ARCHIWUM INSTYTUTU INŻYNIERII LĄDOWEJ Nr 27

2018

ANALIZA WYBRANYCH PRZEMIESZCZEŃ OSIOWYCH BEZSTYKOWEGO TORU KOLEJOWEGO POWSTAJĄCYCH PODCZAS JEGO EKSPLOATACJI¹

Włodzimierz Andrzej BEDNAREK Politechnika Poznańska, Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska

Podczas eksploatacji bezstykowego toru kolejowego dochodzi do powstawania osiowych przemieszczeń podłużnych na jego długości. Koincydencja wielu czynników prowadzi do powstawania niekorzystnych mikroprzemieszczeń szyn, które mogą przybrać formę przemieszczeń w postaci np. pełzania czy poślizgu toru na współpracującym podłożu (po przekroczeniu przemieszczeń określonych jako graniczne). W pracy przedstawiono analizę następujących czynników powodujących przemieszczenia podłużne toru kolejowego:

- różne działanie temperatury (insolacja szyny), _
- zmienną, podczas eksploatacji, aktualną temperaturę neutralną,
- różną temperaturę przytwierdzenia szyny do podkładów podczas jego budowy,
- nierównomierny rozkład temperatury na długości toru kolejowego,
- działanie poziomych sił wymuszających (np. hamowanie pociągów). _

Powstające podczas eksploatacji czynniki wymuszające, wywołują lokalne, strefowe przemieszczenia poziome przekrojów poprzecznych szyny (szczególnie niekorzystne w strefie centralnej bezstykowego toru kolejowego). Przemieszczenia osiowe toru powoduja reakcję pozioma podłoża w takim stopniu, na jaki pozwala wartość powstającego przemieszczenia (rys. 1, 2 i 5.

W pracy zawarto również przykłady obliczeniowe, wykresy i tabele obrazujące wpływ analizowanych parametrów na otrzymywane przemieszczenia podłużne bezstykowego toru kolejowego.

Słowa kluczowe: tor bezstykowy; przemieszczenie podłużne; czynniki wymuszające.

1. WPROWADZENIE

Z problematyką przemieszczeń podłużnych toru kolejowego spotykamy się podczas analizy jego pracy w następujących zagadnieniach [1-8,10-19]):

- oceny nawierzchni kolejowej z uwagi na trwałe podłużne przemieszczenia,
- współdziałania mostu z torem w warunkach zmian temperatury,
- wyboczenia czy jego stateczności.

¹ DOI 10.21008/j.1897-4007.2018.27.01

Analizowane w pracy zagadnienia związane są z lokalnymi odcinkami występowania poziomych przemieszczeń przekrojów poprzecznych szyn, które są następstwem pojawiających się w nich nierównomiernych rozkładów temperatur na długości toru bezstykowego i poziomych sił wymuszających [6, 8, 11, 15]. Przemieszczenia poziome u toru, wywołują reakcję poziomą podłoża podsypkowego r(u), zależną od wartości tego przesunięcia u przekroju poprzecznego toru (co pokazano na rys. 1 i 2) [2, 20, 21]:



Rys. 1 Typowy opór podłużny podłoża podsypkowego podczas eksploatacji toru kolejowego (podkład drewniany) [20]: 1) badania rzeczywiste; 2) model zastępczy.

Opór rzeczywisty podłoża podsypkowego jest opisywany modelem zastępczym – np. modelem sprężystym (rys. 2b), plastycznym (rys. 2a) lub sprężystoplastycznym (rys. 2c) [1-3,5,20]. Modele te wykorzystywane są do analizy przemieszczeń podłużnych wskutek lokalnej różnicy temperatury czy hamowania pociągów (pkt. 3 pracy).



Rys. 2. Modele oporu podłużnego podsypki [1, 2]

Na podstawie badań doświadczalnych i analiz zawartych w pracy [9], w tablicy 1 pokazano typowe charakterystyki oporu podłużnego dla toru bezstykowego z szyn 60E1.

Jak wynika z tablicy 1, podczas eksploatacji toru kolejowego, opór podłoża podsypkowego wynosi:

$$r_0 = r_{sr} \approx 0,002 \div 0,01 \, [MN/m]$$

(od wszystkich zluzowanych śrub stopowych do prawidłowo zakręconych śrub stopowych) [9]. Uzyskane w tym punkcie wartości wykorzystano do przykładów obliczeniowych (patrz pkt. 3.1).

| Stan śrub stopowych | Stała termiczna toru [<i>mm</i> /1° <i>C</i>] | r_{sr} $[MN/m]$ |
|---------------------------|---|-------------------|
| 1 | 2 | 5 |
| zakręcone prawidłowo | 0,3272 | 0,00902 |
| zakręcone prawidłowo | 0,2885 | 0,01023 |
| 70 % zluzowanych | 0,8077 | 0,00365 |
| wszystkie zluzowane | 1,3847 | 0,00213 |

