

BADANIE WPŁYWU TEMPERATURY NA CZĘSTOTLIWOŚĆ DRGAŃ WŁASNYCH WYBRANYCH ELEMENTÓW CIERNYCH UKŁADU HAMULCOWEGO

PIOTR BIAŁKOWSKI¹, BOGUSŁAW KRĘŻEL²

Instytut Badań i Rozwoju Motoryzacji BOSMAL

Streszczenie

W pracy opisano wpływ temperatury na częstotliwości drgań własnych samochodowych bębnow hamulcowych. Przebadano bębny hamulcowe, wyznaczając ich częstotliwości drgań własnych w wybranych temperaturach do 500°C z wykorzystaniem analizy modalnej. Bębny pobudzano impulsowo przy użyciu młotka modalnego, a następnie rejestrowano odpowiedź akustyczną mikrofonami w postaci dźwięku. Opisano sposób wykonania pomiarów, rodzaj zastosowanej analizy modalnej oraz stanowisko badań. Przytoczono istotne dla artykułu zagadnienia teoretyczne, takie jak: parametr *częstotliwości drgań własnych*, opis *funkcji przejścia*, obrazując następnie praktyczne ich zastosowanie przy badaniach bębnow. Na podstawie pomiarów przedstawiono wpływ temperatury na wyznaczone częstotliwości drgań własnych badanych bębnow hamulcowych. Dla jednego z wybranych bębnow przedstawiono wykres odpowiedzi akustycznej FRF. Zastosowano dwie metody podczas nagrzewania bębnow: metodę temperatury wzrostowej i metodę temperatury malejącej. Wyniki umieszczono w tabelach oraz na wykresach, podając wpływ temperatury w skali procentowej.

Słowa kluczowe: analiza modalna, bębny hamulcowe, hałas bębnow, częstotliwość drgań własnych bębnow.

1. Wprowadzenie

W ciągu ostatnich lat zdecydowanie wzrósł poziom komfortu w produkowanych samochodach osobowych. Komfort jazdy jest w dużym stopniu związany z niskim poziomem hałasu. Dzisiejsze samochody generują go zdecydowanie mniej niż te produkowane w zeszłym wieku. Poziom hałasu na zewnątrz samochodu regulowany jest prawnie. Natomiast poziom wewnątrz auta stanowi o tym, ile sztuk danego samochodu uda się sprzedać.

Aby osiągnąć dzisiejszy poziom jakości dźwięku wewnątrz samochodu, przez wiele lat wytwórcy samochodów tworzyli i usprawniali normy dotyczące badań coraz większej

¹ Instytut Badań i Rozwoju Motoryzacji BOSMAL Sp. z o.o. ul. Sarni Stok 93, 43-300 Bielsko-Biała
e-mail: piotr.bialkowski@bosmal.com.pl, tel. 33 813 04 54

² Instytut Badań i Rozwoju Motoryzacji BOSMAL Sp. z o.o. ul. Sarni Stok 93, 43-300 Bielsko-Biała,
e-mail: boguslaw.krezel@bosma.com.pl, tel. 33 813 04 54

liczby mechanizmów i elementów samochodu, które pozbawione kontroli, mogłyby bardzo niekorzystnie wpływać na jakość dźwięku wewnątrz samochodu. Jednym z elementów samochodu, który podczas pracy generuje hałas, jest układ cierny mechanizmu hamulcowego (klocki – tarcze lub okładziny – bęben hamulcowy). Hałas powstaje poprzez ciernie wzbudzenie bębna o charakterze losowym przez okładziny. Następnie bęben zaczyna wzmacniać częstotliwości, które są jego częstotliwościami drgań własnych. Jeżeli częstotliwości drgań własnych bębna (tarczy) są znane, to można w stosunkowo łatwy sposób zapobiec nadmiernemu generowaniu hałasu przez hamulce, ponieważ łatwiej dobrać materiały tłumiące hałas dla znanych i stałych częstotliwości.

Podczas jazdy bębny zmieniają swoją temperaturę, grzejąc się bardzo w przypadku wielokrotnego hamowania. Nieraz mogą się rozgrzać do kilkuset stopni. W niniejszej pracy zbadano, jaki wpływ ma temperatura układu ciernego na częstotliwości drgań własnych bębnow hamulcowych.

2. Metodyka Badań

Kiedy bryła sztywna, taka jak sześcian lub kula, zostanie wzbudzona impulsowo (np. poprzez uderzenie młotkiem modalnym), jej odpowiedź amplitudowo – częstotliwościowa jest płaska i nie posiada żadnych modów w szerokim zakresie częstotliwości. Jeżeli jednak obiekt jest bardziej złożony i mniej sztywny, to posiada mody w słyszalnym zakresie częstotliwości i przy uderzeniu wydaje z siebie odgłos zależny od charakterystyk siły wzbudzającej (*excitation*) oraz dynamicznej FRF (*Frequency Response Function*). Wynika z tego, że mody istniejące w strukturze są pobudzone i następują drgania, których amplituda opada w czasie logarytmicznie, a funkcja zanikania jest zależna od tłumienia materiału, z którego wykonany jest element.

