

Wpływ kształtu imperfekcji geometrycznych dźwigarów dachowych na siły w tężniku połaciowym poprzecznym



dr inż.
DARIUSZ CZEPIŻAK
 Politechnika Wrocławska
 Wydział Budownictwa Lądowego i Wodnego,
 Katedra Konstrukcji Budowlanych
ORCID: 0000-0003-4185-5470

Projektując stężenia połaciowe poprzeczne, zaleca się przyjmować zastępcze obciążenie od imperfekcji geometrycznych dźwigarów dachowych. Przedstawiona analiza ma na celu sprawdzenie, czy zmiana kształtu imperfekcji w modelu obliczeniowym może spowodować bardziej niekorzystne wyętnienie stężenia w porównaniu do wyętnień wyznaczonych według Eurokodu 3.

Projektując stężenia połaciowe poprzeczne [1], zaleca się przyjmować obciążenia od imperfekcji geometrycznych q_d dźwigarów dachowych (rys. 1.) wyznaczone przy założeniu imperfekcji łukowej w kształcie paraboli o strzałce e_0 (rys. 1a), ze wzoru:

$$q_d = \sum_{i=1}^m N_{Ed,i} 8 \frac{e_0 + \delta_q}{L^2} \quad (1)$$

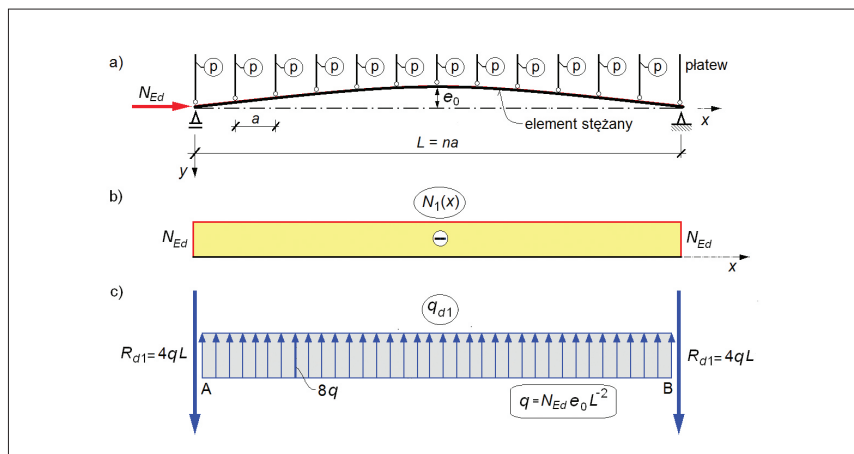
w którym:

$N_{Ed,i}$ – obliczeniowa siła ściskająca w i -tym elemencie stabilizowanym,
 m – liczba stężanych elementów,
 e_0 – strzałka zastępczej imperfekcji łukowej,
 δ_q – ugięcie stężenia od oddziaływania q_d i wszystkich obciążeń zewnętrznych uzyskane z analizy pierwszego rzędu,
 L – długość elementu stężanego.

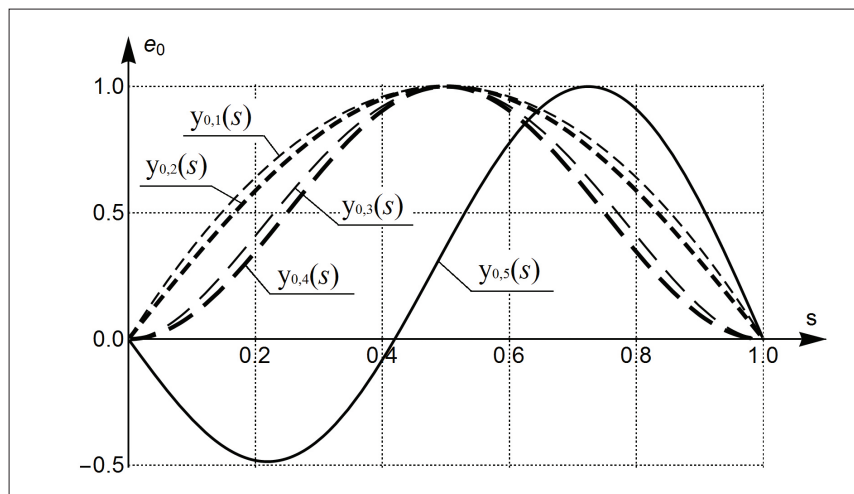
Celem pracy jest sprawdzenie, czy zmiana kształtu imperfekcji w modelu obliczeniowym może spowodować bardziej niekorzystne wyętnienie stężenia w porównaniu do wyętnień wyznaczonych wg [1].

