



## NIEPEWNOŚĆ W PODEJMOWANIU DECYZJI

pplk dr inż. Zbigniew REDZIAK  
Akademia Obrony Narodowej

---

---

### Abstract

*This article addresses selected aspects of uncertainty in decision-making. It is meant for theoreticians and practitioners who deal with the optimization of decision-making process. The content is focused on the notion of uncertainty and such criteria of decision making in uncertainty conditions as: Wald's pessimism, Hurwicz's optimism, Savage's regret, Szaniawski's caution and Laplace's equal likelihood. The paper presents the example of using some quantitative tools which support decision-making processes and when used competently may facilitate making optimal decisions.*

**Key words** – uncertainty, criteria, optimal decision-making.

### Wstęp

We współczesnych organizacjach zwiększa się ilość i ranga decyzji podejmowanych w sytuacji posiadania niepełnej i niepewnej informacji. Zatem sprawne zarządzanie kapitałem ludzkim w coraz większym stopniu powoduje konieczność uwzględniania zjawiska niepewności. Niewątpliwie na sukces w biznesie wpływa posiadanie przez menedżerów głębokiej wiedzy i dużych umiejętności w aspekcie świadomego postrzegania niepewności. Ponieważ z reguły nie posiadają oni niezbędnych zasobów do zmniejszenia niepewności, to są zmuszeni do poznania narzędzi wspierających dokonywanie rozstrzygnięć w sytuacji posiadania niepełnej i niepewnej informacji. Poprawne zrozumienie charakteru zjawiska niepewności zwiększa sprawność procesu decydowania, a tym samym przyczynia się do wzrostu trafności dokonywanych rozstrzygnięć w codziennej praktyce menedżerskiej.

Podejmowanie decyzji w warunkach niepewności jest znacznie trudniejsze niż wybór w warunkach ryzyka<sup>1</sup>. Wynika to z faktu, że niepewność pojawia się w sytuacji, gdy duża jest złożoność i współzależność elementów otoczenia. Silnie

---

<sup>1</sup> Por. T. Tyszka, *Decyzje. Perspektywa psychologiczna i ekonomiczna*, Scholar, Warszawa 2010, s. 28–28.

ujawnia się ona wraz ze wzrostem zmienności i dynamizmu trudno przewidywalnych oraz odległych w czasie zdarzeń przy jednoczesnym słabnięciu kontroli decydenta nad uwarunkowaniami zewnętrznymi. Jednak największa niepewność pojawia się wtedy, gdy decydent nie jest w stanie określić, jakie czynniki powinien uwzględnić przy rozstrzygnięciu. Tak trudne uwarunkowania decyzyjne posiadają wpływ na subiektywne odczucia menedżera. Mogą one prowadzić do pojawienia się przeświadczenia o istnieniu zagrożenia, które z czasem może przerodzić się w poczucie bezradności i skłonność do zawierzenia ślepego losowi. Niestety, pomimo rozwoju i postępu naukowo-technicznego, we współczesnej praktyce kierowania są to jeszcze nierzadkie sytuacje.

W tym miejscu należy zauważyć paradoks polegający na tym, że przedsiębiorstwa, które zwycięsko wyszły z trudności, zachowywały się wbrew zdroworozsądkowym oczekiwaniom. Zamiast ograniczać ryzyko, podejmowały dodatkowe wyzwania biznesowe. Zatem nie oszczędzały, tylko inwestowały w lojalność pracowników, klientów i partnerów. Zamiast uwzględniać pesymistyczne scenariusze, koncentrowały się na optymistycznych wariantach działania. Upraszczając, można stwierdzić, że osiągnęły sukces na zasadzie samospełniającej się przepowiedni. Zatem na niepewność pochodzącą z otoczenia reagowały nie w kierunku jej redukcji, lecz zwiększenia niepewności we własnym działaniu<sup>2</sup>.

Problem niepewności jest obecnie tak powszechny, że stwarza konieczność uwzględniania go zarówno indywidualnie, jak również na poziomie przedsiębiorstwa, regionalnym i globalnym. Pojawiające się nowe koncepcje podejmowania decyzji są bardziej lub mniej adekwatną odpowiedzią na dynamiczne zmiany zachodzące w organizacji i jej otoczeniu. Jednak trafne określenie przyczyn i skutków zachodzących zmian nie zawsze jest możliwe, szczególnie w sytuacji dysponowania ograniczoną ilością posiadanych zasobów oraz presji czasu. W związku z tym, z reguły menedżerowie nie posiadają pełnej i pewnej informacji dotyczącej charakteru i kierunku przemian zachodzących w biznesie. Implikuje to poszukiwanie coraz to nowych, bardziej adekwatnych narzędzi wspierających podejmowanie decyzji.

## Niepewność

Prowadzone badania pozwalają stwierdzić, że niepewność dotyczy głównie uwarunkowań, w jakich decyzja będzie realizowana, a więc stanów rzeczy niezależnych od decydenta. Natomiast ryzyko odnosi się przede wszystkim do negatywnych skutków, jakie może przynieść wybrany wariant działania<sup>3</sup>. W związku

---

<sup>2</sup> Por. A.K. Koźmiński, *Zarządzanie w warunkach niepewności. Podręcznik dla zaawansowanych*, PWN, Warszawa 2005, s. 70; R. Rigby, *Moving upward in a downturn*, Harvard Business Review, czerwiec 2001, s. 105.

<sup>3</sup> K. Bolesta-Kukułka, *Decyzje menedżerskie*, PWE, Warszawa 2003, s. 190.

z czym niepewność charakteryzuje się tym, że nie można oszacować prawdopodobieństwa skutków rozpatrywanych działań.

Według F. Knighta niepewność może przyjąć postać mierzalną i niemierzalną. Przy czym ryzyko jest definiowane jako niepewność mierzalna, określana poprzez prawdopodobieństwo. Natomiast niepewność niemierzalna jest uznawana za niepewność *sensu stricto*<sup>4</sup>. Jest ona określana jedynie przez poziom wiary. Ryzyko jest więc stanem świata, a niepewność stanem umysłu<sup>5</sup>.

Odmienne od F. Knighta podejście do zjawiska niepewności wyrazili K.J. Arrow i E. Kulwicki, którzy różnicują niepewność i ryzyko w oparciu o kryterium przyczynowo-skutkowe. Według nich niepewność generuje ryzyko, ale nie jest tożsama z nim. Założyli, że im większy poziom niepewności, tym większe ryzyko. W sytuacji przeciwnej, gdy redukcji ulegają czynniki powodujące niepewność, następuje zmniejszenie ryzyka. W związku z tym niepewność jest przyczyną ryzyka, które wpływa na zachowanie menedżerów przez wielkość zagrożenia<sup>6</sup>. Innymi słowy, niepewność generuje ryzyko, które jest skutkiem niepewności, a nie jego przyczyną.

Z kolei G. Hofstede jako jeden z wymiarów różnicujących kultury wyodrębnił nastawienie ludzi do niepewności i ryzyka. Stwierdził on, że: *Niepewność ma się do ryzyka tak, jak niepokój do strachu. Strach i ryzyko są nakierowane na coś konkretnego: przedmiot lub osobę... Niepokój i niepewność są uczuciami mało sprecyzowanymi... Jest to sytuacja, w której wszystko się może wydarzyć i nie ma pojęcia, co to może być*<sup>7</sup>. Według tego naukowca można wyróżnić kontinuum nastawienia do niepewności, które rozciąga się od *akceptacji niepewności*, czyli z reguły pozytywnej reakcji na zmianę i pojawiające się nowe rozwiązania do *unikania niepewności* polegającej na preferowaniu istniejących struktur i rutynowych działań<sup>8</sup>.

