

GRAFICZNE PROBLEMY ZŁOŻONOŚCI DECYZYJNEJ KOMPLEKSOWYCH STRUKTUR ROZGRYWAJĄCYCH PARAMETRYCZNIE W OPTYMALIZACJI UKŁADÓW MASZYNOWYCH

GRAPHIC DECISION- MAKING PROBLEMS OF COMPLEX GAME TREE STRUCTURES IN THE OPTIMIZATION OF MECHANICAL SYSTEMS

Adam Deptuła, Marian A. Partyka – Wydział Inżynierii Produkcji i Logistyki, Politechnika Opolska

Każde dyskretne zadanie optymalizacyjne można rozwiązać przez przejście wszystkich możliwości (wszystkich elementów przestrzeni stanów). Model danego systemu, np.: układu maszynowego opisywany jest przez przestrzeń stanów. Wśród narzędzi wspomagania decyzji można wyróżnić tablice i drzewa decyzyjne, dendryty, klasyfikatory drzewiaste, a także graf. Skierowany graf zależności przepływu informacji opisuje powiązania wielkości wejściowych, wyjściowych oraz zmiennych decyzyjnych w analizowanym systemie (np. układ maszynowy). Opracowanie przedstawia szczegółową budowę węzłów na kompleksowych strukturach drzewiastych, które odpowiadają przekształceniom analityczno-algebraicznym i decyzjom z pierwotnego grafu.

Discrete optimization problem can be solved by reviewing all possibilities (all elements of the state space). Model of the system, for example, the machine is described by the state space. Among the decision support tools can be distinguished boards and decision trees, dendrites, tree-classifiers, as well as a graph. Depending directed graph describes the flow of information relationship the size of input, output, and the decision variables in the analyzed system (eg, mechanical system). The study presents a detailed construction of the nodes on complex tree structures that correspond to the analytical and algebraic transformations and decisions from the original graph.

Wstęp

Wśród narzędzi wspomagania decyzji można wyróżnić tablice i drzewa decyzyjne, dendryty, klasyfikatory drzewiaste, a także grafy. Narzędzia te zalicza się do tzw. graficznych metod wspomagania i podejmowania decyzji. Często zbiór decyzji (i relacji między nimi) zapisywany jest w sposób graficzny z modelu matematycznego, który jest główną płaszczyzną realizacji procesu decyzyjnego, z jakiej decydent może skorzystać w celu rozwiązania dowolnego problemu. W przypadku wspomagania podejmowania decyzji w optymalizacji układów mechanicznych (jako systemów), wymagane jest zamodelowanie całościowego procesu.

W badanych obiektach (np. układ mechaniczny) wyróżnia się bardzo dużo licznych sprzężeń zwrotnych pomiędzy poszczególnymi elementami wewnętrznej budowy. Dlatego na etapie konkretyzacji konieczne jest stosowanie odpowiedniego modelu graficznego, gdzie opisywane są zachodzące wewnątrz badanego obiektu związki przyczynowo-skutkowe.

W przypadku układów zbudowanych z dużej liczby podukładów, analityczne rozwiązywanie równań różniczkowych jest zazwyczaj pracochłonne lub może być istotnie utrudnione. Korzysta się wówczas z metod sieciowych, nazywanych w literaturze metodami nieklasycznymi. Poprzez wysoki stopień zalgorytmizowania metod sieciowych, ułatwiona jest ich implementacja w komputerowych systemach obliczeniowych. Z drugiej strony graficznie w postaci grafów przedstawiają strukturę modelowego układu.

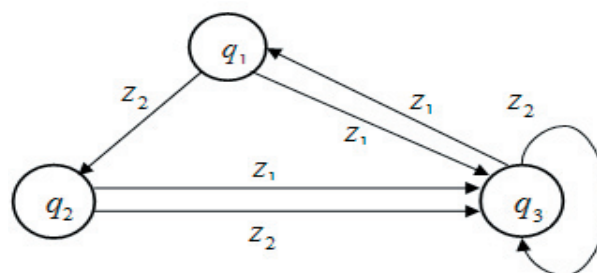
Metody grafów i liczb strukturalnych od dawna mają zastosowanie w mechanice [2, 4, 6, 13, 16]. W kraju i za granicą ukazało się wiele prac dotyczących teorii grafów, jako narzędzi w badaniu dynamiki układów, zarówno w zakresie analizy, jak również i syntezy złożonych układów mechanicznych. Metody grafowe są łatwe w algebraizacji, dlatego wraz z rozwojem komputerów i sztucznej inteligencji rozwinęły się w bardzo szybkim tempie.

W metodach grafowych stosowane są takie klasy grafów, jak grafy biegunowe, grafy przepływowe, grafy hybrydowe, grafy wiązań oraz hipergrafy i liczby strukturalne [13, 14, 15, 17]. Wybór odpowiedniej klasy grafów, wykorzystywanych w procesie modelowania, zależy od modelowanego układu oraz od przyjętego modelu w odniesieniu do tego układu. Specyficznym rodzajem grafów spójnych bez cykli są drzewa. Wiele przykładów drzew dostarczają struktury logiczne, np.: wielowartościowe drzewa logiczne, ankiety, dendryty wielochodowe gry, (...).

W odróżnieniu od grafów, struktury dendrytowo-drzewiaste nie mają cykli, ale może istnieć różna liczba wierzchołków początkowych. Dlatego odmienne podejście może być przeprowadzone jako przetłumaczenie skierowanego grafu zależności na drzewo parametryczne.

Grafy zależności i struktury rozgrywające parametrycznie

Skierowany graf definiuje się uporządkowaną parą zbiorów. W pierwszym z nich zawarto wierzchołki grafu, a w drugim krawędzie grafu, czyli uporządkowane pary wierzchołków. Na rysunku 1 przedstawiono przykładowy skierowany graf zależności rozgrywający parametrycznie.



Rys. 1. Skierowany graf zależności rozgrywający parametrycznie

Rozkład grafu od wybranego wierzchołka w pierwszym etapie prowadzi do struktury drzewiastej z cyklami, a następnie do ogólnej struktury drzewiastej rozgrywającej parametrycznie. Każda ze struktur posiada właściwy zapis analityczny G_i^+ oraz G_i^{++} . Dokładny algorytm rozkładu grafu przedstawiono w pracach [6, 10, 11].

