

Andrzej RACHALSKI

INSTYTUT MECHANIKI GÓROTWORU POLSKA AKADEMIA NAUK
Reymonta 27, 30-059 Kraków

Absolutny pomiar bardzo małych prędkości przepływu gazu metodą fal cieplnych

Dr inż. Andrzej RACHALSKI

Ukończył studia na Wydziale Elektrycznym Akademii Górniczo-Hutniczej na kierunku fizyka techniczna. Od 1980 roku pracuje w Pracowni Metrologii Przepływów Instytutu Mechaniki Górotworu Polskiej Akademii Nauk w Krakowie. W 1997 roku uzyskał stopień doktora nauk technicznych. Zainteresowania naukowe: termooanemometryczne metody pomiaru prędkości przepływu gazów.



e-mail: rachalsk@img-pan.krakow.pl.

Streszczenie

Przedstawiono metodę absolutnego pomiaru prędkości przepływu gazu za pomocą fal cieplnych, w zakresie bardzo małych prędkości. Na podstawie rozwiązania analitycznego zjawiska propagacji fali cieplnej w płynącym gazie, prędkość przepływu wyznaczono metodą estymacji nieliniowej uprzednio zmierzonych przesunięć fazowych składowych harmonicznych fali w funkcji częstotliwości. Metoda umożliwia pomiar prędkości przepływu gazu rzędu kilku cm/s, bez uprzedniego wzorcowania czujnika.

Słowa kluczowe: anemometria, fale cieplne, metoda absolutna.

Absolute measurement of very low gas flow velocity by means of thermal wave technique**Abstract**

The phenomenon of thermal wave propagation in a flowing gas is described by the equation of energy conservation (Eq. 1). Kielbasa [1] solved this equation using the Green's function technique and he obtained the phase shift for a linear periodic heat source (Eq. 9). This formula expresses that the wave velocity depends not only on the gas velocity but also on the thermal diffusion. If the condition of Eq. 11 is fulfilled, Eq. 10 becomes Eq. 12., so the thermal wave velocity is equal to the flow velocity, and the method can be considered as absolute. Otherwise, the probe needs to be calibrated. As can be seen from Eq. 10, the less flow velocity, the bigger difference between the flow velocity and the wave velocity. Fig. 2 shows that the lower limit of the flow velocity is about 30cm/s for air flow. Instead of a sinusoidal wave we apply a complex signal described by Eq. 12. After decomposing detectors signal into harmonics, we obtain the phase shift related to each harmonic. The phase shift obeys the system of equations (Eq. 14), where flow velocity V_G and thermal diffusivity κ are unknown parameters. The system can be solved by means of nonlinear estimation. Fig. 3 shows exemplary signals from the first and second detector. The results of estimation are presented in Fig. 4 and Tab. 1. The estimated values of both velocity and diffusivity are correct for the velocity equal to 7cm/s, while for the velocity of 50cm/s only the velocity value is correct. It is obvious that for this velocity the expression of Eq. 10 is insensitive to the thermal diffusivity, so the estimating procedure cannot find a proper value of the parameter. The presented method enables measurements of the gas flow velocity in the range of several cm/s without previous calibration of the probe. Further investigations will include searching an objective criterion of proper determination of the thermal diffusivity and improvement of the method accuracy.

Keywords: anemometry, thermal waves, absolute method.

1. Wstęp

Metoda pomiaru prędkości przepływu gazu za pomocą fal cieplnych polega na określeniu czasu przelotu rozchodzącej się w płynącym gazie fali cieplnej, pomiędzy dwoma punktami przestrzeni. Wykorzystanie fal cieplnych do pomiaru prędkości przepływu zaproponował kilkadziesiąt lat temu Kovaszny [1]. Walker i Westenberg [2], przedstawili absolutną metodę pomiaru prędkości

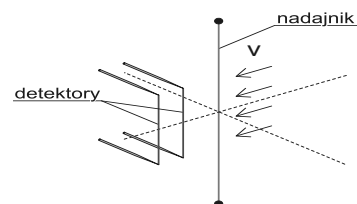
gazu za pomocą układu z sinusoidalną falą cieplną. Następnie Bauer [3], Bradbury i Castro [4] zastosowali do pomiaru falę ze źródłem pobudzonym impulsowo. Metoda ta nazywana *pulsed-wire* anemometrią (PWA) była dalej rozwijana i znalazła zastosowanie zwłaszcza w pomiarach przepływów turbulentnych gazów. W oparciu o zjawisko fal cieplnych skonstruowano przepływomierze cieczy i gazów [5, 6], również do pomiarów mikro- i nanoprzepływów [7, 8].