Tab 1. Zależność średniego oporu skumulowanego od stanu śrub stopowych

2. NIERÓWNOMIERNY ROZKŁAD TEMPERATURY NA DŁUGOŚCI BEZSTYKOWEGO TORU KOLEJOWEGO

Powstająca w przekrojach poprzecznych toru zmienna różnica temperatur:

$$\Delta t = t - t_P$$

wywołuje w torze bezstykowym nierównomierny rozkład podłużnej siły termicznej

$$N_t = E_s \cdot A \cdot \alpha_t \cdot \Delta t$$

gdzie: t_P – temperatura przytwierdzenia szyn do podkładów,

t – aktualna temperatura szyny,

 α_t – współczynnik rozszerzalności stali szynowej,

 $E_S - A$ - sztywność poprzeczna toru,

której przebieg pokazano schematycznie linią ciągłą na rys. 3. Nierównomierność tę dodatkowo zwiększa wpływ pełzania eksploatowanego toru bezstykowego pod ruchem pociągów, który powoduje niekorzystne zmiany w układzie temperatur t_P . Linia kreskowana na rys. 3 oznacza obliczeniowy rozkład siły termicznej N_{t0} . Rozkład obliczeniowy (trapezowy) N_{t0} na rys. 3 odpowiada szczególnemu przypadkowi zachowania się prostego toru bezstykowego przy równomiernym wzroście temperatury na całej jego długości, dla t_p = const.



Rys. 3. Schematy obliczeniowe przejęte do analizy [1, 2]

Dodatkowo czynnikami wymuszającymi przemieszczenia osiowe toru są podłużne siły, np. od hamowania pociągu (rys. 5 i pkt. 3.4.1).



Rys. 4. Element różniczkowy toru [1]





3. ANALIZA STANU PRZEMIESZCZEŃ OSIOWYCH W TORZE BEZSTYKOWYM OD WPŁYWU LOKALNYCH ZMIAN TEMPERATUR

Powstające w wyniku miejscowych różnic temperatury szyny siły ΔN na długości toru, pokazane schematycznie na rys. 3, wywołują lokalne przemieszczenia poziome przekrojów poprzecznych szyny (o wartościach maksymalnych od $u_{0, i-1}$ do $u_{0, i+4}$) [1-4,11]. Przemieszczenia te powodują reakcję poziomą podłoża r(u) zależną od wartości u. Funkcję r(u), dla celów analizy, przedstawiono przy pomocy kilku modeli na rys. 2 i 4.

Rozważając wpływ siły termicznej ΔN_{ti} na pracę toru, odpowiednio dla modeli zamieszczonych na rys. 2 otrzymujemy:

1) dla modelu plastycznego z rys. 2a: $r=r_g \rightarrow \text{wzory na } u$, N_{td} i l_w – zasięg oddziaływania działającej siły; schematy obliczeniowe i przybliżony przebieg funkcji u i N_{td} , w układzie lokalnym, pokazano na rys. 6, mają postać [2, 8]:

$$u = \frac{r_g}{2 \cdot E_s \cdot A} \cdot x^2 - \frac{\Delta N_{ti}}{2 \cdot E_s \cdot A} \cdot x + \frac{\Delta N^2_{ti}}{8 \cdot E_s \cdot A \cdot r_g}; N_{td} = r_g \cdot x - \frac{\Delta N_{ti}}{2}; l_w = \frac{\Delta N_{ti}}{2 \cdot r_g}$$
(3.1)



Rys 6. Schemat obliczeniowy i przebiegi funkcji u i N_{td} [1]

2) dla modelu sprężystego z rys. 1.2b, przy $r = k_1 \cdot u$, otrzymujemy:

$$u = \frac{\Delta N_{ti}}{2 \cdot E_S \cdot A \cdot \sqrt{\alpha}} \cdot e^{-\sqrt{\alpha} \cdot x}, N_{td} = -\frac{\Delta N_{ti}}{2} \cdot e^{-\sqrt{\alpha} \cdot x}, l_w = \infty \operatorname{przy} \alpha = \frac{k_1}{E_S \cdot A}$$
(3.2)

3) dla modelu z rys. 1.2d, przy $r = r_0 + k_1 \cdot u$, otrzymujemy:

$$u = -\frac{\beta}{\alpha} \cdot \left[1 - \cosh\left(\left(\sqrt{\alpha} \cdot x\right) \mp \arcsinh\left(\frac{\Delta N_{ti} \cdot \sqrt{\alpha}}{2 \cdot \beta \cdot E_S \cdot A}\right)\right) \right]$$
(3.3)

$$N_{td} = \frac{\beta \cdot E_S \cdot A}{\sqrt{\alpha}} \cdot \left[\sinh\left(\left(\sqrt{\alpha} \cdot x\right) \mp \arcsinh\left(\frac{\Delta N_{ti} \cdot \sqrt{\alpha}}{2 \cdot \beta \cdot E_S \cdot A}\right) \right) \right]$$
(3.4)

$$l_{w} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \cdot \arcsin h \left(\frac{\Delta N_{ti} \cdot \sqrt{\alpha}}{2 \cdot \beta \cdot E_{S} \cdot A} \right), \text{ gdzie } \alpha = \frac{k_{1}}{E_{S} \cdot A}, \ \beta = \frac{r_{0}}{E_{S} \cdot A}$$
(3.5)

gdzie: k₁ – współczynnik sztywności poziomej podłoża [MPa].

