

dr inż. Piotr Stanisław FRĄCZAK^{a,b}, dr n. tech. Andrzej Antoni CZAJKOWSKI^{c,d}

^a Zachodniopomorskie Centrum Edukacji Morskiej i Politechnicznej w Szczecinie
West Pomeranian Center for Maritime and Polytechnic Education in Szczecin

^b Zespół Szkół Elektryczno-Elektronicznych, Technikum Mechaniczno-Energetyczne w Szczecinie
Complex of Electrical and Electronic Schools, Technical School of Mechanics and Energy in Szczecin

^c Wyższa Szkoła Techniczno-Ekonomiczna w Szczecinie, Wydział Systemów Automotive
Higher School of Technology and Economics in Szczecin, Faculty of Automotive Systems

^d Wyższa Szkoła Humanistyczna Tworzystwa Wiedzy Powszechnej w Szczecinie, Wydział Nauk Stosowanych
Higher School of Humanities of Common Knowledge Society in Szczecin, Faculty of Applied Sciences

PREZENTACJA TWIERDZEŃ O WZAJEMNOŚCI W OBWODACH ELEKTRYCZNYCH Z UŻYCIEM PROGRAMÓW MATHCAD I PSPICE

Streszczenie

Wstęp i cele: W pracy przedstawiono analizę obwodów elektrycznych liniowych, rozgałęzionych z jednym źródłem energii zapisanych w postaci macierzowej w ujęciu twierdzeń o wzajemności. Twierdzenie o wzajemności oczkowe i twierdzenie o wzajemności węzłowe. Twierdzenia te wynikają bezpośrednio z symetrii macierzy impedancji własnych i wzajemnych oraz macierzy admitancji własnych i wzajemnych. Celem pracy jest przedstawienie analizy obwodów rozgałęzionych w kontekście twierdzeń o wzajemności w środowiskach programów numerycznych *MathCAD* i *Pspice*.

Materiał i metody: Materiał stanowią źródła z literatury z zakresu elektrotechniki. W pracy zastosowano metodę analizy teoretycznej.

Wyniki: Twierdzenie o wzajemności oczkowe zastosowano do analizy prądów w obwodach liniowych, rozgałęzionych obliczanych metodą prądów oczkowych Maxwella. Z kolei twierdzenie o wzajemności węzłowe zastosowano do analizy napięć w obwodach liniowych, rozgałęzionych obliczanych metodą potencjałów węzłowych Cortiego. Obliczenie obwodów elektrycznych w kontekście twierdzeń o wzajemności przeprowadzono w środowiskach programów numerycznych *MathCAD* i *Pspice*.

Wnioski: Twierdzenie o wzajemności oczkowe w postaci macierzowej w programie *MathCAD* można wykorzystać do weryfikacji obliczeń prądów w obwodach elektrycznych metodą prądu oczkowych Maxwella. Twierdzenie o wzajemności węzłowe w postaci macierzowej w programie *MathCAD* można wykorzystać do weryfikacji obliczeń napięć w obwodach elektrycznych metodą napięć węzłowych Cortiego.

Słowa kluczowe: Twierdzenie o wzajemności oczkowe, twierdzenie o wzajemności węzłowe, twierdzenia o wzajemności w programach *MathCAD* i *Pspice*.

(Otrzymano: 01.08.2018; Zrecenzowano: 10.08.2018; Zaakceptowano: 20.08.2018)

THEOREMS ON MUTUALITY PRESENTATION IN ELECTRICAL CIRCUITS BY USING MATHCAD AND PSPICE PROGRAMS

Abstract

Introduction and aim: The paper presents the analysis of linear branched circuits with one energy source in the form of a matrix in terms of claims about reciprocity. Theorems on mesh reciprocity and the theorem on node reciprocity. These theorems result directly from the symmetry of the matrix of own impedances and mutual impedances, as well as the matrix of their own and mutual admittances. The aim of the work is to present the analysis of branched circuits in the context of theorems on reciprocity in *MathCAD* and *Pspice* numerical programs environments.

Material and methods: Material covers some sources based on the literature in the field of electrotechnics. The method of theoretical analysis has been shown in the paper.

Results: The theorem on ring reciprocity was used to analyze the currents in linear branched circuits calculated using Maxwell's ring currents. In turn, the theorem on node reciprocity was used to analyze the voltage in linear branched circuits, calculated using the Cortie nodal potentials method. The calculation of electrical circuits in the context of claims of reciprocity was carried out in the numerical programs environments of *MathCAD* and *Pspice*.

Conclusion: Theorem of ring reciprocity in the matrix form in the *MathCAD* program can be used to verify the calculations of currents in electric circuits of nodes current method of Maxwell. Theorem of nodes reciprocity in the matrix form in the *MathCAD* program can be used to verify the calculation of voltage in electrical circuits using nodal voltages of Corti.

Keywords: Theorem on ring reciprocity, theorem on node reciprocity, reciprocity theorems in *MathCAD* and *Pspice* programs.

(Received: 01.08.2018; Revised: 10.08.2018; Accepted: 20.08.2018)

1. Wstęp

Podczas analizy obwodów elektrycznych liniowych, rozgałęzionych z jednym źródłem energii w zapisie w postaci macierzowej pomocnicze stają się twierdzenia o wzajemności. Twierdzenie o wzajemności oczkowej można zastosować do analizy prądów w obwodach liniowych, rozgałęzionych obliczanych metodą prądów oczkowych Maxwella.

