarowych czworokątnych elementów skończonych, z czterema punktami Jakobianu. Liczba węzłów jest bliska 1 400 000. Przykładowy fragment siatki jest pokazany na rys. 6.



Rys. 5. Model warstwowego pasma płytowego zastosowany w obliczeniach MES

Pasma płytowe umieszczone jest w kartezjańskim układzie współrzędnych x,y,z . Płaszczyzna xz jest płaszczyzną środkową oraz obojętną pasma, oś y zwrócona jest w dół (rys. 5).



Rys. 6. Fragment siatki MES

(w przybliżeniu ograniczony do obszaru zaznaczonego na rys. 5 kropkowanym okręgiem)

Niżej wyszczególnione warunki brzegowe nałożone na powierzchnie modelu pasma płytowego gwarantują, że zachowa się on jak jedna czwarta całości:

- Model pasma jest swobodnie podparty na krawędzi $x=0$. Z tego powodu przemieszczenia y ściany współpłaszczyznowej z płaszczyzną yz są równe zero.
- Przemieszczenia x środkowej ściany pasma, równoległej do płaszczyzny yz (dla $x=L/2$), są równe zero.
- Przemieszczenia z ściany pasma współpłaszczyznowej z płaszczyzną xy (dla $z=0$) są równe zero.

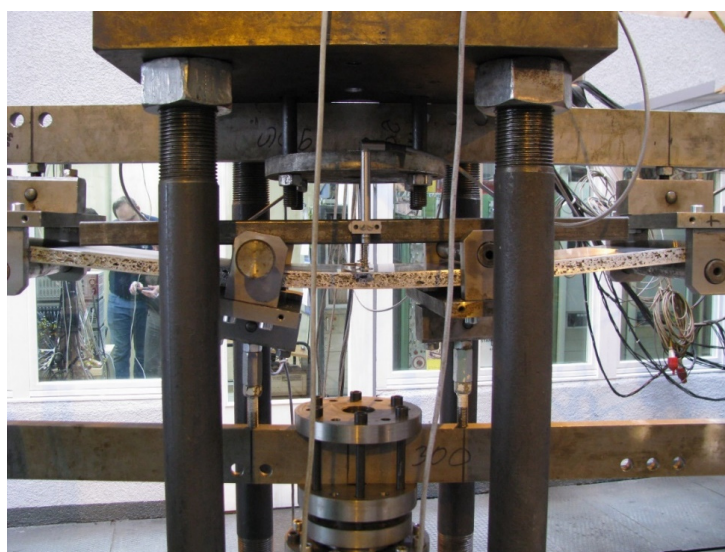
Obliczenia wykonano dla tych samych danych, jakie przyjęto w rozwiązaniu analitycznym, otrzymano następujące wartości: $v_{\max}^{(total)}=6.27$ mm i $v(L_1)=5.46$ mm. Tak więc maksymalne ugięcie części środkowej $v_{\max}^{(m)}=0.81$ mm.

4. Badania doświadczalne

Badania doświadczalne przeprowadzono na próbkach wyprodukowanych i dostarczonych przez firmę Havel Metal Foam GmbH (Niemcy). Taka próbka jest przedstawiona na rys. 7.