Kształt analizowanych imperfekcji geometrycznych

Sfintesco [2] wykazał, że funkcja kształtu początkowej imperfekcji kształtownika może zmienić znak na długości elementu (deformacja w obu kierunkach). Niewiadomski [3] przedstawił pomierzone przemieszczenia pasów górnego i dolnego dźwigarów dachowych. Deformacje w jednym albo obu kierunkach znacznie przekraczały dopuszczalne



Rys. 1. Schemat do wyznaczania obciążeń imperfekcyjnych: a) element stężany, b) siła ściskająca, c) układ zastępczych obciążeń imperfekcyjnych



Rys. 2. Analizowane kształty imperfekcji elementów stężanych

wartości normowe.

Norma [1] zaleca do obliczania obciążenia od imperfekcji w analizie stężeń dachowych przyjmowanie deformacji wstępnej elementu stężanego w kształcie paraboli o strzałce e_0 (krzywa $y_{0,1}(s)$, rys. 2.), opisanej równaniem:

$$y_{0,1}(s) = 4e_0s(1 - s) \quad (2)$$

gdzie:

s – współrzędna względna długości elementu, która przyjmuje wartości z zakresu (0;1).

Przy czym strzałka jednego elementu stężanego wynosi:

$$e_0 = L/500 \quad (3)$$

Strzałka e_0 jest identyczna jak przyjęta w [4] dopuszczalna odchyłka prostoty pasów dźwigarów kratowych, a wystąpienie deformacji wstępnej elementu, zmieniającej znak na długości, nie jest wykluczone w świetle [4].

W pracy przeanalizowano, dla różnych kształtów wstępnych imperfekcji, rozkład zastępczego obciążenia q_d oraz sił w tężniku połaciowym będących rezultatem jego działania. Kształty analizowanych imperfekcji wstępnych pokazano na rys. 2. i opisano równaniami:

■ imperfekcja paraboliczna [1], wzór (2)

■ imperfekcja odpowiadająca pierwszej postaci wybożenia pręta ściskanego zamocowanego na obu końcach przegubowo

$$y_{0,2}(s) = e_0 \sin(\pi s) \quad (4)$$

■ imperfekcja opisana wielomianem o styčných poziomych na końcu przedziałów

$$y_{0,3}(s) = 16e_0s^2(s - 1)^2 \quad (5)$$

■ imperfekcja opisana funkcją trygonometryczną o styčných poziomych na końcu przedziałów

