

Marcin KULIK\*, Rafał GABOR\*

## ELEKTROMAGNETYCZNY NIELINIOWY PRZETWORNIK ENERGII DRGAŃ MECHANICZNYCH ZE SPRĘŻYNĄ MAGNETYCZNĄ

W artykule zaprezentowano nieliniowy rezonansowy elektromagnetyczny przetwornik energii drgań mechanicznych w energię elektryczną, składający się z trzech magnesów trwałych: dwóch nieruchomych, zamocowanych do obudowy oraz jednego ruchomego, znajdującego się w jej wnętrzu. Konstrukcja obwodu magnetycznego układu umożliwia otrzymanie zawieszenia magnetycznego ruchomego magnesu wzdłuż osi jego ruchu. W pozostałych osiach jest on stabilizowany mechanicznie. Z kolei, sprężystość magnetyczna wytworzona przez ten układ magnesów, umożliwia powstanie nieliniowego rezonansu elektromechanicznego. W niniejszym artykule, stosując obliczenia polowe, zaprojektowano prototyp przetwornika pracujący w paśmie częstotliwości między 20 i 25 Hz. Obliczone charakterystyki częstotliwościowe układu wykazały zbieżność z pomiarami.

SŁOWA KLUCZOWE: elektromagnetyczne odzyskiwanie energii, przetwornik magnetyczny, nieliniowy rezonans, drgania.

### 1. WSTĘP

W ostatnich latach można zaobserwować trend do pozyskiwania energii z otaczającego nas świata, jej gromadzenia i mądrego zarządzania [1, 2]. Sam proces polega na przechwytywaniu jej z jednego lub wielu źródeł (ang. *harvesting*), takich jak: wiatr, promieniowanie słoneczne, zasoby termiczne bądź drgania i gromadzeniu w pojemnościach baterii lub kondensatorów [3, 4].

Pozyskana energia może stanowić alternatywne zasilanie dla urządzeń i systemów mikroelektronicznych [5, 6, 7]. Urządzenia elektroniczne o bardzo małej mocy oraz czujniki bezprzewodowe używają konwencjonalnych baterii jako źródeł zasilania, co stanowi ograniczenie spowodowane czasem eksploatacji urządzeń. Wymiana lub ponowne naładowanie baterii jest nieefektywne i czasem, ze względu na umiejscowienie, niemożliwe [4, 8]. Niewielki przetwornik generujący moc wystarczającą do zasilenia urządzenia eliminuje konieczność doprowadzenia przewodów zasilających oraz zwiększa jego mobilność.

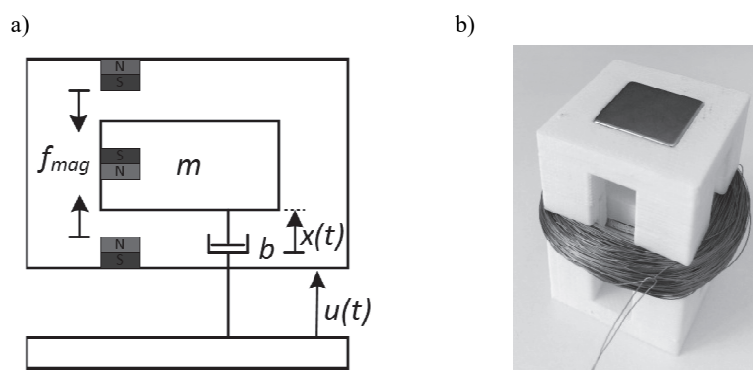
---

\* Politechnika Opolska

Ze względu na metodę pozyskiwania energii z drgań mechanicznych można wyróżnić: przetworniki elektromagnetyczne, piezoelektryczne, elektrostatyczne i magnetostrykcyjne [3, 8].

## 2. ELEKTROMAGNETYCZNY PRZETWORNIK ENERGII DRGAŃ MECHANICZNYCH

Z uwagi na koszty wytworzenia oraz uzyskiwane względnie duże napięcie, w pracy zajęto się przetwornikiem elektromagnetycznym, którego schemat oraz prototyp przedstawiono na rysunku 1. Jest to układ, w którym zastosowano specjalny bezrdzeniowy obwód magnetyczny złożony z magnesów trwałych zapewniających z jednej strony stabilizację elementu ruchomego wzdłuż osi ruchu, a z drugiej wprowadzający nieliniową siłę magnetyczną, poszerzającą pasmo częstotliwości pracy.