Rys. 7. Trójwarstwowe pasmo płytowe

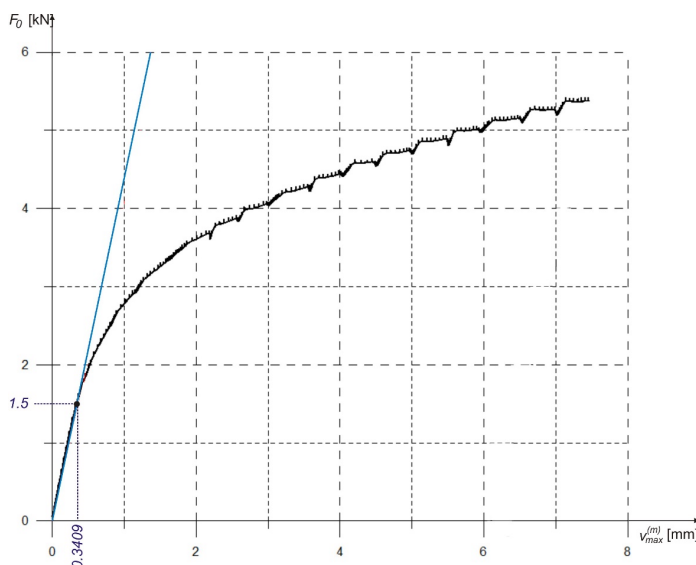


Rys. 8. Ugięte pasmo pod działaniem obciążenia na stanowisku badawczym (Laboratorium – Sieć Badawcza Łukasiewicz – IPS TABOR)

Pasma zostało zamontowane na stanowisku badawczym i obciążone siłą $F_0=2F$, jak pokazano na rys. 1. Całkowita długość pasma-próbki wynosi 1000 mm. Została ona podparta na rolkach odległych o $L=900$ mm. Obciążenie przyłożono za pomocą dwóch kolejnych rolek rozstawionych na 300 mm, symetrycznie względem próbki. W rezultacie część próbki znajdująca się pomiędzy dwiema rolkami obciążającymi podlega czystemu zginaniu (rys. 8).

Rys. 9. Zależność między obciążeniem F_0 i maksymalnym ugięciem

$v_{\max}^{(m)}$ środka próbki

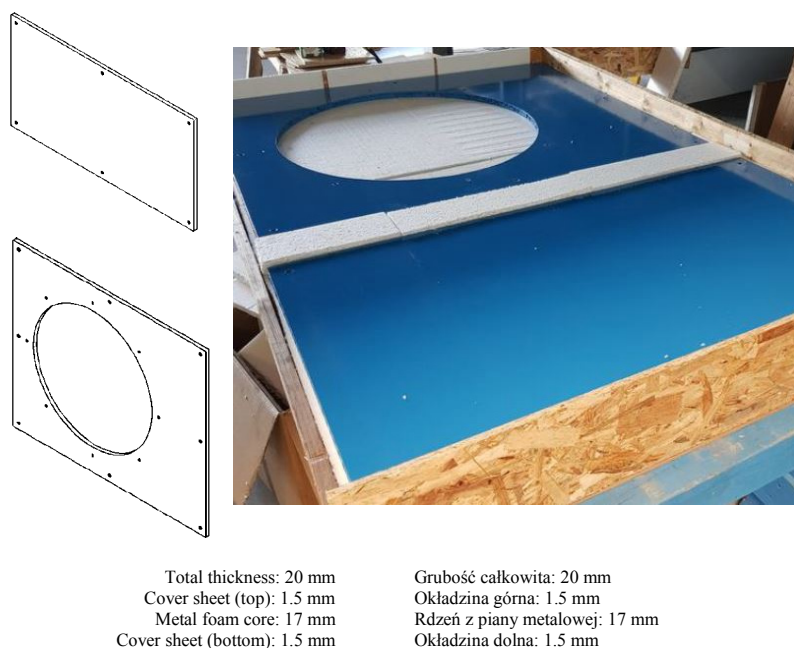


Ta próba umożliwiła wyznaczenie zależności między obciążeniem F_0 i maksymalnym ugięciem $v_{\max}^{(m)}$ środkowego punktu próbki (przedstawionej na rys. 9).

