

Kryteria wyboru adekwatnej funkcji trwałości ostrza skrawającego w programach krokowej regresji wielokrotnej

Cz. II - Przykład aplikacji

dr inż. Ryszard Filipowski

Instytut Technik Wytwarzania, Wydział Inżynierii Produkcji, Politechnika Warszawska

W pracy wykorzystano metodę krokowej regresji wielokrotnej, która pozwala wybrać funkcje o możliwie małej liczbie zmiennych niezależnych oraz ich interakcji. Dobór funkcji regresji przedstawiono na przykładzie badań trwałości ostrza z węgliku spiekane podczas skrawania stali C45. Trwałość ostrza ustalano w/g kryterium zużycia VBB na powierzchni przyłożenia ostrza. Badania były wykonane w/g planu kompozycyjnego pięciopoziomowego dla trzech zmiennych niezależnych: prędkości skrawania v_c posuwu na obrót f oraz głębokości skrawania a_p . Uzyskane funkcje regresji mają trzy formy: pierwsza – liniową z interakcjami w skali równomiernej, druga, także liniowa lecz z interakcjami w skali logarytmicznej oraz trzecia w formie iloczynowej. Przyjęcie jednej z form funkcji regresji ustala prowadzący badania na podstawie analizy statystycznej i analizy reszt.

1. Wstęp

W celu egzemplifikacji proponowanej w pracy [1] metody wykorzystano badania trwałości ostrza z węgliku spiekane podczas toczenia stali C45, dla trzech zmiennych

niezależnych na pięciu poziomach. W tabelicy 1 zamieszczono przedziały trzech zmiennych: $v_c = 80, 220$ m/min; $f = 0,15, 1,0$ mm/obr; $a_p = 0,3, 2,5$ mm na pięciu poziomach oznaczonych kodowo w przedziale $(+\sqrt{2}, -\sqrt{2})$. Zmienną zależną była trwałość ostrza T_r .

Tablica 1. Wartości parametrów v_c , f , a_p na pięciu poziomach w/g skali logarytmicznej

Oznaczenie kodowe wartości parametru	Prędkość skrawania v_c m/sek	Posuw na obrót f mm/obr	Głębokość skrawania a_p mm
$\sqrt{2}$	220,0	1,0	2,5
1	189,7	0,75	1,83
0	132,7	0,37	0,87
-1	92,8	0,19	0,41
$-\sqrt{2}$	80	0,15	-0,30



2. Dane z badań toczenia stali C45 do sporządzenia funkcji trwałości ostrza

Badano zużycie ostrza z węgla spiekanego TNMG 160308 H2 na powierzchni przyłożenia. Wartość zużycia ostrza VB_B mierzono na mikroskopie warsztatowym. Za wartość graniczną kryterium zużycia ostrza przyjęto $VB_B = 0,3$ mm.

Wartości zmiennych niezależnych zostały podzielone na pięć poziomów odpowiadających w skali logarytmicznej wartościom kodowanym: $-\sqrt{2}, -1, 0, +1, +\sqrt{2}$ (Tabl 1).

Graniczne poziomy zmiennych $\pm\sqrt{2}$ odpowiadają granicznym wartościom przyjętych przedziałów parametrów (v_c, f, a_p).

3. układu centrum planu, zwykle przyjmuje się $n_o = 1$.

Łącznie liczba układów planu kompozycyjnego wynosi:

$$n = n_s + n_\alpha + n_o = 8 + 6 + 1 = 15 \quad (1)$$

Poprawnie zbudowany plan badań (Tabl. 2) spełnia trzy warunki:

1. symetrię doświadczeń względem środka eksperymentu, tj. $\sum_{i=1}^n t_{is} = 0$, gdzie: $s = 3, n$ – liczba układów planu.
2. ortogonalność doświadczeń, tj. $\sum_{i=1}^n t_{ij} \cdot t_{ik} = 0$, gdzie $j, k = 1, 2, 3, j \neq k$

Tablica 2. Układy planu badań kompozycyjnego pięcio-poziomowego dla trzech zmiennych niezależnych kodowanych oraz zmiennej zależnej trwałości ostrza