Rys. 1. Generator inercyjny, a) schemat, gdzie:  $b$  - współczynnik tłumienia;  $m$  - masa części ruchomej;  $x(t)$  - przesunięcie masy względem źródła drgań,  $u(t)$  - przesunięcie źródła drgań, b) prototyp

Pod wpływem drgań zewnętrznych zawieszony magnes (lub cewka) o pewnej masie  $m$  porusza się względem cewki (magnesu), co indukuje napięcie elektryczne. Korzystając z drugiego prawa Newtona, po linearyzacji siły magnetycznej, otrzymujemy:

$$m\ddot{x}(t) = m\ddot{u}(t) - \bar{k}x(t) - b\dot{x}(t) \quad (1)$$

gdzie:  $x, \dot{x}, \ddot{x}$  odpowiada pozycji, prędkości i przyspieszeniu masy  $m$ , a zmienna  $\ddot{u}$  jest przyspieszeniem siły przyłożonej do obudowy generatora, natomiast

$$\bar{k} = \frac{\partial f_{mag}}{\partial x} \Big|_{x=0} \quad (2)$$

Zakładając, że w układzie występują drgania sinusoidalne, średnia moc rozprzozona w tłumiku jest sumą mocy przeznaczoną na przetwarzanie energii oraz mocy zamienionej w ciepło i można ją opisać jako [1]:

$$P(\omega) = \frac{m\xi X^2 \left(\frac{\omega}{\omega_{res}}\right)^3 \omega^3}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{res}}\right)^2\right]^2 + \left(2\xi \frac{\omega}{\omega_{res}}\right)^2} \quad (3)$$

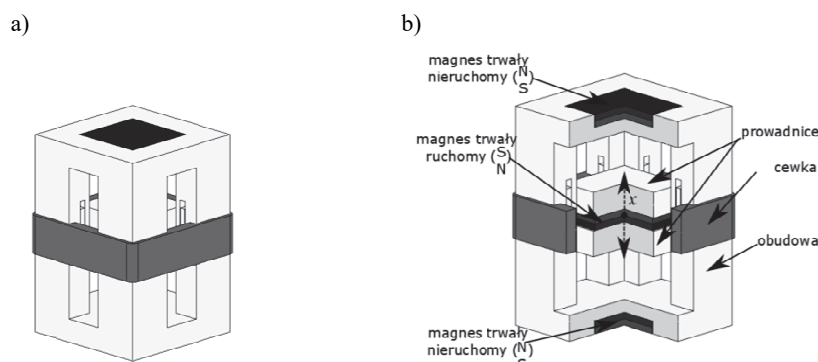
gdzie  $\xi$  jest całkowitym współczynnikiem tłumienia,  $X$  jest amplitudą przemieszczenia, natomiast  $\omega$  jest częstotliwością kołową siły wymuszającej. Jak można zauważyć z równania (3) maksymalna energia jest uwalniania wtedy, gdy częstotliwość kołowa siły wymuszającej drgania pokrywa się z częstotliwością rezonansową układu równą:

$$\omega_{res} = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (4)$$

W celu dokładniejszej analizy należy uwzględnić, że współczynnik sztywności  $k$  jest funkcją przemieszczenia, co jest przyczyną występowania nieliniowego rezonansu [1, 7, 8, 9, 10].