W dalszych punktach pracy przedstawiono wyniki pomiarów mające na celu określenie wpływu temperatury na częstotliwość drgań własnych bębnow hamulcowych, które wykonane są z żeliwa. Bębny wzbudzano impulsowo przy użyciu młotka modalnego, natomiast odpowiedź była zbierana akustycznie za pomocą dwóch mikrofonów ICP³. Dzięki temu uniknięto wpływu masy czujnika na tłumienie i częstotliwość modów.

Ponieważ skupiono się na częstotliwości modów, poziom hałasu tła akustycznego nie miał wpływu na wynik.

Bębny były badane w zakresie od temperatury otoczenia do 500°C. Wybrano najważniejsze mody z zakresu do 10kHz.

2.1 Funkcja przejścia FRF (Frequency Response Function)

Funkcja przejścia, a inaczej mówiąc odpowiedź częstotliwościowa, definiowana jest jako złożony stosunek widma sygnału wyjściowego do sygnału wejściowego w funkcji częstotliwości [2], [3]:

³ ICP (*Integrated Circuit Piezoelectric*) – Określenie czujników pomiarowych z wbudowanym wzmacniaczem wymagającym dodatkowego zasilania stosowany przez firmę PCB. Standard znany też jako IEPE.

$$H_{xy}(f) = \frac{F_y(f)}{F_x(f)}, \quad (1)$$

gdzie $H_{xy}(f)$ jest funkcją przejścia z punktu x do y.

$F_y(f)$ – jest widmem Fouriera na wyjściu sygnału mierzonego w punkcie y,

$F_x(f)$ – jest widmem Fouriera na wejściu sygnału mierzonego w punkcie x.

Podczas badania bębnow sygnałem wyjściowym była odpowiedź akustyczna w postaci widma Fouriera, zbierana przez mikrofony, natomiast sygnałem wejściowym było widmo siły zmierzone przez czujnik podczas uderzenia bębna młotkiem modalnym.

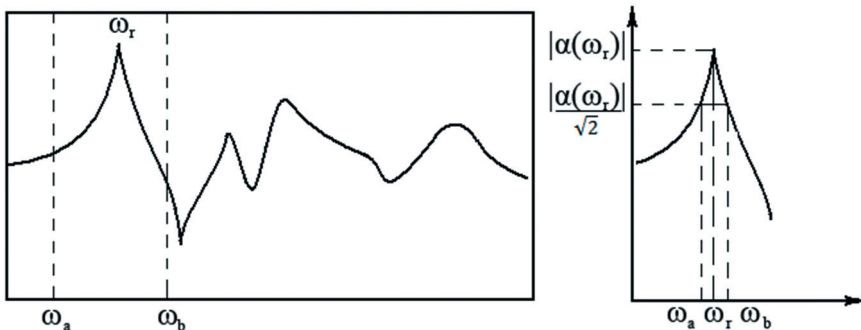
2.2 Częstotliwość drgań własnych – metodyka wyznaczania

Każdy mod charakteryzują trzy wielkości: częstotliwość, postać i tłumienie. Częstotliwość odczytywana jest bezpośrednio po wykonaniu pomiaru z wyznaczonej charakterystyki FRF. Częstotliwość drgań własnych wyznaczona jest przez maksymalną wartość (pikową) charakterystyki FRF [1]:

$$|\alpha(\omega)_{\max}| = \omega_r, \quad (2)$$

Dla wartości częstości ω_a i ω_b zlokalizowanych po obu stronach lokalnej wartości maksymalnej amplituda wynosi połowę mocy, która równa się : $\frac{\alpha_{\max}}{\sqrt{2}}$. Współczynnik tłumienia ξ może być obliczony ze wzoru [1]:

$$\xi = \frac{\omega_a + \omega_b}{2\omega_r}, \quad (3)$$



Rys. 1. Częstotliwość drgań własnych na charakterystyce FRF [1]