Metoda fal cieplnych może być stosowana do pomiaru bardzo małych prędkości przepływu gazów, poniżej 10cm/s. W tym zakresie prędkości zwykle termooanemometrii nie są wystarczająco dokładne; również nie można zastosować metod opartych o pomiar ciśnienia, gdyż jest ono zbyt małe i trudne do zmierzenia. Z innych metod, w tym zakresie prędkości zastosować można anemometrię laserową oraz ultradźwiękową. Anemometria laserowa wymaga wprowadzenia posiewu do mierzonego przepływu, co nie zawsze jest wskazane, czy też możliwe, lecz jej niewątpliwą jej zaletą jest niezależność wskazań od parametrów płynącego gazu. Metoda ultradźwiękowa jest niewrażliwa na zmianę parametrów gazu, jeżeli nie wpływa ona na prędkość rozchodzenia się fali dźwiękowej w gazie (wyjątkiem jest tu ultradźwiękowa anemometria dopplerowska, gdzie jednak należy wprowadzić posiew do badanego przepływu). Wspólną zaletą obu wspomnianych metod jest szeroki zakres mierzonych prędkości.

Zjawisko dyfuzji cieplnej powoduje, że prędkość rozchodzenia się fali temperaturowej nie jest dokładnie równa prędkości gazu; wpływ dyfuzyjności na prędkość fali rośnie w miarę jak prędkość gazu maleje. Dlatego też pomiary małych prędkości wymagają wzorcowania sondy pomiarowej. Co więcej, ponieważ dyfuzyjność termiczna gazu zależy od jego składu, uniemożliwia to pomiar przy nieznanym składzie mieszaniny gazów lub sytuacji, gdy w trakcie pomiaru skład mieszaniny się zmienia.

2. Podstawy teoretyczne metody

Kielbasa [9, 10] przedstawił analityczne rozwiązanie zjawiska propagacji fal cieplnych w płynącym gazie i podał dokładne kryterium niezależności pomiaru od dyfuzji termicznej, co pozwoliło na określenie warunków, jakie muszą być aby metoda była absolutna. Zjawisko propagacji fal cieplnych w płynącym gazie opisuje równanie zachowania energii.



Rys. 1. Konfiguracja przestrzenna nadajnika i detektorów w przepływie
Fig. 1. Spatial configuration of a transmitter and detectors in the flow

W układzie współrzędnych przedstawionym na rys. 1 przyjmuje postać:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \Delta T - V_G \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{Q(t)}{\rho c}, \quad (1)$$

gdzie: T - temperatura gazu, κ - dyfuzyjność cieplna gazu, ρ - gęstość gazu, c - ciepło właściwe gazu, V_G - prędkość przepływu, $Q(t)$ - gęstość mocy źródła.

Założono tu, że prędkość przepływu gazu wokół źródła fali jest stała, a parametry gazu nie zmieniają się z temperaturą. Dla periodycznie zmiennego źródła liniowego w postaci:

$$Q(t) = Q_0 \delta(x-0) \delta(y-0) \exp(-i\omega t) \quad (2)$$

gdzie: Q_0 - amplituda gęstości mocy, ω - częstość, i - jednostka urojona, δ - funkcja Diraca, otrzymujemy następujące równanie:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) - V_G \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{1}{\rho c} Q_0 \delta(x-0) \delta(y-0) \exp(-i\omega t). \quad (3)$$

Rozwiązanie analityczne równania (1) podał Kiełbasa [9]. Szkic rozumowania przedstawiony zostanie poniżej. Z równania (3) otrzymujemy, stosując funkcję Greena wyrażenie na temperaturę:

$$T(x, y, t) = \int_0^t d\tau \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi \int_{-\infty}^{+\infty} d\eta G(x, y, t; \xi, \eta, \tau) Q_0 \exp(i\omega\tau) \delta(x-\xi) \delta(y-\eta). \quad (4)$$