3.1. Przykłady obliczeniowe

Do obliczeń przyjęto następujące dane:

- tor bezstykowy 49E1 i 60E1, z podkładami drewnianymi, na podsypce tłuczniowej, w układzie lokalnym (rys. 6), odpowiednio przy wartościach [1–3, 20, 21]:
- $E_s \cdot A = 2644,74 MN$ (49E1); $E_s \cdot A = 3228,12 MN$ (60E1) oraz:

$$-\alpha_{t} = 1.15 \cdot 10^{-5} \frac{1}{K}, r_{0} = 0.003 MN / m, r_{g} = 0.00213 \div 0.010MN / m \text{ (tabl. 1)},$$

- $k_1 = 1,0 MPa$, $k_1 = 1,4 MPa$ oraz $k_1 = 2,0 MPa$ przy $u_g = 0,005 m$ (patrz rys. 2).
- $\Delta (\Delta t)_i = 1, 2, ..., 14[K]$

Na rys. 7 pokazano wykres maksymalnych przemieszczeń toru dla przyjętych wyżej parametrów oraz modeli opisanych w pkt. 3 pracy.

Jak widać na rys. 7, najmniejsze wartości przemieszczeń osiowych toru wskutek lokalnej różnicy temperatury, otrzymujemy dla modelu plastycznego, przy dużej wartości r_g . Ponadto wyraźnie widać, że taka lokalna różnica temperatur, szczególnie niekorzystnie wpływa na tor z szynami o większym przekroju poprzecznym.

3.2. Możliwość wystąpienia poślizgów rusztu torowego po podsypce wzdłuż osi toru

W pracy [15], rozpatrując zagadnienie poziomych przemieszczeń toru bezstykowego w związku z nierównomiernym rozkładem temperatury w szynie na jej długości, zakładano dla przyjętego modelu sprężystego (por. rys. 2b) wartość $k_1 = 37 MPa$, czyli znacznie wyższą od obliczeniowej wartości $k_1 = 1, 0 \div 2, 0$ *MPa* (rys. 7), którą oszacowano na podstawie wyników badań doświadczalnych. Dla tak dużej wartości $k_1 = 37 MPa$, wg powyżej podanych wzorów, oblicza się: a)

b)



Rys. 7. Maksymalne przemieszczenia toru wskutek lokalnej różnicy temperatury Δ(Δti)dla przyjętych modeli obliczeniowych (wzory 3.1 – 3.5)
a) tor z szynami 60E1; b) tor z szynami 49E1 [8]

$$\alpha = \frac{k_1}{E_s \cdot A} = 0,01146 \ m^{-2} \ , \ \sqrt{\alpha} = 0,10706 \ m^{-1} \ , \ u = 3,762 \cdot 10^{-4} \cdot \exp(\mp 0,1071 \cdot x)$$

oraz

$$u_{\text{max}} = 3,762 \cdot 10^{-4} \ m$$
, $r = -k_1 \cdot u = -0,014 \cdot \exp(\mp 0,1071 \cdot x)$, $\frac{|r|_{max}}{m} = 0,014 \ MN \ / m$

czyli wartość większą od przyjętej $r_g = 0.01 \text{ MN/m}$ (rys. 7 i tabl. 1), co wskazuje na możliwość wystąpienia *poślizgów rusztu torowego* po podsypce wzdłuż osi toru, w kierunku od wyższej do niższej temperatury szyny.

Długość odcinka wystąpienia poślizgów toru oblicza się z równania: $r = r_s$, z którego otrzymujemy $c = 2 \cdot 3, 142 = 6,284 \text{ m}$. Natomiast wartość $\Delta(\Delta t)_i$, od momentu której rozpoczyna się poślizg rusztu torowego po podsypce określa się, w punkcie o odciętej x = 0, z następującego równania:

$$r_g = k_1 \cdot u(0) = k_1 \cdot \frac{\Delta N_{ti}}{2 \cdot E_s \cdot A \cdot \sqrt{\alpha}} = \frac{k_1 \cdot \alpha_t \cdot \Delta (\Delta t)_i}{2 \cdot \sqrt{\alpha}},$$

stąd otrzymujemy:

$$\Delta(\Delta t)_i = \frac{2 \cdot r_g \cdot \sqrt{\alpha}}{k_1 \cdot \alpha_i} = 5,03 \ K$$

Jak z powyższych obliczeń wynika, otrzymana wartość różnicy temperatury szyny 5 [K] została określona na podstawie zbyt dużej wartości współczynnika sztywności poziomej podłoża k_l , która nie znajduje w pełni potwierdzenia w wynikach badań doświadczalnych oporu podłużnego podsypki (tabl. 1). Dlatego w tym przypadku proponuje się przyjęcie następujących wartości parametrów:

$$r_0 = 0,003 \ MN \ / \ m, \ r_g = 0,010 \ MN \ / \ m,$$

 $k_1 = 2,0 \div 5,0MPa, \ u_g = 0,005 \div 0,0014m,$

które znajdują uzasadnienie na rysunku 1 i tablicy 1.