Rozkład grafu zależności z rysunku 1 od wierzchołka początkowego q_1 prowadzi do wyrażenia G_i^+ :

$$G_i^+ = ({}^0 q_1 ({}^1 z_1 q_3 ({}^2 z_1 q_1, {}^2 z_2 q_3)^2, {}^2 z_2 q_2 ({}^2 z_1 q_3, {}^2 z_2 q_3)^2)^1)^0 \quad (1)$$

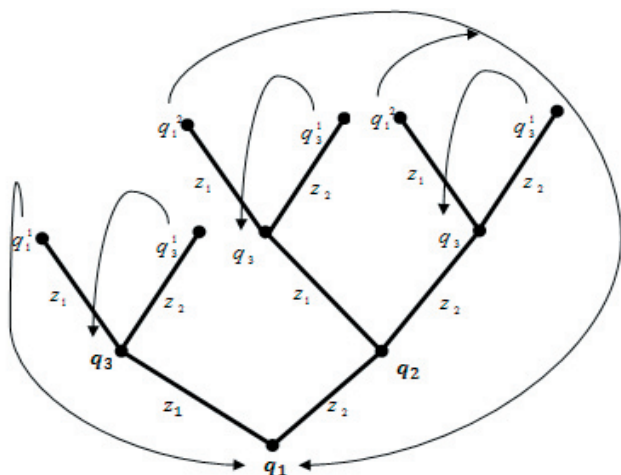
a następnie do wyrażenia G_i^{++}

$$G_i^{++} = ({}^0 q_1 ({}^1 z_1 q_3 ({}^2 z_1 q_1^1, {}^2 z_2 q_3^1)^2, {}^2 z_2 q_2 ({}^2 z_1 q_3 ({}^3 z_1 q_1^2, {}^3 z_2 q_3^1)^3, {}^3 z_2 q_3 ({}^3 z_1 q_1^2, {}^3 z_2 q_3^1)^2)^1)^0 \quad (2)$$

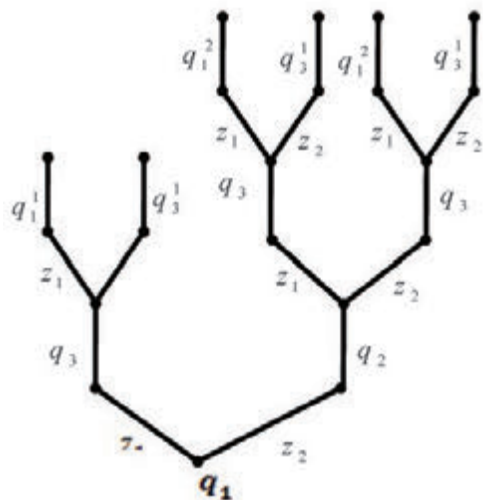
Na rysunku 2 przedstawiono strukturę drzewiastą z cyklami, natomiast na rysunku 3 strukturę rozgrywającą parametrycznie dla wierzchołka początkowego q_1 .

Graf zależności i struktury rozgrywające parametrycznie w badaniu właściwości układu maszynowego

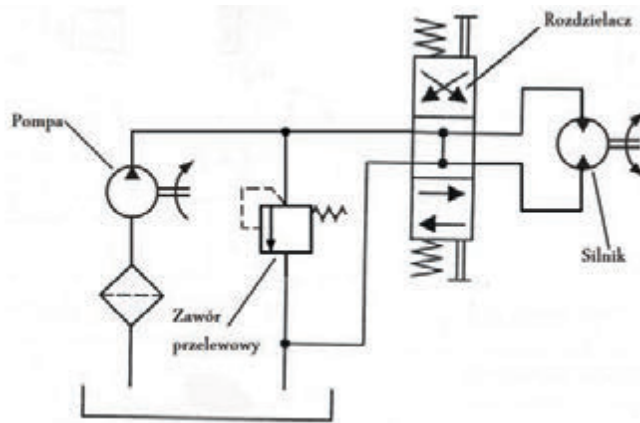
Na rysunku 4 przedstawiono uproszczony schemat hydrauliczny układu składającego się z pompy zębatej, zaworu



Rys. 2. Struktura drzewiasta z cyklami z wierzchołkiem początkowym q_1



Rys. 3. Struktura drzewiasta rozgrywająca parametrycznie z wierzchołkiem początkowym q_1



Rys. 4. Schemat hydrauliczny układu

przelewowego, rozdzielacza i silnika obciążonego dużym masowym momentem bezwładności [12]. Natomiast na rysunku 5 przedstawiono schemat blokowy układu hydraulicznego w pakiecie Matlab/Simulink.

Model matematyczny układu z rysunku 4 ma postać:

1. Równanie natężenia przepływu z pompą

$$Q_S = Q_p - \frac{1}{R_{p0}} p_p - Q_{zp}, \quad (3)$$

$$\text{gdzie } \frac{1}{R_{p0}} = \frac{1}{R_{pp}} + \frac{1}{R_{pz}} + \frac{1}{R_r} + \frac{1}{R_S}$$

oraz: p_p – ciśnienie w linii tłocznej pompy,

Q_p – wydajność teoretyczna pompy,

Q_{zp} – natężenie przepływu przez zawór przelewowy,

Q_S – natężenie przepływu podawane do części odbiorczej układu,

R_{p0} – wypadkowa oporność przecieków wewnętrznych w układzie,

R_{pp} – oporność przecieków pompy określona ze sprawności wolumetrycznej,

R_{pz} – oporność przecieków zaworu przelewowego określona z nachylenia charakterystyki statycznej zaworu dla ciśnień poniżej ciśnienia otwarcia,

R_r – oporność przecieków rozdzielacza,

R_S – oporność przecieków silnika określona za sprawności wolumetrycznej.

2. Równanie zaworu przelewowego

$$Q_{zp} = 0 \text{ dla } p_p \leq p_0$$

$$\frac{dQ_{zp}}{dt} = \frac{K}{T} p_p - \frac{1}{T} Q_{zp}, \text{ dla } p_p > p_0 \quad (4)$$

T – stała czasowa zaworu przelewowego,

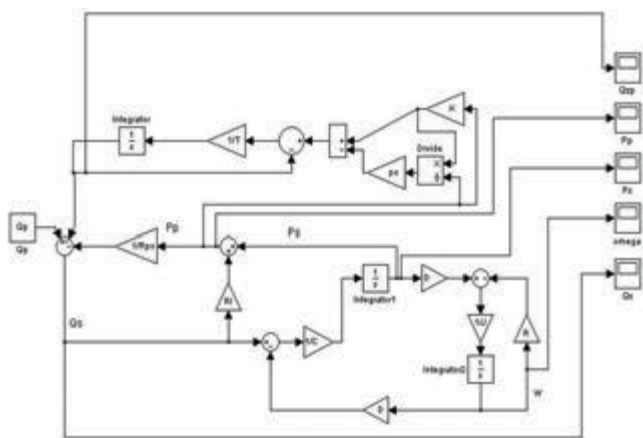
K – przewodność zaworu przelewowego (nachylenie charakterystyki statycznej w zakresie $p_p > p_0$).