Funkcja Greena w tym przypadku będzie równa:

$$G(x, y, t; \xi, \eta, \tau) = \frac{1}{4\pi\kappa(t-\tau)} \exp \left[-\frac{[x-\xi - V_G(t-\tau)]^2 + (y-\eta)^2}{4\kappa(t-\tau)} \right] \quad (5)$$

Po wykonaniu całkowania po współrzędnych przestrzennych dostajemy:

$$T(x, y, z, t) = \frac{Q_0}{4\pi\kappa\rho c} \exp \left(\frac{V_G x}{2\kappa} - i\omega t \right) \int_0^t \tau^{-1} \exp \left[-\left(i\omega\tau + \frac{r^2}{4\kappa\tau} + \frac{V_G^2 \tau}{4\kappa} \right) \right] d\tau \quad (6)$$

Całkę w powyższym wyrażeniu, zamieniamy na różnicę całek

$$\int_0^t (...) d\tau = \int_0^{+\infty} (...) d\tau - \int_t^{+\infty} (...) d\tau.$$

Pierwsza całka nie zależy od czasu. Dla dostatecznie dużego t , drugą całkę przybliżyć można zmodyfikowaną funkcją Bessela drugiego rodzaju K_0 :

$$T(x, y, z, t) = \frac{Q_0}{4\pi\kappa\rho c} \exp \left(\frac{V_G x}{2\kappa} - i\omega t \right) 2K_0 \left[\frac{1}{2\kappa} (V_G^2 + i4\kappa\omega) \right] \quad (7)$$

Rozwijając K_0 w szereg:

$$K_0(\alpha) = \sqrt{\frac{\pi}{2\alpha}} \exp(-\alpha) \left(1 - \frac{1}{8\alpha} + \frac{9}{2!(8\alpha)^2} + \dots \right),$$

pomijając wyrazy rozwinięcia począwszy od drugiego, dostajemy:

$$T(x, y, z, t) = \frac{Q_0}{2\pi\kappa\rho c} \exp \left(\frac{V_G x}{2\kappa} - i\omega t \right) \sqrt{\frac{\pi\kappa}{V_G^2 + i4\kappa\omega}} \exp \left(-\frac{1}{2\kappa} (V_G^2 + i4\kappa\omega) \right) \quad (8)$$

Przesunięcie fazy fali ciepłej względem źródła wynosi:

$$\varphi(\Delta x, \omega, \kappa, V_G) = \frac{V_G \Delta x}{2\kappa} \sqrt{\frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{16\kappa^2 \omega^2}{V_G^4}} - 1 \right)} + \frac{1}{4} \arctan \frac{4\kappa\omega}{V_G^2}. \quad (9)$$

Dla dwóch detektorów umieszczonych wzdłuż kierunku propagacji fali w odległości Δx jeden od drugiego różnica fazy jest dana wzorem:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{V_G \Delta x}{2\kappa} \sqrt{\frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{16\kappa^2 \omega^2}{V_G^4}} - 1 \right)}. \quad (10)$$

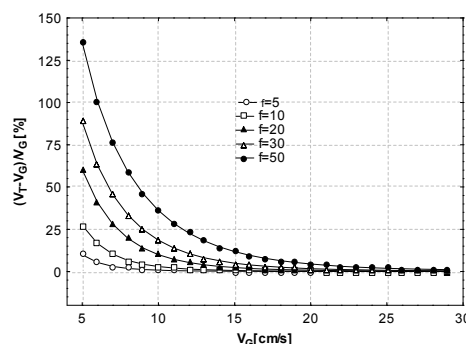
Gdy ułamek pod wewnętrznym pierwiastkiem staje się dostatecznie mały, czyli zachodzi:

$$\frac{16\kappa^2 \omega^2}{V_G^4} \ll 1, \quad (11)$$

to po rozwinięciu w szereg wewnętrznego pierwiastka i prostych przekształceniach dostajemy:

$$\Delta\varphi = \frac{\omega \Delta x}{V_G}, \quad (12)$$

co oznacza, że prędkość gazu można uznać za równą prędkości fali temperaturowej. Rysunek 2 przedstawia względną różnicę pomiędzy prędkością fali temperaturowej a prędkością przepływu powietrza dla wybranych częstotliwości, wyliczoną na podstawie równania (12). Widać, że równanie (12) nie jest spełnione z pożądaną dokładnością dla prędkości powietrza mniejszych od 30 cm/s. W takim przypadku prawidłowy pomiar prędkości wymaga uprzedniego wywzorcowania przyrządu, lub znajomości wartości dyfuzyjności cieplnej płynącego gazu.