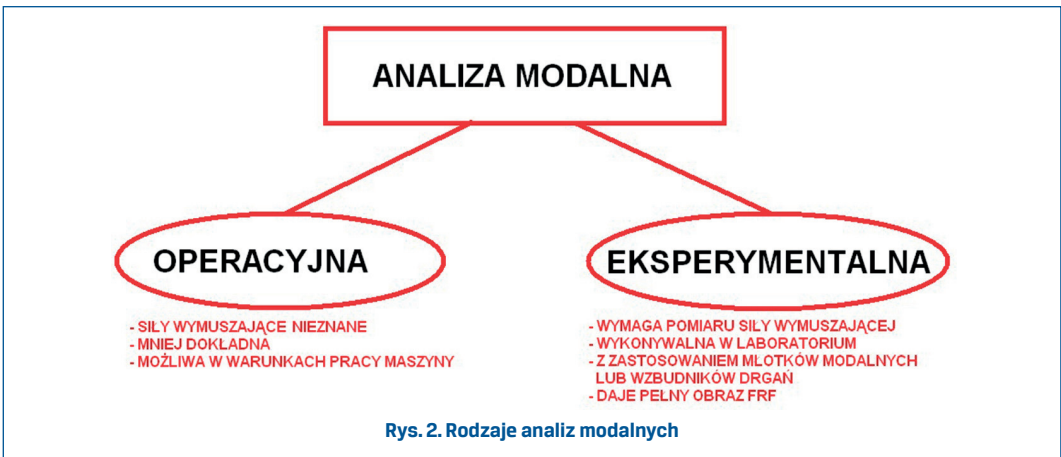
Badana bryła może posiadać jedną lub wiele częstotliwości drgań własnych. Częstotliwości te przedstawić można jako kolejne wartości pikowe ω_m charakterystyki FRF.

W niniejszej pracy skupiono się na wielkości częstotliwości (ze względu na sposób pomiaru wyznaczenie tłumienia było utrudnione, a postaci- niemożliwe). Mikrofony bezpośrednio zbierały charakterystykę FRF, z której wyznaczano kolejne częstotliwości drgań własnych ω_m

Częstotliwość jest silnie związana z masą i sztywnością obiektu. Ponieważ masa nie zmienia się wraz ze wzrostem temperatury, to ewentualne zmiany sztywności lub tłumienia wpływałyby na zmianę częstotliwości drgań własnych.

2.3 Rodzaje analizy modalnej

Analiza modalna może być operacyjna (OMA) lub eksperymentalna (EMA). Analiza eksperymentalna jest możliwa tylko wtedy, jeżeli znamy siłę wymuszającą lub możemy ją zmierzyć. W tym wypadku, ponieważ interesuje nas tylko częstotliwość, nie ma znaczenia, jaką metodą wybierzemy, jednak ze względu na możliwość zastosowania głowicy siły, wykonano analizę eksperymentalną z uwzględnieniem charakterystyki wzbudzenia.



Analizę modalną można wykonywać na różne sposoby. Metoda klasyczna eksperymentalnej analizy modalnej polega na wzbudzeniu obiektu znaną (mierzoną) siłą i zbieraniu odpowiedzi w postaci wibracji czujnikami drgań. Klasyczne stykowe czujniki (piezoelektryczne, piezorezystywne itp.) można zastąpić czujnikami bezstykowymi (indukcyjne, pojemnościowe, laserowe itp.), wtedy nie występuje problem wpływu masy czujnika na obiekt. Niestety, dalej pozostaje problem lokalizacji czujnika (istnieje możliwość mierzenia w węźle lub w strzałce postaci drgań własnych danego modu). Zastosowanie analizy akustycznej eliminuje ten problem.

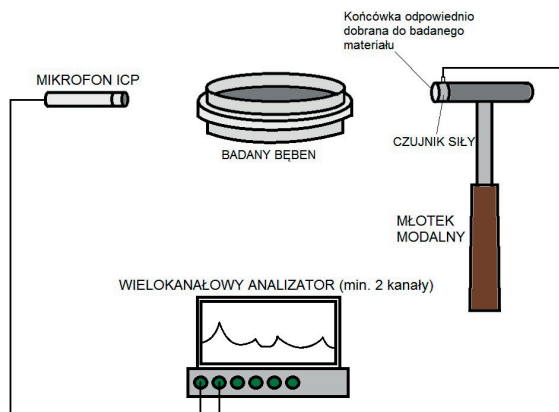
3. Stanowisko badań

Wykonano badania mające na celu określenie wpływu temperatury na częstotliwości drgań własnych bębnow hamulcowych. Ze względu na dość wysoką temperaturę maksymalną badań zastosowano pomiary akustyczne. Poza tym klasyczne czujniki wibracji wprowadzają dodatkową masę do układu, co ma wpływ na niepewność pomiarową. Bęben został zawieszony na stalowych linkach w celu zminimalizowania wpływu mocowania

na wybrzmiewanie, a następnie umieszczony w piecu, w którym ustawiano kolejno coraz wyższe temperatury. Wygląd stanowiska badawczego pokazano na rys. 3. Schemat torów pomiarowych przedstawiono na rys. 4.



Rys. 3. Stanowisko badawcze do wyznaczenia częstotliwości drgań własnych bębna hamulcowego – bęben umieszczony w piecu grzewczym



Rys. 4. Schemat stanowiska do wyznaczenia częstotliwości drgań własnych bębna hamulcowego

4. Badania częstotliwości drgań własnych bębnow przy użyciu eksperymentalnej analizy modalnej

Do wyznaczenia częstotliwości drgań własnych wykorzystano funkcję przejścia (FRF). FRF zostało wyliczone przez analizator. Dla poprawy dynamiki sygnału dla hałasu zastosowano okno czasowe exp, które stosuje się dla odpowiedzi impulsowych. Ponieważ nie mierzono tłumienia, wpływ okna typu exp na nie był nieistotny.

