

Paweł GUTOWSKI*, Mariusz LEUS*

SIŁA TARCIA I JEJ SKŁADOWE W RUCHU ŚLIZGOWYM PRZY DRGANIACH POPRZECZNYCH

FRICITION FORCE AND ITS COMPONENTS IN SLIDING MOTION AT TRANSVERSE VIBRATIONS

Słowa kluczowe:

redukcja siły tarcia, drgania poprzeczne

Key words:

reduction of friction force, transverse vibrations

Streszczenie

W pracy przedstawiono wyniki doświadczalnej weryfikacji opracowanego przez autorów modelu dynamicznego do analizy wpływu drgań poprzecznych na siłę tarcia w ruchu ślizgowym. Weryfikacja została dokonana poprzez porównanie wyznaczonych doświadczalnie przebiegów czasowych siły tarcia i jej składowych z analogicznymi przebiegami wyznaczonymi na drodze obliczeń numerycznych przy wykorzystaniu opracowanego modelu. Uzyskano dobrą zgodność tych przebiegów. Zweryfikowany model wykorzystano do analiz symulacyjnych wpływu prędkości napędu i amplitudy prędkości drgań na czasowe przebiegi siły tarcia i jej składowych.

* Katedra Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn, Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie, 70-310 Szczecin, al. Piastów 19, Polska, e-mail: pawel.gutowski@zut.edu.pl; marusz.leus@zut.edu.pl.

WPROWADZENIE

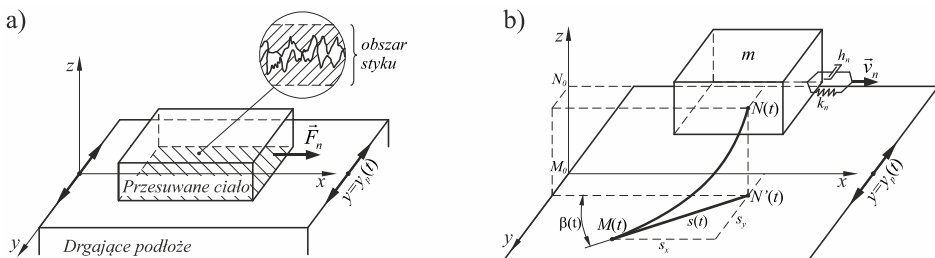
Przedstawione w pracach [L. 1–4] kinematyczne i dynamiczne modele do analizy wpływu drgań poprzecznych na siłę tarcia w ruchu ślizgowym zostały, jak dotychczas, zweryfikowane tylko częściowo poprzez porównanie wygenerowanych przy ich wykorzystaniu krzywych redukcji średniej siły tarcia, pod wpływem drgań poprzecznych, z wynikami badań doświadczalnych. W żadnej pracy nie analizowano natomiast zgodności przebiegów czasowych siły tarcia i jej składowych uzyskanych z modelu z wynikami badań doświadczalnych.

Niniejsza praca lukę tę wypełnia. Jej głównym celem jest sprawdzenie poprawności modelu dynamicznego opisanego w pracy [L. 3] poprzez porównanie przebiegów czasowych zmian siły tarcia, przy drganiach poprzecznych, uzyskanych z modelu z odpowiednimi przebiegami wyznaczonymi eksperymentalnie. Badania doświadczalne przeprowadzono na oryginalnym, własnym stanowisku badawczym. W badaniach symulacyjnych wykorzystano model obliczeniowy, w którym do opisu siły tarcia zastosowano dynamiczny model tarcia Dahla [L. 5].

Drugim celem pracy było przeprowadzenie, przy wykorzystaniu zweryfikowanego modelu, analiz symulacyjnych wpływu prędkości poślizgu oraz amplitudy prędkości drgań na czasowe przebiegi siły tarcia i jej składowych w ruchu ślizgowym w obecności drgań poprzecznych.

WERYFIKOWANY MODEL

W analizowanym modelu, szczegółowo opisanym w pracy [L. 3] przyjęto, że obszar styku pary ciernej, jaką tworzy przesuwane ciało i podłoże, jest strefą odkształcalną i może być modelowany jednym, zastępczym, prętowym elementem sprężysto-tłumiącym NM (Rys. 1) modelującym sztywność i tłumienie styku w kierunku stycznym.