Rys. 2. Różnica między prędkością gazu a prędkością fali ciepłej dla wybranych częstotliwości

Fig. 2. The difference between the gas flow velocity and thermal wave velocity for selected frequencies of detector voltage signals

3. Idea metody

Jeżeli zamiast fali sinusoidalnej użyjemy sygnału złożonego w postaci:

$$Q(t) = \sum_i q_i(t) = \sum_i a_i \sin(\omega_i t - \varphi_i), \quad (13)$$

to rozkładając sygnał na detektorze fali za pomocą analizy harmonicznej wyznaczmy przesunięcia fazowe składowych harmonicznych. Przesunięcie fazowe i -tej składowej harmonicznej spełnia wtedy zależność:

$$\Delta\varphi_i(V_G, \kappa, \omega_i) = \frac{V_G \Delta x}{2\kappa} \sqrt{\frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{16\kappa^2 \omega_i^2}{V_G^4}} - 1 \right)}. \quad (14)$$

Jeżeli znamy odległość Δx pomiędzy detektorami fali, częstotliwości i przesunięcia fazy składowych harmonicznych, to niewiadome pozostają dwie wielkości: prędkość gazu V_G oraz jego dyfuzyjność cieplna κ . Tak więc zagadnienie sprowadza się do ich estymacji zgodnie ze wzorem (10). Ponieważ analityczne rozwiązanie równania (1) jest przybliżone, to istotne z praktycznego punktu widzenia jest zastosowanie takiego układu pomiarowego, dla którego to rozwiązanie można stosować. Szczegółową dyskusję przedstawiono we wcześniejszych pracach [1-3].

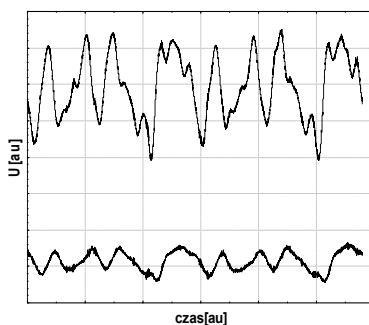
4. Przebieg i wyniki eksperymentów

Badania przeprowadzono w tunelu aerodynamicznym, w powietrzu w temperaturze pokojowej. Nadajnik fali oraz dwa detektory wykonano z drutu wolframowego o średnicy 5 μm . Umieszczono je pionowo w jednej płaszczyźnie. Odległość pierwszego detektora od nadajnika wynosiła 1,5 mm, a odległość między detektorami 2 mm. Nadajnik pracował w układzie anemometru stałotemperaturowego, a detektory w układzie termometru rezystancyjnego. Do generowania fali zastosowano cyfrowy anemometr-termometr CCC, który umożliwia wymuszenie przebiegu na nadajniku o zadanym kształcie. Sygnały napięciowe z detektorów i nadajnika były przesyłane poprzez układ przetworników A/C do komputera, gdzie były poddawane analizie widmowej. Przykładowe sygnały z detektorów dla prędkości przepływu 7 cm/s przedstawiono na rys. 3. Do analizy widmowej sygnału z detektorów zastosowano algorytm cyfrowej transformaty Fouriera.

Tab. 1. Wyliczona prędkość przepływu i dyfuzyjność cieplna powietrza oraz ich odchylenia standardowe

Tab. 1. The calculated flow velocity and air thermal diffusivity and their standard deviations