Ze względu na charakterystykę obiektu badań oraz młotka modalnego, skupiono się na zakresie do 10kHz, który później został dodatkowo ograniczony do 9kHz (przy wyborze

modów). Przy pomiarach w temperaturze otoczenia dla bębna nr1, wyznaczono mody i oznaczono je od 1 do 10 lub 1 do 12 (w zależności od metody).

Następnie badano zmiany częstotliwości każdego z modów. W trakcie badań modalnych przy wykorzystaniu fal akustycznych istnieje ryzyko pominięcia modu ze względu, na przykład, na ułożenie mikrofonu albo problemy związane z węzłami. W tym wypadku nie było to istotne. Zamiast skupiać się na tym, czy znaleziono wszystkie mody w danym zakresie (gdyż nie było to celem badań), skupiono się na wybraniu modów, które powtarzały się w każdej temperaturze tak, by móc uzyskać charakterystyki w reprezentatywnym zakresie częstotliwości.

Wyznaczanie częstotliwości drgań własnych w różnych temperaturach przeprowadzono dwiema metodami. Pierwsza (zwana dalej metodą temperatury wzrastającej) polegała na tym, że temperatura w piecu wzrastała od temperatury otoczenia do 500°C, z krokiem 50°C (od 100°C) i każdorazowo, po osiągnięciu żądanej temperatury i utrzymaniu jej przez pół godziny, dla stabilizacji, otwierano drzwi od pieca, po czym wzbudzano badany obiekt młotkiem modalnym.

Druga metoda (zwana dalej metodą temperatury opadającej) polegała na tym, że najpierw podgrzano bęben do 500°C, po czym każdorazowo czekali, aż samoistnie ostygnie do żądanej temperatury. Było to potrzebne, by móc oszacować błąd wyboru metody pomiaru.

Ze względu na warunki pomiaru (pomiar nie był wykonywany w komorze bezdechowej, ponieważ wyjęcie obiektów z pieca prowadziłoby do znacznego ochłodzenia i dużych błędów w szacowaniu temperatury), nie analizowano wykresu fazowego, który, ze względu na tło akustyczne, w tak szerokim zakresie częstotliwości, byłby nieczytelny.

Wykonano pomiary na dwóch sztukach bębnów przy temperaturze wzrastającej krokowo. Wyniki pomiarów dla różnych temperatur znajdują się w tabeli 1. Zmiany częstotliwości w procentach znajdują się w tabeli nr 2. Widać, że dla 500°C zmiana wynosi średnio 5%.

Na wykresie zmian częstotliwości od temperatury (rys. 5) można zauważyć, że zmiana jest w przybliżeniu liniowo zależna od temperatury. Nie zależy również od modu, czyli od częstotliwości.

Tabela 1. Częstotliwości drgań własnych, bęben nr 1 – metoda temperatury wzrastającej

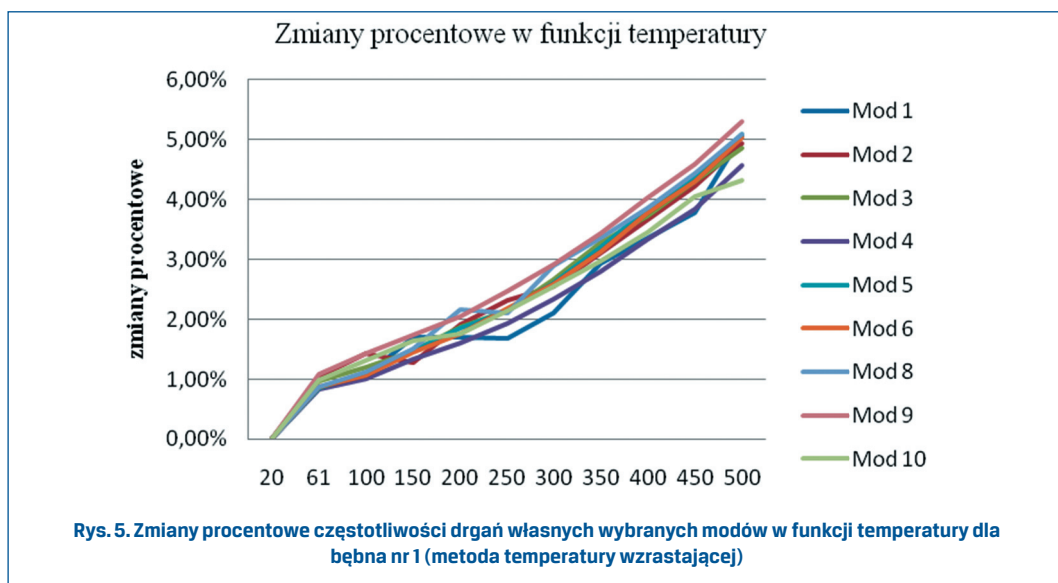
Temp. [°C]	Mod [Hz]									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
20	960,78	2514	3536	4370	4758	5238	6262	6480	7052	8720
61	952,54	2488	3502	4334	4718	5192	6207	6424	6976	8634
100	950,59	2478	3494	4326	4706	5182	6188	6408	6952	8606
150	944,52	2482	3484	4312	4688	5162	6164	6382	6924	8578
200	944,55	2466	3470	4300	4670	5146	6146	6340	6908	8568
250	944,56	2456	3460	4286	4656	5124	6126	6344	6878	8534

Tabela 1. Częstotliwości drgań własnych, bębna nr 1 – metoda temperatury wzrastającej, cd.