Rys. 1. Modelowanie styku; a) para ciernej, b) sprężyste odkształcenie styku w płaszczyźnie poślizgu

Fig. 1. Modelling of contact; a) friction pair, b) elastic strain of contact in a plane of sliding

Do opisu siły tarcia wykorzystano dynamiczny model tarcia Dahla [L. 5], w którym zakłada się, że siła ta jest proporcjonalna do odkształcenia sprężystego s strefy styku, mierzonego w płaszczyźnie poślizgu, w kierunku ruchu względnego stykających się powierzchni, a więc:

$$F_T = k_t \cdot s \quad (1)$$

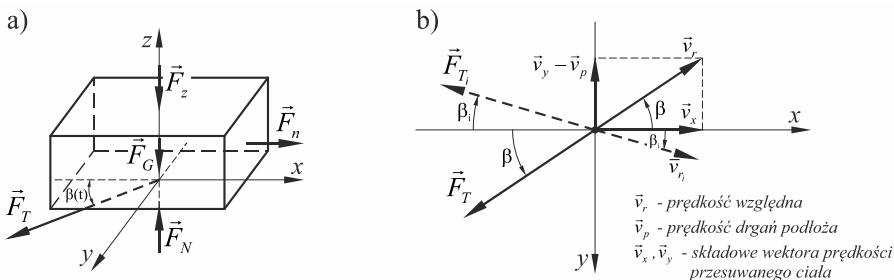
Ponadto w modelu tym zakłada się, że szybkość zmian odkształcenia sprężystego s strefy styku opisuje zależność:

$$\frac{ds}{dt} = v_r \left[1 - \frac{k_t \cdot s}{\mu \cdot F_N} \operatorname{sgn}(v_r) \right]^k \quad (2)$$

gdzie: F_T – siła tarcia, k_t – współczynnik sztywności styku w kierunku stycznym, v_r – prędkość względna przesuwanego ciała i podłoża, μ – współczynnik tarcia statycznego, F_N – reakcja normalna podłoża.

Rzeczywiste odkształcenie sprężyste strefy styku odwzorowywane jest w modelu ugięciem elementu sprężystego MN , a więc może być przedstawione jako wynik przemieszczania się końców M i N tego elementu. Ponieważ jest ono mierzone w płaszczyźnie poślizgu, może być opisane za pomocą współrzędnych punktów M i N' , gdzie N' jest rzutem punktu N na płaszczyznę poślizgu (Rys. 1b).

Przy drganiach poprzecznych podłoża kierunek tego odkształcenia jest zmienny w czasie i oscyluje wokół kierunku ruchu makroskopowego przesuwanego ciała. W dowolnej chwili t określony jest on kątem $\beta = \beta(t)$. Kierunek odkształcenia s jest zgodny z kierunkiem ruchu względnego i kierunkiem prędkości względnej \vec{v}_r przesuwanego ciała i drgającego podłoża. Na tym też kierunku leży wektor siły tarcia \vec{F}_T (Rys. 2). Sposób wyznaczania wartości odkształcenia sprężystego s i prędkości względnej v_r oraz ich kierunku przy drganiach poprzecznych podłoża, po którym realizowany jest przesuw, opisany jest w pracy [L. 3].



Rys. 2. a) Siły rzeczywiste działające na przesuwane ciało; b) zmiana kierunku siły tarcia wywołana drganiami poprzecznymi

Fig. 2. a) Real forces acting on a sliding body, b) changes of friction force direction caused by transverse vibrations

