



Analiza współpracy budowla-podłoże gruntowe dla ściany murowanej obciążonej wpływem nieciągłych deformacji podłoża górniczego

Analysis of the soil-structure interaction for masonry wall loaded by the discontinuous mining ground deformation

Dr hab. inż. Leszek Szojda*)

Treść: W artykule przedstawiono analizę numeryczną ściany murowanej wraz z elementami wzmacniającymi, która została poddana deformacjom pochodzenia górniczego o charakterze nieciągłym. Analiza obejmuje część konstrukcji oraz podłoża gruntowego. Obciążenia wywołano jako przemieszczenie podłoża symulującego położenie progów terenowego w różnym stopniu obejmującego konstrukcję ściany. Obliczenia przeprowadzono niekomercyjnym programem komputerowym Mafem3D, który wykorzystuje zaawansowany, sprężysto-plastyczny model materiałowy. Wyniki obliczeń numerycznych przedstawiają zmianę sił wewnętrznych we wszystkich elementach i koncentrację naprężeń w częściach konstrukcji zagrożonych uszkodzeniem, a także strefy uplastycznienia podłoża pod fundamentem. Zmiany naprężeń w gruncie pod fundamentem pokazano w sposób graficzny w zależności od miejsca położenia progów terenowego w stosunku do ściany.

Abstract: This paper presents numerical analysis of a masonry wall with reinforcing elements, which has been loaded by discontinuous mining subsidence. The analysis covers both parts: the structure and the subsoil. Load displacement is invoked as ground simulating the position of the threshold field including the wall structures of the varying degrees. The calculations were performed by Mafem3D non-commercial software that uses advanced, elastic-plastic material model. The results of numerical calculations show the change in the internal forces in all FEM elements and the stress concentration in parts of the structure at risk of damage, as well as yielding areas of soil under the foundation. Stress changes in the ground elements under the foundation were shown in the graph depending on the location of the threshold field in relation to the wall position.

Słowa kluczowe:

deformacje nieciągłe, współpraca budowla-podłoże, konstrukcja murowa, analiza numeryczna, MES

Key words:

discontinuous mining deformation, soil-structure interaction, wall structure, numerical analysis, FEM

1. Wprowadzenie

Nieciągłe deformacje górnicze powstające na powierzchni terenu są zjawiskiem znacznie rzadszym, niż deformacje ciągłe. Postępująca urbanizacja powierzchni miast Górnośląskiego Zagłębia Węglowego zmusza często inwestorów do wykorzystywania terenów pod zabudowę, które zagrożone są tego typu wpływami. Dodatkowo deformacje nieciągłe powstają w sposób nagły, co uniemożliwia jakiegokolwiek działania zabezpieczające w momencie ich występowania. Konieczne jest w związku z tym takie przystosowanie budynku w momencie jego wznoszenia, aby był on w stanie przenieść pojawiające się w nim dodatkowe siły wewnętrzne. Określenie sił wewnętrznych w konstrukcji jest podstawowym zadaniem projektanta obiektu, bo na tej podstawie jest on w stanie zastosować odpowiednie elementy wzmacniające lub materiały. W obecnej sytuacji powszechnie stosowanym sposobem jest wykorzystywanie metody elementów skończonych i na tej podstawie określenie niezbędnych wzmocnień.

Celem artykułu jest zaprezentowanie wyników obliczeń numerycznych modelu współpracującej ściany z odkształcającym się podłożem w sposób nieciągły. W obliczeniach zastosowano autorski, niekomercyjny program obliczeniowy MAFEM3D stworzony przez prof. S. Majewskiego i rozwijany w Katedrze Inżynierii Budowlanej Politechniki Śląskiej. Zaprezentowane obliczenia pokazują zmianę sił wewnętrznych oraz ich redystrybucję w przypadku stosowania różnych

materiałów budowlanych w przypadku różnego ułożenia deformacji nieciągłej względem konstrukcji.