$$y_{0,4}(s) = e_0 [\sin(\pi s)]^2 \quad (6)$$

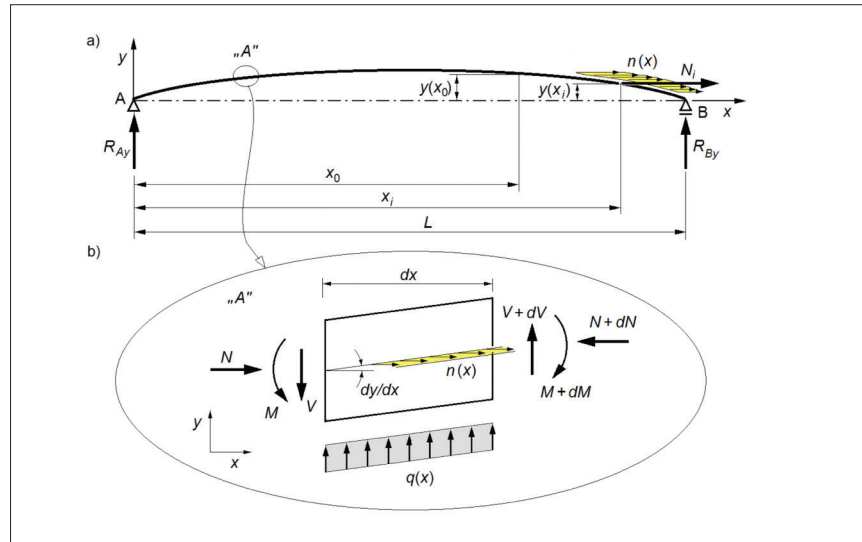
■ losowo wybrana imperfekcja, opisana dwoma pierwszymi wyrazami sinusowego szeregu Fouriera, zmieniająca znak na długości elementu

$$y_{0,5}(s) = \frac{731}{2000} e_0 [\sin(\pi s) - 2\sin(2\pi s)] \quad (7)$$

Imperfekcje $y_{0,1}(s)$ i $y_{0,2}(s)$ oraz $y_{0,3}(s)$ i $y_{0,4}(s)$ są kształtem zbliżone do siebie. Takı dobór imperfekcji ma na celu sprawdzenie, czy niewielkie zmiany ich kształtu nie wpłyną znacząco na zmianę obciążenia q_d .

Zastępcze obciążenie imperfekcyjne

W celu wyznaczenia sił od imperfekcji w tężniku połaciowym posłużono się modelem zastępczych obciążeń imperfekcyjnych q_d (1) rekomendowanym w [1]. Opracowa-



Rys. 3. Schemat statyczny wstępnie wygiętego elementu ściskanego

no go dla elementów ściskanych siłą stałą na długości o parabolicznej imperfekcji wstępnej ze strzałką e_0 .

W analizach rozszerzono normowy model obliczania obciążenia q_d przyjmując zmodyfikowane, w stosunku do [1], założenia obliczeniowe:

1. Stężany pas dźwigara oraz stężenie traktuje się jako wyizolowane z konstrukcji odpowiednio pręt i kratownicę, które są połączone płatwiami [1].

2. Wstępne wygięcie stężanego pasa dźwigara w płaszczyźnie połączy dachu ma kształt paraboli o strzałce e_0 funkcja $y_{0,1}(s)$ (rys. 2.) [1] oraz dodatkowo kształty $y_{0,2}(s)$ oraz $y_{0,3}(s)$, $y_{0,4}(s)$, $y_{0,5}(s)$ wg rys. 2.

3. Stężany element jest obciążony stałą na długości siłą ściskającą [1].

Następnie wyprowadzono formuły do wyznaczania obciążenia q_d , które uwzględniają różne kształty imperfekcji. Rozwiązanie zagadnienia uzyskano przez porównanie momentów zginających w elemencie wstępnie wygiętym obciążonym siłami podłużnymi z belką prostą obciążoną poprzecznie zmiennym obciążeniem na jej długości (rys. 3.) [5].

W ogólnym przypadku [5] moment zginający w elemencie ściskanym ze wstępnie wygięciem jak na rys. 3. w przekroju oddalonym o x_0 od lewej podpory może być opisany równaniem:

$$M(x_0) = - \int_{x_0}^L n(x)[y(x_0) - y(x)] dx - \sum_i^n N_i[y(x_0) - y(x_i)] - R_{By}(L - x_0) \quad (8)$$

gdzie:

$$R_{By} = -R_{Ay} = \frac{1}{L} \left[\int_0^L n(x)y(x) dx + \sum_{i=1}^n N_i y(x_i) \right] \quad (9)$$

w którym:

$n(x)$ – obciążenie podłużne rozłożone na części lub całości elementu,

N_i – skupione obciążenia podłużne elementu przyłożone w przekroju x_i ,

i – numer skupionej siły osiowej. W równaniu (8) indeks i oznacza sumowanie sił skupionych przyłożonych do elementu w miejscach $x_i \geq x_0$.