Zmiany wartości i kierunku odkształcenia sprężystego styku powodują odpowiednią zmianę wartości i kierunku siły tarcia. Siła ta oscyluje względem osi przesuwu danego ciała. Można ją rozłożyć na składowe \vec{F}_{Tx} i \vec{F}_{Ty} , gdzie:

$$F_{Tx} = F_T \cdot \cos \beta = k_t \cdot s \cdot \cos \beta \quad (3)$$

i

$$F_{Ty} = F_T \cdot \sin \beta = k_t \cdot s \cdot \sin \beta \quad (4)$$

Średnia wartość \tilde{F}_{Tx} składowej \vec{F}_{Tx} , w czasie jednego okresu drgań, wzdłuż osi zgodnej z kierunkiem napędu odpowiada wartości siły napędu F_n niezbędnej do wprawienia ciała w ruch ślizgowy i utrzymania tego ruchu. Wartość tę można wyznaczyć z zależności:

$$\tilde{F}_{Tx} = F_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n F_{Tx_i}(t + \Delta t_i) \quad (5)$$

gdzie: n – liczba przedziałów czasowych, na jakie podzielony został pełen okres drgań T .

BADANIA DOŚWIADCZALNE I WERYFIKACJA OPRACOWANEGO MODELU

Opracowany model został zweryfikowany doświadczalnie. Niezbędne do jego weryfikacji badania wykonano na stanowisku badawczym opisanym szczegółowo w pracy [L. 3]. W badaniach tych mierzono siłę napędu potrzebną do wprawienia przesuwanego ciała w ruch ślizgowy i utrzymania tego ruchu. Ruch ślizgowy odbywał się po podłożu wprawionym w ruch drgający, w kierunku prostopadłym do osi przesuwu. Na przesuwanym ciele umieszczono czujniki, za pomocą których rejestrowano jego przyspieszenia w kierunku osi poślizgu (oś $0x$) i w kierunku prostopadłym do tej osi (oś $0y$). Wartości składowych \vec{F}_{Tx} i \vec{F}_{Ty} , siły tarcia, w kierunkach tych osi, wyznaczano pośrednio, wykorzystując w tym celu dynamiczne równania ruchu przesuwanego ciała. Równania te, zgodnie z oznaczeniami, jak na **Rys. 2a**, mają postać:

$$m\ddot{x} = F_n - F_T \cos \beta = F_n - F_{Tx} \quad (6)$$

i

$$m\ddot{y} = F_T \sin \beta = F_{Ty} \quad (7)$$

Znając masę przesuwanego ciała i mając wyznaczone doświadczalnie jego przyspieszenia w kierunkach osi $0x$ i $0y$ oraz wyznaczone doświadczalnie przebiegi siły napędu F_n można było, korzystając z równań (6) i (7), wyznaczyć wartości składowych siły tarcia w kierunkach tych osi.

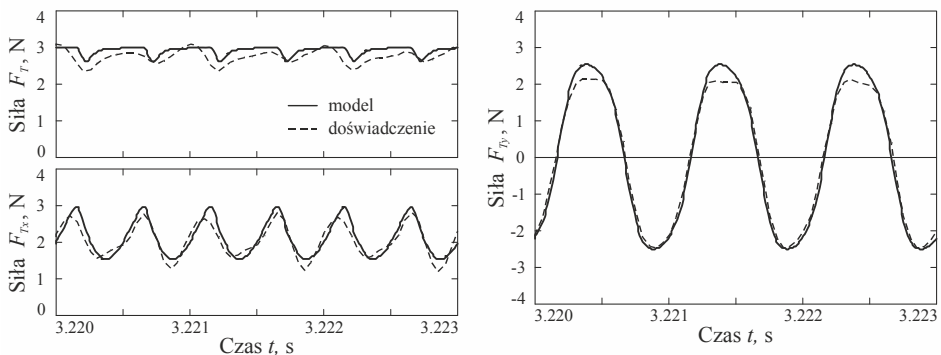
Mając wyznaczone przebiegi czasowe F_{Tx} i F_{Ty} w kierunkach osi $0x$ i $0y$ można wyznaczyć przebiegi wypadkowej siły tarcia $F_T(t)$:

$$F_T(t) = \sqrt{[F_{Tx}(t)]^2 + [F_{Ty}(t)]^2} \quad (8)$$

oraz określić w dowolnej chwili jej kierunek:

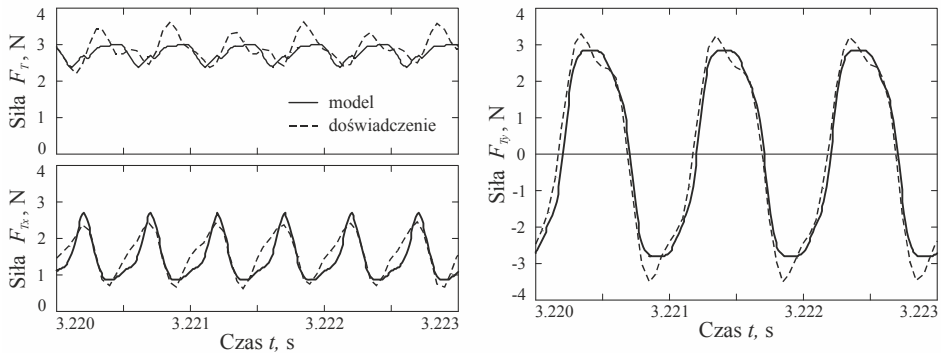
$$\operatorname{tg}\beta(t) = \frac{F_{Ty}(t)}{F_{Tx}(t)} \quad (9)$$

Wyznaczone doświadczalnie, w opisany wyżej sposób, przebiegi sił $F_T(t)$, $F_{Tx}(t)$ i $F_{Ty}(t)$ porównano z odpowiednimi przebiegami wyznaczonymi na drodze obliczeń numerycznych przeprowadzonych przy wykorzystaniu opracowanego modelu. Na **Rys. 3** przedstawiono odpowiednie wykresy porównawcze uzyskane przy przesuwie ciała o masie $m = 0,538$ kg po podłożu wykonującym drgania o częstotliwości $f = 1000$ Hz i amplitudzie prędkości $v_a = 1,27$ mm/s. Prędkość napędu wynosiła $v_n = 0,5$ mm/s, a naciski powierzchniowe $p_n = 0,014$ N/mm². Na **Rys. 4** przedstawiono analogiczne porównanie przy drganiach o tej samej częstotliwości, ale większej amplitudzie prędkości drgań $v_a = 2,31$ mm/s. Prędkość napędu jak i wartości pozostałych parametrów pozostały niezmiennione.



Rys. 3. Porównanie modelowych i doświadczalnych przebiegów siły tarcia F_T i jej składowych F_{Tx} i F_{Ty} przy drganiach poprzecznych podłoża; $f = 1000$ Hz, $v_a = 1,27$ mm/s, $v_n = 0,5$ mm/s

Fig. 3. Comparison of the model and experimental time characteristics of friction force F_T and its components F_{Tx} and F_{Ty} at transverse vibrations of the support; $f = 1000$ Hz, $v_a = 1.27$ mm/s, $v_n = 0.5$ mm/s



Rys. 4. Porównanie modelowych i doświadczalnych przebiegów siły tarcia F_T i jej składowych F_{Tx} i F_{Ty} przy drganiach poprzecznych podłoża; $f = 1000$ Hz, $v_a = 2,31$ mm/s, $v_n = 0,5$ mm/s

Fig. 4. Comparison of the model and experimental time characteristics of friction force F_T and its components F_{Tx} and F_{Ty} at transverse vibrations of the support; $f = 1000$ Hz, $v_a = 2.31$ mm/s, $v_n = 0.5$ mm/s

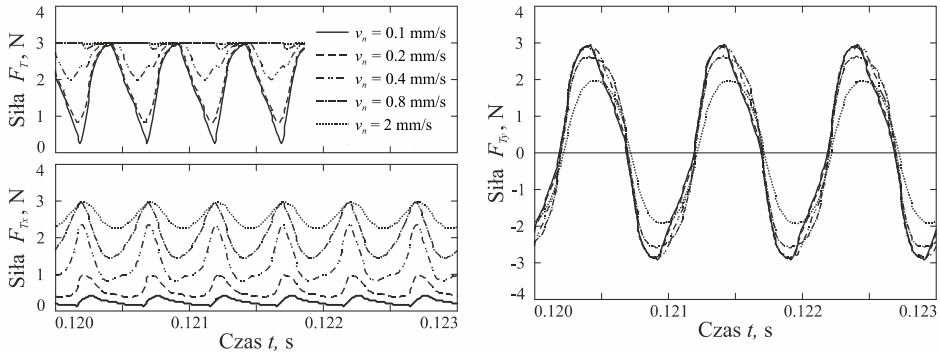
Z przedstawionych wykresów porównawczych widać dobrą zgodność przebiegów czasowych siły tarcia i jej składowych wyznaczonych w analizach numerycznych, przy wykorzystaniu opracowanego modelu, z przebiegami wyznaczonymi doświadczalnie. Zgodność ta świadczy o poprawności opracowanego modelu obliczeniowego.