2. Model materiałowy

Obliczenia numeryczne zostały wykonane z wykorzystaniem sprężysto-plastycznego modelu materiałowego ze stowarzyszonym prawem płynięcia i dwuparametrowym, izotropowym prawem wzmocnienia względnie osłabienia. Model ten zalicza się do grupy nasadkowych modeli sprężysto-plastycznych (*cap model*) bez punktów osłobliwych z rozmytym obrazem zarysowania (*smearred crack*). Założenia do aplikacji tego modelu do analiz numerycznych dokonał prof. S. Majewski w ramach pakietu programów MAFEM3D. Dokładny opis modelu przedstawiono w pracach [1] i [2].

W obszarze sprężystym założono nieliniową sprężystość charakteryzowaną stycznymi: modułem sprężystości E_t i współczynnikiem Poissona ν_p , zależnymi od poziomu wyłączenia. Wspomniany stopień wyłączenia (oznaczany σ_{lev}) rozumiany jest, jako iloraz odległości mierzonej od osi naprężeń średnich do punktu reprezentującego aktualny stan naprężenia, w stosunku do odległości mierzonej od tej samej osi do punktu leżącego na powierzchni granicznej, odpowiadającego aktualnej wartości naprężenia średniego.

Zachowanie materiału opisane jest w przestrzeni naprężeń zamkniętej przez powierzchnię plastyczności (*yieldsurface*) oraz ograniczającą (*boundarysurface*). Tak ogólne założenie jest słuszne dla materiałów, w których można zdefiniować

*) Katedra Inżynierii Budowlanej, Politechnika Śląska w Gliwicach

domknięcie powierzchni w strefie dużych hydrostatycznych naprężeń ściskających, np. dla gruntów. W przedstawionym przykładzie dla takich materiałów, jak beton i mur ceglany przyjęto upraszczające założenie o nie domknięciu powierzchni w strefie dużych ściskania ze względu na brak badań pozwalających doświadczalnie określić zachowania się materiału w tych obszarach, ale również ze względu na zakres naprężeń występujący w trakcie analiz konstrukcji budowlanych. Dla betonu i muru ceglanego przyjęto dodatkowe założenie o pokrywaniu się obydwu tych powierzchni, natomiast elementy podłoża gruntowego mają powierzchnię plastyczności wewnątrz powierzchni granicznej. W trakcie występowania przyrostu obciążenia, gdy naprężenia osiągają powierzchnię plastyczności, powierzchnia ta powiększa się i w ostatecznym przypadku może osiągnąć powierzchnię stanu granicznego. Z tego też powodu, pomimo że charakter powierzchni dla obu rodzajów materiałów jest podobny, mają one różne charakterystyki w obszarze poza sprężystym.

Powierzchnia plastyczności oraz powierzchnia graniczna dla betonu i muru ceglanego definiowana jest oddzielnie w dwu obszarach. Główna część powierzchni przyjmuje kształt stożka z wierzchołkiem na dodatniej części osi naprężeń hydrostatycznych i rozszerza się w kierunku hydrostatycznych naprężeń ściskających. W strefie rozciągnięć powierzchnia ograniczona jest stycznie połączoną nasadką, której południki mają kształt paraboli i przecinają się w jednym punkcie na osi hydrostatycznej (f_{tt} – wytrzymałość w stanie równomiernego trójosiowego rozciągania). Brak danych doświadczalnych nie pozwala określić przecięcia w strefie naprężeń ściskających (f_{ccc} – wytrzymałość w stanie równomiernego trójosiowego ściskania) i powierzchnia pozostaje w tej strefie otwarta. Kształt powierzchni w przekroju dewiatorowym wyznacza wygładzona linia elips przechodzących przez sześciokąt modelu Coulomba-Mohra. Zastosowanie elips zostało zaczerpnięte z modelu [3]. Przy tak określonym kształcie powierzchni można wyznaczyć linie charakterystyczne – południki główne, na których zlokalizowane są punkty charakterystyczne. Południk ściskania wyposażony jest w wytrzymałość materiału w stanie jednoosiowego ściskania (f_c), natomiast na południki rozciągania leży wytrzymałość w stanie jednoosiowego rozciągania (f_t) oraz wytrzymałość w stanie równomiernego dwuosiowego ściskania (f_{cc}). Położenie tych punktów przedstawia Rys. 1 w płaszczyźnie południków głównych, a przekrój dewiatorowy pokazuje sposób wykonstruowania gładkiej linii powierzchni. Przejście pomiędzy paraboliczną i prostoliniową częścią południków znajduje się w tzw. punkcie styczności (S_t).