3. Równanie strat ciśnienia na odcinku pompa – silnik

$$p_p = R_i Q_S + p_s \quad (5)$$

gdzie: p_s – ciśnienie w komorze silnika,

Q_S – natężenie przepływu podawane do części odbiorczej układu na uzupełnienie strat wywołanych ścisłością cieczy i niezbędne do zapewnienia silnikowi odpowiedniej prędkości obrotowej,



Rys. 5. Schemat blokowy układu

R_l – oporność instalacji hydraulicznej. Oporność instalacji uwzględnia straty ciśnienia w przewodach i na rozdzielaczu.

4. Równanie dopływu do silnika

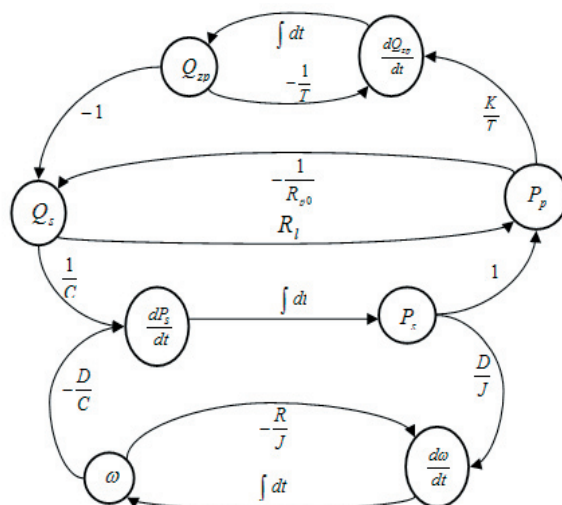
$$\frac{dp_s}{dt} = \frac{1}{C} Q_s - \frac{D}{C} \omega$$

gdzie: ω – prędkość kątowna wału silnika,
 D – chłonność jednostkowa silnika,
 C – pojemność układu,

$$C = \frac{V}{B},$$

oraz:

V – objętość cieczy w linii tłocznej układu,
 B – zastępczy moduł ściśliwości cieczy uwzględniający również sprężystość ścianek przewodów.



Rys. 6. Graf zależności przepływu sygnałów

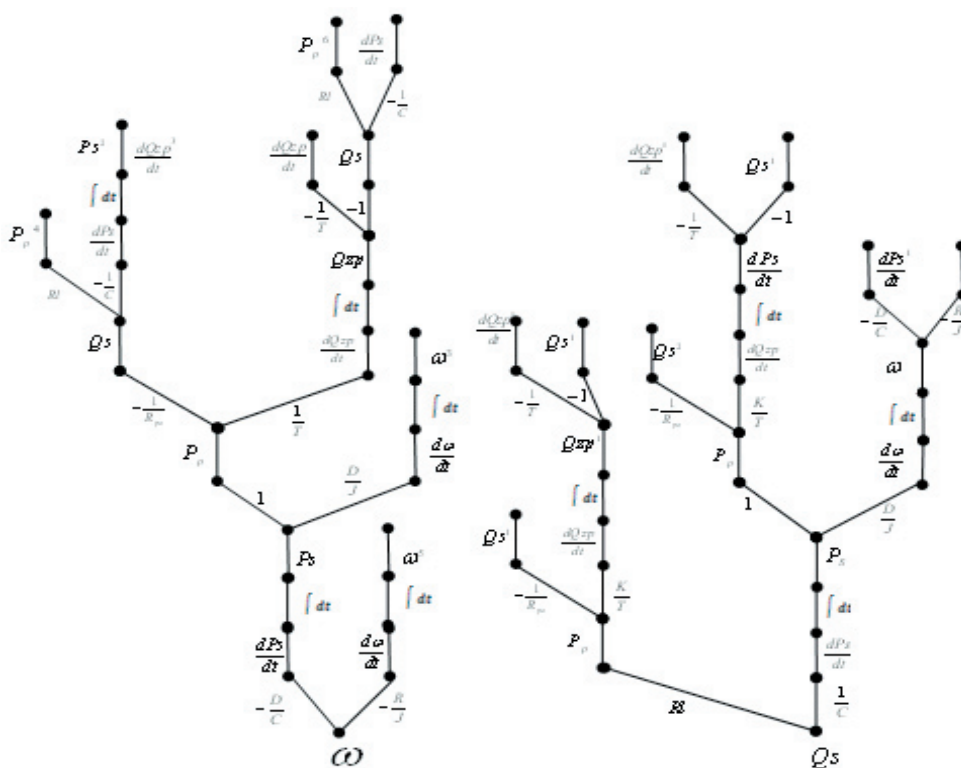
5. Równanie momentów silnika

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{D}{J} p_s - \frac{R}{J} \omega \tag{7}$$

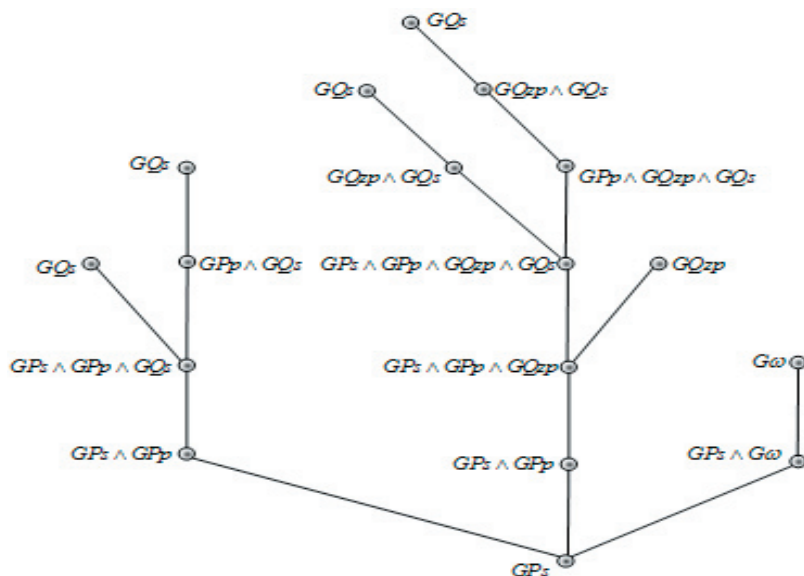
gdzie: R – oporność mechaniczna w ruchu obrotowym silnika,
 J – duży masowy moment bezwładności mas wirujących, obciążający silnik.