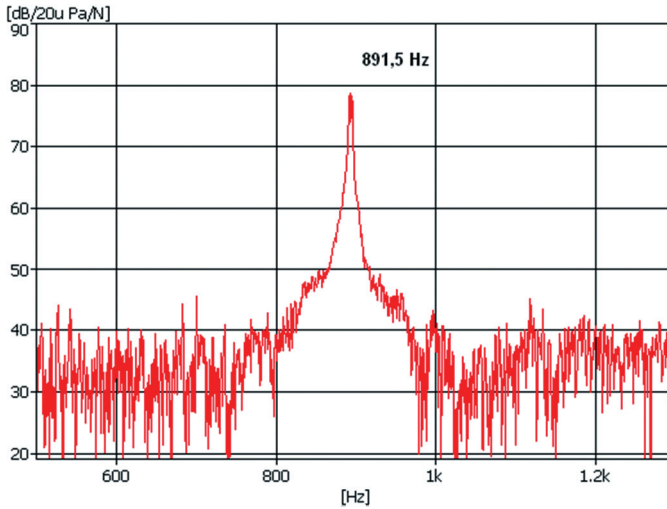
300	940,58	2450	3442	4268	4634	5102	6098	6292	6846	8498
350	932,51	2436	3420	4248	4606	5074	6068	6262	6810	8462
400	928,47	2422	3404	4224	4576	5040	6027	6230	6768	8420
450	924,45	2408	3384	4202	4550	5012	5990	6192	6728	8368
500	912,00	2390	3364	4170	4516	4974	5950	6150	6678	8344

Tabela 2. Zmiany częstotliwości, bębna nr 1 – metoda temperatury wzrastającej

Temp. [°C]	Procentowe zmiany częstotliwości drgań własnych względem temperatury otoczenia Δf									
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
61	0,86%	1,03%	0,96%	0,82%	0,84%	0,88%	0,88%	0,86%	1,08%	0,99%
100	1,06%	1,43%	1,19%	1,01%	1,09%	1,07%	1,18%	1,11%	1,42%	1,31%
150	1,69%	1,27%	1,47%	1,33%	1,47%	1,45%	1,56%	1,51%	1,73%	1,63%
200	1,69%	1,91%	1,87%	1,60%	1,85%	1,76%	1,85%	2,16%	2,04%	1,74%
250	1,69%	2,31%	2,15%	1,92%	2,14%	2,18%	2,17%	2,10%	2,47%	2,13%
300	2,10%	2,55%	2,66%	2,33%	2,61%	2,60%	2,62%	2,90%	2,92%	2,55%
350	2,94%	3,10%	3,28%	2,79%	3,19%	3,13%	3,10%	3,36%	3,43%	2,96%
400	3,36%	3,66%	3,73%	3,34%	3,83%	3,78%	3,75%	3,86%	4,03%	3,44%
450	3,78%	4,22%	4,30%	3,84%	4,37%	4,31%	4,34%	4,44%	4,59%	4,04%
500	5,08%	4,93%	4,86%	4,58%	5,09%	5,04%	4,98%	5,09%	5,30%	4,31%



Bęben nr 2 zbadano, stosując funkcję zoom, skupiając się na pierwszym modzie. Przykładowe widmo FRF (temperatura otoczenia) znajduje się na rys. 6.

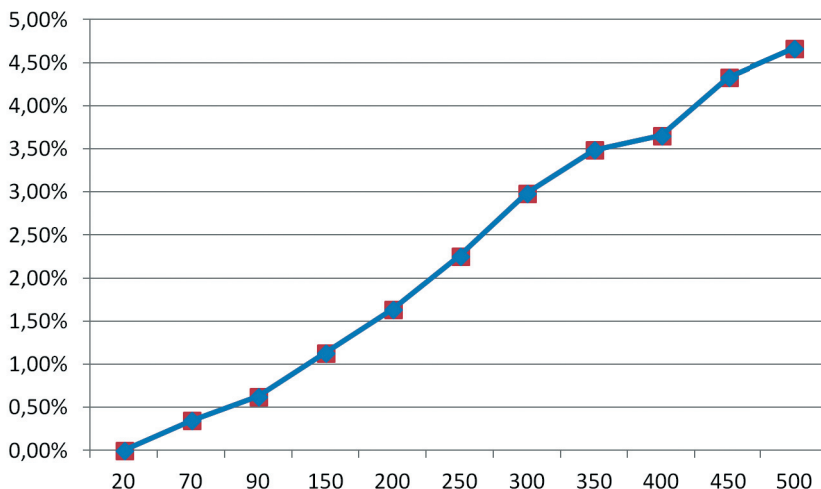


Rys. 6. Charakterystyka zoom – FRF (widmo siły uderzenia – wzbudzenie, widmo hałasu – odpowiedź) bębna nr 2 przy temperaturze otoczenia (20°C).