ANALIZY SYMULACYJNE – WPŁYW PRĘDKOŚCI POŚLIZGU I AMPLITUDY PRĘDKOŚCI DRGAŃ NA PRZEBIEG SIŁY TARCIA I JEJ SKŁADOWYCH

Opracowany model wykorzystano w analizach symulacyjnych wpływu drgań poprzecznych na siłę tarcia w ruchu ślizgowym. Przeprowadzenie tych analiz wymagało przyjęcia określonej wartości współczynnika przeniesienia drgań η z podłoża na przesuwane ciało. Jego wartość mieści się w granicach $0 \leq \eta \leq 1$. Można ją wyznaczyć na podstawie danych doświadczalnych, dokonując dostrojenia modelu, w którym parametrem dostrajającym jest właśnie wartość tego współczynnika. Procedura i przykładowe wyniki zamieszczone są w pracy [L. 3].

W przedstawionych w niniejszym artykule analizach symulacyjnych przyjęto wartość $\eta = 0,652$. Przyjęto, że masa przesuwanego ciała wynosi $m = 0,538$ kg, a naciski powierzchniowe $p_n = 0,014$ N/mm². W obliczeniach założono, że sztywność napędu wynosi $k_n = 0,92$ N/ μ m, współczynnik sztywności stycznej styku $k_t = 62,86$ N/ μ m, a współczynnik tarcia $\mu = 0,178$. Wartości k_n , k_t i μ wyznaczono w sposób doświadczalny. Dane te były identyczne jak w badaniach doświadczalnych przeprowadzonych w celu weryfikacji modelu. Na **Rys. 5** przedstawiono przebiegi wypadkowej siły tarcia F_T i jej składowych F_{Tx} i F_{Ty} przy ruchu

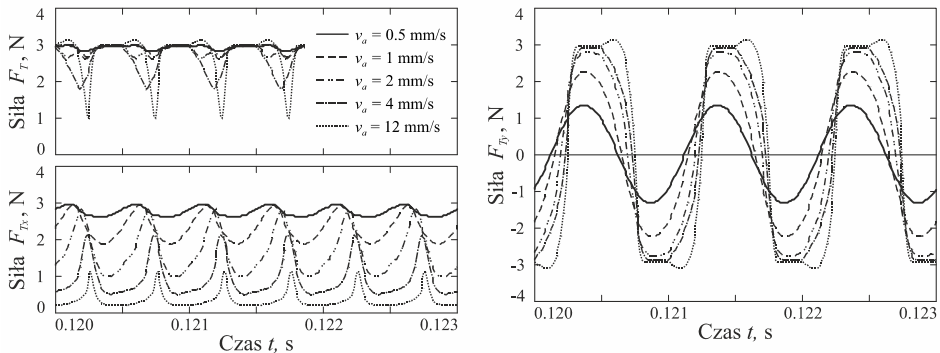
ślizgowym po podłożu wykonującym drgania o częstotliwości $f = 1000$ Hz i amplitudzie prędkości $v_a = 2$ mm/s, dla pięciu różnych prędkości napędu v_n równych: 0,1, 0,2, 0,4, 0,8 i 2 mm/s.