Stan naprężenia w elemencie materialnym przedstawiono w oktaedrycznej przestrzeni naprężeń, która została określona w [4]. Przestrzeń została opisana w walcowym układzie współ-

rzędnych danych przez wielkości σ_{oct} (normalne naprężenie oktaedryczne) (1), τ_{oct} (styczne naprężenie oktaedryczne) (2) oraz Θ (kąt Lodego) (3). Do wyznaczenia tych zmiennych wykorzystano drugi i trzeci niezmiennik dewiatora stanu naprężenia J_2 (4) oraz J_3 (5):

$$\sigma_{oct} = \sigma_m = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad (1)$$

$$\tau_{oct} = \sqrt{\frac{2}{3} J_2} = \sqrt{\frac{1}{3} [(\sigma_1 - \sigma_m)^2 + (\sigma_2 - \sigma_m)^2 + (\sigma_3 - \sigma_m)^2]} \quad (2)$$

$$\cos 3\Theta = \frac{3\sqrt{3} J_3}{2 J_2^{3/2}} \quad (3)$$

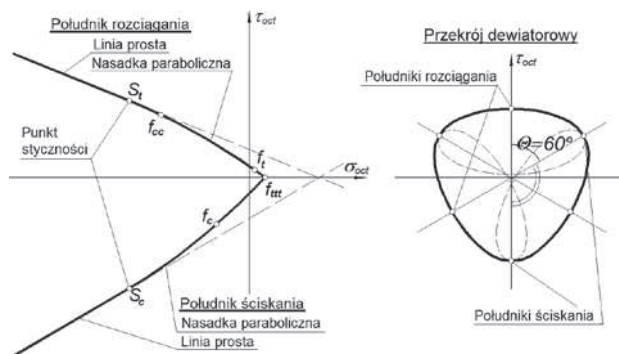
$$J_2 = \frac{1}{2} [(\sigma_x - \sigma_m)^2 + (\sigma_y - \sigma_m)^2 + (\sigma_z - \sigma_m)^2] + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2 \quad (4)$$

$$J_3 = \begin{vmatrix} \sigma_x - \sigma_m & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - \sigma_m & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z - \sigma_m \end{vmatrix} \quad (5)$$

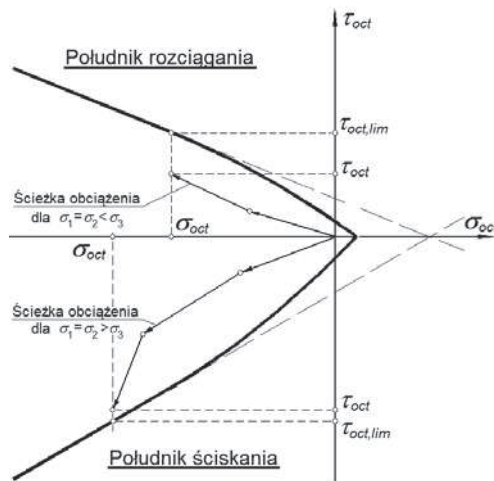
Kształt powierzchni plastyczności i granicznej opisuje się za pomocą południków głównych, które składają się z części parabolicznej i prostoliniowej. Każdy z materiałów opisany został za pomocą południków różniących się między sobą. Południki dla betonu i gruntu zostały przyjęte na podstawie badań obcych [1], natomiast ujednolicone parametry dla muru składającego się z zaprawy i cegły przyjęto na podstawie badań własnych przedstawionych w [5].