Poziom niepewności zależy przede wszystkim od dwóch grup czynników. Pierwsze z nich dotyczą uwarunkowań zewnętrznych, drugie natomiast – horyzontu czasowego. Można przyjąć, że im bardziej nieprzewidywalne i złożone jest otoczenie zewnętrzne oraz wydłuża się horyzont czasowy podejmowanych decyzji tym bardziej wzrasta poziom niepewności. W tej sytuacji stopień złożoności problemu oraz dynamicznie zmieniające się otoczenie z reguły uniemożliwiają oszacowania prawdopodobieństwa rozwoju sytuacji. W związku z tym, z sytuacją niepewną mamy do czynienia wówczas, gdy decydent nie może w pełni określić skutków sposobów działania oraz prawdopodobieństwa ich pojawienia się. Stąd poziom niepewności przy podejmowaniu decyzji można przede wszystkim zredukować poprzez precyzyjne rozpoznanie otoczenia, przewidywanie zachodzących w nim zmian oraz skrócenie horyzontu czasowego działań.

<sup>4</sup> E.H. Knight, *Risk, Uncertainty and Profit*, Chicago–London 1985, s. 233.

<sup>5</sup> D. Dziawgo, *Credit rating*, PWN, Warszawa 1998, s. 14.

<sup>6</sup> Por. K. Jędralska, *Zachowanie przedsiębiorstw w sytuacji niepewnych i ryzykownych*, AE, Katowice 1992, s. 54.

<sup>7</sup> G. Hofstede, *Kultura i organizacje*, PWE, Warszawa 2000, s. 184.

<sup>8</sup> R.B. Kuc (red.), *Zarządzanie ryzykiem – wyzwania XXI wieku*, Wyższa Szkoła Zarządzania i Prawa im. H. Chodakowskiej, Warszawa 2007, s. 13–14.

Ponieważ niepewność implikuje brak możliwości określenia prawdopodobieństwa wystąpienia przyszłych zdarzeń, zazwyczaj menedżerowie nie są w stanie przy pomocy dostępnych im narzędzi oszacować oczekiwanej użyteczności przewidywanych wyników. Dlatego pojawia się trudność, według jakiego kryterium należy dokonać trafnej decyzji. W tej sytuacji propozycje znawców normatywnej teorii decyzji mogą stać się użyteczną dyrektywną sprawnego postępowania, umożliwiającą dokonywanie optymalnych wyborów przez menedżerów.

Do dalszych rozważań przyjęto, że niepewność *jest sytuacją, w której nie można obliczyć prawdopodobieństwa niezależnych od woli decydenta przyszłych stanów zjawisk lub przebiegu procesów. Przy czym, w sytuacji tej występuje możliwość zidentyfikowania możliwych sposobów działania oraz określenie zbioru stanów świata zewnętrznego i oszacowanie wyników działań.* W przeszłości i obecnie menedżer posiada bardzo ograniczony wpływ na kształtowanie niepewności, której poziom z reguły zależy od nieprzewidywalnych i niesterowalnych uwarunkowań znajdujących się w jego otoczeniu.

### Kryteria podejmowania decyzji w warunkach niepewności

Menedżerowie w normatywnym modelu podejmowaniu decyzji poprzez logiczne i racjonalne postępowanie powinni dążyć do skutecznego usunięcia niepewności<sup>9</sup>. Ponieważ posiadają oni ograniczone możliwości praktycznego redukcji niepewności i niepewności informacyjnej pojawiającej się na zewnątrz, to zasadniczego znaczenia dla odszukania optymalnej decyzji nabiera zastosowanie ekonomicznie uzasadnionego oraz zrozumiałego i akceptowalnego kryterium wyboru.

Do najczęściej wymienianych kryteriów decyzyjnych w warunkach niepewności, zaprezentowanych w rysunku 1, zaliczamy: pesymizmu Walda, optymizmu Hurwicza, zawodu Savage'a, ostrożnościowe Szaniawskiego oraz równej szansy Laplace'a.

Podstawą do zdefiniowania obecnie funkcjonujących kryteriów podejmowania decyzji w warunkach niepewności jest sformułowane w XVIII wieku przez T. Bayesa założenie, które mówi, że jeśli nie ma różnicy między prawdopodobieństwem wystąpienia różnych zdarzeń, to należy przyjąć, że każdy z nawzajem wykluczających się stanów może pojawić się z tym samym prawdopodobieństwem. Innymi słowy, w przypadku, gdy nie możemy stwierdzić, że jakieś zdarzenie jest bardziej prawdopodobne niż inne, to powinny one być traktowane jako równie prawdopodobne. To założenie, chociaż niezbędne do sformułowania kryteriów decyzyjnych w sytuacji niepewności, posiada zasadniczą słabość polegającą na tym, że w rzeczywistych sytuacjach biznesowych bardzo rzadko zdarza się tak, że wszystkie przewidywane zdarzenia zachodzą z jednakowym prawdopodobieństwem. Zatem należy pamiętać, że wskazane kryteria, pomimo swojej niewątpliwej, godnej uwagi użyteczności, posiadają ograniczoną możliwość odzwierciedlenia i wyjaśnienia rzeczywistych decyzji.

<sup>9</sup> R.W. Griffin, *Podstawy zarządzania organizacjami*, PWN, Warszawa 2006, s. 192.



Rys. 1. Kryteria podejmowania decyzji w warunkach niepewności

### Kryterium pesymizmu Walda

Kryterium pesymizmu Walda, zwane również regułą największego bezpieczeństwa<sup>10</sup>, opiera się na założeniu, że podejmujący decyzję powinien być zawsze nastawiony pesymistycznie, czyli zakładać *złośliwość* czynników znajdujących się wewnątrz i na zewnątrz organizacji. W tym przypadku przedmiotem porównania i wyboru powinny być najgorsze skutki możliwych sposobów działania. Najbardziej uzasadnione, według Walda, jest dokonanie wyboru takiego wariantu, który przynosi najwyższy z minimalnych zysków (maksimin). Kryterium to opiera się na asekurancjnych postawach decydenta<sup>11</sup>. Jest ono uznanym i szeroko stosowanym modelem decyzyjnym w różnych obszarach działalności ludzkiej: ekonomii, statystyce, badaniach operacyjnych, filozofii<sup>12</sup>. Decyzję optymalną określamy w tym przypadku za pomocą następującego wzoru:

$$D_o = \max(\min U_i) \quad (1)$$

gdzie:

$D_o$  – decyzja optymalna,

$U_i$  – użyteczność (np. zysk) rozważanych  $i$ -tych stanów rzeczy,  
 $i = 1, 2, \dots, n$ .

<sup>10</sup> K. Bolesta-Kukułka, *Decyzje...*, wyd. cyt., s. 222.

<sup>11</sup> Z. Ścibiorek, *Podejmowanie decyzji*, ULMAK, Warszawa 2003, s. 163.

<sup>12</sup> M. Sniedovich, *Wald's maximin model: a treasure in disguise!* Journal of Risk Finance, 9(3) 2008, s. 287–291.