Twierdzenie 1 (Wzajemności oczkowe) [1]-[4], [9]-[12]

Jeżeli w obwodzie liniowym rozgałęzionym, jedyne źródło napięcia E znajdujące w gałęzi k -tej wywołuje w gałęzi m -tej tego obwodu prąd I , to po przeniesieniu tego źródła do gałęzi m -tej, w gałęzi k -tej popłynie również prąd I .

Z kolei twierdzenie o wzajemności węzłowe można zastosować do analizy napięć w obwodach liniowych, rozgałęzionych obliczanych metodą potencjałów węzłowych Cortiego.

Twierdzenie 2 (Wzajemności węzłowe) [3], [7], [9]-[12]

Jeżeli w obwodzie liniowym rozgałęzionym, jedyne źródło prądu I_z włączy się między węzły m i m^l , które między węzłami n i n^l wymusza napięcie U , to włączenie źródła prądu między węzły n i n^l wymusi między węzłami m i m^l również napięcie U .

Celem pracy jest przedstawienie analizy obwodów rozgałęzionych w kontekście twierdzeń o wzajemności w środowiskach programów numerycznych *MathCAD* [8], [16], [21] i *PSPice* [6], [22], [23], [25].

2. Opis analityczny twierdzeń o wzajemności metodami macierzowymi w zapisie liczb zespolonych

2.1. Twierdzenie (wzajemności oczkowe)

Prezentacja twierdzeń o wzajemności oczkowe polega na opisie analitycznym obwodu elektrycznego rozgałęzionego macierzowo metodą prądów oczkowych Maxwella [2], [5], [14], [18]-[20], [24].

Równanie macierzowe (1) opisujące obwód elektryczny rozgałęziony zawiera jedną siłę elektromotoryczną E , która wymusza przepływ prądów w gałęziach.

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & \cdots & R_{1k} & \cdots & R_{1p} & \cdots & R_{1n} \\ R_{21} & R_{22} & \cdots & R_{2k} & \cdots & R_{2p} & \cdots & R_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ R_{k1} & R_{k2} & \cdots & R_{kk} & \cdots & R_{kp} & \cdots & R_{kn} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ R_{m1} & R_{m2} & \cdots & R_{mk} & \cdots & R_{mp} & \cdots & R_{mn} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ R_{n1} & R_{n2} & \cdots & R_{nk} & \cdots & R_{np} & \cdots & R_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \cdots \\ I_k \\ \cdots \\ I_m \\ \cdots \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdots \\ E_k \\ \cdots \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Macierz impedancji oczkowej \mathbf{R} , wektor sił elektromotorycznych oczkowych \mathbf{E} oraz wektor prądów oczkowych \mathbf{I} równania macierzowego (1) oznaczamy następująco:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & \cdots & R_{1k} & \cdots & R_{1p} & \cdots & R_{1n} \\ R_{21} & R_{22} & \cdots & R_{2k} & \cdots & R_{2p} & \cdots & R_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ R_{k1} & R_{k2} & \cdots & R_{kk} & \cdots & R_{kp} & \cdots & R_{kn} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ R_{m1} & R_{m2} & \cdots & R_{mk} & \cdots & R_{mp} & \cdots & R_{mn} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ R_{n1} & R_{n2} & \cdots & R_{nk} & \cdots & R_{np} & \cdots & R_{nn} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \cdots \\ I_k \\ \cdots \\ I_m \\ \cdots \\ I_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdots \\ E_k \\ \cdots \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

$$(4)$$

Równanie (1) w postaci zwartej przyjmuje następującą formę:

$$\mathbf{R} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{E} \quad (5)$$

Mnożąc lewostronnie równanie (5) przez macierz odwrotną \mathbf{R}^{-1} do macierzy rezystancji oczkowej \mathbf{R} uzyskuje się:

$$\mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{E} \quad (6)$$

skąd po zastosowaniu znanych właściwości macierzy:

$$\mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{R} = \mathbf{I} \quad (7)$$

$$\mathbf{I} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{I} \quad (8)$$

otrzymuje się wektor prądów oczkowych w następującej postaci (\mathbf{I} to macierz jednostkowa):

$$\mathbf{I} = \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{E}. \quad (9)$$

Za pomocą równania macierzowego (9) obliczamy prąd I w gałęzi m -tej, który wymuszony jest przez jedyne źródło napięcia E znajdujące się w k -tej gałęzi według wzoru (10):

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \cdots \\ I_k \\ \cdots \\ I_m \\ \cdots \\ I_n \end{bmatrix} = \mathbf{R}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdots \\ E_k \\ \cdots \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Następnie źródło napięcia E przenosimy do gałęzi m -tej i obliczamy natężenie prądu I w gałęzi k -tej tego obwodu.

2.2. Twierdzenie (wzajemności węzłowe)

Prezentacja twierdzenia o wzajemności węzłowe polega na opisie analitycznym obwodu elektrycznego rozgałęzionego metodą macierzową napięć węzłowych Cortiego (w zapisie liczb zespolonych) [2], [5], [15].