### 3. PROJEKTOWANIE UKŁADU

Układy wykorzystujące prawo Faradaya są jednymi z najczęściej stosowanych w systemach pozyskiwania energii [1]. Zaprezentowany w niniejszej pracy przetwornik tubowy zbudowany jest z prostopadłościenną obudową wykonaną z tworzywa sztucznego. Wewnątrz tuby umieszczony jest magnes trwały, który swobodnie porusza się wzdłuż krawędzi bocznych. Dodatkowo generator posiada dwa magnesy umieszczone na powierzchniach krańcowych. Aby magnes znajdujący się wewnątrz tuby mógł lewitować, należy zorientować graniczne magnesy jak pokazano na rysunku 2. Cewkę w generatorze stanowi nawinięty na korpus tuby miedziany drut, w którym podczas ruchu wewnętrznego magnesu dochodzi do zmiany strumienia magnetycznego, co powoduje indukowanie się napięcia. Napięcie to zależy od siły i częstotliwości drgań (wymuszeń) oddziałujących na tubę. Mając na uwadze twierdzenie Earnshawa [11], o stabilności układów magnetycznych, do ruchomego magnesu doklejono dwie prowadnice z tworzywa sztucznego, aby zapobiec niekontrolowanym ruchom obrotowym.



Rys. 2. Model tubowego przetwornika elektromagnetycznego:  
a) rysunek CAD oraz b) widok przekroju 3/4

W pierwszym etapie badań dokonano optymalizacji wymiarów przetwornika w celu uzyskania zadanej częstotliwości rezonansowej równej 25 Hz. A więc wartość współczynnika sztywności konieczna do spełnienia założenia wynosi:

$$k = (2 \cdot \pi \cdot f_{res})^2 \cdot m \quad (5)$$

gdzie  $f_{res}$  jest zadaną częstotliwością rezonansową układu, natomiast  $m=0,01$  kg. Jedynym zawieszeniem ruchomego magnesu jest odpychająca siła magnetyczna, pochodząca od magnesów nieruchomych. Wobec tego zlinearyzowany współczynnik sztywności magnetycznej wyznaczony wokół punktu początkowego przedstawia następujące równanie:

$$\bar{k}_{mag} = \frac{dF_{mag}}{dx} \Big|_{x=0} \approx \frac{F_{mag}(\Delta x) - F_{mag}(-\Delta x)}{2\Delta x} \quad (6)$$

gdzie  $F_{mag}$  jest siłą magnetyczną obliczoną połowo metodą tensora naprężeń Maxwella [12],  $\Delta x$  jest przyrostem przemieszczenia magnesu ruchomego. Obliczenia optymalizacyjne wykonano w środowisku Matlab, wykorzystując algorytm genetyczny [13]. Jego zadaniem było uzyskanie takiej wartości sztywności magnetycznej układu, aby znaleźć minimum funkcji zależącej od parametru  $h$ , określonej wzorem:

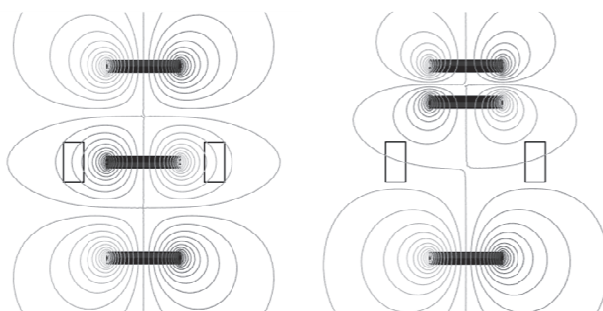
$$\min_{h \in \langle 35mm, 120mm \rangle} E(h), \text{ gdzie } E(h) = \sqrt{(|\bar{k}_{mag}(h)| - |k|)^2} \quad (7)$$

Zmianym parametrem  $h$  była odległość między nieruchomymi magnesami trwałymi, która wyłączając wymiary i indukcję remanentu magnesów, ma największy wpływ na siłę magnetyczną. Zakres zmienności parametru zawierał się w przedziale od 35 mm do 120 mm. Po przeprowadzeniu obliczeń uzyskano optymalny wymiar odległości pomiędzy magnesami nieruchomymi, który wraz z innymi wymiarami zestawiono w tabeli 1. Przykładowe rozkłady pola magne-

tycznego dla pozycji zerowej oraz krańcowej magnesu ruchomego przedstawiono na rysunku 3.