L_p	Kod Prędkość skrawania v_c	Kod Posuw na obrot f	Kod Głębokość skrawania a_p	Minuty Trwałość ostrza T
1	-1	-1	-1	286,9
2	+1	-1	-1	34,12
3	-1	+1	-1	118,63
4	+1	+1	-1	26,7
5	-1	-1	+1	34,17
6	+1	-1	+1	28,07
7	-1	+1	+1	46,2
8	+1	+1	+1	4,28
9	$+\alpha = \sqrt{2}$	0	0	42,28
10	$-\alpha = -\sqrt{2}$	0	0	14,47
11	0	$+\alpha = \sqrt{2}$	0	43,20
12	0	$-\alpha = -\sqrt{2}$	0	28,55
13	0	0	$+\alpha = \sqrt{2}$	45,97
14	0	0	$-\alpha = -\sqrt{2}$	30,33
15	0	0	0	70,82

W Tablicy 2 przedstawiono 15 układów planu kompozycyjnego w czterech kolumnach, dla trzech zmiennych niezależnych kodowanych i zmiennej zależnej trwałości ostrza. Plan kompozycyjny składa się z trzech elementów:

1. jądra planu – na dwóch poziomach (-1, +1) odpowiada to planowi całkowitemu [3], liczba układów jądra planu wynosi: $n_s = 2^2 = 2^3 = 8$.

2. układu punktów gwiazdnych oznaczonych dla kolejnych zmiennych $\pm\alpha = \pm\sqrt{2}$, przy dwóch pozostałych zmiennych na poziomie zero. Liczba układów punktów gwiazdnych $n = 2 \cdot s = 2 \cdot 3 = 6$.

3. równość sum kwadratów we wszystkich kolumnach, tj.

$$\sum_{i=1}^n t_{is}^2 = n_s + n_\alpha = const.$$

Łatwo sprawdzić, że plan kompozycyjny (Tabl. 2) spełnia te trzy wymienione warunki.

Liczbę układów w planie badań (Tabl. 2) można zmniejszyć stosując plany Hartleya, w których jądro planu zawiera plany eksperymentu ułamkowego [3]. Plany Hartleya zmniejszają znacznie nakłady na wykonanie kompletnych badań skrawaniowych, ale z drugiej strony, mała liczba układów planu badań wpływa negatywnie na dokładność funkcji regresji (jej adekwatność).

3. Funkcje regresji dla stali C45 uzyskane w programach krokowej regresji wielokrotnej

Funkcja trwałości dla ostrza z węgla spiekanego TNMG 160308 H20 dla stali C45 w funkcji trzech zmiennych niezależnych: v_c , f , a_p z ich interakcjami, uzyskane w programie *REGSTEP* [4] dla progowego kryterium *proporcji* $PCT = 0,05$ przyjmuje wartość:

a) w skali równomiernej

$$T = 400,25 - 1,8986 \cdot v_c - 63,6782 \cdot f_0 - 170,104 \cdot a_p + 0,9341 \cdot (v_c \cdot a_p) \quad (2)$$

b) w skali logarytmicznej:

$$\ln T = 17,727 - 2,9675 \cdot \ln v_c + 3,4295 \cdot \ln f_0 - 0,63226 \cdot \ln a_p - 0,785 \cdot (\ln v_c \cdot \ln f_0) \quad (3)$$

Analogiczną postać funkcji trwałości ostrza uzyskano za pomocą programu krokowej regresji wielokrotnej *STATISTICA* [5].

Wartość funkcji regresji T uzyskanej w skali logarytmicznej wg (3) oblicza się z definicji logarytmu:

$$T = e^{17,727 - 2,9675 \cdot \ln v_c + 3,4295 \cdot \ln f_0 - 0,63226 \cdot \ln a_p - 0,785 \cdot (\ln v_c \cdot \ln f_0)} \quad (4)$$