W tabeli 3 umieszczono częstotliwości pierwszego modu dla całego zakresu temperatur. Wyniki są podobne do wyników dla bębna nr 1. Wykres zależności zmian procentowych od temperatury umieszczono na rys. 7.

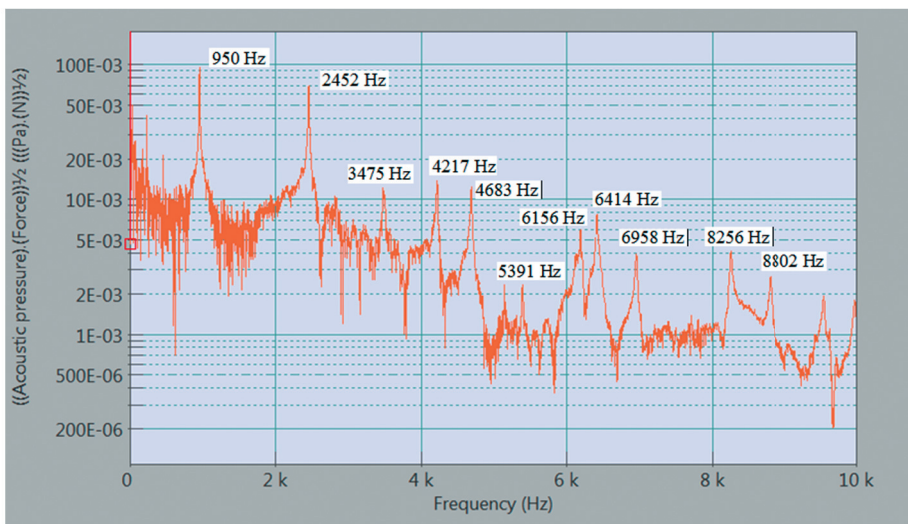
Tabela 3. Częstotliwości drgań własnych pierwszego modu (zoom), bęben nr 2, pomiary metodą temperatury wzrastającej

Temperatura [°C]	f [Hz]	Δf
20	891,5	0
70	888,5	0,35%
90	886	0,63%
150	881,5	1,13%
200	877	1,64%
250	871,5	2,25%
300	865	2,98%
350	860,5	3,49%
400	859	3,66%
450	853	4,33%
500	850	4,67%

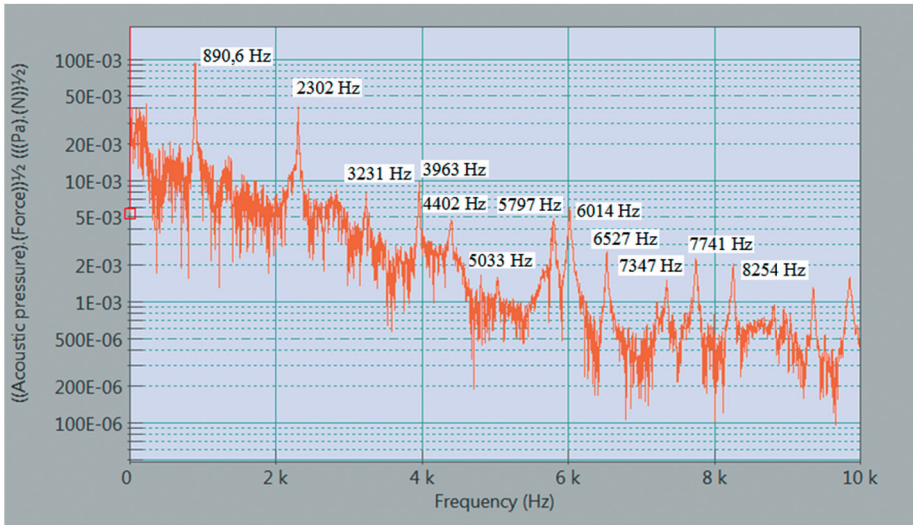


Rys. 7 Zmiany procentowe częstotliwości drgań własnych pierwszego modu w funkcji temperatury dla bębna nr 2 (metoda temperatury wzrastającej - zoom)

Dla bębna nr 1 wykonano dodatkowo pomiary metodą temperatury opadającej. Widmo FRF dla charakterystycznych modów, dla dwóch skrajnych temperatur (20 i 500 °C), znajduje się na rys. 8 i 9.