Dla lepszego zrozumienia zastosowania tego, i pozostałych kryteriów, posłużono się przykładem lokalnej linii lotniczej X, która stanęła w obliczu trudności ekonomicznych zmuszających kadrę kierowniczą do podjęcia strategicznych decyzji ukierunkowanych na przetrwanie i rozwój firmy. Kierunkiem dalszego działania mogło być zwiększenie, utrzymanie lub zmniejszenie posiadanej floty. Grupa analityków zbadała opłacalność inwestycji i wyniki przedstawiła na walnym zgromadzeniu spółki. Okazało się, że opłacalność przedsięwzięcia zależy od wielu czynników, do których należy: cena paliwa, koszt i czas transformacji, a także ocena opinii społecznej. Jednak zasadnicze znaczenie dla ewentualnych wyników biznesowych w perspektywie najbliższych 10 lat (co zostało przedstawione w tabeli 1), w zgodnej ocenie analityków, będzie miało zapotrzebowanie na transport lotniczy. Logicznie ustalono, że może nastąpić jego wzrost, utrzymanie lub spadek. Zarząd firmy przyjął, że przy dokonywaniu ostatecznego rozstrzygnięcia uwzględni, oprócz posiadanej wiedzy i doświadczenia, również informacje wynikające z wyliczeń matematycznych dotyczących określenia decyzji optymalnej na podstawie kryterium Walda, Hurwicza, Savage'a, Szaniawskiego i Laplace'a.

W tej sytuacji algorytm wyboru decyzji optymalnej według kryterium pesymizmu Walda będzie przebiegał następująco:

Czynność 1. Budowa macierzy wyników (zysków lub strat) – przedstawiona w tabeli 1. Zawarte w niej informacje pozwalają na opisanie problemu decyzyjnego poprzez następujące elementy:

- a) zdarzenia, czyli zbiór stanów świata zewnętrznego,
- b) rezultaty (wyniki) – w postaci zysków lub strat,
- c) decyzje – zdefiniowane jako możliwe sposoby działania.

Tabela 1

Macierz wyników linii lotniczej X

Decyzje (D)	Zdarzenia – zbiór stanów świata zewnętrznego (S)		
	1. Wzrost zapotrzebowania na transport lotniczy	2. Utrzymanie zapotrzebowania na transport lotniczy	3. Spadek zapotrzebowania na transport lotniczy
1. Zwiększenie posiadanej floty	100 mln zł	20 mln zł	<b>-80 mln zł</b>
2. Utrzymanie posiadanej floty	40 mln zł	50 mln zł	<b>-20 mln zł</b>
3. Zmniejszenie posiadanej floty	30 mln zł	<b>10 mln zł</b>	20 mln zł

Czynność 2. Wyznaczenie najniższych wyników dla dopuszczalnych decyzji.

Czynność ta koncentruje się na analizie prognozowanych wyników. Należy wskazać najniższe wyniki dla poszczególnych decyzji. W przedstawionym przykładzie najniższy wynik (wskazana pogrubioną czcionką w tabeli) wynosi dla:

$\min U_1$  (zwiększenie floty) = -80 mln zł,

$\min U_2$  (utrzymanie floty) = -20 mln zł,

$\min U_3$  (zmniejszenie floty) = 10 mln zł.

Czynność 3. Wybór największego wyniku z najniższych zgodnie z wzorem (1).

Krok ten polega na wyborze największego wyniku z minimalnych (maksimini), czyli decyzji nr 3 – zmniejszenie floty, gdzie minimalny zysk wynosi 10 mln zł i jest największy spośród pozostałych minimalnych wyników w poszczególnych decyzjach.

### Kryterium optywizmu Hurwicza

Na odważnym podejmowaniu ryzyka polega kryterium optywizmu Hurwicza, zwane również regułą największej zdobyczy (maximax)<sup>13</sup>. Przy zastosowaniu tego sposobu postępowania kluczowego znaczenia nabiera indywidualne ustalenie wskaźnika optywizmu ( $\alpha$ ). Zakłada się, że suma wskaźnika (poziomu) optywizmu i pesymizmu równa się 1. Aby wyznaczyć wskaźnik optywizmu, decydent powinien zastanowić się przy jakim zdarzeniu  $x$  byłby indyferentny (obojętny) pomiędzy decyzjami  $D_1$  i  $D_2$ , opisanymi w poniższej tabeli<sup>14</sup>:

Tabela 2

Wyznaczanie wskaźnika optywizmu Hurwicza

Decyzje (D)	Zdarzenia – zbiór stanów świata zewnętrznego (S)	
	$S_1$	$S_2$
$D_1$	0	1
$D_2$	X	X

Przykładowo jeżeli decydent uzna, że jest indyferentny między  $D_1$  i  $D_2$  dla  $X$  równego 0,7 to wskaźnik optywizmu  $\alpha = 0,7$ . W tym przypadku wskaźnik pesymizmu wynosi  $1 - \alpha = 1 - 0,7 = 0,3$ .

Decydowanie opiera się tutaj na następującym algorytmie: największy wynik poszczególnych decyzji mnoży się przez wskaźnik optywizmu oraz dodaje się najmniejszy wynik pomnożony przez wskaźnik pesymizmu. Suma tych iloczynów charakteryzuje *zdobycz* przypisaną każdemu działaniu. Następnie maksymalizuje się działania, czyli wybiera decyzję, której wynik jest największy. W związku z czym, decyzję optymalną opisuje następująca relacja:

$$D_o = \max\{[\max U_i x \alpha] + [\min U_i x (1 - \alpha)]\} \quad (2)$$

gdzie:

$D_o$  – decyzja optymalna,

$U_i$  – użyteczność (np. zysk) rozważanych  $i$ -tych stanów rzeczy,

$\alpha$  – wskaźnik optywizmu,

$(1 - \alpha)$  – wskaźnik pesymizmu,

$i = 1, 2, \dots, n$ .

<sup>13</sup> K. Bolesta-Kukulka, *Decyzje...*, wyd. cyt., s. 222.

<sup>14</sup> T. Tyszka, *Decyzje...*, wyd. cyt., s. 335.

Algorytm postępowania przebiega następująco:

Czynność 1. Budowa macierzy wyników.

Posłużono się taką samą macierzą jak w przypadku poprzednich kryteriów, czyli tabelą 1.

Czynność 2. Wyznaczenie wskaźnika optymizmu.

Założono, że współczynnik optymizmu wynosi 0,6. W tej sytuacji wskaźnik pesymizmu wynosi 0,4.

Czynność 3. Wyznaczenie w macierzy wyników (wypłat) maksymalnych i minimalnych rezultatów możliwych decyzji.

Dla poszczególnych decyzji wyznaczone zostały maksymalne i minimalne wypłaty (zaznaczone pogrubioną czcionką w tabeli 3). Następnie oblicza się użyteczność dla poszczególnych decyzji, sumując wartości otrzymane z iloczynu wskaźnika optymizmu i największego wyniku oraz wskaźnika pesymizmu i najmniejszego wyniku.