Wygodnym sposobem obrazowania stanu elementu w trakcie wzrostu obciążeń jest tzw. stopień wyętwienia (σ_{lev}) (6). W ogólnym przypadku w elemencie skończonym występuje złożony stan naprężeń, który można zobrazować, jako punkt w przestrzeni naprężeń. Z fizycznego punktu widzenia stan naprężenia w elemencie nie może przekroczyć powierzchni granicznej, natomiast może powodować powiększanie się powierzchni plastyczności do osiągnięcia powierzchni granicznej. Proces ten nazywany jest wzmocnieniem materiału i w przedstawionym zagadnieniu dotyczy elementów gruntowych. Stopień wyętwienia podawany w procentach, jest wartością obrazującą wielkość aktualnych stycznych naprężeń oktaedrycznych (τ_{oct}) do granicznych ($\tau_{oct,lim}$) przy tym samym poziomie normalnych naprężeń oktaedrycznych (σ_{oct}) oraz kącie Lodego (Θ). Graficzny obraz stopnia wyętwienia pokazano na Rys. 2.

$$\sigma_{lev} = \frac{\tau_{oct}(\sigma_{oct}, \Theta)}{\tau_{oct,lim}(\sigma_{oct}, \Theta)} \quad (6)$$



Rys. 1. Południki główne powierzchni granicznej wraz z nasadką paraboliczną
Fig. 1. Main meridians of boundary surface with parabolic cap



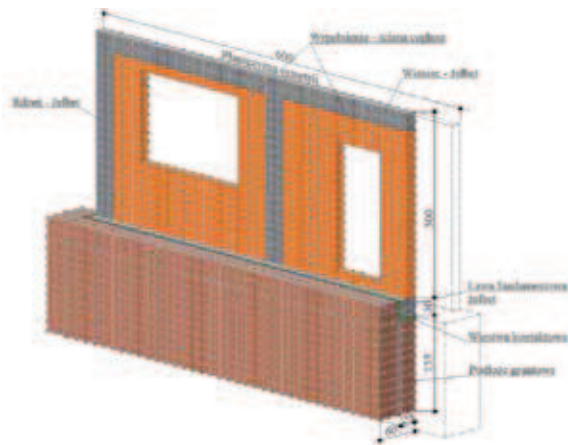
Rys. 2. Graficzne określenie stopnia wyętwienia materiału
Fig. 2. Graphical determination of the material effort level

3. Model obliczeniowy układu budowla-podłoże gruntowe

Zwyczajowo przyjmowany podział deformacji nieciągłych na deformacje typu liniowego lub powierzchniowego z punktu widzenia niewielkich rozmiarów konstrukcji, jakimi są budynki mieszkalne, nie ma większego znaczenia. Wpływ tego rodzaju deformacji należy rozpatrywać, jako częściowa utrata podparcia fundamentów, co powoduje zmianę układu równowagi układu. Istotnym elementem tej zmiany podparcia jest położenie krawędzi deformacji w stosunku do konstrukcji obiektu. Przemieszczenia gruntu związane z wystąpieniem deformacji górniczych powodują zmiany fizycznej struktury w obrębie przemieszczających się mas. W części przypowierzchniowej towarzyszy temu również zmiana wartości naprężeń. Obiekt budowlany, w obszarze którego powstają deformacje nieciągłe, narażony jest na znaczne zmiany sił wewnętrznych. W przypadku braku zabezpieczeń na wpływ takich deformacji poziom uszkodzeń powoduje konieczność wyłączenia takiego obiektu z użytkowania i jego rozbiórki.