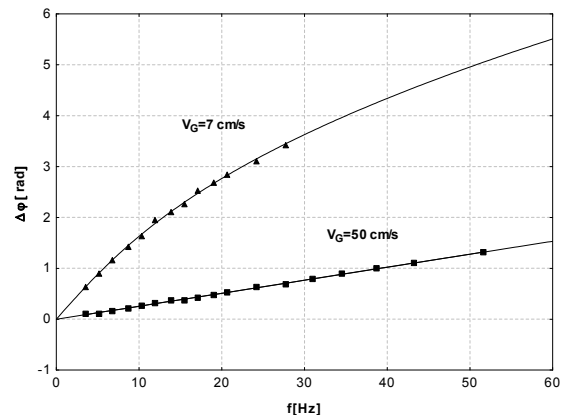
Prędkość gazu cm/s	Prędkość gazu wyliczona	Odchylenie Standardowe prędkości	Dyfuzyjność cieplna cm^2/s	Odchylenie standardowe dyfuzyjności
7	6,88	0,11	0,21	0,006
50	49,2	0,05	0,02	0,022



Rys. 3. Sygnały napięciowe z detektorów dla prędkości przepływu 7 cm/s
Fig. 3. The voltage signals from detectors for flow velocity 7 cm/s

Rysunek 4 przedstawia zmierzoną zależność przesunięcia fazy sygnałów na detektorach oraz krzywe dopasowane zgodnie z równaniem (10). Dla prędkości 50 cm/s zależność fazy od częstotliwości jest liniowa, gdyż, jak wspomniano uprzednio, równanie (10) przechodzi dla tej prędkości w równanie (11). Wyniki estymacji przedstawiono w tabeli. Dla prędkości 7 cm/s wyznaczone wartości prędkości i dyfuzyjności są poprawne, natomiast dla prędkości 50 cm/s tylko wartość prędkości jest poprawna. Wynika to stąd, że czułość wyrażenia (10) dla tej prędkości na zmiany wartości dyfuzyjności jest bardzo niewielka. Jest to zgodne z uwagą, że w tym obszarze wpływ dyfuzji cieplnej na prędkość

fali temperaturowej jest do zaniedbania. Liniową zależność fazy od częstotliwości zastosowano uprzednio do zwiększenia dokładności metody [11].



Rys. 4. Zmierzone przesunięcia fazy składowych harmonicznych fali cieplnej w funkcji częstotliwości oraz dopasowana krzywa z równania (10)

Fig. 4. The measured phase shift of thermal wave harmonic components vs. the frequency and the fitted curve according to Eq. 10

5. Wnioski

Przedstawiona metoda umożliwia pomiar bardzo małych prędkości przepływu gazów, bez uprzedniego wzorcowania czujnika. W dalszych badaniach należałoby znaleźć obiektywne kryterium poprawności wyznaczania dyfuzyjności cieplnej, oraz zwiększyć dokładność metody.

6. Literatura

- [1] Kovaszny L.S.G.: Hot-wire investigation of the wake behind cylinders at low Reynolds numbers, Proc. Roy. Soc. A 198, 174 (1949).
- [2] Walker R.E., Westenberg A.A.: Absolute Low Speed Anemometer, Rev. Sci. Instrum. 27, 844 (1956).
- [3] Bauer A.B.: Direct measurement of velocity by hot-wire anemometry, AIAA J. 3, 1189 (1965).
- [4] Bradbury L.J.S., Castro I.P.: A Pulsed Wire Technique for Turbulence Measurements, J. Fluid Mech. 49, 657 (1971).
- [5] Skinner G.T., Dunn M.G., Hiemenz R.J.: Low-speed heat-pulse anemometer, Rev. Sci. Instrum. 53, 342 (1982).
- [6] Lambert D.K., Harrington C.R.: An air flow sensor based on interface thermal wave propagation, J. Appl. Phys. 59, 59 (1986).
- [7] Berthet H., Jundt J., Durivault J., Mercier B., Anglescu D.: Time-of-flight thermal flowrate sensor for lab-on-chip applications, Lab Chip 11, 181 (2011).
- [8] Shoji S., Esashi M.: Microflow devices and systems, J. Micromech. Microeng. 4, 157 (1994).
- [9] Kielbasa J.: Fale cieplne w metrologii powolnych przepływów, Wyd. AGH, Kraków, 1976.
- [10] Kielbasa J.: Measurements of Steady Flow Velocity Using the Thermal Waves, Arch. Min. Sci. 50, 191-208 (2005).
- [11] Rachalski A.: High-precision anemometer with thermal wave, Rev. Sci. Instr. 77(9), 095107 (2006).

otrzymano / received: 27.08.2012

przyjęto do druku / accepted: 03.06.2013

artykuł recenzowany / revised paper