Przykładowo dla tych parametrów i modelu z rys.2d oblicza się $(r_0 = 0,003 \text{ MN} / m, r_g = 0,010 \text{ MN} / m, k_1 = 5,0 \text{ MPa}, u_g = 0,0014 \text{ m})$:

$$\alpha = 1,549 \cdot 10^{-3} \ m^{-2} \ , \ \sqrt{\alpha} = 3,9357 \cdot 10^{-2} \ m^{-1} \ , \ \beta = 9,2937 \cdot 10^{-7} \ m^{-1} \ ,$$
$$u = -6 \cdot 10^{-4} \cdot \left[1 - \cosh(3,9357 \cdot 10^{-2} \ x \mp 1,3036)\right] \ , \ l_w = 33,122 \ m \ ,$$
$$dla \ x = 0, \ u_{max} = -6 \cdot 10^{-4} \cdot (1 - 1,977) = 0,00059 \ m \ .$$

$$N_{td} = E_s \cdot A \cdot \frac{du}{dx} = 0,07623 \cdot \sinh(3,9357 \cdot 10^{-2} \cdot x \mp 1,3036)$$

dla x = 0, $N_{td} = \mp 0,130 MN$,

$$r = -E_{s} \cdot A \cdot \frac{d^{2}u}{dx^{2}} = -0,003 \cdot \cosh(3,9357 \cdot 10^{-2} \cdot x \mp 1,3036) ,$$

dla $x = \pm l_{w}, r = -0,003 MN / m$; dla $x = 0, r = -0,00593 MN / m .$
 $\omega = \int_{0}^{-l_{w}} r dx = 0,130 MN, r_{sr} = -\frac{\omega}{l_{w}} = -\frac{0,130}{33,122} = -\frac{0,003925 MN / m}{33,122} .$

3.3. Dyskusja wyników otrzymanych w pkt. 3.1 i 3.2

Przydatność zastosowanych modeli podłoża do analizy przemieszczeń osiowych toru bezstykowego jest różna. Dla dużych przyrostów temperatury Δt , np. $\Delta t = 45 K$, którym towarzyszą wysokie wartości siły termicznej w szynach, tor bezstykowy doznaje znacznych przesunięć osiowych, większych od u_g, co ma miejsce przede wszystkim w strefach tzw. *odcinków oddychających*, to wówczas przydatnym okaże się model plastyczny (rys. 2a). Natomiast do analizy wpływu lokalnych nierównomiernych zmian temperatury na długości toru, właściwym w dalszym zastosowaniu jest raczej model oporu podłużnego podsypki z rys. 2d. Przydatność modelu sprężystego (rys. 2b), często wykorzystywanego efektywnie w zakresie np. analizy wyboczenia toru w płaszczyźnie pionowej, jest w rozważanym przypadku nierównomiernych zmian temperatury raczej bardzo ograniczona.

Z drugiej strony przyjmowanie do obliczeń np. zbyt dużych wartości współczynnika sztywności poziomej podłoża k_1 =5÷10 [MPa], nie znajduje w pełni potwierdzenia w wynikach badań doświadczalnych oporu podłużnego podsypki (patrz tabl. 1). Dlatego rozsądnym rozwiązaniem jest przyjęcie następujących wartości parametrów:

 $r_0 = 0,003 \text{ MN} / m$, $r_g = 0,01 \text{ MN} / m$, $k_1 = 2,0 \text{ MPa}$, $u_g = 0,005 \text{ m}$,

które znajdują uzasadnienie zarówno na rys. 1. jak i w tabl. 1.

Dla tych parametrów i wspomnianych wyżej modeli (a, b i d) z rys. 2 oblicza się – tabl. 2:

Tab. 2. Przemieszczenia podłużne u(x), rozkład siły termicznej N(x) i oporu poprzecznego r(x) w zależności od przyjętego modelu obliczeniowego