Równanie macierzowe (11) opisujące obwód elektryczny rozgałęziony zawiera jedno

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1k} & \cdots & Y_{1p} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2k} & \cdots & Y_{2p} & \cdots & Y_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ Y_{k1} & Y_{k2} & \cdots & Y_{kk} & \cdots & Y_{kp} & \cdots & Y_{kn} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ Y_{m1} & Y_{m2} & \cdots & Y_{mk} & \cdots & Y_{mp} & \cdots & Y_{mn} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots & Y_{nk} & \cdots & Y_{np} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \cdots \\ V_k \\ \cdots \\ V_m \\ \cdots \\ V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdots \\ I_k \\ \cdots \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

źródło prądu $I\hat{z}$, które wywołuje napięcia węzłowe. Macierz admitancji węzłowej \mathbf{Y} , wektor prądów źródłowych $I\hat{z}$ oraz wektor napięć węzłowych \mathbf{V} równania macierzowego (12) oznaczono następująco:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1k} & \cdots & Y_{1p} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2k} & \cdots & Y_{2p} & \cdots & Y_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ Y_{k1} & Y_{k2} & \cdots & Y_{kk} & \cdots & Y_{kp} & \cdots & Y_{kn} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ Y_{m1} & Y_{m2} & \cdots & Y_{mk} & \cdots & Y_{mp} & \cdots & Y_{mn} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots & Y_{nk} & \cdots & Y_{np} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

$$\mathbf{I}\hat{z} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdots \\ I_k \\ \cdots \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{V} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \cdots \\ V_k \\ \cdots \\ V_m \\ \cdots \\ V_n \end{bmatrix}. \quad (13)$$

$$(14)$$

Równanie (11) w postaci zwartej przyjmuje następującą formę:

$$\mathbf{Y} \cdot \mathbf{V} = \mathbf{I}_z . \quad (15)$$

Z równania macierzowego (15) wyznaczono wektor napięć węzłowych \mathbf{V} (procedurę obliczeniową zamieszczono w § 2.1), otrzymując następującą postać równania macierzowego:

$$\mathbf{V} = \mathbf{Y}^{-1} \cdot \mathbf{I}_z . \quad (16)$$

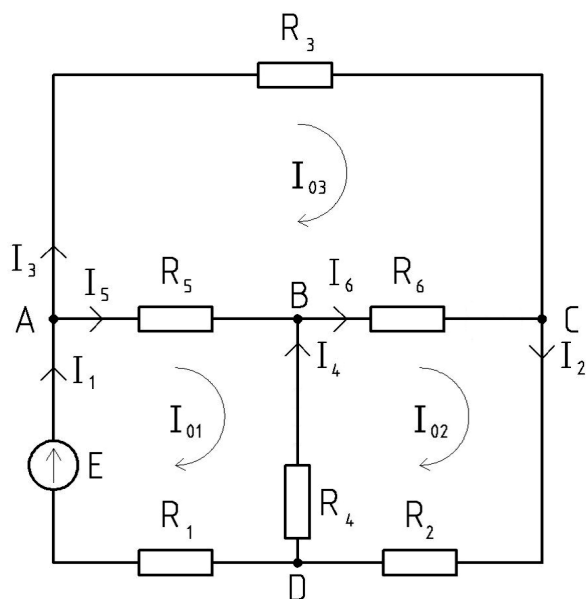
W oparciu o równanie macierzowe (16) obliczamy potencjały węzłowe U , które inicjujące są jedynym źródłem prądu I_z włączonym między węzły n i n^I .

3. Prezentacja twierdzeń o wzajemności oczkowe i węzłowe w programach *MathCAD* i *PSpice*

3.1. Twierdzenie o wzajemności oczkowe w programie *MathCAD*

Obwód elektryczny rozgałęziony, który poddano analizie w kontekście twierdzenia o wzajemności oczkowe przedstawiają dwa schematy zastępcze (Rys.1 i Rys.2), które posiadają jedno źródło napięcia. Prądy zaznaczone na pierwszym i drugim schemacie opisano macierzowo metodą prądów oczkowych Maxwella.

Otrzymane równania macierzowe (16) i (17) odpowiednio do schematów zaimplementowano w środowisku programu numerycznego *MathCAD* [8], [13], [16], [17],[21].

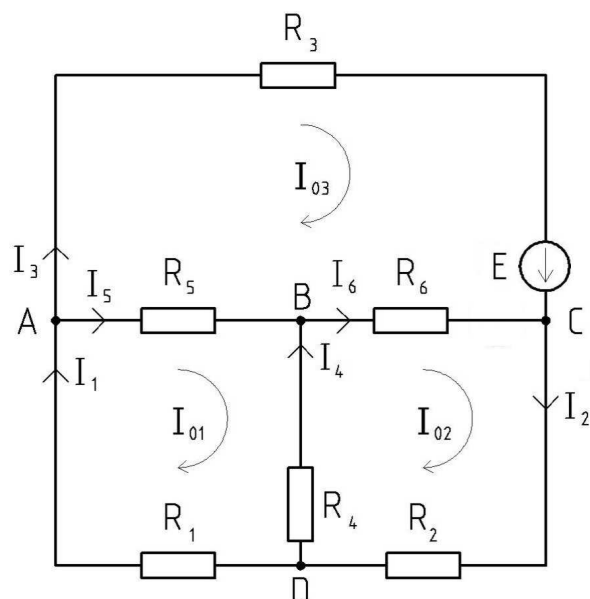


Rys. 1. Schemat obwodu – źródło napięcia E w pierwszym oczku, obliczenia prądu w szóstej gałęzi $I = 4.186 \text{ A}$