Bez względu na to, czy obiekt jest przystosowany do przebiegu deformacji podłoża, czy też nie, na krawędzi deformacji w obrębie rzutu fundamentów obiektu wystąpią odkształcenia gruntu. Wielkość tych odkształceń jest uzależniona od wielu czynników, a przede wszystkim od wielkości obciążenia, nośności gruntu oraz sztywności budynku. Rozważając wpływ deformacji na konstrukcję obiektu konieczne jest uwzględnienie układu budowla-podłoże gruntowe. Poniżej pokazano zmiany naprężeń w podłożu i prostej konstrukcji ściany, która została pozabawiona części podparcia. W przykładzie obliczeniowym przedstawionym poniżej przyjęto ścianę ($600 \times 300 \times 25$ cm) z żelbetową ławą fundamentową (50×30 cm) oraz rdzeniami i wieńcem (beton o wytrzymałości $f_c = 33,0$ MPa). Pręty zbrojeniowe o przekroju $2,01$ cm² za stali klasy A-II zostały umieszczone w narożach wieńca, rdzeni i ławy fundamentowej. Wypełnienie stanowi ściana z cegły pełnej o zastępczej wytrzymałości $f_c = 6,5$ MPa ($E_0 = 2100$ MPa, $\nu = 0,22$). Całość została „posadowiona” na gruncie o kącie tarcia wewnętrznego $\varphi = 40^\circ$ i kohezji $c = 0$ MPa. Odpowiada to bardzo nośnemu gruntowi niespoistemu, który został wprowadzony dla lepszego zobrazowania zachodzących zjawisk pod fundamentem. Obciążenie ściany przyjęto na poziomie 4 kN/m² stropu o rozpiętości 5 m w każdą ze stron. Założono, że pod ścianą powstanie deformacja nieciągła w formie proggu terenowego o zrzucie 15 cm, a położenie będzie zmienne. Na rysunku 3 przedstawiono przyjętą do analizy ścianę wraz z podłożem gruntowym.

Wykorzystano symetrię układu wzdłuż płaszczyzny pionowej w celu dokładniejszego podziału ustroju i w takim przypadku model obliczeniowy składał się z 4208 elementów prostokątnych, które rozmieszczone zostały pomiędzy 5962 węzłami. Elementy prętowe miały 292 szt. Proces obciążenia podzielono pomiędzy wpływy mechaniczne (obciążenia) oraz kinematyczne (przemieszczenia) o łącznej liczbie 50 kroków. W pierwszym kroku obliczeniowym został przyłożony ciężar własny konstrukcji oraz podłoża, a w kolejnych od 2 do 5 , obciążenia programowe, użytkowe konstrukcji. W kolejnej fazie wprowadzono przemieszczenia podłoża (próg terenowy), które podzielono na 45 kroków tak, że w ostatnim kroku otrzymano wartość pionowego przemieszczenia 15 cm. Wygodnym sposobem zobrazowania wyników jest stopień wyężenia – wzór (6). Stopień wyężenia elementów bryłowych pokazano dla ostatniego kroku obliczeniowego, w przypadku gdy obniżenie obejmowało 85% , 60% , 35% i 10% długości ściany – odpowiada to progowi znajdującemu się odpowiednio w odległości 510 cm, 360 cm, 210 cm i 60 cm licząc od prawego końca ławy (rys. 4a do rys. 4d).