| 3° – dla modelu z rys. 1.2d (r = r_0+k-u) otrzymujemy: 3 | dla $k_1 = 2,0$ [MfPa] i $r_0 = 0,003$ [MfN/m] $\alpha = 6,196 \cdot 10^{-4} m^{-2}, \beta = \frac{r_0}{E_s \cdot A} = 9,2937 \cdot 10^{-7} m^{-1}$ $u = -1,5 \cdot 10^{-3}, [1 - cosh(2,4891 \cdot 10^{-2} \cdot x \mp arcsin h(1,0786))]$ dia: $x > 0, (-), x < 0, (+)$ $u = -1,5 \cdot 10^{-3}, [1 - cosh(2,4891 \cdot 10^{-2} \cdot x \mp 0,9359)]$ $m(0) = u_{max} = -1,5 \cdot 10^{-3}, (1 - 1,471) = 0,7063 \cdot 10^{-3}m$ dia $u_g = 5,0 \cdot 10^{-3}m$ $M_{id} = E_S \cdot A \cdot \left(\frac{\beta}{\sqrt{\alpha}} \cdot sinh\left(\sqrt{\alpha} \cdot x - asinh\left(\frac{\Delta N_i}{2} \cdot \frac{\sqrt{\alpha}}{\beta \cdot E_S \cdot A}\right)\right)\right)$ $N_{id} = E_S \cdot A \cdot \frac{du}{dx} = 0,1205 \cdot sinh\left(2,4891 \cdot 10^{-2} \cdot x \mp 0,9359\right)$ $d_{ia} x = 0, N_{id} = \pi n_{i}$, $mamy$: $u = 0, N_{id} = 0$ $i_w = 37,599m; d_{ia} x = l_w$, $mamy$: $u = 0, N_{id} = 0$ $r = -E_S \cdot A \cdot \frac{d^2}{dx^2} = -0,003 \cdot cosh(2,4891 \cdot 10^{-2} \cdot x \mp 0,9359)$ $d_{ia} x = 0, N_{id} = \pi l_w, r = -0,003 \cdot ANV m$ $d_{ia} x = 0, r = -1,471 \cdot 0,003 = -0,004413 MNV m$ $a = \int_0^{-1} r dx = 0,130 MN \cdot r_{2x} = -\frac{a}{l_w} = -0,003475 MNV m$ |
|---|---|
| 2° – dla modelu z rys. 1.2b (r = <u>k.u</u>) otrzymujeny: 2 | dia $k_I = 2,0$ [MPa] $\alpha = \frac{k_1}{E_S \cdot A} = 6,196 \cdot 10^{-4} m^{-2}, \sqrt{\alpha} = 2,4891 \cdot 10^{-2} m^{-1}$ $u = 1,618 \cdot 10^{-3} \cdot \exp(\mp 2,4891 \cdot 10^{-2} \cdot x)$ dia $x > 0(-), x < 0, (+)$. dia x > 0(-), x < 0, (+). $r = -E_S \cdot A \cdot \frac{d^2 u}{dx^2} = -k_1 \cdot u =$ $\sum_{a=3,236 \cdot 10^{-3} \cdot \exp(\mp 2,4891 \cdot 10^{-2} \cdot x)$ dia $x = 0, r_{min} = -3,236 \cdot 10^{-3} MN/m$ $N_{id} = E_S \cdot A \cdot \frac{du}{dx} = \mp 0,130 \cdot \exp(\mp 2,4891 \cdot 10^{-2} \cdot x)$ $l_w = \infty, \lim_{x \to \pm\infty} N_{id} = 0, \lim_{x \to \pm\infty} r = 0$ |
| 1° - dla modelu z rys. 1 βa (r = gg) otrzymujemy: 1 | $\begin{aligned} & \text{dla} \ f_g = 0,002131 \ [\text{MNVm}] \\ & u = 3,31 \cdot 10^{-7} \cdot x^2 \mp 4,03 \cdot 10^{-5} \cdot x + 123 \cdot 10^{-3} \\ & u(0) = u_{\text{max}}^1 = 1,23 \cdot 10^{-3} m ; l_w = 61,0m \\ & \text{dla} \ r_g = 0,00365 \ [\text{MNVm}] \\ & u(0) = u_{\text{max}}^2 = 7,17 \cdot 10^{-4} m ; l_w = 35,62m \\ & u(0) = u_{\text{max}}^2 = 7,17 \cdot 10^{-4} m ; l_w = 35,62m \\ & u(0) = u_{\text{max}}^2 = 7,17 \cdot 10^{-4} m ; l_w = 35,62m \\ & u(0) = u_{\text{max}}^2 = 2,62 \cdot 10^{-4} m ; l_w = 13,0m \\ & u(0) = u_{\text{max}}^2 = 2,62 \cdot 10^{-4} m ; l_w = 13,0m \\ & u(0) = u_{\text{max}}^2 < u_{\text{max}}^2 < u_{\text{max}}^2 = 1,0 \cdot (-) , x < 0, (+) \\ & u(0) = u_{\text{max}}^3 = 2,62 \cdot 10^{-4} m ; l_w = 13,0m \\ & u(0) = u_{\text{max}}^3 = 2,62 \cdot 10^{-4} m ; l_w = 13,0m \\ & u(0) = u_{\text{max}}^3 < u_{\text{max}}^2 < u_{\text{max}}^2 < u_{\text{max}}^2 = r_g^2 \\ & y_{\text{max}}^2 < u_{\text{max}}^2 < u_g^2 = r_g^2 \\ & y_{\text{max}}^2 < u_{\text{max}}^2 < u_g^2 = r_g^2 \\ & y_{\text{max}}^2 = 1, g_g^2 \cdot x - \frac{\Delta N_g}{dx^2} = r_g^2 \\ & N_{gi} = r_g^2 \cdot x - \frac{\Delta N_g}{dx^2} = r_g^2 \\ & N_{gi} = r_g^2 \cdot x - \frac{\Delta N_g}{dx} \\ & y_{\text{max}} > 0, (-), x < 0, (+) \end{aligned}$ |

3.4. Pełzanie toru kolejowego

Powstający podczas eksploatacji zmienny opór podłużny na długości toru (spowodowany m. in. różnym stanem zagęszczenia podsypki, różną siłą docisku stopki szyny do przekładki), okresowo działające siły od pojazdów, zmienna wartość przyczepności kół do szyn, a także różny stopień nagrzania szyny, powodują odcinkowe zaburzenia stanu równowagi pracy bezstykowego toru kolejowego [8,10,15]. W pewnych przypadkach może to spowodować występowanie mikroprzemieszczeń szyn, które mogą przybrać formę pełzania szyn, prowadzące go do zmian wartości sił podłużnych na długości odcinka, na którym wystąpi-ło przemieszczenie (co można uznać za zmianę temperatury neutralnej).