Źródło: Opracowanie własne Autorów

Fig. 1. The circuit diagram – a voltage source E in the first ring, the calculation of the current in the sixth branch $I = 4.186 \text{ A}$

Source: Elaboration of the Authors



Rys. 2. Schemat obwodu – źródło napięcia E w czwartym oczku, obliczenia prąd w pierwszej gałęzi $I = 4.186 \text{ A}$

Źródło: Opracowanie własne Autorów

Fig. 2. The circuit diagram – a voltage source E in the fourth ring, the calculation of the current in the first branch $I = 4.186 \text{ A}$

Source: Elaboration of the Authors

Na rysunku 3 zamieszczono wyniki obliczeń symulacyjnych prądów przeprowadzonych w programie *MathCAD* [8], [16], [21].

Dane w zapisie macierzowym:

$$\begin{bmatrix} E & 0 \\ R_1 & R_4 \\ R_2 & R_5 \\ R_3 & R_6 \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} 200 & 0 \\ 15 & 6 \\ 7 & 8 \\ 9 & 12 \end{bmatrix} [V, \Omega] \quad (17)$$

$$Z := \begin{bmatrix} (R_1 + R_4 + R_5) & -R_4 & -R_5 \\ -R_4 & (R_2 + R_4 + R_6) & -R_6 \\ -R_5 & -R_6 & (R_3 + R_5 + R_6) \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$E1 := \begin{bmatrix} E \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$E2 := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ E \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} := R^{-1} \cdot E1 \rightarrow \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} := \begin{pmatrix} 8.902 \\ 4.137 \\ 4.168 \end{pmatrix} [A] \quad (21)$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} := R^{-1} \cdot E2 \rightarrow \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} := \begin{pmatrix} 4.168 \\ 6.068 \\ 10.557 \end{pmatrix} [A] \quad (22)$$

Rys. 3. Obliczenia prądów w programie *MathCAD*: szósta gałąź $I = 4.168$ A wzór (21), pierwsza gałąź $I = 4.168$ A wzór (22)

Źródło: Opracowanie własne Autorów

Fig. 3. Calculations of currents in *MathCAD* program: the sixth branch $I = 4.168$ A formula (21), the first branch $I = 4.168$ A formula (22)

Source: Elaboration of the Authors

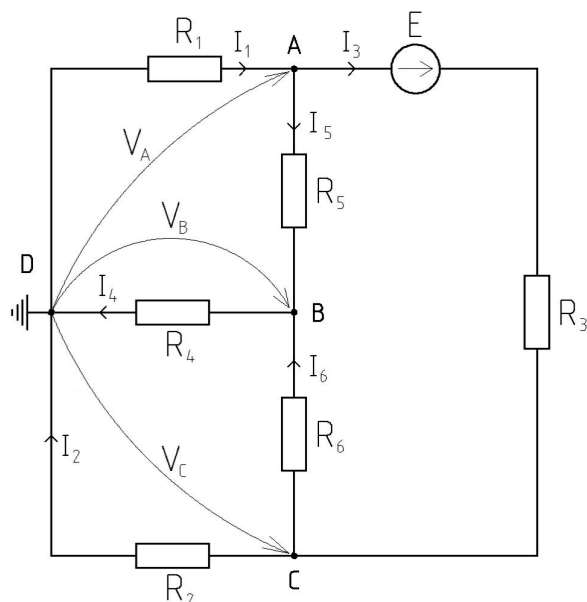
3.2. Twierdzenie o wzajemności węzłowe w programie *MathCAD*

Obwód elektryczny rozgałęziony, który poddano analizie w kontekście twierdzenia o wzajemności węzłowe przedstawiają dwa schematy zastępcze (Rys. 4 i Rys. 5), które posiadają jedno źródło napięcia.

Napięcia węzłowe zaznaczone na pierwszym i drugim schemacie opisano macierzowo metodą potencjałów węzłowych Cortiego.

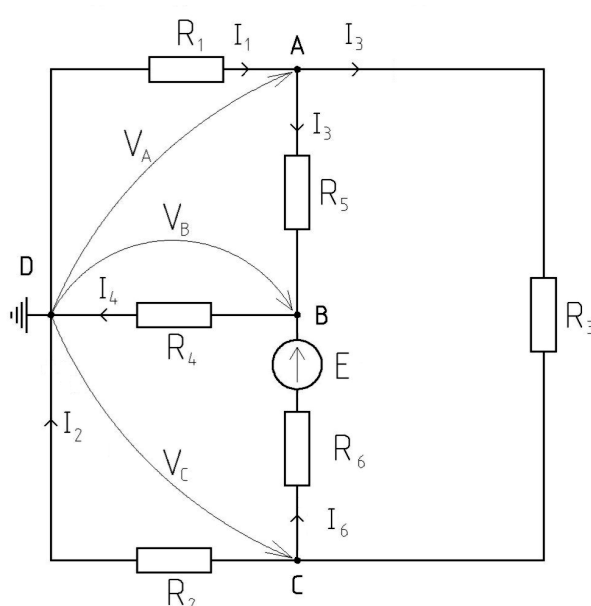
Otrzymane równania macierzowe (19) i (20) stosownie do schematów zaimplementowano w środowisku programu numerycznego *MathCAD*.