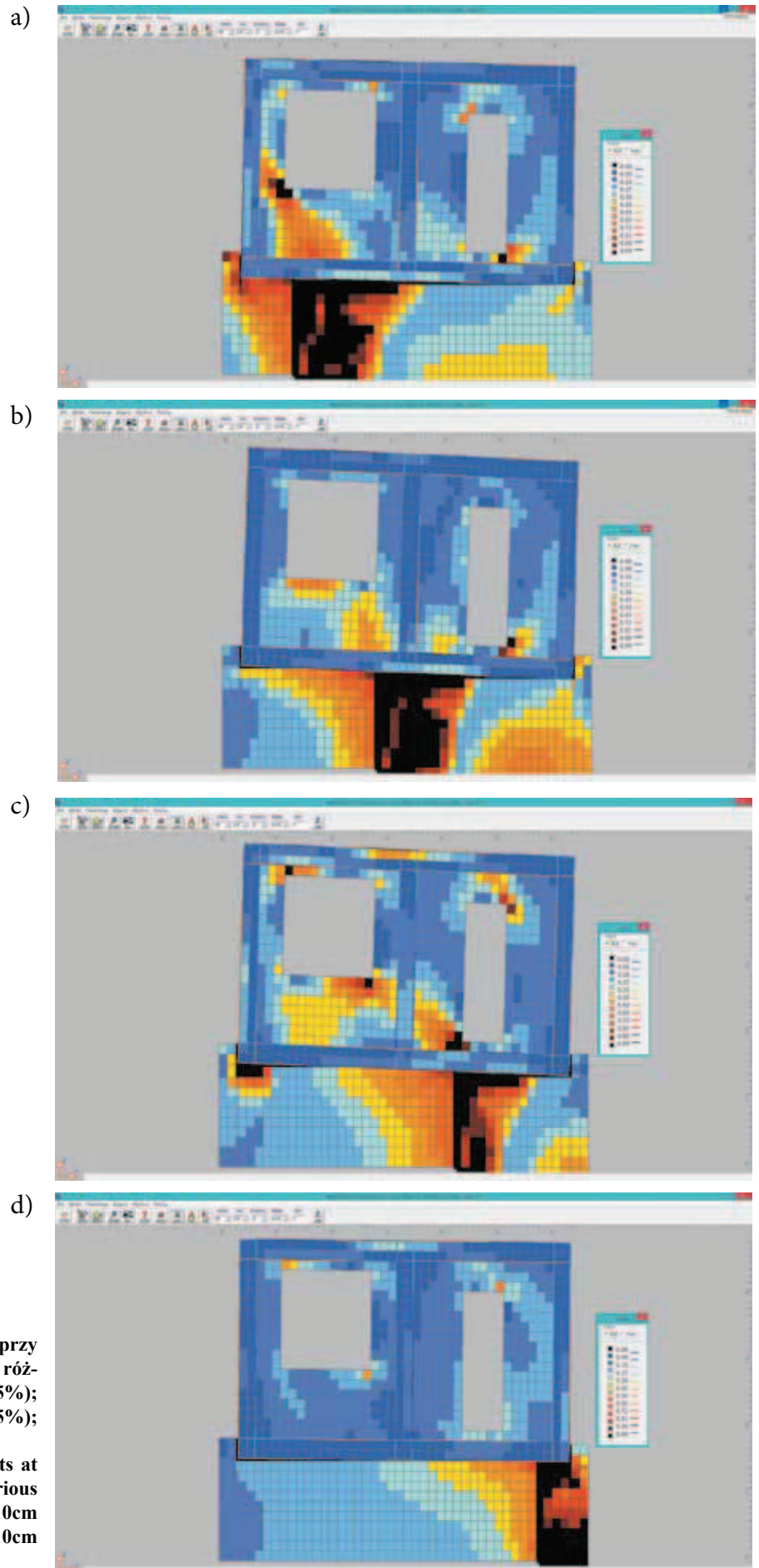


Rys. 3. Model geometryczny ściany przyjęty do obliczeń numerycznych

Fig. 3. Wall geometric model used for numerical calculations

Analizując otrzymane rezultaty w postaci stopnia wyężenia materiału, z jakich zamodelowany został element można stwierdzić, że największe strefy uplastycznienia materiału występowały w podłożu. Materiał podłoża (grunt niespoisty odpowiadający piaskowi średniemu) wykazywał największe wyężenie przy krawędzi proggu terenowego w miejscu, które uległo obniżeniu. Wynika to z faktu, że poszczególne elementy skończone oddziałują na siebie, co powoduje rozluźnienie w strefie przyprogowej. Powierzchnia graniczna dla gruntu jest znacznie bardziej ograniczona dla gruntu, niż dla betonu, czy muru ceglanego i z tego powodu następuje znacznie szybsze uszkodzenie tego materiału w strefie hydrostatycznych naprężeń rozciągających. Z punktu widzenia konstrukcji ta strefa nie jest interesująca, ponieważ nie oddziałuje na obiekt. Na fundament budynku oddziałuje grunt przy proggu terenowym, który nie uległ obniżeniu. Wzrost wyężenia w tej strefie wywołuje uplastycznienie materiału podłoża, co prowadzi w skrajnym przypadku do pochylecia konstrukcji. Najlepiej jest to widoczne na rysunku 4b i 4c, gdzie pochylający się obiekt spoczął prawą krawędzią na obniżonym podłożu.