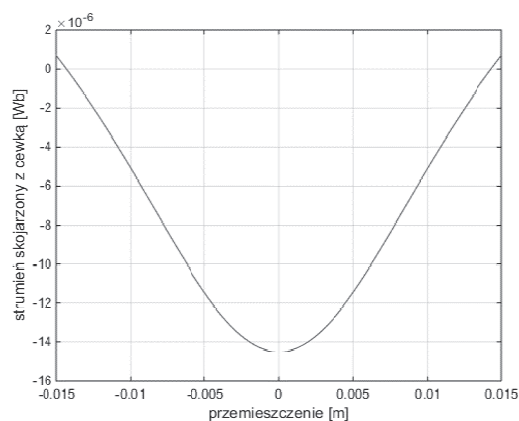
Tabela 1. Wymiary poszczególnych elementów przetwornika po optymalizacji.

Element, materiał	Wartość
Obudowa, ABS	34 mm x 34 mm x 52 mm
Magnesy trwałe, NdFeB	18 mm x 18 mm x 3 mm
Cewka, miedź	500 zwojów, przekrój 0,2 mm
Odległość między magnesami nieruchomymi	45 mm

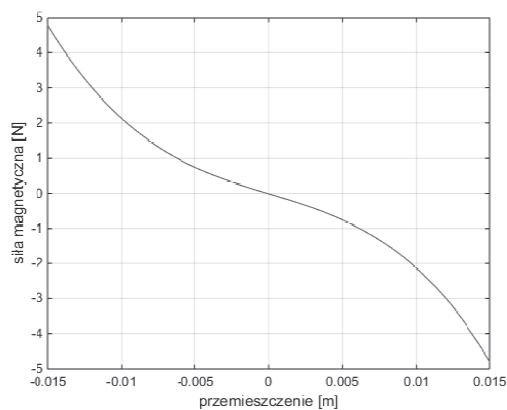


Rys. 3. Linie rozkładu pola magnetycznego dla dwóch różnych położenia magnesu ruchomego

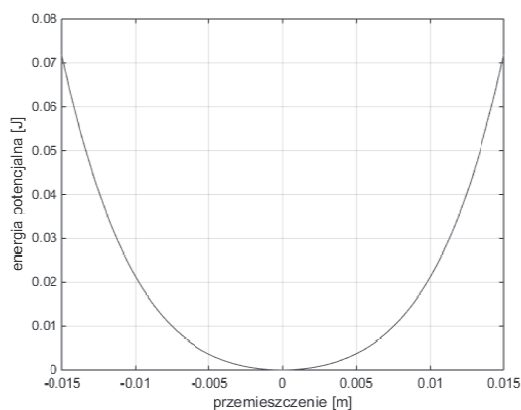
Przebieg zmienności strumienia skojarzonego z cewką, w zależności od przemieszczenia magnesu ruchomego, zobrazowano na rysunku 4. Natomiast kształt siły magnetycznej w funkcji przemieszczenia przedstawiono na rysunku 5.



Rys. 4. Strumień skojarzony z cewką w zależności od przemieszczenia magnesu ruchomego



Rys. 5. Siła magnetyczna w zależności od przemieszczenia magnesu ruchomego



Rys. 6. Energia potencjalna układu w zależności od przemieszczenia magnesu ruchomego

W układach gdzie występują dodatkowe nieliniowe siły zależące od przemieszczenia, należy zbadać czy pojawiają się punkty niestabilne, które znacząco wpływają na ruch elementu drgającego. Najprostszym sposobem jest wykreślenie charakterystyki energii potencjalnej w funkcji przemieszczenia. Z rysunku 6 można odczytać, że badany przetwornik posiada jeden punkt równowagi w położeniu zerowym (pomijając wpływ siły grawitacji), co znacząco upraszcza jego projektowanie.

### 3. OBLICZENIA DYNAMICZNE

Model mechaniczny w dziedzinie czasu otrzymano z przekształcenia równania (1), gdzie sztywność  $k$  zastąpiono siłą magnetyczną  $F_{mag}$ :