Na rysunku 6 zamieszczono wyniki obliczeń symulacyjnych potencjałów węzłowych w programie *MathCAD* [8], [16], [21].



Rys. 4. Schemat obwodu – źródło **E** umieszono w gałęzi między węzłami A i C, Wyznaczono napięcie węzłowe B (B-D): $U = 6.593 \text{ V}$
 Źródło: Opracowanie własne Autorów

Fig. 4. Circuit diagram - source **E** was placed in the branch between nodes A and C, voltage node was determined B (B-D): $U = 6.593 \text{ V}$
 Source: Elaboration of the Authors



Rys. 5. Schemat obwodu - źródło **E** umieszono w gałęzi między węzłami B i C, Wyznaczono napięcie węzłowe C (C-E): $U = 6.593 \text{ V}$
 Źródło: Opracowanie własne Autorów

Fig. 5. Circuit diagram - source **E** was placed in the branch between nodes B and C, voltage node was determined C (C-E): $U = 6.593 \text{ V}$
 Source: Elaboration of the Authors

3.3. Twierdzenie o wzajemności oczkowe w programie *PSpice*

Symulacja komputerowa obwodów elektrycznych rozgałęzionych w programie numerycznym *PSpice* umożliwia obliczanie w krótkim czasie wielu konfiguracji badanego układu.

Procedura obliczeniowa w programie *PSpice* obwodu rozgałęzionego w kontekście twierdzenia o wzajemności oczkowe, polega na stworzeniu dwóch schematów zastępczych.

Schematy te składają się z jednego źródła napięcia, amperomierza, rezystorów i uziemienia. Źródła napięcia w poszczególnych schematach zastępczych obwodu elektrycznego rozgałęzionego są usytuowane w innych oczkach.

Na rysunku 7 i rysunku 8 zamieszczono wyniki obliczeń symulacyjnych prądów w programie *PSpice* [6], [22], [23], [25].

Dane w zapisie macierzowym:

$$\begin{bmatrix} E & 0 \\ R_1 & R_4 \\ R_2 & R_5 \\ R_3 & R_6 \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} 45 & 0 \\ 5 & 6 \\ 7 & 10 \\ 9 & 9 \end{bmatrix} [V, \Omega] \quad (23)$$

$$Z := \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} \right) & -\frac{1}{R_5} & -\frac{1}{R_3} \\ -\frac{1}{R_5} & \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} \right) & -\frac{1}{R_6} \\ -\frac{1}{R_3} & -\frac{1}{R_6} & \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_6} \right) \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$Iz1 := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ E \\ R_3 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$Iz2 := \begin{bmatrix} 0 \\ E \\ R_6 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} := Y^{-1} \cdot Iz1 \rightarrow \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} 6.499 \\ 6.953 \\ 17.79 \end{bmatrix} [A] \quad (27)$$

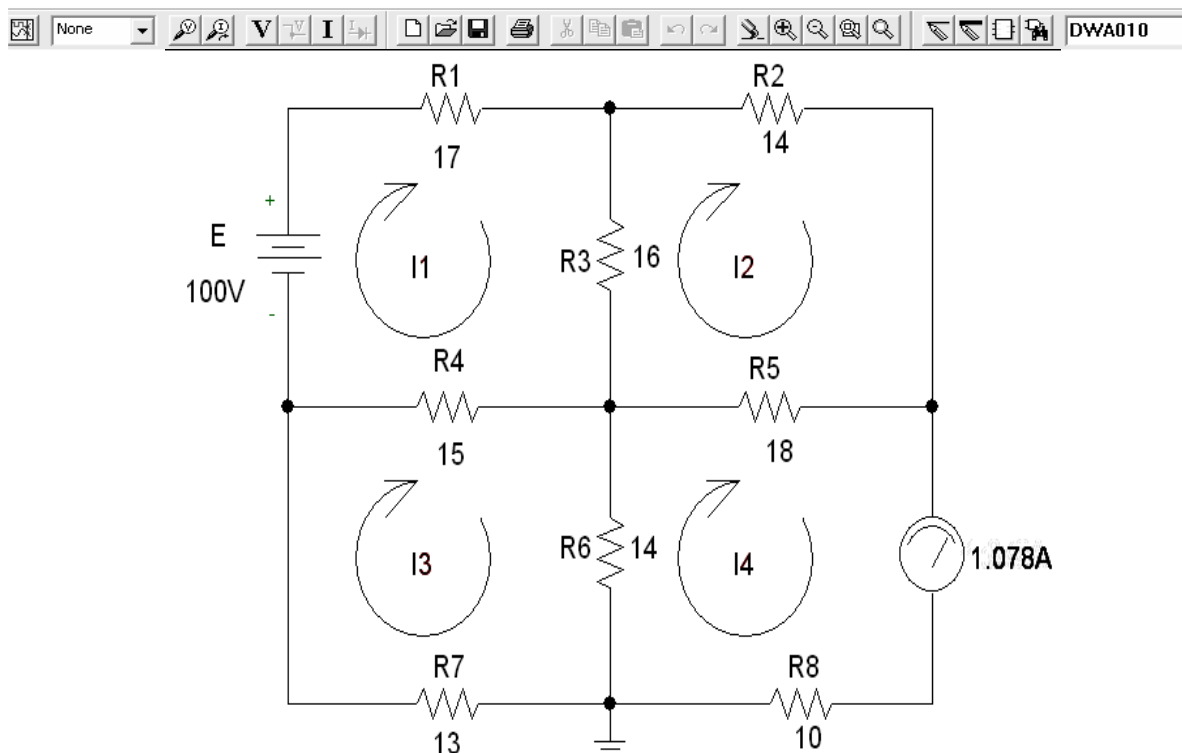
$$\begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} := Y^{-1} \cdot Iz2 \rightarrow \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} 5.981 \\ 16.863 \\ 6.953 \end{bmatrix} [A] \quad (28)$$