Odształcenia podłoża nie pozostają bez wpływu na konstrukcję obiektu. Dwumateriałowa struktura ściany (zbrojony beton i mur ceglany) współpracuje właściwie. Przy niewielkim stopniu „zawieszenia” konstrukcji (Rys. 4d) można zauważyć nieznaczny wzrost wyężenia gruntu przy proggu i prawie brak zmian wyężenia w konstrukcji. W opozycji do tego przypadku stoi przypadek pierwszy (rys. 4a), gdzie osiadło około 85% długości ściany, a lewy narożnik stał wyraźnie mocną podporą. Pomimo żelbetowej konstrukcji ramy stworzonej przez połączenie wieńca, rdzeni i ławy fundamentowej na mur ceglany przetransmitowane zostały deformacje, co spowodowały uszkodzenie w ścianie przy dolnym narożu otworu okiennego i drzwiowego – kolor czarny (rys. 4a). Podobny stopień wyężenia w ścianie murowanej stwierdzono, gdy próg terenowy obejmował 35% długości ławy (rys. 4c). Pojawiające się wysokie wyężenia (ponad 99% - kolor czarny) występują w innych miejscach ściany, ale również przy narożach otworów. Taki stan pracy konstrukcji jest wywołany zmianą schematu statycznego. W pierwszym przypadku mamy do czynienia z typową „belkową” pracą ściany (rys. 4a), natomiast w drugim ze „wspornikową” (rys. 4c). Mur ceglany w konstrukcji spełnia rolę usztywnienia ramy i zostaje poddany odkształceniom, które powodują powstanie naprężeń rozciągających w połowie długości zlokalizowanych u dołu – praca „belkowa” oraz u góry – praca „wspornikowa”. Strefa uszkodzeń występuje w miejscach najmniejszej sztywności przekroju, a więc w obrębie otworów. Pozostałe dwa przed-



Rys. 4. Wytyżenie w elementach modelu przy progu terenowym obejmującym różne długości ławy: a) 510cm (85%); b) 360cm (60%); c) 210cm (35%); d) 60cm (10%)

Fig. 4. Effort level in the model elements at the threshold field covering various lengths of the foundation: a) 510cm (85%); b) 360cm (60%); c) 210cm (35%); d) 60cm (10%)

stawione przypadki są stadiami przejściowymi i stopnie wyteżenia elementów konstrukcji są znacznie niższe.

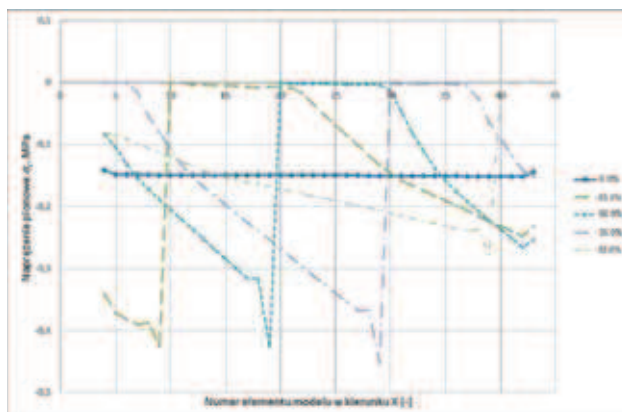
Dla zobrazowania redystrybucji naprężeń w podłożu na skutek pojawiającego się progu terenowego sporządzono wykresy naprężeń normalnych pionowych σ_z . Rysunek 5 pokazuje zmianę tych naprężeń w warstwie znajdującej się bezpośrednio pod fundamentem. Widać wyraźnie wzrosty naprężeń w miejscach podparć i redukcję bezpośrednio przy zrzucie progu. Rysunek 5 przedstawia porównawczy wykres naprężeń w przypadku braku progu (oznaczenie 0,0 %) oraz kolejno próg obejmujący różny zakres fundamentu. Dla małego zakresu osiadań (10 % i 35 % długości) można zaobserwować zawiśnięcie fundamentu – redukcja naprężeń σ_z do zera, a dla większego zakresu (60 % i 85 % długości) zaraz przy progu następuje redukcja. W miarę jednak oddalania się od progu następuje wzrost naprężeń. W pierwszym przypadku charakter pracy ściany jest „wspornikowy”, a następnie „belkowy” (dwa punkty podparcia). We wszystkich przypadkach następuje znaczny wzrost naprężeń przy progu w części, która nie osiadła. W prezentowanym przypadku wzrost jest ponad dwukrotny – 0,15 MPa dla przypadku bez deformacji podłoża oraz ponad 0,4 MPa dla osiadania obejmującego ponad 30% długości.