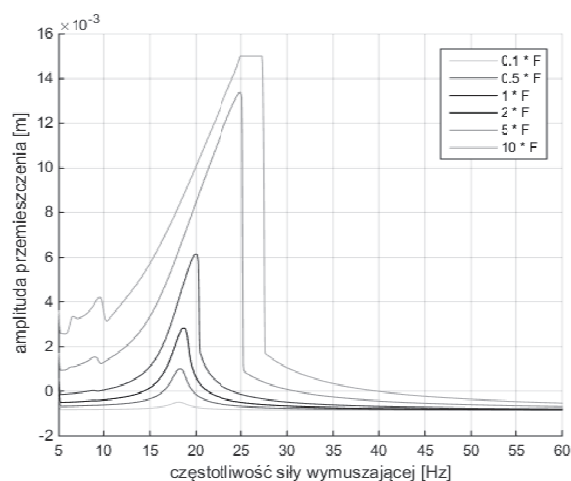
$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = F(t) + F_{mag}(x) - b \frac{dx(t)}{dt} \quad (8)$$

gdzie  $F(t)$  jest siłą wymuszającą drgania. Symulację badanego układu przeprowadzono dla zmieniającej się częstotliwości tej siły od 5 do 60 Hz, natomiast czas symulacji był równy 400 s. Siłę elektromotoryczną wytwarzaną w cewce podczas pracy generatora można opisać równaniem:

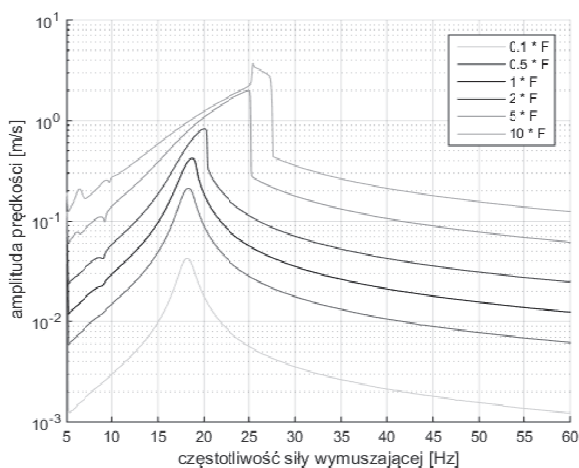
$$\varepsilon(t) = N \frac{d\psi(x)}{dt} = N \frac{d\psi(x)}{dx} \cdot \frac{dx(t)}{dt} \quad (9)$$

gdzie  $N$  jest liczbą zwojów cewki,  $\psi$  jest strumieniem skojarzonym z cewką.

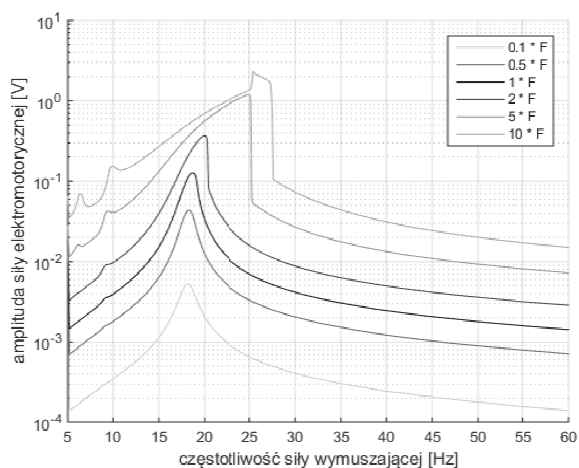
Znając wartości siły magnetycznej oraz strumienia, w zależności od przemieszczenia (rys. 4 i 5) rozwiązano równania różniczkowe (8)-(9) w środowisku Matlab/Simulink. Na rysunku 7 przedstawiono charakterystyki częstotliwościowe amplitudy przemieszczenia magnesu ruchomego w stanie jałowym dla różnych wartości szczytowych siły zewnętrznej, gdzie  $F=0,0424$  N. Jak można zauważyć, dla największej siły wzbudzającej, maksymalne przemieszczenia zatrzymują się przy 15 mm, co jest ograniczone przez budowę układu. Prędkość oraz siłę elektromotoryczną w zależności od częstotliwości siły zewnętrznej obrazują rysunki 8 i 9. Wraz ze wzrostem amplitudy siły zewnętrznej, częstotliwość rezonansowa przesuwa się w stronę wyższych wartości, co jest efektem zwiększenia sztywności układu dla dużych przemieszczeń. Dla badanych przypadków pasmo częstotliwości w której wytwarzane jest względnie duże napięcie zawiera się od 18,21 Hz do 25,43 Hz osiągając dla maksymalnej siły napięcie równe 2,265 V.