3.4.1. Analiza modelowa zjawiska pełzania toru bezstykowego

W analizie tego zjawiska, bezstykowy tor kolejowy modelowany jest w następujący sposób [10, 11]:

– szyny jako sprężyste, symetryczne belki o sztywności podłużnej $E \cdot A$,

podłoże szyn traktowane jako sprężyste,

obciążeniem konstrukcji nawierzchni jest poruszający się i hamujący/rozpędzający się pociąg.

Wykorzystując symetrię układu obliczamy przemieszczenia toru kolejowego dla połowy pociągu co pokazano na rys. 8.



Rys. 8. Modelowa charakterystyka zjawiska pełzania toru bezstykowego w przypadku obciążeń mechanicznych [10,11] 2l_t – długość pociągu, u – podłużne przemieszczenie toru, k₁ – jednostkowa sztywność podłoża, q – ciężar jednostkowy, t – jednostkowa siłą hamowania

Rozwiązanie tak postawionego problemu ma postać [10,11]:

$$u_{1}(x) = \frac{t}{k_{1}} \cdot \left(1 - \frac{\cosh(\beta \cdot x)}{e^{\beta \cdot l_{t}}}\right), \text{ dla } |x| \le l_{t};$$

$$u_{1}(x) = \frac{t}{k_{1}} \cdot \left(\frac{\sinh(\beta \cdot l_{t})}{\sinh(\beta \cdot l_{t}) + \cosh(\beta \cdot l_{t})}\right) \cdot e^{-\beta \cdot (x - l_{t})}, \text{ dla } |x| > l_{t}$$
(3.6)
gdzie: $\beta = \sqrt{\frac{k_{1}}{E \cdot A}} \text{ oraz } l_{t} - \text{połowa pociągu.}$

Na rys. 9 zamieszczono wyniki obliczeń powstających przemieszczeń podłużnych zarówno dla toru bezstykowego z szyn 60E1 jak i 49E1.

Jak widać na rys. 9, najmniejsze wartości przemieszczeń osiowych toru wywołane hamowaniem pociągu, otrzymujemy dla dużej wartości współczynnika oporu podłużnego podłoża podsypkowego (k_1) oraz mniejszej wartości długości pociągu (l_t) oraz przede wszystkim małej wartości jednostkowej siły hamowania (t). Ponadto wyraźnie widać, że wpływ analizowanego w tym punkcie czynnika wymuszającego (t), szczególnie niekorzystnie wpływa na tor z szynami o mniejszym przekroju poprzecznym.

Analizując otrzymane wykresy oraz wzór (3.6), można w kolejnym kroku rozważań, określić minimalne wartości współczynnika oporu podłużnego podłoża podsypkowego (k_1), zapewniającego jeszcze pracę podsypki w fazie sprężystej podczas hamowania pociągu (tabl. 3 i 4).

| | | $l_{\rm t} = 100 [{\rm m}]$ | $l_{\rm t} = 100 [{\rm m}]$ | $l_{\rm t} = 150 [{\rm m}]$ | $l_{\rm t} = 150 [{\rm m}]$ |
|------|--------|------------------------------|--------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| Ln | t | $u_{\rm g} = 0,005 [\rm m]$ | $u_{\rm g} = 0,010 [{\rm m}]$ | $u_{\rm g} = 0,005 [\rm m]$ | $u_{\rm g} = 0,010 [\rm m]$ |
| L.p. | [MN/m] | k_1^{min} [MPa] | k_1^{min} [MPa] | k_1^{min} [MPa] | k_1^{min} [MPa] |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 0,002 | 0,248 | 0,087 | 0,324 | 0,130 |
| 2 | 0,004 | 0,629 | 0,248 | 0,734 | 0,324 |
| 3 | 0,006 | 1,034 | 0,433 | 1,147 | 0,528 |
| 4 | 0,008 | 1,446 | 0,629 | 1,558 | 0,734 |
| 5 | 0,010 | 1,859 | 0,830 | 1,967 | 0,941 |
| 6 | 0,012 | 2,272 | 1,034 | 2,373 | 1,147 |
| 7 | 0,014 | 2,684 | 1,239 | 2,778 | 1,353 |
| 8 | 0,016 | 3,095 | 1,446 | 3,182 | 1,558 |
| 9 | 0,018 | 3,506 | 1,652 | 3,586 | 1,763 |
| 10 | 0,020 | 3,915 | 1,859 | 3,988 | 1,967 |

Tab 3. Minimalne wartości współczynnika oporu podłużnego podłoża podsypkowego (*k*₁)zapewniającego pracę podsypki w fazie sprężystej dla toru z szynami **49E1**