Tabela 3

Macierz maksymalnych i minimalnych wyników

Lp.	Decyzje (D)	Zdarzenia – zbiór stanów świata zewnętrznego (S)		
		1. Wzrost zapotrzebowania na transport lotniczy	2. Utrzymanie zapotrzebowania na transport lotniczy	3. Spadek zapotrzebowania na transport lotniczy
1.	Zwiększenie posiadanej floty	<b>100 mln zł</b>	20 mln zł	<b>-80 mln zł</b>
2.	Utrzymanie posiadanej floty	40 mln zł	<b>50 mln zł</b>	<b>-20 mln zł</b>
3.	Zmniejszenie posiadanej floty	<b>30 mln zł</b>	<b>10 mln zł</b>	20 mln zł

$$D_1 = 100 \text{ mln zł} \times 0,6 + (-80 \text{ mln zł}) \times 0,4 = 60 \text{ mln zł} - 32 \text{ mln zł} = \mathbf{28 \text{ mln zł}}$$

$$D_2 = 50 \text{ mln zł} \times 0,6 + (-20 \text{ mln zł}) \times 0,4 = 30 \text{ mln zł} - 8 \text{ mln zł} = 22 \text{ mln zł}$$

$$D_3 = 30 \text{ mln zł} \times 0,6 + 10 \text{ mln zł} \times 0,4 = 18 \text{ mln zł} + 4 \text{ mln zł} = 22 \text{ mln zł}$$

Czynność 4. Wybór najwyższego wyniku – zgodnie ze wzorem (2).

Zatem optymalna jest decyzja nr 1, polegająca na zwiększeniu floty, ponieważ gwarantuje ona największą wypłatę wynoszącą 28 mln zł.

### Kryterium najmniejszego zawodu Savage'a

Równie pesymistyczne, co kryterium Walda, jest kryterium najmniejszego zawodu Savage'a<sup>15</sup>. Różni się ono od poprzednio opisywanego sposobem postępowania. Wymaga przetworzenia macierzy wyników w macierz żalu, w celu obliczenia tzw. wielkości *zawodu*. Savage proponuje jako miarę wielkości zawodu różnicę pomiędzy zyskiem maksymalnym a rzeczywisty zyskiem, który można uzyskać, znając z góry stan rzeczy, który wystąpił. Przetworzenie w ten sposób całej tabeli wyników pozwala na ustalenie maksymalnych zawodów w każdym

<sup>15</sup> K. Bolesta-Kukułka, *Decyzje...*, wyd. cyt., s. 223.



z dostępnych stanów rzeczy. Następnie należy zastosować regułę polegającą na wyborze najmniejszego z maksymalnych zawodów dostępnych decyzji (minimaks zawodu).

Stosując kryterium najmniejszego zawodu decyzję optymalną można przedstawić za pomocą następującego wzoru:

$$D_o = \min(\max Z_i) \quad (3)$$

gdzie:

$D_o$  – decyzja optymalna,

$Z_i$  – wielkość żalu (zawodu),

$i = 1, 2, \dots, n$ .

Postępowanie, w przypadku tego samego przykładu dotyczącego linii lotniczej X, wygląda następująco:

Czynność 1. Budowa macierzy wyników (zysków lub strat).

Macierz ta jest taka sama jak przy kryterium pesymizmu Walda (tabela 1).

Czynność 2. Wyznaczenie macierzy żalu.

Macierz wyników transformujemy na macierz żalu. Obliczamy stratę jako różnicę między największą wypłatą w każdym zdarzeniu, którą otrzymalibyśmy gdybyśmy wiedzieli, jaki będzie zbiór stanów świata zewnętrznego a pozostałymi wypłatami. Zatem w każdej kolumnie dotyczącej zbioru stanów świata zewnętrznego od maksymalnej wielkości odejmujemy poszczególne mniejsze lub równe niej wartości – patrz tabela 4.

Tabela 4

Macierz żalu Savage'a

Decyzje (D)	Zdarzenia – zbiór stanów świata zewnętrznego (S)		
	1. Wzrost zapotrzebowania na transport lotniczy	2. Utrzymanie zapotrzebowania na transport lotniczy	3. Spadek zapotrzebowania na transport lotniczy
1. Zwiększenie posiadanej floty	100 mln zł – 100 mln zł = 0 mln zł	50 mln zł – 20 mln zł = 30 mln zł	20 mln zł – (-80 mln zł) = <b>100 mln zł</b>
2. Utrzymanie posiadanej floty	100 mln zł – 40 mln zł = <b>60 mln zł</b>	50 mln zł – 50 mln zł = 0 mln zł	20 mln zł – (-20 mln zł) = 40 mln zł
3. Zmniejszenie posiadanej floty	100 mln zł – 30 mln zł = <b>70 mln zł</b>	50 mln zł – 10 mln zł = 40 mln zł	20 mln zł – 20 mln zł = 0 mln zł

Czynność 3. Wyznaczenie największych żalów dla każdej z decyzji.

Maksymalne żale (zaznaczone pogrubioną czcionką) w tej macierzy wynoszą:

$\max Z_1$  (zwiększenie floty) = 100 mln zł,

$\max Z_2$  (utrzymanie floty) = 60 mln zł,

$\max Z_3$  (zmniejszenie floty) = 70 mln zł.

Czynność 4. Wybór minimalnego z maksymalnych żalu zgodnie z wzorem (3).

Polega ona na wskazaniu maksymalnych żalów w poszczególnych decyzjach (wierszach) i wskazaniu najmniejszego z nich. W tym przypadku maksymalny żal wynosi 100 mln zł i wystąpi w przypadku decyzji nr 1 – zwiększenie floty. Następny w kolejności maksymalny żal (70 mln zł) dotyczy decyzji nr 3, czyli zmniejszenie floty. Najmniejszy żal (60 mln zł) wystąpi w przypadku decyzji nr 2, a więc utrzymania posiadanej floty. W omawianym przykładzie racjonalny decydent, dokonując wyboru przy pomocy zasady minimalizacji maksymalnego żalu, powinien podjąć decyzję nr 2 i utrzymać posiadaną flotę.

W tym miejscu warto zauważyć, że chociaż żal jest uczuciem nieprzyjemnym dla decydenta, to może on przynieść mu korzyść. Po pierwsze, obawa przed żalem z reguły skłania do głębszej oceny sytuacji przed podjęciem decyzji. Po drugie, często doprowadza do unikania tego samego błędu, a tym samym pozytywnie wpływa na korektę nietrafnych decyzji.

### Kryterium ostrożnościowe Szaniawskiego

Kryterium to uwzględnia sumę ważoną najmniejszą i średnią użyteczność decyzji. W przeciwieństwie do kryterium optywizmu Hurwicza drugim składnikiem sumy ważonej jest nie wartość maksymalna, ale średnia z możliwych wypłat. Podobieństwo polega na tym, że dopuszcza się, aby decydent sam ustalił wskaźnik. W przypadku K. Szaniawskiego jest to wskaźnik *ostrożności*, natomiast u A. Hurwicza – wskaźnika optywizmu. W związku z tym, decydent nie musi się ograniczać jedynie do wartości minimalnych, jak w przypadku kryterium optywizmu Walda. Jednak powinien ustalić wskaźnik ostrożności  $\beta$ , gdzie  $0 \leq \beta \leq 1$  oraz  $\beta + (1 - \beta) = 1$ . Wybór decyzji optymalnej polega na maksymalizacji sumy ważonej najmniejszych użyteczności mnożonej przez *wskaźnik ostrożności* ( $\beta$ ) i średniej użyteczności, mnożonej przez jego przeciwieństwo, nazwijmy go *wskaźnikiem odwagi* ( $1 - \beta$ ) poszczególnych decyzji. Decyzję optymalną można wyrazić za pomocą wzoru<sup>16</sup>:

$$D_o = \max\{[\min U_i \times \beta] + [1/n \sum_{i=1}^n U_i \times (1 - \beta)]\} \quad (4)$$

gdzie:

$D_o$  – decyzja optymalna,

$U_i$  – użyteczność (np. zysk) rozważanych  $i$ -tych decyzji,

$\beta$  – wskaźnik ostrożności,

$(1 - \beta)$  – wskaźnik odwagi,

$i = 1, 2, \dots, n$ .