Analizowany układ hydrauliczny, składający się z elementów połączonych ze sobą w sposób umożliwiający przepływ sygnałów, może być zapisany za pomocą grafu zależności przedstawionego na rysunku 6.

Skierowany graf zależności składa się ze zbioru wierzchołków V opisujących funkcje zależne od czasu:



Rys. 7. Struktury drzewiaste rozgrywające parametrycznie G_{ω}^{++} i $G_{Q_s}^{++}$



Rys. 8. Struktura kompleksowa rozgrywająca parametrycznie S_{GP_s}

$$V = \left\{ Q_s, \frac{dP_s}{dt}, P_s, \frac{d\omega}{dt}, \omega, P_p, \frac{dQ_{zp}}{dt}, Q_{zp} \right\}$$

oraz ze zbioru krawędzi A , czyli uporządkowanej pary wierzchołków opisujących parametry konstrukcyjne i/lub eksploatacyjne oraz przekształcenia analityczno-algebraiczne:

$$A = \left\{ \frac{1}{C}, \int dt(P_s), \frac{D}{J}, \int dt(\omega), -\frac{R}{J}, -\frac{D}{C}, -1, -\frac{1}{R_{p0}}, R_l, \frac{K}{T}, \int dt(Q_{zp}), -\frac{1}{T} \right\}$$

Rozkład grafu od wybranego i -tego wierzchołka w pierwszym etapie prowadzi do struktury drzewiastej z cyklami, a następnie do struktury drzewiastej rozgrywającej parametrycznie. Rozkładając graf od każdego z wierzchołków otrzymuje się ostatecznie zbiór D struktur drzewiastych rozgrywających parametrycznie.

Rysunek 7 przedstawia przykładowy zapis graficzny struktur $G_{Q_s}^{++}$ oraz G_{ω}^{++} .

Wyrażenie analityczne opisujące strukturę $G_{Q_s}^{++}$ można zapisać w postaci:

$$\left\{ \begin{aligned} {}^w G_{Q_s}^{++} &= {}^0 Q_{s0}^1 ({}^1 R_{lP_p} ({}^2 \int dt Q_{zp}^1 ({}^3 \int dt Q_{zp}^1 ({}^4 -\frac{1}{T} \frac{dQ_{zp}^{11}}{dt} - 1 Q_{s30}^{11})^3)^2), \\ \frac{1}{C} \frac{dP_s^1}{dt} &({}^2 \int dt P_s^1 ({}^3 \int dt P_p^1 ({}^4 -\frac{1}{R_{p0}} Q_{s40}^{21} \frac{K}{T} \frac{dQ_{zp}^2}{dt} ({}^5 \int dt Q_{zp}^1 ({}^6 -\frac{1}{T} \frac{dQ_{zp}^{12}}{dt} - 1 Q_{s60}^{11})^6)^4), \\ \frac{D}{J} \frac{d\omega^1}{dt} &({}^4 \int dt \omega^1 ({}^5 -\frac{D}{C} \frac{dP_s^{11}}{dt} - \frac{R}{J} \frac{d\omega^{11}}{dt} ({}^6 \int dt Q_{zp}^1 ({}^7 \int dt Q_{zp}^1 ({}^8 -\frac{1}{T} \frac{dQ_{zp}^{11}}{dt} - 1 Q_{s80}^{11})^8)^7)^4)^0 \end{aligned} \right. \quad (8)$$

W dalszej kolejności otrzymuje się kompleksowe struktury drzewiaste rozgrywające parametrycznie, jako sekwencje opisu wszystkich struktur drzewiastych od każdego z wierzchołka.

Kompleksowe struktury drzewiaste rozgrywające parametrycznie

Kompleksowa struktura drzewiasta rozgrywająca parametrycznie powstaje poprzez nałożenie wszystkich struktur drzewiastych rozgrywających parametrycznie od każdego z wierzchołków na strukturę rozgrywającą od ustalonego wcze-

śniej wierzchołka. W związku z tym istnieje zbiór S struktur rozgrywających parametrycznie [4, 7, 8, 9]:

$$S = \{ S_{G_{Q_s}}, S_{G_{P_s}}, S_{G_{\omega}}, S_{G_{P_p}}, S_{G_{Q_{zp}}} \}$$

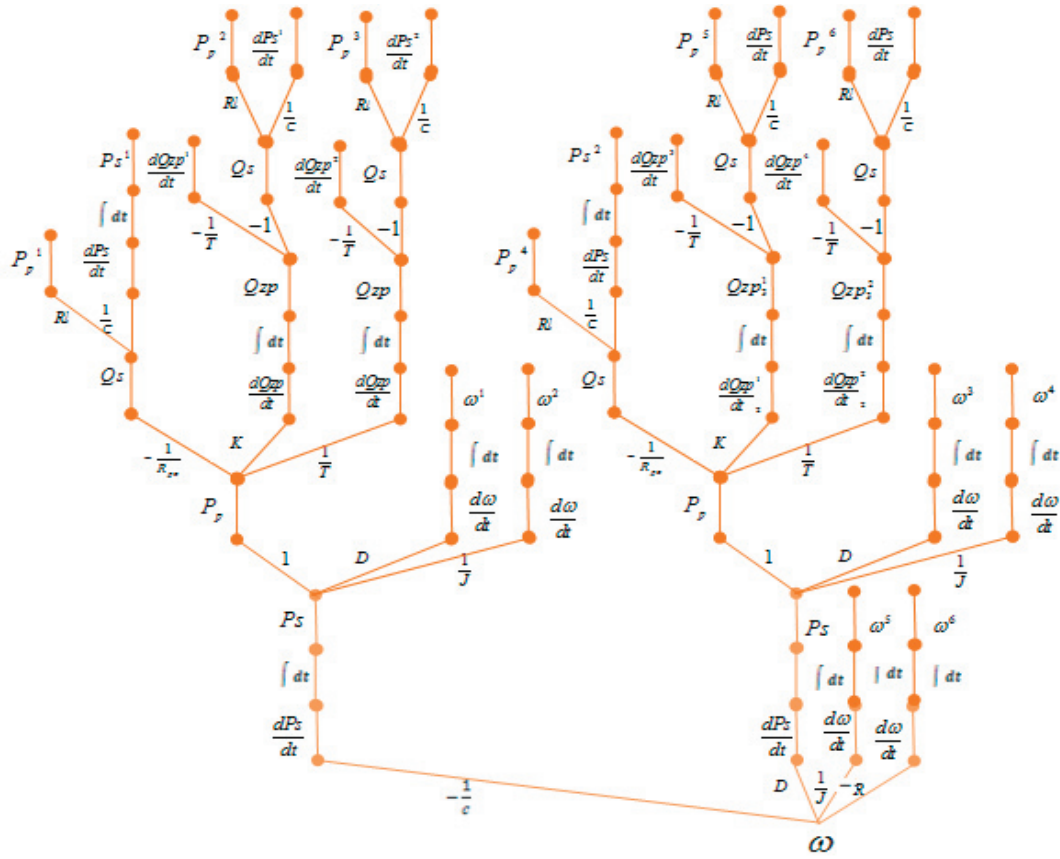
gdzie np.: $S_{G_{Q_s}}$ – oznacza strukturę kompleksową powstałą poprzez nałożenie wszystkich struktur drzewiastych rozgrywających parametrycznie ze zbioru D na strukturę rozgrywającą parametrycznie od ustalonego wcześniej wierzchołka $G_{Q_s}^{++}$. Na rysunku 8 przedstawiono kompleksową strukturę S_{GP_s} , natomiast na rysunku 9 kompleksową strukturę $S_{G_{\omega}}$.