Rys. 7. Charakterystyki częstotliwościowe amplitudy przemieszczeń w stanie jałowym dla różnych sił zewnętrznych



Rys. 8. Charakterystyki częstotliwościowe amplitudy prędkości w stanie jałowym dla różnych sił zewnętrznych

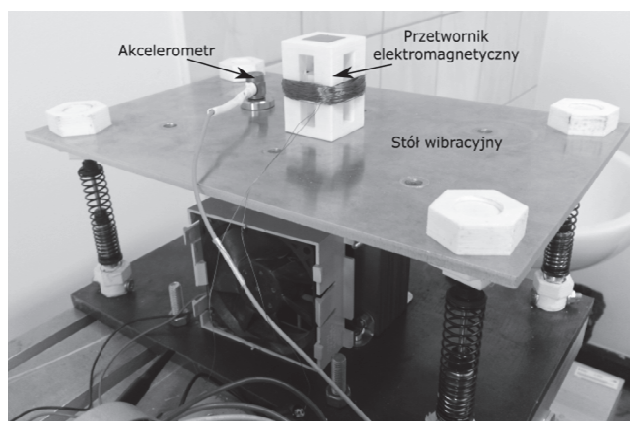


Rys. 9. Charakterystyki częstotliwościowe amplitudy siły elektromotorycznej dla różnych sił zewnętrznych

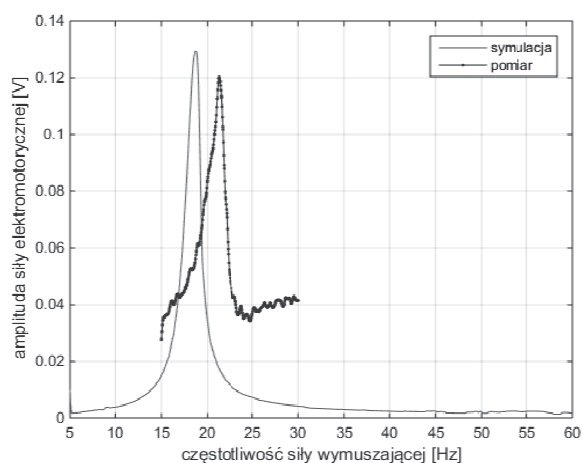
#### 4. WERYFIKACJA POMIAROWA

Pomiary przeprowadzono na stanowisku laboratoryjnym składającym się ze stołu wibracyjnego [14], źródła zasilania, komputera z kartą pomiarową oraz akcelerometru (rys. 10). Wartości napięcia odczytywano dla częstotliwości od 15 Hz do 30 Hz przy amplitudzie siły wymuszającej równej 0,0424 N. Na rysunku 11 porównano otrzymany przebieg z symulacją.





Rys. 10. Stanowisko laboratoryjne do pomiaru charakterystyk częstotliwościowych

Rys. 11. Charakterystyki częstotliwościowe amplitudy siły elektromotorycznej dla wartości szczytowej siły zewnętrznej  $F = 0,0424$  N

Weryfikacja pomiarowa wykazała zbieżność charakterystyk częstotliwościowych z symulacją w stopniu zadowalającym. Odchylenie amplitudy siły elektromotorycznej sięga rzędu 0.01 V, co może być spowodowane błędnym oszacowaniem współczynnika tłumienia, ponieważ w fizycznym układzie magnes ruchomy nieprzewidywalnie ociera o obudowę, co wprowadza dodatkowe tarcie. Nieznaczna różnica w częstotliwościach rezonansowych może być spowodowana linearyzacją siły magnetycznej przy obliczaniu współczynnika sztywności we wstępnym etapie projektowania.