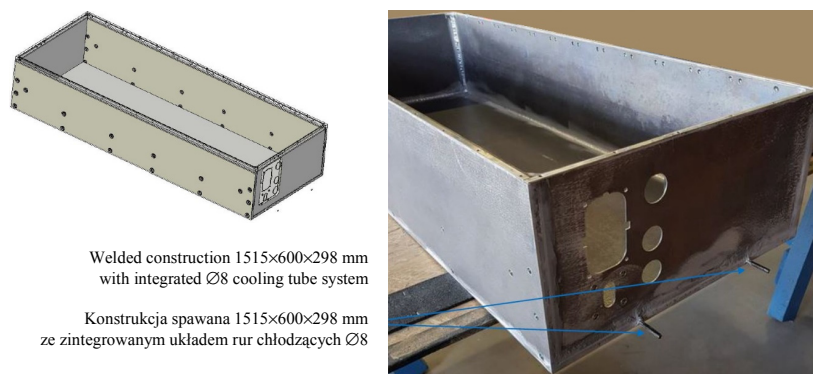
Można zauważyć, że zginanie sprężyste (proporcjonalne) odbywa się w ograniczonym zakresie obciążenia dla $F_0 \leq 1.5$ kN. Taka siła wywołuje maksymalne ugięcie środkowego punktu próbki wynoszące $v_{\max}^{(m)} = 0.3409$ mm. Dalszy wzrost obciążenia skutkuje wyraźnym odchyleniem od proporcjonalności. Nieregularności przebiegu krzywej sugerują, że materiał ulega stopniowej destrukcji.

W badaniach analitycznych i numerycznych MES przyjęto wartość obciążenia całkowitego $F_0 = 3000$ kN, natomiast w badaniach stanowiskowych stwierdzono, że zginanie pasma-próbki w zakresie sprężystym jest dla wartości obciążenia $F_0 \leq 1.5$ kN. Maksymalne ugięcia części środkowej próbki wyznaczone analitycznie i numerycznie MES dla tego obciążenia są zatem następujące $v_{\max}^{(m-An)} = 0.41$ mm oraz $v_{\max}^{(m-FEM)} = 0.41$ mm. Wartości te są o 20% większe od wyznaczonych doświadczalnie. Należy zauważyć, że ugięcie części środkowej próbki jest różnicą ugięcia całkowitego i ugięcia w miejscu działania siły-obciążenia (rys.4), zatem jego wartość jest mała w porównaniu z wartością ugięcia w miejscu działania siły-obciążenia (~15%).

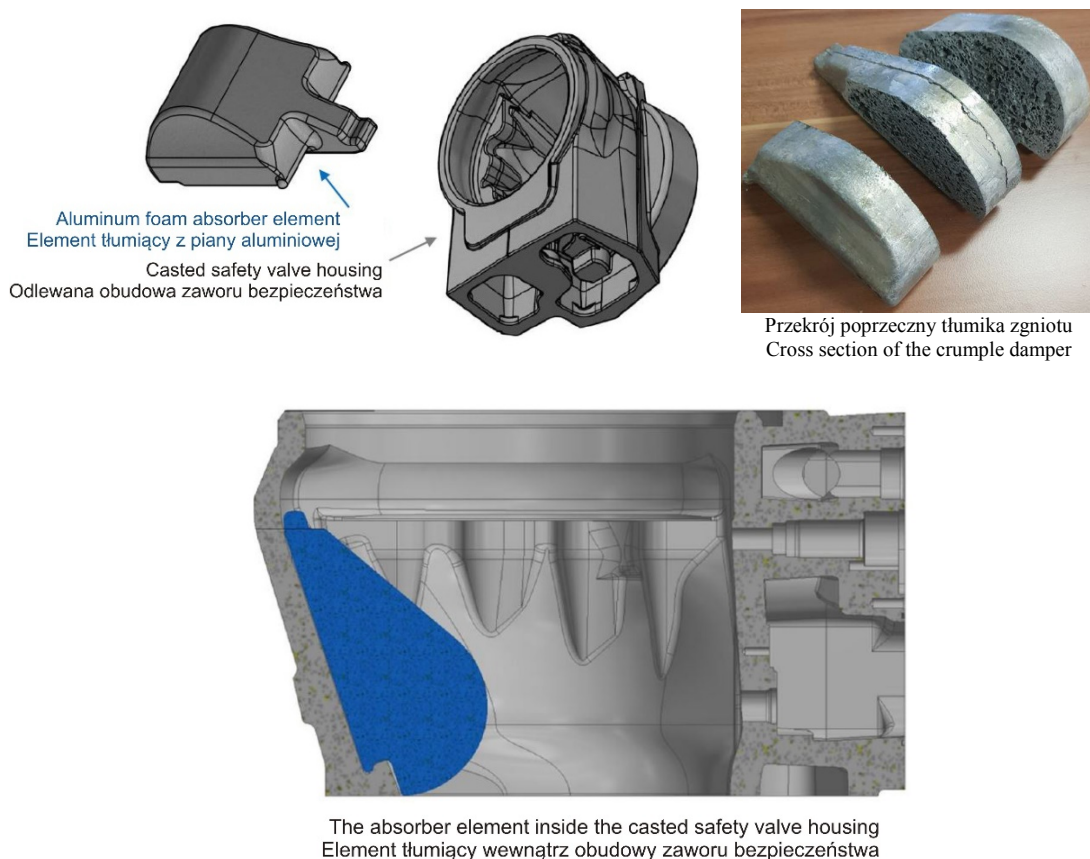
Firma Havel Metal Foam GmbH stosuje technologię wytwarzania struktur trójwarstwowych z rdzeniem z piany aluminiowej do produkcji wielu różnych elementów konstrukcyjnych. Wyżej analizowane płyty warstwowe można by zastosować jako części podłogi lub poszycia pojazdu szynowego. Kilka przykładowych zastosowań tych struktur produkowanych przez firmę Havel Metal Foam GmbH przedstawiono na rys. 10÷12.