Poprzez różniczkowanie funkcji momentu zginającego otrzymano równania sił poprzecznych $V(s)$ i zastępczych obciążeń od imperfekcji $q(s)$:

$$V_{y0,1}(s) = \frac{N_{Ed}e_0}{L} 4(1 - 2s) \quad (10)$$

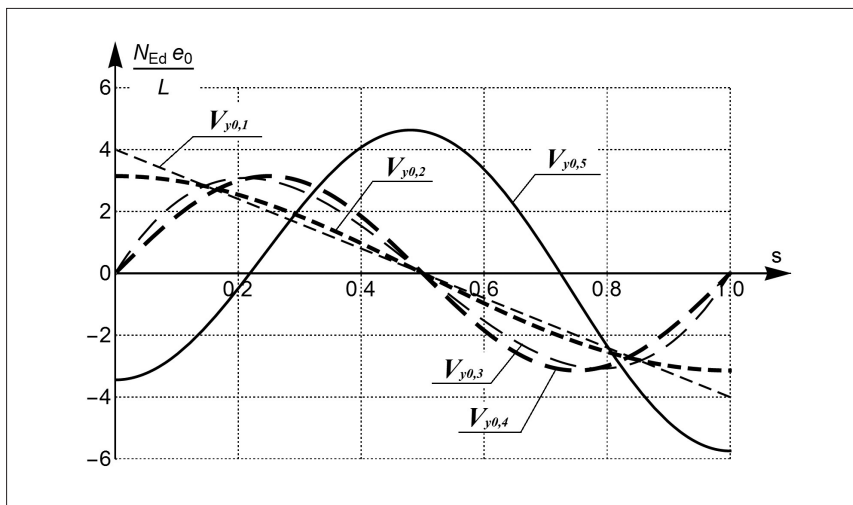
$$q_{y0,1}(s) = 8 \frac{N_{Ed}e_0}{L^2} = const. \quad (11)$$

$$V_{y0,2}(s) = \frac{N_{Ed}e_0}{L} \pi \cos(\pi s) \quad (12)$$

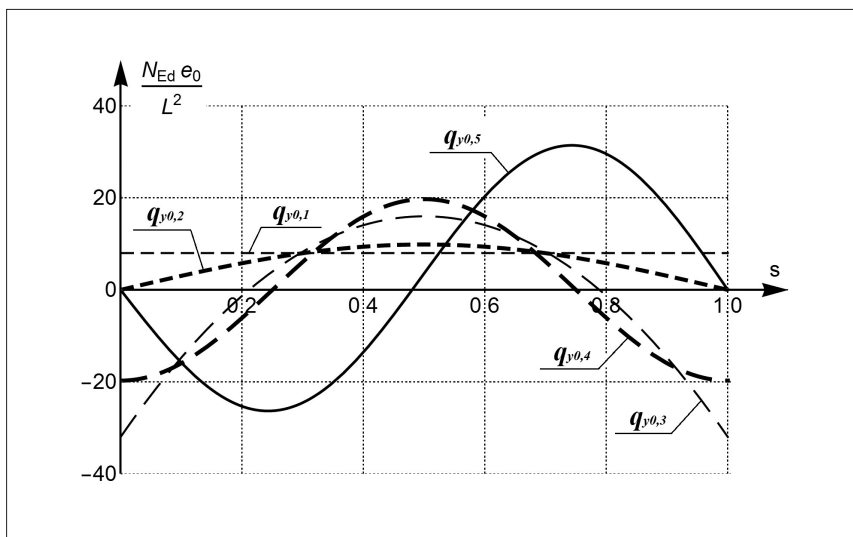
$$q_{y0,2}(s) = \frac{N_{Ed}e_0}{L^2} \pi^2 \sin(\pi s) \quad (13)$$