Rys. 8. Charakterystyka FRF (widmo siły uderzenia - wzbudzenie, widmo hałasu - odpowiedź) bębna przy temperaturze otoczenia (20°C) wraz z zaznaczonymi modami wybranymi do dalszej analizy



Rys. 9. Charakterystyka FRF (widmo siły uderzenia – wzbudzenie, widmo hałasu – odpowiedź) bębna przy temperaturze 500°C

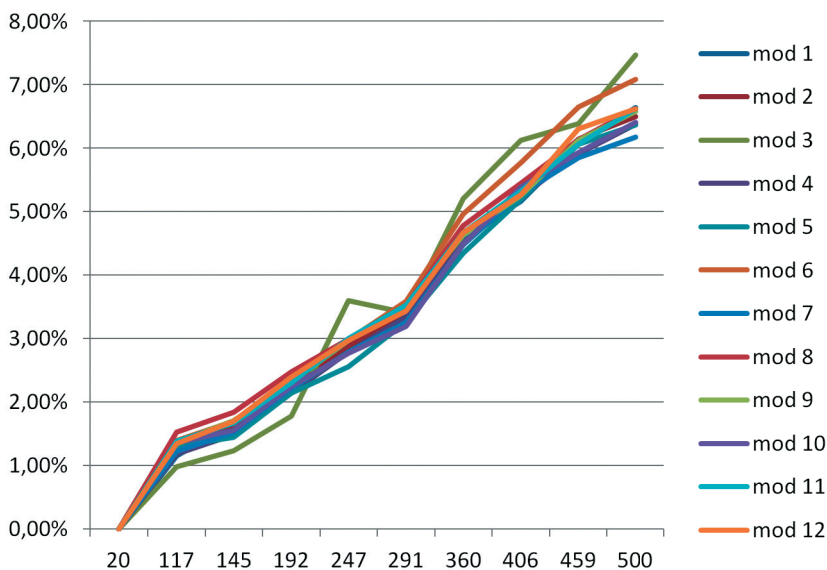
Wyniki pomiarów dla różnych temperatur znajdują się w tabeli 4. Zmiany częstotliwości w procentach znajdują się w tabeli 5. Widać, że dla 500°C zmiana wynosi średnio 7%, czyli o 2% więcej, jak dla wyników badań metodą temperatury wzrastającej. Wykres zmian częstotliwości dla każdego modu został przedstawiony na rys. 10 i 11. Wzrost jest liniowy dla całego zakresu temperatur i nie zależy od częstotliwości modu.

Tabela 4. Częstotliwości drgań własnych, bęben nr 1, pomiary metodą temperatury opadającej

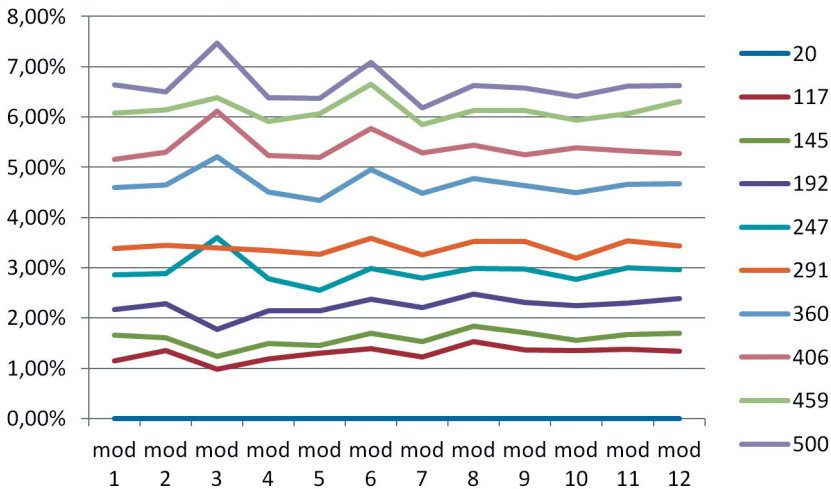
Temp. [°C]	Mod [Hz]											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
20	950	2452	3475	4217	4683	5391	6156	6414	6958	7820	8256	8802
117	939,06	2419	3441	4167	4622	5316	6081	6316	6863	7714	8142	8684
145	934,38	2413	3432	4155	4616	5301	6063	6298	6841	7700	8120	8655
192	929,69	2397	3414	4128	4584	5265	6022	6258	6800	7647	8069	8595
247	923,44	2383	3352	4102	4566	5234	5988	6227	6756	7608	8014	8547
291	918,75	2370	3361	4080	4534	5203	5961	6195	6720	7577	7973	8508
360	907,81	2342	3300	4033	4486	5133	5889	6118	6647	7480	7884	8405
406	903,13	2328	3273	4006	4450	5095	5845	6081	6609	7417	7836	8359
459	895,13	2309	3266	3980	4413	5052	5814	6041	6553	7380	7781	8275
500	890,6	2302	3231	3963	4402	5033	5797	6014	6527	7347	7741	8254