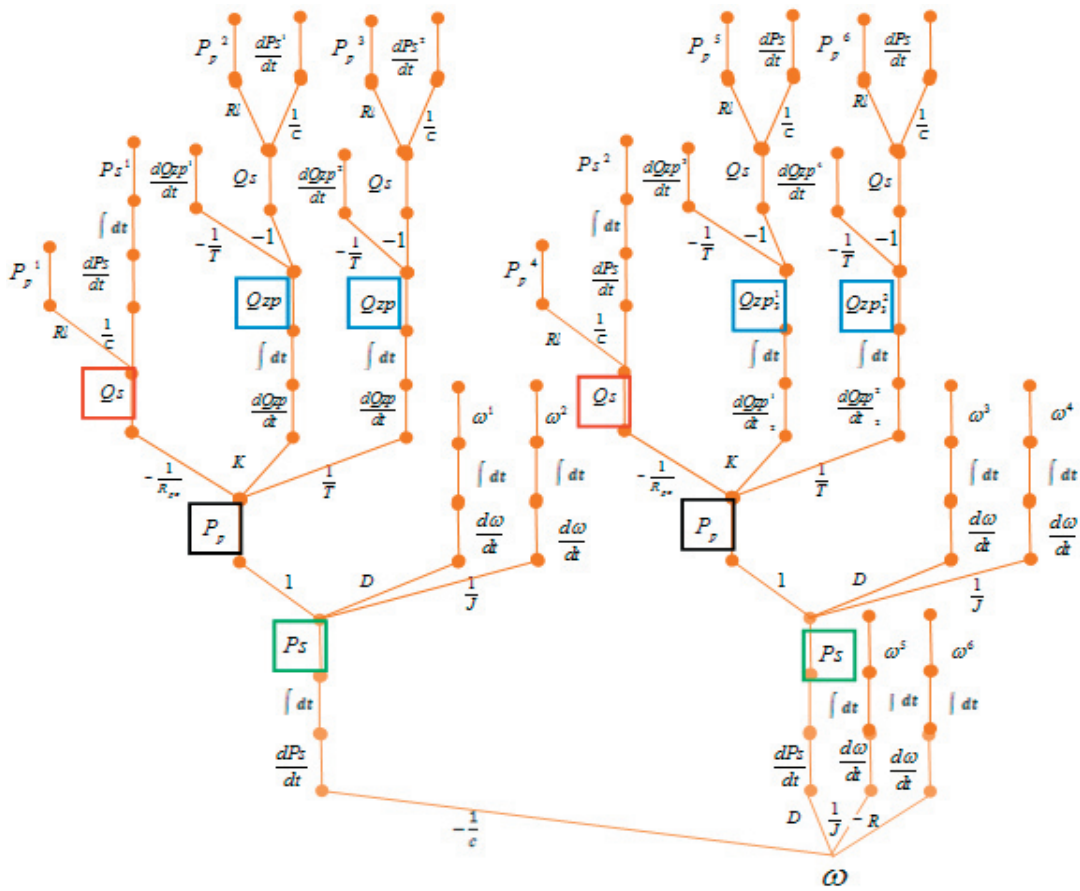
Rys. 9. Struktura kompleksowa rozgrywająca parametrycznie $S_{G_{\omega}}$

Złożoność decyzyjna kompleksowych struktur rozgrywających parametrycznie

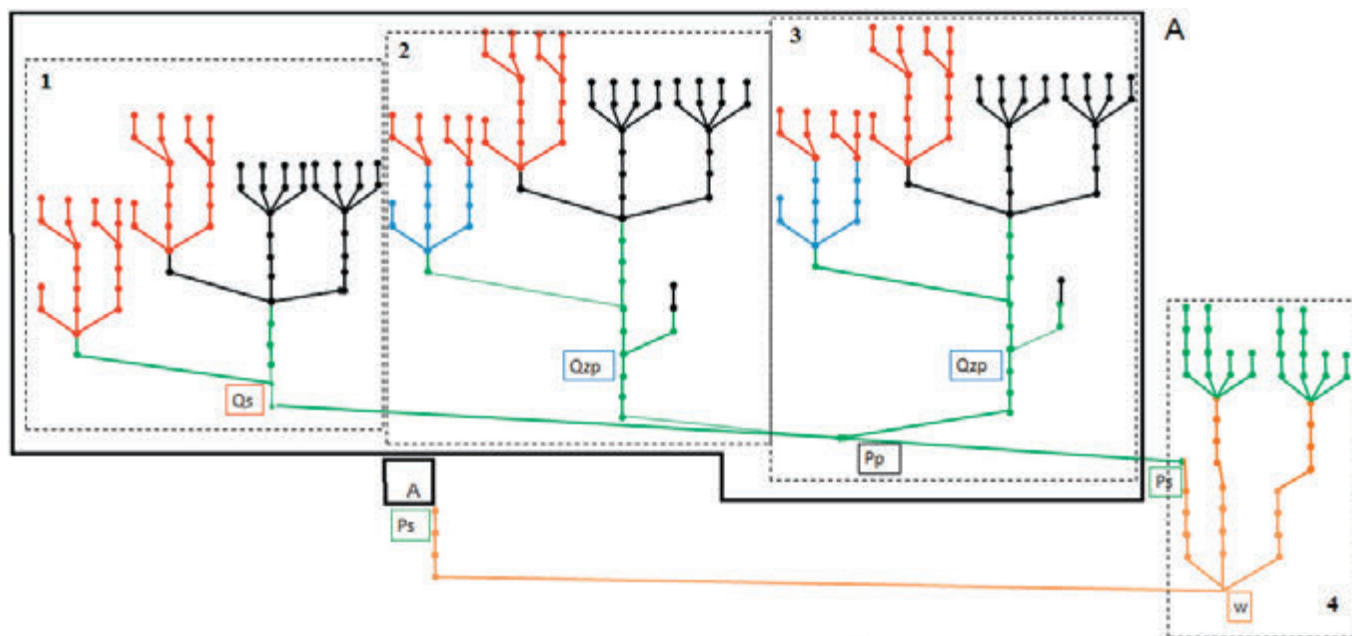
Kompleksową strukturę rozgrywającą parametrycznie uzyskuje się w wyniku operacji ‘zaszczepienia’ struktury bazowej [9]. W operacji zaszczepienia, struktury rozgrywające