Rys. 9. Wpływ oporu podłoża (k₁), sztywności poprzecznej toru (EA_i), długości pociągu (l_t) oraz jednostkowej siły hamowania (t) na przemieszczenia podłużne bezstykowego toru kolejowego

| | | $l_{\rm t} = 100 [\rm m]$ | $l_{\rm t} = 100 [\rm m]$ | $l_{\rm t} = 150 [\rm m]$ | $l_{\rm t} = 150 [\rm m]$ |
|------|--------|-------------------------------|--------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| L.p. | t | $u_{\rm g} = 0,005 [{\rm m}]$ | $u_{\rm g} = 0,010 [{\rm m}]$ | $u_{\rm g} = 0,005 [{\rm m}]$ | $u_{\rm g} = 0,010 [{\rm m}]$ |
| L.p. | [MN/m] | k_1^{min} [MPa] | k_1^{min} [MPa] | k_1^{min} [MPa] | k_1^{min} [MPa] |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 0,002 | 0,227 | 0,077 | 0,307 | 0,120 |
| 2 | 0,004 | 0,594 | 0,227 | 0,714 | 0,307 |
| 3 | 0,006 | 0,992 | 0,404 | 1,127 | 0,509 |
| 4 | 0,008 | 1,401 | 0,594 | 1,540 | 0,714 |
| 5 | 0,010 | 1,813 | 0,791 | 1,950 | 0,921 |
| 6 | 0,012 | 2,226 | 0,992 | 2,358 | 1,127 |
| 7 | 0,014 | 2,640 | 1,196 | 2,765 | 1,334 |
| 8 | 0,016 | 3,052 | 1,401 | 3,171 | 1,540 |
| 9 | 0,018 | 3,464 | 1,607 | 3,576 | 1,745 |
| 10 | 0,020 | 3,875 | 1,813 | 3,979 | 1,950 |

Tab 4. Minimalne wartości współczynnika oporu podłużnego podłoża podsypkowego (*k*₁) zapewniającego pracę podsypki w fazie sprężystej dla toru z szynami **60E1**

Analizując wpływ czynników wymuszających podłużne przemieszczenia szyn (pokazane na rys. 3 i 5), można sformułować kryterium oceny stanu nawierzchni ze względu na trwałe przemieszczenia. Jeżeli dla każdego punktu toru x spełniona jest zależność (3.7) [10]:

$$u_{mech}(x) + u_t(x) + u_s(x) \le u_{lim}(x)$$
 (3.7)

gdzie:

 $u_{mech}(x)$ – przemieszczenia od hamowania/rozpędzania pociągu z uwzględnieniem pochylenia niwelety,

 $u_t(x)$ – przemieszczenia od nierównomiernego przyrostu temperatury,

 $u_s(x)$ – dodatkowe przemieszczenia powstałe od występowania tzw. punktów stałych,

 $u_{lim}(x)$ – graniczne przemieszczenie sygnalizujące sprężystą odpowiedź toru,

to analizowany tor jest odporny na trwałe podłużne przemieszczenia szyn (odpowiedź jest sprężysta).

Mnożąc powyższe równanie przez stałą dodatnią k, otrzymano zależność:

$$f_{mech}(x) + f_t(x) + f_s(x) \le r_0(x) \text{ [kN/m]}$$
 (3.8)

gdzie:

f – podłużna jednostkowa siła od wyżej wymienionych czynników ($f = k \cdot u$).

Wnioski końcowe:

Na podstawie przeprowadzonej analizy i obliczeń można stwierdzić, że:

- Rozważane w pracy czynniki mogą powodować powstawanie lub dalszy, niepożądany wzrost podłużnych przemieszczeń bezstykowego toru kolejowego.
- Przedstawione w pracy analityczne rozwiązanie do zagadnienia lokalnej różnicy temperatury na długości bezstykowego toru kolejowego wykazało powstawanie niekorzystnych podłużnych jego przemieszczeń.
- Przedstawiono analizę teoretyczną czynników powodujących przemieszczenia podłużne toru wykorzystując zastępcze modele obliczeniowe rzeczywistych charakterystyk uzyskiwanych w torze kolejowym (rys. 2 czy tabl. 1).
- 4) Na podstawie przeprowadzonych obliczeń i analiz rzeczywistych charakterystyk uzyskiwanych w torze kolejowym zaproponowano odpowiednie parametry do obliczeń (przedstawione w zamieszczonej tabl. 2 w pracy).
- 5) Wyniki obliczeń pokazane na rys. 7 wskazują, że największe przemieszczenie wskutek różnicy temperatury zależy głównie od gradientu temperatury oraz parametrów przyjętych modeli obliczeniowych (r_g , r_0 i k_1) i sztywności podłużnej toru ($E_S A$).
- 6) Jak widać na rys. 9, najmniejsze wartości przemieszczeń osiowych toru wywołane hamowaniem pociągu, otrzymujemy dla dużej wartości współczynnika oporu podłużnego podłoża podsypkowego (k₁) oraz mniejszej wartości długości pociągu (l_t) oraz przede wszystkim małej wartości jednostkowej siły hamowania (t). Ponadto wyraźnie widać, że hamowanie pociągu szczególnie niekorzystnie wpływa na tor z szynami o mniejszym przekroju poprzecznym.

W tabl. 3 i 4 zamieszczono minimalne wartości współczynnika oporu podłużnego podłoża podsypkowego (k_1) zapewniającego pracę podsypki w fazie sprężystej dla toru z szynami 49E1 i 60E1.

