Rafał RAKOCZY, Marian KORDAS

e-mail: rrakoczy@zut.edu.pl

Instytut Inżynierii Chemicznej i Procesów Ochrony Środowiska, Wydział Technologii i Inżynierii Chemicznej, Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny, Szczecin

Modelowanie dynamiczne funkcjonującej oczyszczalni ścieków

Wstęp

Formułowanie modeli matematycznych jest nieodłącznym elementem na etapie projektowania oraz eksploatacji różnego typu instalacji przemysłowych lub urządzeń stosowanych w inżynierii ochrony środowiska. Poprawnie sformułowany model matematyczny umożliwia przeprowadzenie badań symulacyjnych na modelu oraz pozwala na redukcję czasu przy testowaniu nowych rozwiązań technologicznych w realnie istniejących systemach oczyszczania ścieków przemysłowych [*Peebles, 1993; Gardner, 1986*].

Należy zauważyć, że zgodnie z najnowszymi trendami modelowanie matematyczne staje się nieodłącznym elementem projektowania i eksploatacji systemów oczyszczania ścieków [Nopens i in., 2009; Langergraber i in. 2004]. Modele matematyczne są obecnie traktowane jako narzędzia pozwalające na rozwiązywanie zagadnień bez podejścia intuicyjnego i związanego z nim ryzyka oraz na badanie różnych wariantów operacyjnych w celu optymalizacji procesu technologicznego oczyszczania ścieków [Masiuk i in., 2004]. Pozwalają one również na przeprowadzenie symulacji w obszarze zmienności parametrów przekraczających dopuszczalne warunki funkcjonowania obiektu przemysłowego [Masiuk i in. 2007].

Model funkcjonującej oczyszczalni ścieków

Głównym celem pracy jest sformułowanie modelu matematycznego funkcjonującej oczyszczalni ścieków w oparciu o przemysłową bazę danych. Oczyszczalnia ścieków została potraktowana jako obiekt dynamiczny. Konfiguracja modelu obiektu i jego współrzędnych (zmiennych) została pokazana na rys. 1.



Rys. 1. Schemat konfiguracji obiektu dynamicznego (oczyszczani ścieków) i jego współrzędnych (zmienne wejściowe i wyjściowe)

Zgodnie z definicją układu dynamicznego jest on tworem rzeczywistym i do obliczeń matematycznych zastępuje się proces w nim przebiegający abstrakcją matematyczną zawierającą takie zmienne jak: czas, zbiór wszystkich wielkości wejściowych i wyjściowych, zbiór współrzędnych stanu, zbiór parametrów, operatory matematyczne i logiczne [*Luyben, 1976*].

Na rys. 2 pokazano etapy formułowania modelu matematycznego dla obiektu dynamicznego (oczyszczalni ścieków). Zdecydowano się, że w ramach tej pracy model matematyczny zostanie sformułowany w postaci funkcji przejścia.



Rys. 2. Etapy formułowania modelu matematycznego obiektu dynamicznego

Baza danych

Charakterystyka. Bazę danych, składającą się z między innymi z rejestrowanych wartości stężeń jonów chlorkowych, uzyskano na podstawie raportów dobowych z funkcjonującej oczyszczalni ścieków (Rys. 3).



Rys. 3. Schemat blokowy funkcjonującej oczyszczalni ścieków: 1 – kraty; 2 przepompownia; 3 – komora piaskowa;
4 – osadnik wstępny; 5 – sekcja napowietrzania; 6 – osadnik radialny;
7 - zbiornik zamknięty; 8 – zbiornik otwarty; 9 – zbiornik retencyjny

Poddane analizie ścieki poprodukcyjne charakteryzowały się znaczną zawartością jonów chlorkowych. Wysoki stopień koncentracji chlorków utrudnia ochronę elementów stalowych przed korozją oraz powodują rozsadzanie betonu na skutek cyklicznych zmian wilgotności.