4. Podsumowanie i wnioski

Deformacje nieciągłe pochodzenia górniczego występują na powierzchni terenu znacznie rzadziej niż deformacje typu ciągłego. Intensywność oraz szybkość ich ujawniania się wywołuje bardzo gwałtowne wpływy na konstrukcje obiektów. Budynki i obiekty niezabezpieczone na przejęcie takich wpływów w zasadzie nie są w stanie przenieść dodatkowych oddziaływań bez znacznych uszkodzeń, do zniszczenia konstrukcji włącznie.

Rozważając pracę konstrukcji nie można zaniedbać zachowania się przypowierzchniowej warstwy gruntu. Analiza oddziaływania konstrukcji na grunt pokazuje wyraźną koncentrację naprężeń przy krawędzi progu. Jeżeli konstrukcja jest dostatecznie sztywna, a położenie progu będzie odległe od krawędzi fundamentu, to należy spodziewać się uplastycznienia podłoża. Efektem takiego zachowania będzie pochylenie się obiektu i zmiana charakteru pracy ze wspornikowego na belkową. Widać to wyraźnie na Rysunku 4a, 4b, 4c oraz Rysunku 5. Pomimo ramowej konstrukcji analizowanej ściany (żelbetowe rdzenie, wieniec i ława), to daje się zauważyć wzrost sił wewnętrznych przy naroży otworów okiennych i drzwiowych (rys. 4).

Przedstawione powyżej obliczenia pokazują możliwość przeprowadzenia obliczeń numerycznych złożonych konstrukcji budowlanych. W niniejszych obliczeniach został zastosowany zaawansowany sprężysto-plastyczny model ma-



Rys. 5. Zmienność naprężeń σ_z z pod ławą fundamentową w zależności od położenia progu terenowego w stosunku do prawego końca ławy

Fig. 5. Stress variability σ_z under the foundation depending on the threshold field position in relation to the right end of the footing

teriałowy z niekomercyjnego pakietu programów MAfEM3D (autorstwa S. Majewskiego), który pozwala na analizę układu budowla-podłoże gruntowe po wyczerpaniu nośności w poszczególnych elementach skończonych. Z punktu widzenia projektanta jest to zakres zbyt duży, gdyż projektant powinien poruszać się w zakresie sprężystej pracy materiału i nie powinien dopuszczać do uplastyczniania materiałów w konstrukcji sztywnej. Wykorzystywane obecnie inżynierskie programy obliczeniowe można również z powodzeniem stosować do analiz obiektów w złożonym stanie obciążenia. Konieczne jest jednak uwzględnienie układu budowla-podłoże gruntowe, szczególnie przy występowaniu deformacji nieciągłych.

Literatura

1. Majewski S.: Sprężysto-plastyczny model współpracującego układu budynek-podłoże poddanego wpływom górniczych deformacji terenu. Gliwice; Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, z. 79, 1995
2. Majewski S.: Mechanika betonu konstrukcyjnego w ujęciu sprężysto-plastycznym. Gliwice Wydawnictwo Politechniki Śląskiej 2003
3. Willam K. J., Warnke E. P.: Constitutive Models for the Triaxial Behaviour of Concrete. IABSE Seminar on Concrete Structures Subjected to Triaxial Stresses, Bergamo, IABSE Proc. 1974 vol. 19: s. 1-30
4. Zienkiewicz O. C.: Metoda elementów skończonych. Warszawa Arkady, 1972
5. Szojda L.: Analiza numeryczna wpływu nieciągłych deformacji podłoża na budynki ścianowe. Gliwice Wydawnictwo Politechniki Śląskiej 2009