Rys. 6. Obliczenia napięć węzłowych w *MathCAD*:
 węzeł C: $U = 6.953 \text{ V}$ wzór (27), węzeł B: $U = 6.953 \text{ V}$ wzór (28)

Źródło: Opracowanie własne Autorów

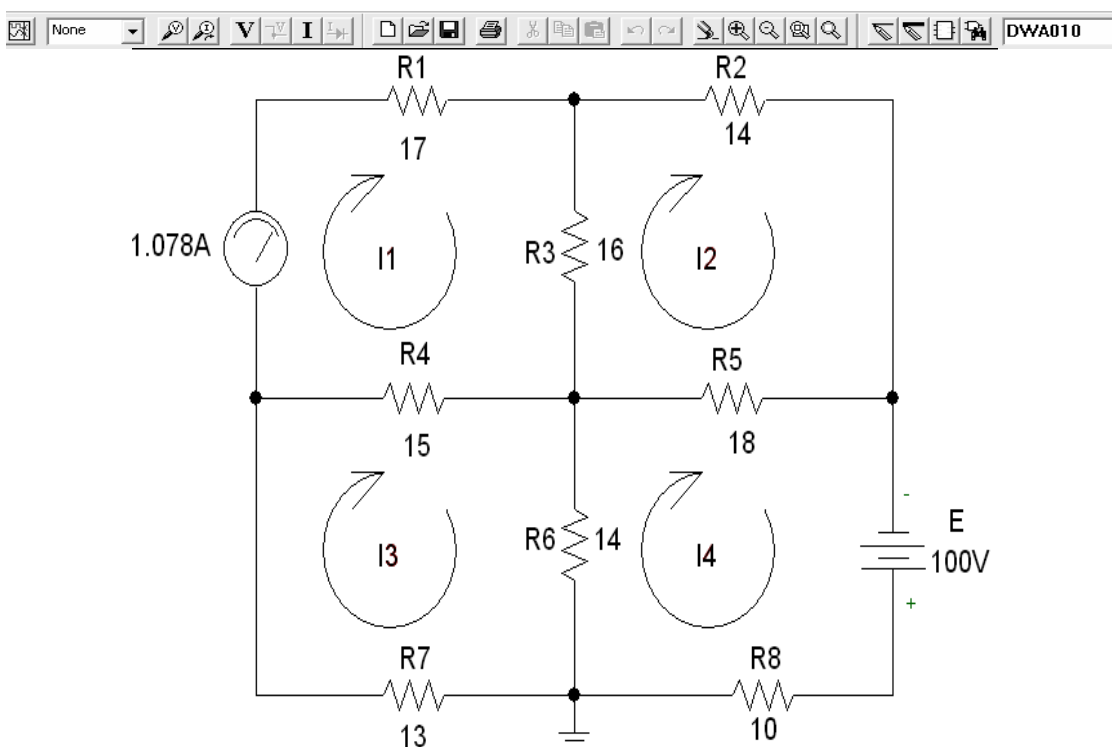
Fig. 6. Calculations of node voltage in *MathCAD*:
 the node C: $U = 6.953 \text{ V}$ formula (27), the node B: $U = 6.953 \text{ V}$ formula (28)

Source: Elaboration of the Authors



Rys. 7. Schemat obwodu - źródło napięcia E w pierwszym oczku, amperomierz w ósmej gałęzi, pomiar 1,078 A
 Źródło: Opracowanie własne Autorów

Rys. 7. Circuit diagram - voltage source E in the first mesh, ammeter in the eighth branch, measurement 1.078 A
 Source: Elaboration of the Authors