Uproszczona funkcja trwałości dla ostrza z węgla spiekanego TNMG 160308 H20 dla stali C45 dla trzech zmiennych niezależnych: $\ln v_c$, $\ln f$, $\ln a_p$ bez ich interakcji, uzyskana w programie *REGSTEP* dla progowego kryterium *proporcji* $PCT = 0,0$ przyjmuje wartość:

$$\ln T = 13,9634 - 2,1976 \cdot \ln v_c - 0,4075 \cdot \ln f_0 - 0,6323 \cdot \ln v_c \cdot \ln a_p \quad (5)$$

Postać (20) można przekształcić do postaci iloczynowej:

$$T = e^{13,9634} \cdot v_c^{-2,1976} \cdot f^{-0,4075} \cdot a_p^{-0,6323} \quad (6)$$

Postać (21) funkcji trwałości ostrza najczęściej występuje w literaturze technicznej [2].

Analogiczne postacie funkcji trwałości ostrza uzyskano za pomocą programu krokowej regresji wielokrotnej *STATISTICA* [5].

Należy zauważyć, że w skali równomiernej (2) istotnym jest inny jednomian interakcji ($v_c \cdot a_p$), zaś w skali logarytmicznej 930 jednomian ($\ln v_c \cdot \ln f_0$).

Zaletą funkcji regresji (3) we współrzędnych logarytmicznych jest to, że posiada ona wartości dodatnie dla wszystkich wartości parametrów w przyjętej dziedzinie, czego nie gwarantuje funkcja regresji w skali równomiernej (2).

Dla sprawdzenia poprawności funkcji regresji tworzone są dlatego w programach krokowej regresji wielokrotnej tablice reszt. W programie *REGSTEP* tablica reszt dla skali logarytmicznej przeliczona jest na skalę równomierną.

Przydatność funkcji regresji w programach *REGSTEP* i *STATISTICA* jest weryfikowana dodatkowo przez testy statystyczne, tj.: test F , współczynnik korelacji wielokrotnej R i test t Studenta.

Dla równania trwałości ostrza w skali równomiernej (2) testy te mają wartości:

$$R = 0,822; \quad F = 5,23; \\ t_{Studenta} \quad t_{v_c} = -3,292, \quad t_{a_p} = 2,449; \\ t_{f_0} = -1,347; \quad t_{v_c, a_p} = 1,925;$$

Dla równania trwałości ostrza w skali logarytmicznej (3) testy te mają wartości:

$$R = 0,912; \quad F = 12,42; \\ t_{Studenta} \quad t_{v_c} = 3,82, \quad t_{a_p} = 3,434; \\ t_{v_c, f_0} = -1,142; \quad t_{f_0} = 1,019;$$

Program *REGSTEP* posiada dodatkowo podprogram generowania wykresu reszt, co ułatwia łatwe wyszukiwane ujemnych wartości równania regresji, szczególnie gdy liczba układów planu jest duża.

Program *REGSTEP* opracowano w języku Fortran na podstawie opracowania [4]. Kompilację wykonano w *DIGITAL Visual Fortran Version 6.0*.

4. Wnioski

Z przytoczonej analizy testów statystycznych i analizy reszt wynika, że postać logarytmiczna funkcji regresji (3) jest postacią bardziej poprawną (adekwatną).

Przy dużej ilości zmiennych niezależnych do ustalenia postaci funkcji regresji zaleca się stosować program krokowej regresji wielokrotnej. Przy przyjętych wartościach progowych dla wprowadzania zmiennych do funkcji regresji, program krokowej regresji wielokrotnej eliminuje niektóre interakcje lub potęgi zmiennych, co pozwala uzyskać bardziej zwartą i zarazem dokładną postać tej funkcji.

Literatura

- Filipowski R.: *Kryteria wyboru adekwatnej funkcji trwałości ostrza w programach krokowej regresji wielokrotnej*, cz. I – Metodyka. *Obróbka Metalu* nr 3/2015.
- Grzesik W.: *Podstawy skrawania materiałów konstrukcyjnych*, WNT, Warszawa, 2010.
- Polański Zb.: *Planowanie doświadczeń w technice*, PWN, Warszawa 1984.
- System/360 Scientific, Subroutine Package (360 A – CM 03X) Version III, IBM Technical Publication Department, Fifth Edition 1970.
- Program *STATISTICA*, www.StatSoft.pl