LITERATURA

- [1] Bednarek Wł.: Analiza stateczności eksploatowanego toru bezstykowego w warunkach utraty jego kontaktu z podłożem. Rozprawa doktorska, Poznań 2001,
- [2] Bednarek WI: Practicability of longitudinal resistance models for effect analysis of local temperature change on axial displacement state in CWR track. 13th International Conference on Modernisation of Railway tracks, Slovakia, Žilina, 2003,
- [3] Bednarek WI.: Loss of contact analysis in jointless track on ballast due to influence of non-axial horizontal subsoil reaction transfer. Archives of Civil Engineering, L 3, 2004,
- [4] Bednarek Wł.: *Analysis of continuous welded rail track stability in vertical plane.* Archives of Civil Engineering, LII, 1, 2006,

- [5] Bednarek Wł.: Influence of ballast longitudinal resistance on axial displacement state in CWR track due to local rail temperature changes. Foundations of Civil and Environmental Engineering, Poznań University of Technology, No.12, 2008,
- [6] Bednarek Wł.: Wpływ oporu podłużnego podłoża podsypkowego na przemieszczenia osiowe bezstykowego toru kolejowego wskutek lokalnej różnicy temperatury. Archiwum Instytutu Inżynierii Lądowej (Archives of Institute of Civil Engineering), Poznań University of Technology, Nr 11, 2011,
- Bednarek Wł.: Wpływ pionowych odkształceń nawierzchni i podtorza na pracę toru bezstykowego. Seria Rozprawy Nr 506, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 2013,
- [8] Bednarek Wł.: Przemieszczenia podłużne bezstykowego toru kolejowego wskutek lokalnej różnicy temperatury na jego długości. Przegląd Komunikacyjny, (w recenzji),
- [9] Bogdaniuk B.: *Stateczność toru bezstykowego w procesie jego eksploatacji*. Rozprawa doktorska, Poznań, 1972,
- [10] Czyczuła Wł., Towpik K.: Kryterium oceny nawierzchni kolejowej z uwagi na trwałe podłużne przemieszczenia szyn. IX Krajowa Konferencja Naukowo-Techniczna "Drogi Kolejowe", Kraków, 1997,
- [11] Czyczuła Wł., Towpik K.: Problemy modelowania oraz identyfikacji modeli toru bezstykowego. Problemy kolejnictwa, zeszyt 128, Warszawa, 1998,
- [12] Dieterman H. A., Van M. A., Van Dam A. J. P., Esveld C.: Longitudinal forces in railroad structures. Rail Engineering International, No. 1, 1990,
- [13] Dudzik A., Obara P.: Analiza stateczności belki Timoshenki spoczywajacej na podłożu sprężystym. Architectura, 9 (1), 2010,
- [14] Frýba L.: Distribution "quasi-statique" des forces de démarrage et de freinage dans les rails et les ponts. Rail International, Févrie, 1975,
- [15] Huber M. T.: Pisma. Zagadnienia kolejowe. Tom III, Dział VIII, PWN, Warszawa, 1957,
- [16] Kerr A. D., El-Aini Y. M.: Determination of admissible temperature increases to prevent vertical track buckling. Journal of Applied Mechanics, Vol. 45, 1978,
- [17] Markine V., Esveld C.: Analysis of longitudinal and lateral behaviour of a CWR track using a computer system LONGIN. Delft University of Technology, 1999,
- [18] Szumierz W.: *Stateczność prostego toru bezstykowego przy zmianach temperatury*. Archiwum Inżynierii Lądowej, tom XVII, z. 2, 1971,
- [19] Szumierz W.: Statyka budowli liniowych poddanych działaniu sił poziomych od pełzania podłoża górniczego. Główny Instytut Górnictwa, Katowice, 1980,
- [20] Szumierz W., Stefanek J.: *Model współdziałania mostu z torem bezstykowym w warunkach zmian temperatury*. Drogi i Mosty, nr 2, 2004,
- [21] Van M. A.: Stability of continuous welded rail track. Delft, 1995.

ANALYSIS OF CHOSEN AXIAL DISPLACEMENTS OF RAILWAY JOINTLESS TRACK ARISING DURING ITS OPERATING

Summary

During a railway jointless track operating come to arising the axial longitudinal displacements on its length. Coincidence of many factors leads to arising the unfavourable micro-displacements of rails, which can take a form of displacements in shape e.g. creep or track slip on cooperating subgrade (after overflow the limiting displacements). In the paper is shown an analysis of following factors causing a CWR track's longitudinal displacements:

a different rail heating (rail insolation),

a variable, during operating, actual neutral temperature of rail,

a different temperature of final rail fastening to sleeper during its building,

a non-uniform temperature distribution on the railway track's length,

an action of longitudinal forcing force (e.g. train braking).

Arising during railway track operating the forcing factors causing the local, zonal the longitudinal displacements of rail cross-sections (particularly unfavourable in confined zone of jointless track). Axial displacements of track induce a longitudinal reaction of roadbed in such a degree on which a arising displacements allow (figs. 1, 2, 5).

In paper also the computational examples, diagrams and tables reflecting influence of analyzed parameters on obtained a CWR track's longitudinal displacements on its length are enclosed.

Keywords: CWR track; longitudinal displacement; forcing factors

Dane autora:

Dr hab. inż. Włodzimierz Andrzej Bednarek e-mail: wlodzimierz.bednarek@put.poznan.pl telefon: +48 61 6652407