Biorąc ponownie po uwagę przykład lokalnej linii lotniczych X, algorytm postępowania składa się z następujących kroków:

<sup>16</sup> Por. T. Tyszka, *Decyzje...*, wyd. cyt., s. 336.

Czynność 1. Budowa macierzy wyników.

Posłużono się identyczną macierzą jak w przypadku poprzednich kryteriów (patrz tabela 1).

Czynność 2. Wyznaczenie wskaźnika ostrożności ( $\beta$ ).

Założono, że u odważnego decydentem wskaźnik ostrożności jest niski i wynosi 0,2. W tej sytuacji wskaźnik odwagi wynosi  $(1 - \beta) = 0,8$ .

Czynność 3. Obliczenie wartości średniej  $1/n \sum_{i=1}^n U_i$  w poszczególnych decyzjach.

$$1/n \sum_{i=1}^n U_i \text{ dla } D_1 \text{ wynosi } \frac{100 \text{ mln zł} + 20 \text{ mln zł} + (-80 \text{ mln zł})}{3} \\ = 13,3 \text{ mln zł,}$$

$$1/n \sum_{i=1}^n U_i \text{ dla } D_2 \text{ wynosi } \frac{40 \text{ mln zł} + 50 \text{ mln zł} + (-20 \text{ mln zł})}{3} \\ = 23,3 \text{ mln zł,}$$

$$1/n \sum_{i=1}^n U_i \text{ dla } D_3 \text{ wynosi } \frac{30 \text{ mln zł} + 10 \text{ mln zł} + 20 \text{ mln zł}}{3} = 20 \text{ mln zł.}$$

Czynność 4. Obliczenia sumy ważonej użyteczności poszczególnych decyzji:

$$D_1 = 0,2 \times (-80) \text{ mln zł} + 0,8 \times 13,3 \text{ mln zł} = -5,36 \text{ mln zł,}$$

$$D_2 = 0,2 \times (-20) \text{ mln zł} + 0,8 \times 23,3 \text{ mln zł} = 14,64 \text{ mln zł,}$$

$$D_3 = 0,2 \times (10) \text{ mln zł} + 0,8 \times 20 \text{ mln zł} = \mathbf{18,00 \text{ mln zł.}}$$

Czynność 5. Wybór optymalnej decyzji poprzez maksymalizację sumy ważonej (patrz wzór 4). W tym przypadku optymalnym wyborem będzie decyzja nr 3, czyli zmniejszenie posiadanej floty.

### Kryterium równej szansy Laplace'a

Kryterium Laplace'a, zwane regułą równej szansy<sup>17</sup> polega na założeniu, że decydenci opierają się jedynie na indywidualnych przypuszczeniach co do prawdopodobieństwa zdarzeń. W przypadku, gdy nie znają oni prawdopodobieństwa poszczególnych zdarzeń, powinni oni uznać, że są one równe. Wówczas będą dążyć do maksymalizacji oczekiwanej użyteczności, przyjmując założenie, że wszystkie stany rzeczy będą występowały z jednakowym prawdopodobieństwem. Kryterium to, chociaż często wykorzystywane przy podejmowaniu decyzji w warunkach niepewności, jest w swojej istocie specyficznym przypadkiem podejmowania decyzji

<sup>17</sup> B.R. Kuc (red.), *Zarządzanie...*, wyd. cyt., s. 67.

w warunkach ryzyka, kiedy to następuje subiektywne przyjęcie, że wszystkie zdarzenia są tak samo prawdopodobne.

Zatem decyzję optymalną możemy opisać za pomocą następującego wzoru:

$$D_o = \max(1/n \sum_{i=1}^n U_i) \quad (5)$$

gdzie:

$D_o$  – decyzja optymalna,

$U_i$  – oczekiwana użyteczności (np. zysk) rozważanych  $i$ -tych decyzji,

$i = 1, 2, \dots, n$ .

W omawianym przypadku linii lotniczych, stosując kryterium Laplace'a, należy wykonać następujące czynności:

Czynność 1. Budowa macierzy wyników.

Macierz ta jest taka sama jak poprzednie – patrz tabela 1.

Czynność 2. Obliczenie oczekiwanej użyteczności każdej z decyzji.

Ponieważ nie są znane prawdopodobieństwa stanów świata zewnętrznego, należy przyjąć, że są one jednakowo prawdopodobne. Zatem przy trzech stanach, każdy z nich wystąpi z prawdopodobieństwem równym  $1/3$ . Można to zapisać następująco:

$$D_1 = 1/3 \times 100 \text{ mln zł} + 1/3 \times 20 \text{ mln zł} + 1/3 \times (-80) \text{ mln zł} = 13,3 \text{ mln zł}$$

$$D_2 = 1/3 \times 40 \text{ mln zł} + 1/3 \times 50 \text{ mln zł} + 1/3 \times (-20) \text{ mln zł} = 23,3 \text{ mln zł},$$

$$D_3 = 1/3 \times 30 \text{ mln zł} + 1/3 \times 10 \text{ mln zł} + 1/3 \times 20 \text{ mln zł} = 20 \text{ mln zł}.$$

Czynność 3. Wybór najwyższej oczekiwanej użyteczności.

Wybór dokonywany jest na podstawie maksymalizacji wartości oczekiwanej wyników (5). Warunek ten spełnia decyzja nr 2 – utrzymanie posiadanej floty, gdzie wartość oczekiwana jest najwyższa i wynosi 23,3 mln zł. Warto w tym miejscu zaznaczyć, że jeżeli analitycy określiliby subiektywne prawdopodobieństwo stanów, to decyzja optymalna mogłaby być odmienna. Słabością tego kryterium jest to, że zakłada ono indyferentny stosunek do prawdopodobieństwa, co nie zawsze ma miejsce w rzeczywistości.

Przytoczony przykład linii lotniczych X wskazuje, że zastosowanie do tego samego problemu decyzyjnego różnych kryteriów doprowadza do podjęcia odmiennych rozstrzygnięć w warunkach niepewności. Stosując kryterium pesymizmu Walda, podobnie jak przy kryterium ostrożnościowym Szaniawskiego, optymalną decyzją jest zmniejszenie posiadanej floty (wariant nr 3). Z kolei kryterium zawodu Savage'a oraz równej szansy Laplace'a doprowadza do decyzji utrzymania posiadanej floty, a zatem wariantu nr 2. Natomiast według kryterium optymistycznego Hurwicza racjonalny kierownik powinien wybrać wariant nr 1 – zwiększenie posiadanej floty. Ponieważ w omawianym przykładzie zastosowanie poszczególnych kryteriów oraz wskaźników doprowadza do powstania różnych dyrektyw decyzyjnych, proponowane narzędzia wsparcia procesu dokonywania rozstrzygnięć w warunkach niepewności generują tylko pomocne do tego informacje. I tak ostateczną

odpowiedzialność za skutki decyzji ponoszą kierownicy. W związku z tym mogą oni, ale nie muszą, uwzględniać dyrektywy wynikające z ich zastosowania.