Wybór sygnałów pomiarowych. Model dynamiczny oczyszczalni ścieków zdecydowano się oprzeć na analizie sygnałów pomiarowych przedstawiających zmiany stężenia jonów chlorkowych na wlocie i wylocie z oczyszczalni ścieków. Przykładowe zarejestrowane stężenia jonów chlorkowych na wlocie do i wylocie z oczyszczalni ścieków zostały przedstawione na rys. 4.



Rys. 4. Przykładowe zarejestrowane zmiany stężenia jonówchlorkowych (a) na wlocie, (b) na wylocie z oczyszczalni ścieków

Opracowanie – technika korelacyjna. W oparciu o zarejestrowane wartość stężeń jonów chlorkowych wyznaczono estymatory funkcji autokorelacji i korelacji wzajemnej zgodnie z procedurą podaną w pracy [*Masiuk i in. 2008*]. W obliczeniach zastosowano oprogramowanie *Matlab/Simulink*.

Na rys. 5 przedstawiono przykładowo wyznaczone wartości estymatorów funkcji autokorelacyjnej i korelacji wzajemnej dla procesu usuwania jonów chlorkowych w analizowanej oczyszczalni ścieków. INŻYNIERIA I APARATURA CHEMICZNA



Rys. 5. Przykładowe graficzne przedstawienie wyznaczonych estymatorów (a) funkcji autokorelacyjnej, (b) funkcji korelacji wzajemnej (punkty – estymatory; linia ciągła – aproksymacja uzyskanych danych)

W opisie analitycznym zmienności wyznaczonych estymatorów (dla czasu $\tau > 0$) zastosowano następujące zależności:

– dla estymatorów funkcji autokorelacyjnej

$$R_{rr}^{**+}(\tau) = A \exp(-\alpha\tau) \cos(\gamma_1 \tau)$$
(1a)

– dla estymatorów funkcji korelacji wzajemnej

$$R_{rt}^{**+}(\tau) = B \exp(-\beta\tau) \left[C \cos(\gamma_2 \tau) + D \sin(\gamma_2 \tau) \right]$$
(1b)

Następnie dla powyższych zależności wyznaczono transformaty Lapace'a

$$S_{rr}^{**+}\left(s\right) = A \frac{s+\alpha}{\left(s+\alpha\right)^2 + \gamma_1^2}$$
(2a)

$$S_{rt}^{**+}(s) = B\left[C\frac{s+\beta}{(s+\beta)^{2}+\gamma_{2}^{2}} + D\frac{\gamma_{2}^{2}}{(s+\beta)^{2}+\gamma_{2}^{2}}\right]$$
(2b)

gdzie: A = 3549; B = 8; C = 0,67; D = 0,32;

$$\alpha = 0.02; \quad \beta = 0.05; \quad \gamma_1 = 0.037; \quad \gamma_2 = 0.4.$$

W oparciu o wyznaczone zależności zdefiniowano funkcję przejścia w następującej postaci:

$$W(s) = \frac{S_{rt}^{**+}(s)}{S_{rr}^{**+}(s)} = \frac{b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$$
(3)

gdzie: $a_0 = 0.00058; a_1 = 0.29; a_2 = 0.21; a_3 = 1.7;$ $b_0 = 0.000024; b_1 = 0.00012; b_2 = 0.00075; b_3 = 0.0027.$

Funkcja przejścia wyznaczona równ. (3) jest *algebraicznym obrazem* w dziedzinie częstotliwości modelu matematycznego wyrażonego w formie równania różniczkowego:

$$a_{3} \frac{d^{3} R_{rr}^{**+}(\tau)}{d\tau^{3}} + a_{2} \frac{d^{2} R_{rr}^{**+}(\tau)}{d\tau^{2}} + a_{1} \frac{d R_{rr}^{**+}(\tau)}{d\tau} + a_{0} R_{rr}^{**+}(\tau) =$$

$$= b_{3} \frac{d^{3} R_{rr}^{**+}(\tau)}{d\tau^{3}} + b_{2} \frac{d^{2} R_{rr}^{**+}(\tau)}{d\tau^{2}} + b_{1} \frac{d^{1} R_{rr}^{**+}(\tau)}{d\tau^{1}} + b_{0} R_{rr}^{**+}(\tau)$$
(4)