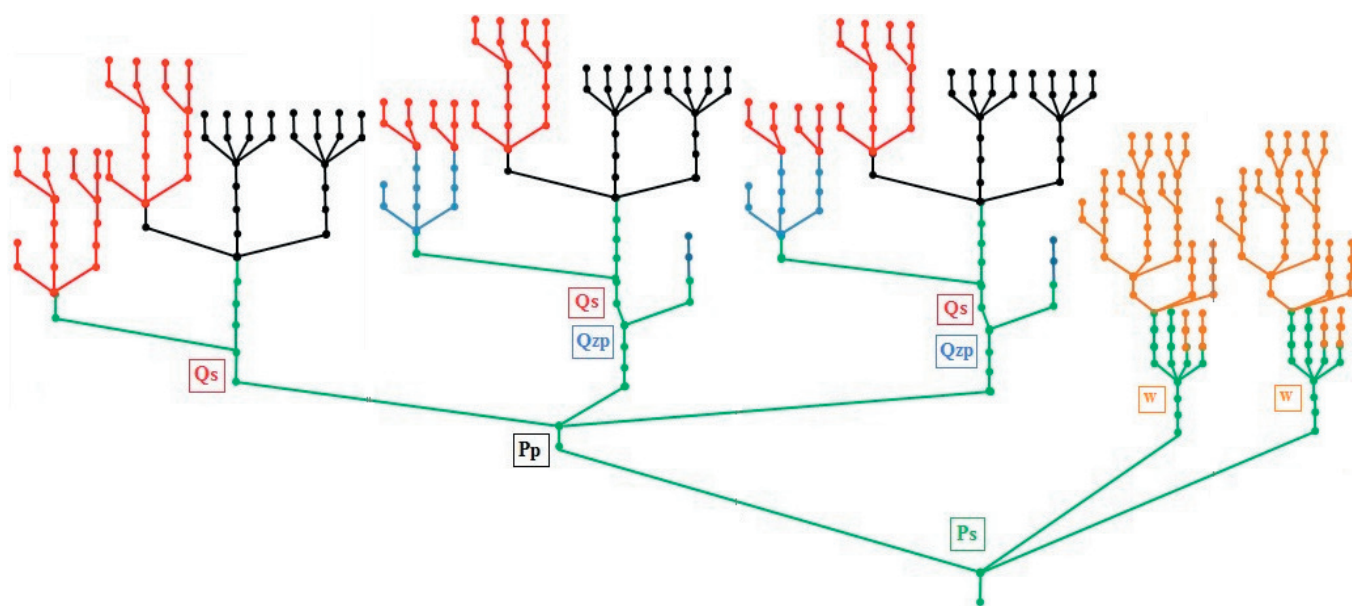
Rys. 10. Struktura drzewiasta rozgrywająca parametrycznie G_0^{++} z uwzględnieniem dekompozycji decyzyjnej



Rys. 11. Struktura drzewiasta rozgrywająca parametrycznie $G_{P_k}^{++}$ z zaznaczonymi miejscami szczepliń pozostałych struktur rozgrywających parametrycznie: \blacksquare - $G_{P_p}^{++}$, \blacksquare - $G_{Q_zp}^{++}$, \blacksquare - $G_{Q_s}^{++}$, \blacksquare - $G_{P_s}^{++}$



Rys. 12. Zaszczepiona struktura drzewiasta rozgrywająca parametrycznie G_{Ps}^{++} obrazująca całościową postać kompleksowej struktury rozgrywającej parametrycznie $S_{G\omega}$



Rys. 13. Zaszczepiona struktura drzewiasta rozgrywająca parametrycznie G_{Ps}^{++} obrazująca całościową postać kompleksowej struktury rozgrywającej parametrycznie S_{GPs}

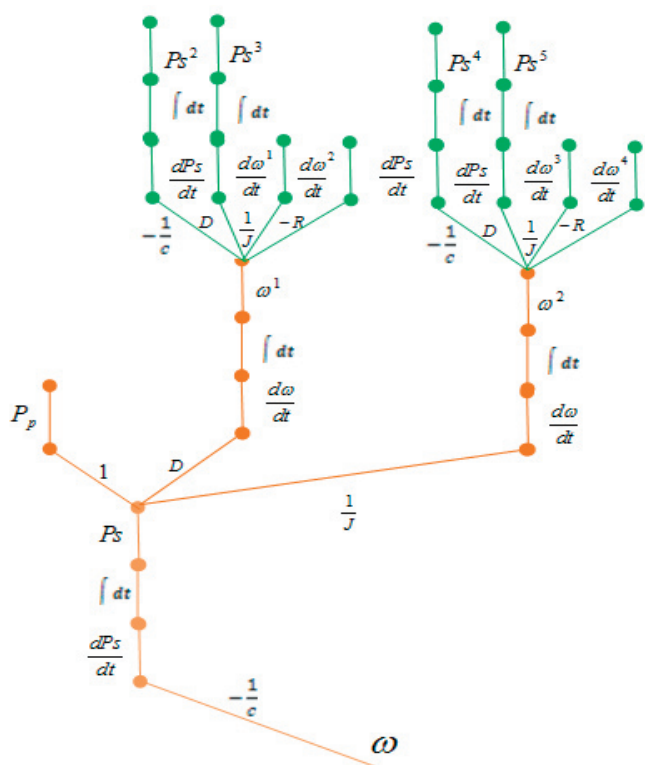
parametrycznie dla danego wierzchołka przyłącza się tylko raz na strukturze bazowej, przy czym struktury rozgrywające parametrycznie należy dołączać zaczynając od wierzchołka początkowego struktury bazowej. W wyniku zaszczepienia uzyskuje się połączenie nakładkowe identycznych fragmentów w sensie graficznym, ale występujących w różnych takich strukturach, co prowadzi do tzw. struktury kompleksowej. Kompleksowe struktury rozgrywające parametrycznie z rysunków 8 i 9 zostały przedstawione w sposób uproszczony. W ogólnym przypadku należy przedstawić szczegółowo pojedyncze oznaczenia dla krawędzi jako parametrów konstrukcyjno-eksploatacyjnych