Rys. 10. Pokrywa obudowy sprężarki



Rys. 11. Skrzynia do systemu akumulatorowego 600 V przeznaczona do pojazdów z napędem elektrycznym



Rys. 12. Tłumik zgniotu 5-calowego zaworu bezpieczeństwa

Można założyć, że zastosowanie struktur trójwarstwowych z rdzeniem z pianki aluminiowej będzie się rozszerzało. Struktury takie posiadają wiele zalet, wyróżniają się niewielką masą przy zachowaniu wymaganej wytrzymałości. Mają też korzystne właściwości w przypadku obciążeń udarowych.

5. Wnioski

Ugięcia próbki pasma zostały wyznaczone trzema metodami: analitycznie, numerycznie (MES) i doświadczalnie. W celu zrealizowania obliczeń dwiema pierwszymi metodami wartości modułów Younga okładzin i rdzenia przyjęto $E_f=72000$ MPa (aluminium), $E_c=3640$ MPa, oraz liczbę Poissona rdzenia $\nu_c=0.3$. Porównanie tych dwóch rozwiązań jest zadowalające – wartości ugięcia są zbliżone (Tab.1).

Natomiast podczas próby laboratoryjnej zmierzono tylko maksymalne ugięcie środkowego punktu próbki, a wynik różni się znacznie około 20% od ugięć wyznaczonych dwiema pierwszymi metodami. Ponadto w przypadku obciążenia wynoszącego $F_0=3000$ N spieniony materiał przechodzi w stan plastyczny, co nie ma miejsca w przypadku obliczeń.

Tablica 1. Porównanie wartości ugięć wyznaczonych analitycznie, numerycznie (MES) i doświadczalnie dla $F_0=1500$ kN ($F=750$ kN)

Method Metoda	Analytical Analityczna	FEM-numerical Numeryczna (MES)	Experimental Doświadczalna
F_0 [kN]	1.5	1.5	1.5
$v_{\max}^{(total)}$ [mm]	3.185	3.14	–
$v(L_1)$ [mm]	2.775	2.73	–
$v_{\max}^{(m)}$ [mm]	0.41	0.41	0.341

Ugięcie części środkowej próbki, jako różnica ugięcia całkowitego i ugięcia w miejscu działania siły-obciążenia (rys.4), jest mała – wynosi około 15% w porównaniu z ugięciem w miejscu działania siły-obciążenia.

Bibliografia jak w wersji angielskiej artykułu