Odpowiedź analizowanej oczyszczalni ścieków. Bazując na wyznaczonej funkcji przejścia (równ. 3) oraz stosując oprogramowanie *Matlab/Simulink* wyznaczono odpowiedź analizowanej oczyszczalni ścieków w formie charakterystyki impulsowej, uzyskanej dla jonów chlorkowych:

$$h(\tau) = 1,5 \cdot 10^{-3} \,\delta(\tau) + 7,7 \cdot 10^{-5} \exp(-0,02\,\tau) +$$
(5)

+1,7 $\cdot 10^{-4} \exp(-0,05\tau)\cos(0,4\tau) - 4,9\cdot 10^{-4}\exp(-0,05\tau)\cos(0,4\tau)$ gdzie: $\delta(\tau)$ – delta *Diraca*.

Na rys. 6 pokazano uzyskaną charakterystykę impulsową.



Rys. 6. Charakterystyka impulsowa dla analizowanego procesu usuwania jonów chlorkowych w testowanej oczyszczalni ścieków

Podsumowanie i wnioski

W pracy przedstawiono procedurę wyznaczania modelu matematycznego dla funkcjonującej oczyszczalni ścieków w postaci funkcji przejścia. W oparciu o tą zależność wyznaczono charakterystykę impulsową dla testowanego obiektu, która może posłużyć do analizy realizowanego procesu (w tym przypadku usuwania jonów chlorkowych).

Na podstawie uzyskanej odpowiedzi dynamicznej w postaci charakterystyki impulsowej można wyciągnąć następujące wnioski:

- analizowany obiekt dynamiczny powraca do stanu ustalonego po ok. 80 dniach,
- w ciągu 80 dni elementy stalowe oraz elementy wykonane z betonu mogą być narażone na zwiększone działanie jonów chlorkowych, co może zintensyfikować proces korozji.

Ponadto analiza zarejestrowanych zmian stężenia chlorków na wylocie z oczyszczalni ścieków (Rys. 4b) wykazała, że pożądanym jest zastosowanie w analizowanym obiekcie dodatkowej ochrony elementów stalowych i betonowych, co może spowolnić procesy korozyjne obiektów systemu oczyszczania.

LITERATURA

- Gardner W.A., (1986). Intorduction to random process with applications to signals and systems. McMillan, New York.
- Langergraber G., Rieger L., Winkler S., Alex J., Wiese J., Owerdieck C., Ahnert M., Simon J., Maurer M., (2004). A guideline for simulation studies of wastewater treatment plants. *Wat. Sci. Tech.*, 50, 131-138.
- Masiuk S., Kawecka-Typek J., (2004). Transfer and weighting functions of a sewage treatment plant based on random input and output signal characteristics. *Chem. Eng. J.*, 102, 233-239. DOI: 10.1016/j.cej.2004.05.003.
- Masiuk S., Rakoczy R., Kordas M., (2008). Statistical description of influence of biogenic compounds on process reduction of organic substance from municipal sewage in functioning treatment plant. *Biochem. Eng. J.*, 40, 79-91. DOI: 10.1016/j.bej.2007.11.027.
- Masiuk S., Rakoczy R., Mizonov V., (2007). Application of the information theory to the description of the phosphorus compounds reduction at a sewage treatment plant. *Chem. Eng. J.*, 131, 283-292. DOI: 10.1016/j.cej.2006.12.010.
- Nopens I., Batstone D.J., Copp J.B., Jeppsson U., Volcke E., Alex J., Vanrollenghem P.A., (2009). An ASM/ADM model interface for dynamic plan simulation. *Water Res.*, 43, 1913-1923. DOI: 10.1016/j.watres. 2009.01.012.
- Peebles P.Z., (1993). Random variables and random signal principles. McGraw-Hill, New York.
- Luyben W.L., (1976). Modelowanie, symulacja i terowanie procesów przemysłu chemicznego. WNT, Warszawa