$$V_{y0,3}(s) = \frac{N_{Ed}e_0}{L} 32s(1 - 3s + 2s^2) \quad (14)$$

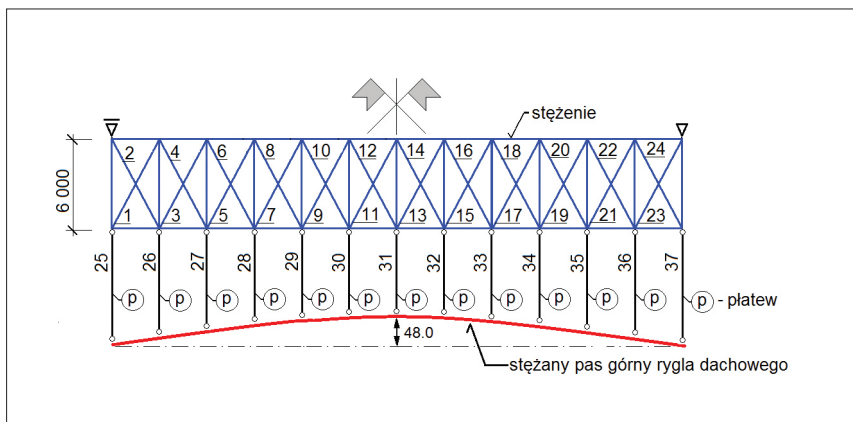
$$q_{y0,3}(s) = \frac{N_{Ed}e_0}{L^2} 32(6s - 6s^2 - 1) \quad (15)$$



Rys. 4. Wykresy sił poprzecznych $V(s)$ dla różnych krzywych imperfekcji



Rys. 5. Wykresy obciążeń od imperfekcji $q(s)$ dla różnych krzywych imperfekcji



Rys. 6. Schemat przykładowego stężenia dachowego

$$V_{y0,4}(s) = \frac{N_{Ed}e_0}{L} \pi \sin(2\pi s)$$

$$q_{y0,4}(s) = -\frac{N_{Ed}e_0}{L^2} 2\pi^2 \cos(2\pi s)$$

$$V_{y0,5}(s) = \frac{N_{Ed}e_0}{L} \frac{731}{2000} \pi [\cos(\pi s) - 4\cos(2\pi s)]$$

$$q_{y0,5}(s) = \frac{N_{Ed}e_0}{L^2} \frac{731}{2000} \pi^2 [\sin(\pi s) - 8\sin(2\pi s)]$$

Ilustrację graficzną wyznaczonych funkcji pokazano na rys. 4 i 5.

W analizowanych przypadkach reakcje $R_{Ay} = R_{By} = 0$ (9). Obciążenie $q(s)$, siły tnące na końcach przedziałów $V(s)$ oraz reakcje R_{Ay} , R_{By} stanowią układ zastępczych obciążeń od imperfekcji (rys. 1c) przyjętych w [1]. Przypadki, w których reakcje przyjmują wartości różne od 0, są szczególnie, gdyż wtedy siły te przekazują się z tężnika połączeniowego na stężenie pionowe międzystupowe ścian. Natomiast gdy reakcje R_{Ay} , R_{By} są równe 0, wtedy układ zastępczych obciążeń imperfekcyjnych $q(s)$ oraz $V(s=0)$, $V(s=1)$ (rys. 1c) samorównoważy się w strefie stężenia oraz elementu stężanego i nie przekazuje się na stężenie ścian.

Analiza siły od imperfekcji

Przykładowy tężnik połączeniowy poprzeczny (rys. 6.) za pomocą płatwi podpira pas górny rygla dachowego o rozpiętości $L = 24$ m, na którym opiera się 13 płatwi w rozstawie 2,0 m. Element stężony ściskany jest stałą siłą na długości $N_{Ed} = 163,64$ kN. Przeanalizowano 5 kształtów imperfekcji wstępnych (rys. 2.) o strzałce $e_0 = L/500 = 48$ mm. Krzyżulce stężenia są prętami wiotkimi i nie przenoszą sił ściskających. Pozostałe pręty tężnika (słupki i pasy) są połączone w węzłach przegubowo. Siły w płatwiach wyznaczono na podstawie całkowania równań opisujących obciążenia od imperfekcji $q(s)$ (11, 13, 15, 17, 19). Wyznaczając siły w płatwi nr 25 i 37, uwzględniono obciążenie $q(s)$ i siły tnące $V(s=0)$, $V(s=1)$ wg (10, 12, 14, 16, 18) oraz reakcje $R_{Ay} = R_{By} = 0$ (9).