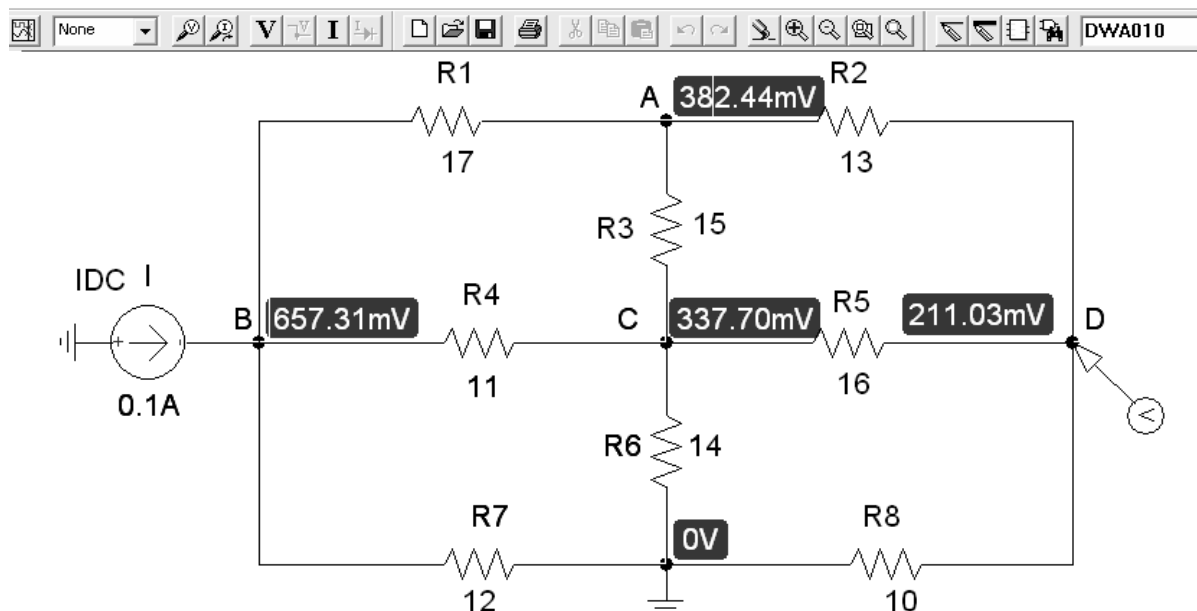


Rys. 8. Schemat obwodu - zamiana źródła napięcia i amperomierza miejscami, pomiar 1,078 A
 Źródło: Opracowanie własne Autorów

Fig. 8. Circuit diagram - replacement of voltage source and ammeter in places, measurement 1.078 A
 Source: Elaboration of the Authors

3.4. Twierdzenie o wzajemności węzłowe w PSpice

Procedura obliczeniowa w programie PSpice obwodu rozgałęzionego w kontekście twierdzenia o wzajemności węzłowe, polega na opracowaniu dwóch schematów zastępczych. Schematy te składają się z jednego źródła prądu, wskaźnika napięcia, rezystorów i uziemienia. Źródła prądu w poszczególnych schematach zastępczych obwodu elektrycznego rozgałęzionego są umieszczone w innych węzłach. Na rysunku 9 i rysunku 10 zamieszczono wyniki obliczeń symulacyjnych napięć węzłowych w programie PSpice [6], [22], [23], [25].

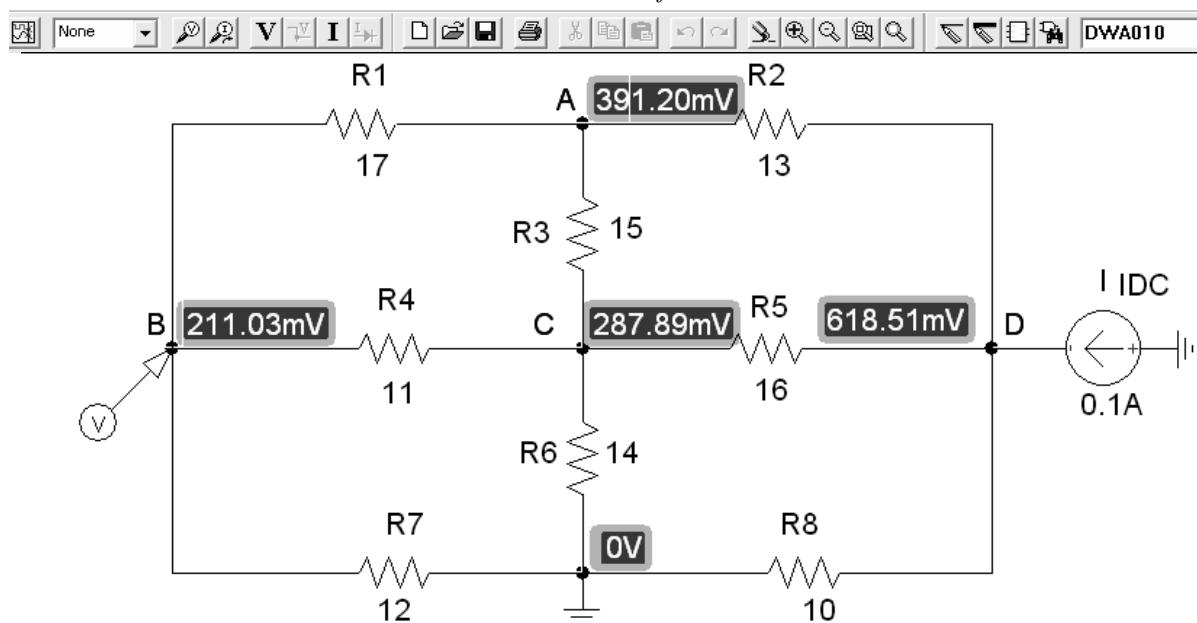


Rys. 9. Schemat obwodu - źródło prądu w węzle B, pomiar napięcia w węzle D: $V=211.03$ mV

Źródło: Opracowanie własne Autorów

Fig. 9. Circuit diagram - power source in the node B, voltage measurement in the node D: $V=211.03$ mV

Source: Elaboration of the Authors



Rys. 10. Schemat obwodu - źródło prądu w węzle D, pomiar napięcia w węzle B: $V=211.03$ mV

Źródło: Opracowanie własne Autorów

Fig. 10. Circuit diagram - power source in the node D, voltage measurement in the node B: $V=211.03$ mV