Tabela 5. Zmiany częstotliwości (bęben nr 1) - metoda temperatury opadającej

Temp. [°C]	Procentowe zmiany częstotliwości drgań własnych względem temperatury otoczenia Δf												
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
117	1,15%	1,35%	0,98%	1,19%	1,30%	1,39%	1,22%	1,53%	1,37%	1,36%	1,38%	1,34%	
145	1,66%	1,61%	1,24%	1,49%	1,45%	1,69%	1,53%	1,84%	1,70%	1,56%	1,67%	1,69%	
192	2,17%	2,28%	1,78%	2,14%	2,14%	2,38%	2,21%	2,48%	2,31%	2,25%	2,30%	2,39%	
247	2,86%	2,88%	3,60%	2,79%	2,55%	2,98%	2,79%	2,99%	2,97%	2,77%	3,00%	2,97%	
291	3,38%	3,44%	3,40%	3,34%	3,26%	3,59%	3,26%	3,52%	3,52%	3,19%	3,53%	3,44%	
360	4,59%	4,64%	5,21%	4,51%	4,34%	4,96%	4,48%	4,78%	4,63%	4,49%	4,67%	4,67%	
406	5,16%	5,29%	6,12%	5,23%	5,19%	5,77%	5,28%	5,44%	5,25%	5,39%	5,33%	5,27%	
459	6,08%	6,14%	6,39%	5,92%	6,07%	6,65%	5,85%	6,13%	6,13%	5,93%	6,06%	6,30%	
500	6,64%	6,50%	7,47%	6,38%	6,37%	7,09%	6,17%	6,62%	6,58%	6,41%	6,62%	6,62%	



Rys. 10. Zmiany procentowe częstotliwości drgań własnych wybranych modów w funkcji temperatury dla bębna nr 1 (metoda temperatury opadającej)



Rys. 11. Zmiany procentowe częstotliwości drgań własnych bębna nr 1 w funkcji modu (metoda temperatury opadającej)

5. Podsumowanie

Wyniki pomiarów zarówno metodą spadkową, jak i wzrostową, potwierdziły wpływ temperatury na częstotliwości drgań własnych. W badanym zakresie (częstotliwości i temperatur) wpływ był liniowy i nie zależał od częstotliwości. Dla temperatury 500°C zmiana częstotliwości zmierzona metodą wzrostową wynosiła około 5% (zarówno dla bębna 1 jak i 2), a metodą spadkową (bęben 1) nawet do 7%. Czyli dla żeliwa, z którego wykonany jest bęben hamulcowy, podgrzanie go do temperatury 500°C obniża jego częstotliwość drgań własnych o kilka procent. Jest to niewiele, ale wpływa w sposób znaczący na charakterystykę hałasu słyszalnego.

Zmiana częstotliwości drgań własnych o kilka procent, przy takim przyroście temperatury, który jest osiągalny podczas normalnej eksploatacji samochodu, zwiększa margines, jaki konstruktorzy powinni zachować, jeżeli chodzi o dostrajanie układu hamulcowego samochodu. W przeciwnym razie, jeżeli charakterystyka modalna bębna przesunie się w taki sposób, że nastąpi sprzężenie z innym rezonansem występującym w układzie jezdny samochod, podczas hamowania, przy rozgrzanych hamulcach, może wystąpić uciążliwy hałas, który w przypadku nowych samochodów jest niedopuszczalny.

Okazało się, że wybór metody ma dość istotny wpływ na wynik. Ma to prawdopodobnie związek z czasem wygrzewania bębna w piecu i stabilizacją temperatury. Kolejnym niekorzystnym faktem była konieczność wykonania pomiaru przy otwartych drzwiczkach pieca. Powyższe uwarunkowania miały wpływ na uzyskane wyniki badań.

Literatura

- [1] MUHAMMAD ZAHIR HASSAN: *Experimental modal analysis of brake squeal noise*, Kolej Universiti Teknikal Kebangsaan Malaysia, Faculty of Mechanical Engineering, Karung Berkunci I200, Ayer Keroh, Melaka, Malaysia.
- [2] *Structural Testing Part 1 Mechanical mobility measurements* – OLE DOSSING, Bruel&Kjar 1988
- [3] R.B. RANDALL: *Application of B&K Equipment to Frequency Analysis* – 2nd edition 1977 Bruel&Kjaer Denmark.
- [4] IBRAHIM AHMED, ESSAM ALLAM, MOHAMED KHALIL AND SHAWKI ABOUEL-SEUD, *Automotive Drum Brake Squeal Analysis Using Complex Eigenvalue Methods*, International Journal of Modern Engineering Research (IJMER) Vol. 2, Issue. 1, pp-179-199, Jan-Feb 2012.

Praca została sfinansowana z przyznanej dotacji statutowej dla BOSMAL Sp. z o.o. na finansowanie badań naukowych lub prac badawczo- rozwojowych służących rozwojowi młodych naukowców (Decyzja Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego nr 207494/E/-517/M/2012 z dnia 2 kwietnia 2012).