Wyniki analiz przedstawiono w tabeli 1. W kol. 1 podano numery prętów tężnika (rys. 6.). W kol. od 2 do 6 podano siły wewnętrzne dla analizowanych krzywych imperfekcji wstępnych. Znak (-) oznacza, że element jest rozciągany. Przy czym jeśli zmieni się kierunek strzałki, imperfekcji ulegają także znaki sił w płatwiach.

Podsumowanie

Przeprowadzone na przykładzie analizy (tab. 1.) pozwoliły zaobserwować następujące prawidłowości:

1) Największą wartość siły w płatwiach uzyskano dla pręta nr 37 ($N_{37} = -1,825$ kN), imperfekcja (kol. 6). Wartość ta jest o 52% większa od maksymalnej siły w płatwi wg [1] (pręty 25 i 37, kol. 2).

2) Największą wartość siły w krzyżulcu uzyskano dla pręta nr 24 ($N_{24} = -1,923$ kN), imperfekcja (kol. 6). Wartość ta jest 52% większa od maksymalnej siły w krzyżulcu wg [1] (pręty 1 i 24, kol. 2).

3) Porównując siły w prętach dla różnych kształtów imperfekcji (kol. od 2 do 6), wykazano wzrost sił w płatwiach o 289% (pręt nr

(16)

(17)

(18)

(19)

34, kol. 6), a w krzyżulcach o 1276% (pręt nr 11, kol. 6) w stosunku do sił wyznaczonych wg [1] (kol. 2).

4) Analizując stosunek sił w prętach stężenia podanych w kol. 3 i 2, stwierdzono, że imperfekcja sinusoidalna (4) daje mniejsze o 15% wartości sił w stosunku do [1] w prętach strefy podporowej, natomiast większe o 23% w strefie środkowej tężnika.

5) Z porównania sił wewnętrznych z kol. 4 i 5 w stosunku do [1] (kol. 2) wynika, że są one mniejsze w prętach strefy podporowej, ale większe o 144% w prętach strefy środkowej nr 11, 14, 31.

Podsumowując, należy stwierdzić, że przyjęty w [1] model oceny obciążenia q_d oparty o imperfekcję paraboliczną może znacznie zaniżać siły wewnętrzne w prętach stężenia. Jest on szczególnie nieodpowiedni w sytuacji, gdy imperfekcja będzie zmieniać znak na długości elementu stężanego. Ponadto w przypadku gdy imperfekcje nie zmieniają znaku i mają kształt wpisujący się w parabolę (2), model normowy również zaniża wyężenie prętów w strefie środkowej tężnika.

Literatura

- [1] PN-EN 1993-1-1:2006 Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-1: Reguly ogólne i reguly dla budynków.
 [2] Stinteco D., 1970. Fondement experimental des courbes Europeennes de flambement (in French). Journal of Construction Metallique, No. 3, p. 5-12.
 [3] Niewiadomski L., 2006. Wpływ nadmiernych imperfekcji geometrycznych na nośność stalowych dźwigarów dachowych budowanej hali, „Inżynieria i Budownictwo” nr 5, str. 242-244.
 [4] PN-EN 1090-2+A1:2012, Wykonanie konstrukcji stalowych i aluminiowych. Część 2: Wymagania techniczne dotyczące konstrukcji stalowych.
 [5] Biegus A., Czepizak D., 2018. Generalized model of imperfection forces for design of transverse roof bracings and purlins, Archives of Civil and Mechanical Engineering, vol. 18, no. 1, DOI: 10.1016/j.acme.2017.07.002.