Kryteria podejmowania decyzji w warunkach niepewności są użyteczne w sytuacji, gdy znane są skutki działań i zbiór stanów świata zewnętrznego. Jednak decydent niekiedy jest zmuszony do wyboru w warunkach niewiedzy, kiedy to nie może przewidzieć zbioru stanów świata oraz jego konsekwencji. W takiej sytuacji według J. Kozieleckiego jedną z najważniejszych metastrategii decyzyjnych jest zasada *zysku, jako środka ciężkości*<sup>18</sup>. Zgodnie z nią przy wyborze powinno się koncentrować jedynie na pozytywnych skutkach działań i ignorować możliwości negatywne. Takie nastawienie dodaje odwagi menedżerom i jest niezbędne do transgresji własnych możliwości. Dzięki temu często wychodzą oni z załamania koniunktury na rynku, nie tracąc rozmachu działania, co umożliwi zachowanie przewagi nad konkurencją. Jednak strategia ta, chociaż w wielu przypadkach skuteczna, nie jest w pełni racjonalna. Oprócz podstawowej zalety w postaci pojawienia się trendu nieustannego rozwoju organizacji posiada również wadę, związaną z możliwością poniesienia dotkliwych strat wynikających ze zbyt optymistycznego postrzegania prowadzonego biznesu. Zatem wiele wskazuje na to, że najskuteczniejszy jest ten menedżer, który w swoim działaniu wykorzystuje nadarzające się okazje, nie zapominając przy tym o przeciwdziałaniu pojawiającym się zagrożeniom. Nadal zachowanie tak zwanego *złotego środka*, czyli zbalansowanych działań przynosi najlepsze długofalowe efekty.

W tym miejscu warto podkreślić, że założenia teorii podejmowania decyzji w warunkach niepewności można zastosować zarówno do gry z naturą, jak również z konkurentem. W obu tych przypadkach interesujące jest wprowadzenie założeń teorii gier, której przedmiotem zainteresowania są konflikty zbrojne, ekonomiczne, polityczne itp.<sup>19</sup>

## Zakończenie

Podsumowując dotychczasowe rozważania można stwierdzić, że niepewność jest sytuacją, w której nie można przewidzieć prawdopodobieństwa, niezależnych od woli decydenta, przyszłych stanów zjawisk lub przebiegu procesów. Przy czym w sytuacji tej występuje możliwość przewidzenia skutków działań i zbioru stanów świata zewnętrznego. W przeszłości i obecnie menedżer posiada bardzo ograniczony wpływ na kształtowanie niepewności, której poziom z reguły zależy od nieprzewidywalnych i niesterowalnych uwarunkowań znajdujących się w jego otoczeniu.

---

<sup>18</sup> J. Kozielecki, *The Polish economic reform: Transgressive decision making*, Journal of Economic Psychology nr 6, 2006, s. 175–204.

<sup>19</sup> Por. Z.J. Pietraś, *Teoria gier jako sposób analizy procesów podejmowania decyzji politycznych*, Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej, Lublin 1997, s. 21.

Nie ulega wątpliwości fakt, że przedstawione powyżej operacje matematyczne w powiązaniu z proponowanymi kryteriami podejmowania decyzji w warunkach niepewności pomagają decydentom optymalizować wybory. Przy czym nie są ostatecznym drogowskazem postępowania. Spełniają one istotną i często niezastąpioną funkcję wspierającą wypracowanie optymalnych rozstrzygnięć. W zależności od osobowości, sytuacyjnego nastawienia do niepewności decydenci podejmują rozstrzygnięcia. Jeżeli ich postawa jest asekurancka, wskazane jest, aby oparli swój wybór o kryterium pesymizmu Walda. Jeżeli nie lubią przegrywać, powinni skorzystać z kryterium najmniejszego zawodu Savage'a lub ostrożnościowego Szaniawskiego. W przypadku, gdy nie chcą działać bez jakiegokolwiek preferencji, uzasadnione jest wybranie kryterium równej szansy Laplace'a. Natomiast w przypadku chęci maksymalizacji największego zysku najwłaściwsze jest kryterium optymizmu Hurwicza.

Należy podkreślić, że zastosowanie kryteriów podejmowania decyzji w warunkach niepewności nie zawsze przekłada się na poprawę sprawności funkcjonowania organizacji. Wynika to między innymi z faktu, że zakładają one jednakowo prawdopodobne wystąpienie poszczególnych zdarzeń, co w biznesie jest zjawiskiem bardzo rzadkim. W związku z tym, znajomość i zastosowanie poszczególnych kryteriów nie jest jedyną regułą decyzyjną. Prowadzone badania jednoznacznie wskazują, że najlepsze efekty uzyskują ci menedżerowie, którzy porównują wyniki otrzymane przy zastosowaniu różnych kryteriów, a następnie podejmują decyzje uwzględniające nie tylko informacje uzyskane z tych matematycznych obliczeń, ale również kierują się posiadaną wiedzą, doświadczeniem i intuicją.

Refleksja pojawiająca się w toku prowadzonych badań stała się przyczynkiem do wskazania kierunków dalszej eksploracji, przede wszystkim w aspekcie opracowania wielokryterialnego modelu podejmowania decyzji w warunkach niepewności. Nie budzi zastrzeżeń fakt, że zachodzi potrzeba wielokierunkowych, pogłębionych badań w tym obszarze. Przy czym uzyskane efekty mogą stanowić wartościowy materiał do dalszych poszukiwań teoretycznych i praktycznych, zmierzających do głębszego zrozumienia i większego usprawnienia procesu podejmowania decyzji w warunkach niepewności.

### **Bibliografia**

- Bolesta-Kukułka K., *Decyzje menedżerskie*, PWE, Warszawa 2003.  
Dziawgo D., *Credit rating*, PWN, Warszawa 1998.  
Griffin R.W., *Podstawy zarządzania organizacjami*, PWN, Warszawa 2006.  
Hofsede G., *Kultura i organizacje*, PWE, Warszawa 2000.  
Jędralska K., *Zachowanie przedsiębiorstw w sytuacji niepewnych i ryzykownych*, AE, Katowice 1992.  
Knight E.H., *Risk, Uncertainty and Profit*, Chicago – London 1985.  
Kozielecki J., *The Polish economic reform: Transgressive decision making*, Journal of Economic Psychology nr 6, 2006.