Rys. 5. Przebiegi siły tarcia F_T i jej składowych F_{Tx} i F_{Ty} w zależności od prędkości napędu; $f = 1000$ Hz, $v_a = 2$ mm/s

Fig. 5. Time characteristics of friction force F_T and its components F_{Tx} and F_{Ty} at various velocities of drive; $f = 1000$ Hz, $v_a = 2$ mm/s

Z kolei na **Rys. 6** przedstawiono analogiczne przebiegi przy stałej prędkości napędu równej $v_n = 0,5$ mm/s i częstotliwości drgań $f = 1000$ Hz, ale przy różnych amplitudach prędkości drgań v_a równych: 0,5, 1, 2, 4 i 12 mm/s.



Rys. 6. Przebiegi sił F_T , F_{Tx} i F_{Ty} w zależności od amplitudy v_a prędkości drgań; $f = 1000$ Hz, $v_n = 0,5$ mm/s

Fig. 6. Time characteristics of forces F_T , F_{Tx} and F_{Ty} at various amplitudes v_a of vibration velocities; $f = 1000$ Hz, $v_n = 0.5$ mm/s

Z wykresów na **Rys. 5** widać, jak w miarę zmniejszania się prędkości napędu v_n , a więc i prędkości poślizgu w skali makro, obniża się w czasowych przebiegach zarówno minimalna, jak i maksymalna wartość składowej F_{Tx} . Skutkiem tego następuje obniżenie średniej wartości tej składowej. Podobna sytuacja występuje przy wzroście amplitudy prędkości drgań, co widać w zestawieniach przebiegów przedstawionych na **Rys. 6**.

W układach rzeczywistych odzwierciedleniem tego jest obniżenie wartości siły napędu niezbędnej do wprawienia ciała w ruch ślizgowy i utrzymania tego ruchu obserwowane przy malejącej prędkości poślizgu lub przy wzrastającej amplitudzie prędkości drgań podłoża, po którym realizowany jest ruch ślizgowy.

PODSUMOWANIE

Dobra zgodność wyznaczonych numerycznie przebiegów czasowych siły tarcia i jej składowych w ruchu ślizgowym przy drganiach poprzecznych podłoża z odpowiednimi przebiegami wyznaczonymi w sposób doświadczalny świadczy o poprawności weryfikowanego modelu obliczeniowego. Model ten może więc być wykorzystywany w analizach symulacyjnych wpływu drgań na siłę tarcia w ruchu ślizgowym. Należy jednak pamiętać, że został on zweryfikowany tylko dla styków suchych i przy stosunkowo małych naciskach powierzchniowych.

LITERATURA

1. Gutowski P., Leus M.: Analizy porównawcze wpływu drgań stycznych poprzecznych i wzdłużnych na siłę tarcia w ruchu ślizgowym. *Tribologia*, 2, 2013, s. 69–79.
2. Leus M., Gutowski P.: Doświadczalne i symulacyjne analizy wpływu drgań stycznych poprzecznych na siłę tarcia w ruchu ślizgowym. *Modelowanie Inżynierskie*, T. 16, nr 47, 2013, s. 129–133.
3. Gutowski P., Leus M.: Computational model for friction force estimation in sliding motion at transverse tangential vibrations of elastic support. *Tribology International*, 90(2015), s. 455–462.
4. Leus M., Gutowski P.: Analiza wpływu parametrów drgań stycznych i prędkości poślizgu na siłę tarcia w ruchu ślizgowym. *Tribologia*, 3, 2015, s. 99–107.
5. Dahl P.R.: Solid friction damping of mechanical vibrations. *AIAA Journal*, 14(12), 1976, s. 1675–1682.

Praca niniejsza została w dużej części wykonana w ramach projektu badawczego własnego nr N N501 212340. Projekt jest finansowany przez Narodowe Centrum Nauki w Krakowie.

Summary

The results of the experimental verification of dynamic model developed by the authors are presented in this paper for analyse of the influence of transverse vibrations on the friction force in sliding motion. Verification was carried out through the comparison of experimentally determined time characteristics of a friction force and its components with corresponding ones obtained from numerical computations with the use of a developed model. The suitable agreement of these characteristics was achieved. The verified model was used in the simulation analyses of the influence of sliding velocity and the amplitude of vibration velocity on the time characteristics of a friction force and its components in sliding motion.