DOI: 10.5604/01.3001.0013.8784

PRAWIDŁOWY SPOSÓB CYTOWANIA

Czepizak Dariusz, 2020, Wpływ kształtu imperfekcji geometrycznych dźwigarów dachowych na siły w tężniku połaciowym poprzecznym „Builder” 04 (273). DOI: 10.5604/01.3001.0013.8784

Streszczenie: Projektując stężenia połaciowe poprzeczne [1], zaleca się przyjmować zastępcze obciążenie od imperfekcji geometrycznych dźwigarów dachowych. Obciążenie to można bezpiecznie oszacować [1] przy założeniu stałej na długości elementu stabilizowanego siły ściskającej i imperfekcji w kształcie paraboli o strzałce e_0 . W pracy, dla różnych kształtów imperfekcji geometrycznych elementów stabilizowanych, wyznaczono obciążenia imperfekcyjne oraz siły w prętach tężnika połaciowego i porównano je z siłami wyznaczonymi wg [1]. Wyniki analiz przedstawiono w tabeli i sformulowano syntetyczne wnioski.

Słowa kluczowe: konstrukcje stalowe, stężenia dachowe, imperfekcje geometryczne

Abstract: Influence of girder deformation shape on forces in the roof bracing system

Tabela 1. Siły wewnętrzne w płatwiach i stężeniu od imperfekcji geometrycznych [kN]

Nr pręta	$y_{0,1}(s)$	$y_{0,2}(s)$	$y_{0,3}(s)$	$y_{0,4}(s)$	$y_{0,5}(s)$
1	2	3	4	5	6
Siły w krzyżulcach					
1	-1,264	-1,073	-0,404	-0,280	0
2	0	0	0	0	-1,138
3	-1,034	-1,000	-0,906	-0,766	0
4	0	0	0	0	-0,755
5	-0,804	-0,859	-1,062	-1,047	0
6	0	0	0	0	-0,096
7	-0,574	-0,659	-0,950	-1,047	-0,651
8	0	0	0	0	0
9	-0,345	-0,414	-0,647	-0,766	-1,272
10	0	0	0	0	0
11	-0,115	-0,141	-0,228	-0,280	-1,582
12	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	-1,479
14	-0,115	-0,141	-0,228	-0,280	0
15	0	0	0	0	-0,969
16	-0,345	-0,414	-0,647	-0,766	0
17	0	0	0	0	-0,169
18	-0,574	-0,659	-0,950	-1,047	0
19	0	0	0	0	0
20	-0,804	-0,859	-1,062	-1,047	-0,724
21	0	0	0	0	0
22	-1,034	-1,000	-0,906	-0,766	-1,486
23	0	0	0	0	0
24	-1,264	-1,073	-0,404	-0,280	-1,923
Siły w płatwiach					
25	-1,200	-1,019	-0,383	-0,266	1,079
26	0,218	0,069	-0,476	-0,461	-0,364
27	0,218	0,134	-0,148	-0,266	-0,625
28	0,218	0,190	0,106	0	-0,709
29	0,218	0,232	0,288	0,266	-0,589
30	0,218	0,259	0,397	0,461	-0,294
31	0,218	0,268	0,433	0,532	0,098
32	0,218	0,259	0,397	0,461	0,484
33	0,218	0,232	0,288	0,266	0,759
34	0,218	0,190	0,106	0	0,847
35	0,218	0,134	-0,148	-0,266	0,723
36	0,218	0,069	-0,476	-0,461	0,414
37	-1,200	-1,019	-0,383	-0,266	-1,825

Oznaczenia: (–) rozciąganie

During designing transverse roof bracing, [1] recommends taking into account equivalent stabilizing load from geometrical imperfections of roof girders. This load can be safely estimated [1] assuming a constant compression force along the length of the stabilized element and initial parabolic imperfection with maximum amplitude e_0 . In the paper, for different shapes of geometrical imperfections of

stabilized elements, imperfect loads and forces in the roof bracing were determined and compared with the forces determined according to [1]. The results of the analyzes are presented in the table and synthetic conclusions were formulated.

Keywords: steel structures, roof bracings, geometrical imperfections