- Koźmiński A.K., *Zarządzanie w warunkach niepewność. Podręcznik dla zaawansowanych*, PWN, Warszawa 2005.
- Kuc R.B. (red.), *Zarządzanie ryzykiem – wyzwania XXI wieku*, Wyższa Szkoła Zarządzania i Prawa im. H. Chodakowskiej, Warszawa 2007.
- Pietraś Z.J., *Teoria gier jako sposób analizy procesów podejmowania decyzji politycznych*, Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej, Lublin 1997.
- Rigby R., *Moving upward in a downturn*, Harvard Business Review, czerwiec 2001.
- Sniedovich M., *Wald's maximin model: a treasure in disguise!* Journal of Risk Finance, 9(3) 2008.
- Ścibiorek Z., *Podjęmowanie decyzji*, ULMAK, Warszawa 2003.
- Tyszka T., *Decyzje. Perspektywa psychologiczna i ekonomiczna*, Scholar, Warszawa 2010.
- 

## UNCERTAINTY IN DECISION-MAKING

### Abstract

*This article addresses selected aspects of uncertainty in decision-making. It is meant for theoreticians and practitioners who deal with the optimization of the decision-making process. The content is focused on the notion of uncertainty and such criteria of decision making in uncertainty conditions such as: Wald's pessimism, Hurwicz's optimism, Savage's regret, Szaniawski's caution and Laplace's equal likelihood. The paper presents the example of using some quantitative tools which support decision-making processes and when used competently may facilitate the making of optimal decisions.*

**Key words** – uncertainty, criteria, optimal decision-making.

### Introduction

The number and the importance of decisions made in situations of incomplete and uncertain information grow in contemporary organizations. Therefore effective human capital management increasingly forces the necessity to take the uncertainty phenomenon into consideration. Undoubtedly, managers' deep knowledge and great abilities in the conscious perception of uncertainty affect success in business. Since, as a rule, they do not have the necessary resources to decrease uncertainty they are forced to learn tools supporting decision making in situations when they have uncertain or incomplete information. The correct understanding of the character of the uncertainty phenomenon enhances the effectiveness of the decision making process and thus contributes to the increase of correct solutions adopted in managers' every day practice.

Decision taking under uncertainty is significantly more difficult than under risk<sup>1</sup>. It results from the fact that uncertainty occurs in a situation when the complexity and correlation of the environmental elements are considerable. It is strongly manifested along with the changeability and dynamism of events both difficult to predict and distant in time while simultaneously weakening of the decision maker's control on external conditions. However, the greatest uncertainty appears when the decision maker is not able to define which factors to take into consideration to achieve a solution. Such difficult decision making circumstances influence a manager's subjective feelings. They may lead to a conviction about an existing threat that may later change into the feeling of helplessness and the tendency to rely on blind chance. Unfortunately, in spite of technical and scientific development and progress in contemporary managerial practice, such situations are not rare.

Here it is noteworthy to see a paradox which is made up of the fact that enterprises which successfully resolved difficulties acted against common sense expectations. Instead of reducing the risk, they took up additional business challenges. Thus they did not economize (save) but invested in their employees', clients', customers' or partners' loyalty. Instead of taking into account pessimistic scenarios, they focused on optimistic variants of actions. In other words it can be stated that they achieved success as if in a self-fulfilling prophecy. Which means that they responded to uncertainty stemming from the environment not to reduce it but increase the uncertainty in their own actions<sup>2</sup>.

The problem of uncertainty is so universal nowadays that it necessitates considering it both individually and on various levels as well, i.e. organization, regional or global ones. Emerging new decision making concepts respond more or less adequately to dynamic changes taking place in an organization and its environment. However, defining properly reasons and effects of the occurring changes is not always possible, particularly with a shortage of resources due to time pressure. Therefore, as a rule managers do not have complete and certain information relating to the changes taking place in business. This implies looking for new and more adequate tools supporting decision-making.

## Uncertainty

Research shows that uncertainty refers mainly to conditions in which a decision is to be made, i.e. to states of matters independent from a decision maker. The risk, however, relates primarily to negative effects that a chosen course of action may

---

<sup>1</sup> Compare. T. Tyszka, *Decyzje. Perspektywa psychologiczna i ekonomiczna*, (Decisions. Psychological and Economic Perspective), Scholar, Warsaw 2010, pp. 28–28.

<sup>2</sup> Compare: A.K. Koźmiński, *Zarządzanie w warunkach niepewności. Podręcznik dla zaawansowanych*, (Management in Uncertainty Conditions. Handbook for Advanced Learners), PWN, Warsaw 2005, p. 70; R. Rigby, *Moving upward in a downturn*, Harvard Business Review, June 2001, p. 105.



bring<sup>3</sup>. Thus uncertainty is characterized in the fact that it is not possible to estimate the probability of the results of the course of actions under consideration.

According to F. Knight uncertainty may take a measurable and immeasurable form. At the same time, the risk is defined as measurable uncertainty determined by probability. Uncertainty, however, is considered as uncertainty in the strict sense<sup>4</sup> and is determined by a level of faith. So the risk is a state of the world whereas uncertainty is a state of the mind<sup>5</sup>.

K.J. Arrow and E. Kulwicki have expressed a different approach to the uncertainty phenomenon as they differentiate uncertainty and risk basing this on the cause and effect criterion. According to them, uncertainty generates risk but it is not identical with it. They assumed that the greater level of uncertainty, the greater the risk. In contrast, if factors causing the risk undergo reduction, the risk decreases. Consequently, uncertainty causes the risk which affects managers' behaviour by the size of the threat. In other words, uncertainty generates the risk which is the result of uncertainty and not its cause.

On the other hand, G. Hofstede has distinguished people's attitude to risk and uncertainty as one of the dimensions differentiating cultures. He stated: Uncertainty relates to risk as anxiety to fear. Fear and risk are focused on something specific such as an object or a person ...Anxiety and uncertainty are not explicitly specified... This is a situation in which anything can happen and nobody knows what it might be<sup>6</sup>. According to this researcher there could be distinguished a continuum of attitude to uncertainty which extends from the acceptance of uncertainty that generally means a positive reaction to the change and emerging new solutions to the avoidance of uncertainty which relies on preferring existing structures and routine activities<sup>7</sup>.

The level of uncertainty depends primarily on two groups of factors. The first of them refers to external conditions, whereas the other relates to the time horizon. It can be assumed that the more unpredictable and complex the external environment and the more the time horizon of decisions made extends, the more the level of uncertainty grows. In this situation the level of the problem complexity and the dynamically changing environment generally prevent the estimation of the probability of how the situation develops. Consequently, we deal with an uncertain situation when the decision maker is not able to determine explicitly the effects of the courses of actions and the probability of their occurrence. Hence the level of uncertainty while making a decision could be mainly reduced by the precise identification and recognition of the environment, prediction of changes taking place in it and shortening the time horizon of activities.

---

<sup>3</sup> K. Bolesta-Kukułka, *Decyzje menedżerskie*, (Managerial Decisions), PWE, Warsaw 2003, p. 190.

<sup>4</sup> E.H. Knight, *Risk, Uncertainty and Profit*, Chicago – London 1985, p. 233.

<sup>5</sup> D. Dziawgo, *Credit rating*, PWN, Warsaw 1998, p. 14.

<sup>6</sup> G. Hofstede, *Kultura i organizacje* (Culture and Organizations), PWE, Warsaw 2000, p. 184.

<sup>7</sup> R.B. Kuc (ed.), *Zarządzanie ryzykiem – wyzwania XXI wieku*, (Risk Management – Challenges of the 21st Century) Wyższa Szkoła Zarządzania i Prawa im. H. Chodakowskiej, Warsaw 2007, pp. 13–14.

Because uncertainty implies the lack of the possibility to determine the probability of future events, managers are generally unable to assess the expected utility of expected results using the tools which are available to them. Therefore, there is a difficulty of which criterion to choose in order to make the right decision. In this situation the proposals and suggestions of normative decision theory experts could become a useful directive of expeditious actions that will allow the making of optimal choices by managers.