badanego układu. Szczegółową budowę kompleksowej struktury rozgrywającej S_{GPs} przedstawiono w pracy [9].

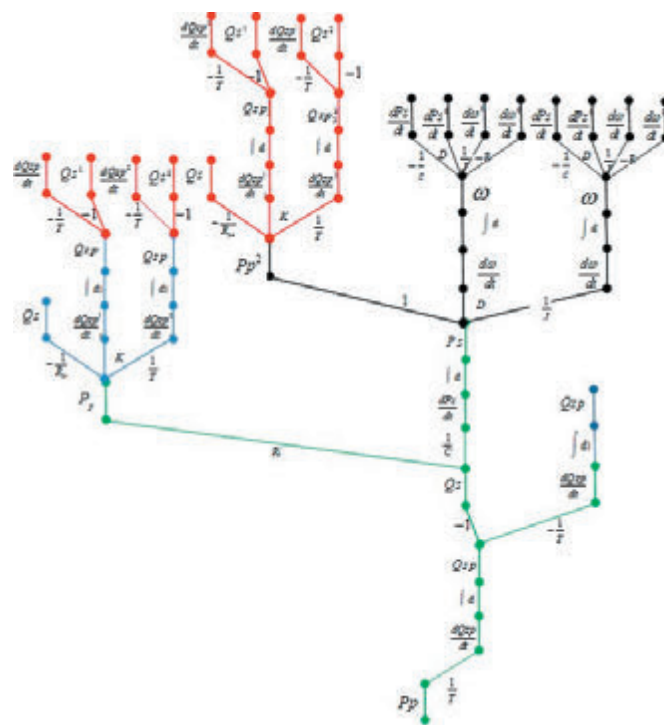
Na rysunku 10 przedstawiono strukturę rozgrywającą parametrycznie G_{ω}^{++} z rysunku 8 uwzględniając decyzyjną dekompozycję parametryczną.

Na rysunku 11 zaznaczono miejsca szczepeń struktur rozgrywających parametrycznie dla odpowiednich wierzchołków początkowych.

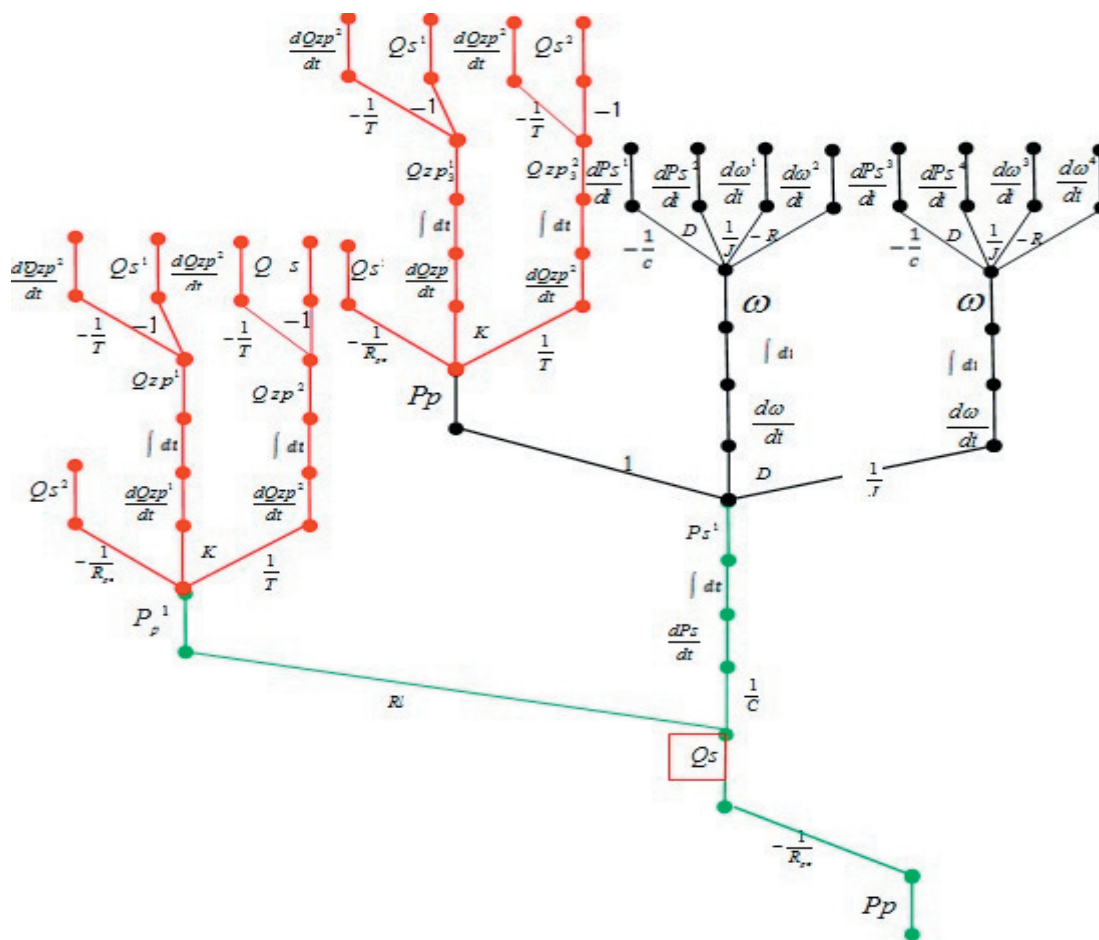
Na rysunku 12 przedstawiono **zaszczepioną** kompleksową strukturę rozgrywającą parametrycznie G_{ω}^{++} , natomiast na rysunku 13 zaszczepioną kompleksową strukturę G_{Ps}^{++} [9].