#### 4. WNIOSKI

W pracy zaprojektowano i przeanalizowano elektromagnetyczny przetwornik energii drgań mechanicznych w energię elektryczną. Wykazano, że zwiększając siłę zewnętrzną układ staje się sztywniejszy, a co za tym idzie zwiększa się częstotliwość rezonansowa. Z symulacji wynika, że wartość napięcia w rezonansie przekracza 1 V dla sił zewnętrznych wyższych od 0,2 N. Ponieważ diodowe układy elektroniczne do gromadzenia energii wymagają na wejściu co najmniej 0,3 V, skutkuje to koniecznością zwiększenia rozmiarów przetwornika lub umieszczenia układu w miejscach, gdzie występują duże wibracje. Zweryfikowano model matematyczny z układem fizycznym, dzięki czemu można potwierdzić jego przydatność do projektowania tego typu układów.

*Praca została zrealizowana w ramach projektu nr 2016/23/N/ST7/03808 finansowanego przez Narodowe Centrum Nauki*

#### LITERATURA

- [1] Kaźmierski T., Beeby S., Energy Harvesting Systems, Principles, Modeling, Applications, Springer, 2011.
- [2] Abdelkefi A., Aerolastic energy harvesting: A review, Elsevier, International Journal of Engineering Science, vol. 100, pp. 112-135, 2016.
- [3] Kecik K., Mitura A., Lenci S., Warminski J., Energy harvesting from a magnetic levitation system, Elsevier, International Journal of Non-Linear Mechanics, pp. 1-7, 2017.
- [4] Kim H. S., Kim J. H., Kim J., A Review of Piezoelectric Energy Harvesting Based on Vibration, International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, vol. 12, n.6, pp. 1129-1141, 2011.
- [5] Mann B. P., Sims N. D., Energy harvesting from the nonlinear oscillations of magnetic levitation, Elsevier, Journal of Sound and Vibration, vol. 319, pp. 515-530, 2009.
- [6] Saravia C. M., Ramirez J. M., Gatti C. G., A hybrid numerical-analytical approach for modeling levitation based vibration energy harvesters, Elsevier, Sensors and Actuators, vol. A257, pp. 20-29, 2017
- [7] Dallago E., Marchesi M., Venchi G., Analytical Model of a Vibrating Electromagnetic Harvester Considering Nonlinear Effects, IEEE Trans. Magn., vol. 25, n.8, pp. 1989-1996, 2010.
- [8] Beeby S. P., Tudor M. J., White N., M., Energy harvesting vibration sources for microsystems applications, Meas. Sci. Technol., vol. 17, pp. R175-R195, 2006.
- [9] Liu H., Gudla S., Hassani F. A., Heng C. H., Lian Y., Chengkuo L., Pike G. E., Investigation of the nonlinear electromagnetic energy harvesters from hand shaking, IEEE Trans. Magn., vol. 15, n.4, pp. 2356-2364, 2015.

- [10] Jagieła M., Kulik M., Cogging force and frequency bandwidth of a vibration energy harvester with nonlinear electromechanical resonance, *Przegląd Elektrotechniczny*, R. 93, nr 1, pp. 311-315, 2017.
- [11] Earnshaw S., On the Nature of the Molecular Forces which Regulate the Constitution of the Luminiferous Ether', *Trans Camb. Phil. Soc.*, vol. 7, pp. 97-112, 1842.
- [12] Adamiak K., Mizia J., Dawson G., Eastham A., Finite element force calculation in linear induction machines, *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 23, no. 5, pp. 3005-3007, 1987.
- [13] Goldberg D. E., *Genetic Algorithms in Search, Optimization & Machine Learning*, Addison-Wesley, 1989.
- [14] Kulik M., Gabor R., Sprzężona analiza polowo-obwodowa elektromagnetycznego stołu wibracyjnego,, *Poznan University of Technology Academic Journals – Electrical Engineering, Computer Applications in Electrical Engineering*, Issue 91, pp. 385-394, 2017.

#### **NONLINEAR ELECTROMAGNETIC ENERGY HARVESTER WITH A MAGNETIC SPRING**

In paper an electromagnetic energy harvester with two stationary permanent magnets fixed to casing and one movable PM inside is presented. The external force attached to the system causing displacements of the internal magnet, and thus the flux linkage changing in coil wounded on housing is received. In order to obtain the resonance frequency equal 25 Hz, the dimensions optimization was carried out. The results of measurements agree very well with the simulated frequency characteristics.

*(Received: 30.01.2018, revised: 05.03.2018)*