Source: Elaboration of the Authors

4. Wnioski

- Prezentacja twierdzeń o wzajemności oczkowe i węzłowe w postaciach macierzowych w środowiskach programów numerycznych *MathCAD* i *PSpice* jest doskonałą pomocą dydaktyczną w nauczaniu teorii obwodów elektrycznych.
- Przedstawione twierdzenie o wzajemności oczkowe w postaci macierzowej w środowisku programu numerycznego *MathCAD* można wykorzystać do weryfikacji obliczeń prądów w obwodach elektrycznych metodą prądu oczkowych Maxwella.
- Opisane twierdzenie o wzajemności węzłowe w postaci macierzowej w środowisku programu numerycznego *MathCAD* można wykorzystać do weryfikacji obliczeń napięć w obwodach elektrycznych metodą napięć węzłowych Cortiego.
- Zaprezentowane twierdzenia o wzajemności oczkowe i węzłowe w środowiskach programów numerycznych *MathCAD* i *PSpice* można wykorzystać do symulacji pomiarów prądów i napięć w obwodach elektrycznych.

Literatura

- [1] Bird J.: *Electrical circuit theory and technology. Revised second edition*. Newnes. Oxford Amsterdam Boston London NY Paris San Diego San Francisco Singapore Sydney Tokyo 2003.
- [2] Bolkowski S.: *Teoria obwodów elektrycznych*. Wyd. Naukowe PWN, Warszawa 2017.
- [3] Cholewicki T.: *Elektrotechnika teoretyczna, Tom I*. WNT, Warszawa 1967, wyd. 2.
- [4] Fricke H., Vaske P.: *Elektrische Netzwerke: Grundlagen der Elektrotechnik, Teil 1*. Springer Teubner, 1982.
- [5] Frączak P.: *Obliczenia numeryczne obwodów elektrycznych i układów cyfrowych*. Wyd. PPH ZAPOL Dmochowski, Sobczyk Sp.j., Szczecin 2012, s. 173.
- [6] Izydorczyk J.: *PSpice Komputerowa symulacja układów elektronicznych*. Wyd. HELION, Gliwice 1993.
- [7] Król A., Moczko J.: *Symulacja i optymalizacja układów elektronicznych*. Wyd. NAKOM, Poznań 1999, w. 1.
- [8] Larsen R.W.: *Introduction to Mathcad 15*. Pearson, 2010.
- [9] Lipiński W.: *Obliczenia numeryczne w teorii sygnałów i obwodów elektrycznych*. Wyd. PPH ZAPOL Dmochowski, Sobczyk Sp.j., Szczecin 2010, wyd. 2, s. 360.
- [10] Lipiński W.: *Podstawy teorii obwodów elektronicznych, Część 1*. Wyd. Uczelniane Pol. Szczecińskiej, Szczecin 1990.
- [11] Lipiński W.: *Podstawy teorii obwodów elektronicznych, Część 2*. Wyd. Uczelniane Pol. Szczecińskiej, Szczecin 1990.
- [12] Lipiński W.: *Podstawy teorii obwodów elektronicznych, Część 3*. Wyd. Uczelniane Pol. Szczecińskiej, Szczecin 1992.
- [13] Lipiński W.: *Wspomagana komputerowo analiz obwodów elektronicznych*. Wyd. Zachodniopomorskiego Centrum Edukacyjnego, Szczecin 2004, w. 3.
- [14] Mayergoyz I. D., Lawson W.: *Basic electric circuit theory. A one semester - text*. University of Maryland, Dep. of Electrical Engineering, College Park, Maryland. Academic Press, An imprint of elsevier. Toronto Tokyo Sydney New York Boston London San Diego, 1997.
- [15] Mikołajuk K., Trzaska Z.: *Elektrotechnika Teoretyczna*. PWN Warszawa, 1984.

- [16] Motyka R., Rasała D.: *MathCAD Od obliczeń do programowania*. Wyd. HELION, Gliwice 2012.
- [17] Ogrodzki J.: *Komputerowa analiza układów elektronicznych*. PWN, Warszawa 1994.
- [18] Osowski J., Szabatin J.: *Podstawy Teorii Obwodów. Tom 1*. Wyd. Naukowe PWN Warszawa, 2018.
- [19] Osowski J., Szabatin J.: *Podstawy Teorii Obwodów. Tom 2*. Wyd. Naukowe PWN Warszawa, 2018.
- [20] Osowski J., Szabatin J.: *Podstawy Teorii Obwodów. Tom 2*. Wyd. Naukowe PWN Warszawa, 2018.
- [21] Paleczek W.: *MathCAD 12, 11, 2001i, 2001, 2000 w algorytmach*. Akademicka Oficyna Wyd. EXIT, Warszawa 2005.
- [22] Tobin P.: *PSpice for circuit theory and electronic devices synthesis lectures on digital circuits and systems*. Morgan and Claypool Publishers, 2007.
- [23] Wojtuszkiewicz K., Zachara Z.: *PSpice, Przykłady praktyczne*. Wyd. MIKOM, Warszawa 2000, w. 1.
- [24] Yorke R., Hammond P.: *Electric circuit theory, The first edition*. University of Southampton, UK. Pergamon 1981.
- [25] Zachara Z., Wojtuszkiewicz K.: *PSpice, Symulacje wzmacniaczy dyskretnych*. Wyd. MIKOM, Warszawa 2001.