Rys. 14. Złożoność decyzyjna fragmentu 4 kompleksowej struktury $S_{G\omega}$ z rysunku 12



Rys. 15. Złożoność decyzyjna fragmentu 3 kompleksowej struktury $S_{G\omega}$ z rysunku 12



Rys. 16. Złożoność decyzyjna fragmentu 1 kompleksowej struktury $S_{G\omega}$ z rysunku 12

Na rysunkach 14, 15 i 16 przedstawiono szczegółową złożoność fragmentów 1, 2 i 4 zaznaczonych na całościowej kompleksowej strukturze rozgrywającej parametrycznie $S_{G_{\omega}}$ z rysunku 12. Fragmenty opisują decyzje, przekształcenia analityczno-algebraiczne i stany właściwe dla odpowiednich struktur.

Wnioski

Drzewa mają taką właściwość, że zaczynają się w korzeniu, od którego budowane są kolejne gałęzie. Stosowanie drzew w optymalizacji układów maszynowych jest w pełni użyteczne w sferze koncepcji, ponieważ pozwala na wybory (zmienianie) wartości arytmetycznych odpowiednich parametrów konstrukcyjnych i/lub eksploatacyjnych danego układu maszynowego i ocenę pracy układu w nowych warunkach. W dowolnym etapie optymalizacji można sporządzić drzewo, wybierając optymalne decyzje. Następnie można dołączyć do drzewa wierzchołki, które reprezentują optymalne odpowiedzi układu na zmiany wartości arytmetycznych parametrów konstrukcyjnych. Jeśli

ograniczy się liczbę wierzchołków na każdym poziomie decyzji do tych, które reprezentują prawdziwe wytyczne konstrukcyjne (realizowalne), to można skonstruować graf, rozbudowany dość 'głęboko' w pewnym kierunku. W takim postępowaniu uzyskiwana jest korekta sposobu myślenia np.: dobrego projektanta. Innego przykładu drzewa dostarcza procedura klasyfikacji.

Złożoność decyzyjna kompleksowych struktur rozgrywających parametrycznie zawsze wymaga oddzielnego rozpatrzenia kolejnych wierzchołków początkowych. Późniejsze dołączenia graficzne struktur można dokonać subiektywnie z zachowaniem jednoznaczności wierzchołkowej poprzednich i następnym fragmentów. Dlatego najważniejsze struktury kompleksowe zawierają wierzchołek złożony ze wszystkich wierzchołków początkowych pojedynczych struktur rozgrywających parametrycznie. Z przedstawionego opisu widać, że dla inżyniera-projektanta może istnieć subiektywne podejście podczas projektowania systemu, ale w takiej sytuacji będzie różna złożoność decyzyjna, co ostatecznie wpłynie na wynikowy czas działania.

Literatura

- [1] Bishop R. E. D., Gladwell G. M. L., Michaelson.: *Macierzowa analiza drgań*. WNT Warszawa 1972
- [2] Buchacz A., Świder J.: *Szkielety hipergrafów w modelowaniu, badaniu i pozycjonowaniu manipulatorów robotów oraz podzespołów maszyn*. Monografia z.20, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2000
- [3] Buchacz A.: *Projektowanie układów prętowych ze względu na zadane widmo częstości*, Transp. Przemysł. Nr 2(32)- supl./2008
- [4] Cellier F. E.: *Object-oriented Modeling of Mechatronics Systems in Modelica Using Wrapped Bond Graphs*. –Proc. IEEE Intl. Conference on Mechatronics, Malaga, Spain 2009
- [5] Deptuła A., Partyka M.A.: *Application of game graphs in optimization of dynamic system structures*. International Journal of Applied Mechanics and Engineering, 2010, vol.15, No.3, pp. 647-656
- [6] Deptuła A., Partyka M. A.: *Badanie własności dynamicznych układów maszynowych z uwzględnieniem wielokrotnej numeracji wierzchołkowej dla drzew rozgrywających parametrycznie*; Napędy i Sterowanie 3/2010
- [7] Deptuła A., Partyka M. A.: *Kompleksowe struktury rozgrywające parametrycznie w badaniu własności dynamicznych układów maszynowych*. XXV Konferencja Naukowa - Problemy rozwoju maszyn roboczych, 22-25 stycznia 2012, Zakopane 2012
- [8] Deptuła A., Partyka M. A.: *Podobieństwa i różnice kompleksowych struktur rozgrywających parametrycznie w badaniu własności dynamicznych układów maszynowych*, Zeszyty Naukowe WSOWL, Nr 3 (165) 2012, Wrocław 2012
- [9] Deptuła A., Partyka M. A.: *Złożoność decyzyjna kompleksowych struktur rozgrywających parametrycznie w zarządzaniu projektami na przykładzie układów maszynowych*, Zarządzanie Logistyką – procesy, koncepcje, narzędzia, pod redakcją Tadeusza Pokusy, WSZIA, Opole 2013
- [10] Kazimierczak J.: *System cybernetyczny*, Wiedza Powszechna, Omega, Warszawa 1978
- [11] Kazimierczak J.: *Teoria gier w cybernetyce*, Wiedza Powszechna, Omega, Warszawa 1973
- [12] Lipski J.: *Napędy i sterowania hydrauliczne*, WK i Ł, Warszawa 1981
- [13] Sękała A., Świder A.: *Flow Graphs in Modeling and Analysis of Continuous Mechanical Systems*. Donetsk 2004
- [14] Świder J.: *Macierzowe grafy hybrydowe w opisie drgających, złożonych układów mechanicznych*. Zeszyty Naukowe Politechnik Śląskiej, Mechanika z. 106/1991
- [15] Świder J., Wojnarowski J.: *Grafy i liczby strukturalne jako modele układów mechanicznych*, Inst. Podst. Konst. Masz. Politechnika Śląska, Gliwice 1986
- [16] Wojnarowski J., Buchacz A., Nowak A., Świder J.: *Modelowanie drgań układów mechanicznych metodami grafów i liczb strukturalnych*, Skr. Nr 1266, Politechnika Śląska, Gliwice 1986
- [17] Zawisłak S.: *The Graph-based Methodology as an Artificial Intelligence Aid for Mechanical Engineering Design*, Wydawnictwo Akademii Techniczno-Humanistycznej, Bielsko-Biała 2010, ISBN 8362292962