For further considerations it has been assumed that uncertainty is a situation in which the probability of independence from the decision maker's will for future states of phenomena or the courses of processes cannot be calculated. At the same time in this situation there is a possibility to identify possible courses of action, determine a set of external world states and assess the results of actions. Both in the past and in the present the manager has very limited influence on shaping the uncertainty whose level usually depends on unpredictable and uncontrollable conditions contained in their environment.

### **Decision making criteria under uncertainty**

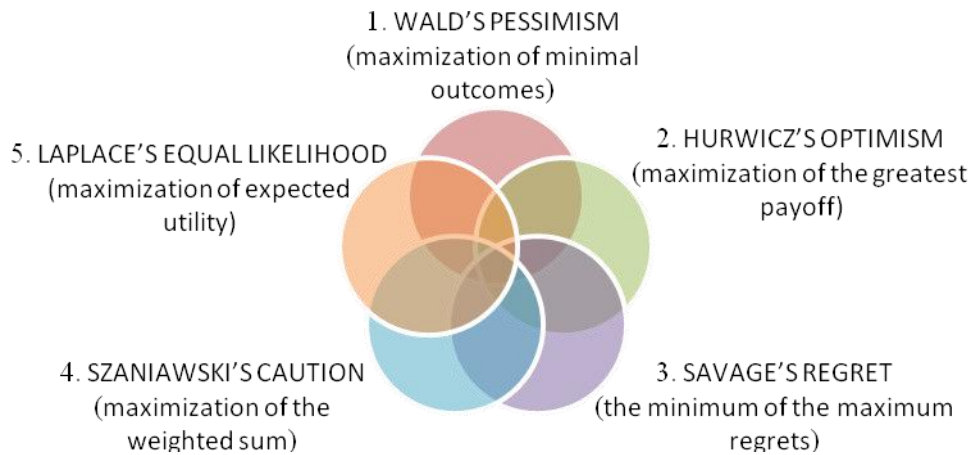
Managers in the normative model of decision-making should seek to remove uncertainty effectively through logical and rational behaviour<sup>8</sup>. In a situation when they have limited possibilities to practically reduce uncertainty and information shortage appearing outside, it is vital in order to reach an optimal decision to apply an economically viable, clear and acceptable criterion of choice.

The most frequently mentioned decision-making criteria in uncertainty conditions (presented in Figure 1) are Wald's pessimism, Hurwicz's optimism, Savage's regret, Szaniawski's caution, and Laplace's equal likelihood.

The basis to define the currently functioning criteria of decision-making under uncertainty is an assumption formulated by T. Bayes in the 18<sup>th</sup> century, which says that if there is no difference between the probability of different events to emerge, it must be assumed that each of the mutually exclusive states can appear with the same probability. In other words, in cases where it is not possible that one event is more probable than the other; both of them should be treated as equally probable. This assumption, although necessary to formulate decision-making criteria under uncertainty, shows a fundamental weakness, i.e. in real business situations it rarely happens that all expected events occur with equal probability. Therefore it is worth remembering that the criteria under consideration, in spite of their remarkable utility, have a limited possibility to reflect and explain actual (real) decisions.

---

<sup>8</sup> R.W. Griffin, *Podstawy zarządzania organizacjami*, (Management) PWN, Warsaw 2006, p. 192.



**Figure 1. Decision making criteria in uncertainty conditions**

### **Wald's pessimism criterion**

Wald's pessimism criterion, also called the rule of the highest security<sup>9</sup>, is based on an assumption that a decision maker should always be pessimistically inclined, thus assumes the malice of factors inside and outside the organization. In this case, the worst outcomes of possible courses of action should be the object of comparison and selection. According to Wald, the most reasonable is to choose such a variant which brings the maximum of minimal profits (payoffs) – maximin. This criterion is based on a decision maker's play-safe attitudes<sup>10</sup>. It is a recognized and widely used decision-making model in various areas and fields of human activity such as economics, statistics, operations research and philosophy<sup>11</sup>.

In this case the optimal decision is defined by the following formula:

$$D_o = \max(\min U_i) \quad (1)$$

where:

$D_o$  – denotes the optimal decision,

$U_i$  – denotes the utility (e.g. profit) of the state of matters under consideration,

$i$  – denotes 1, 2, ..., n number.

For a better understanding of this and other criteria, an example of a local airline X was used, which has faced economic hardships forcing the managerial

<sup>9</sup> K. Bolesta-Kukułka, *Decyzje...*, op. cit., p. 222.

<sup>10</sup> Z. Ścibiorek, *Podejmowanie decyzji*, (Decision Making) ULMAK, Warsaw 2003, p. 163.

<sup>11</sup> M. Sniedovich, *Wald's maximin model: a treasure in disguise!* Journal of Risk Finance, 9(3) 2008, pp. 287–291.

staff to make strategic decisions aiming at keeping afloat and developing of the company. The direction of further actions could be to increase, maintain or decrease the fleet they owned. A group of analysts examined the profitability of investment and presented the outcomes at the company’s general meeting. It appeared that the company’s profitability depends on many factors such as the price of fuel, the cost and time of transformation and also the public opinion’s evaluation. However, according to analysts, the demand for air transport would have the fundamental importance for possible business outcomes in the nearest 10-year time span (as presented in Table 1). It was logically determined that the demand for air transport could grow, maintain or decline. The Board of Directors assumed that while taking the final decision they would also take into consideration, apart from their knowledge and experience, information resulting from mathematical calculations relating to determining an optimal decision basing on Wald’s, Hurwicz’s, Savage’s, Szaniawski’s and Laplace’s criteria.

In this situation the algorithm of selecting an optimal decision according to Wald’s pessimism criterion will run as follows:

Step 1. The construction of an outcome (profits or losses) matrix – presented in Table 1. Information contained in the table allows for the describing of the decision-making process through the following elements:

- 1) events or the set of external world elements,
- 2) outcomes (results) – as profits or losses,
- 3) decisions – defined as possible courses of action.

Table 1

Matrix of airline X results (outcomes)

Decisions (D)	Events – the set of external world states (S)		
	1. Growth of air transport demand	2. Continuation of air transport demand	3. Decline of air transport demand
1. Increasing the fleet	100 million PLN	20 million PLN	<b>-80 million PLN</b>
2. Maintaining the fleet	40 million PLN	50 million PLN	<b>-20 million PLN</b>
3. Decreasing the fleet	30 million PLN	<b>10 million PLN</b>	20 million PLN

Step 2. Determining the minimal outcomes (results) for acceptable decisions.

This activity focuses on the analysis of expected outcomes (results). The lowest scores for particular decisions are to be indicated. In this example the lowest score (indicated in bold in the table) is as follows:

$$\min U_1 \text{ (increasing the fleet) } = -80 \text{ million PLN,}$$

$$\min U_2 \text{ (maintaining the fleet) } = -20 \text{ million PLN,}$$

$$\min U_3 \text{ (decreasing the fleet) } = 10 \text{ million PLN,}$$

Step 3. Choosing the maximum result out of the lowest (minimum) in accordance with Formula (1).

This step aims to choose the greatest (maximum) outcome (result) out of the minimal ones (maximini) – Decision No 3 – the decreasing of the fleet where the minimum profit is 10 million PLN and it is the largest of the remaining minimal results in particular decisions.

### Hurwicz's optimism criterion

Hurwicz's optimism criterion relies on courageous risk taking and is also called the principle of the greatest gain (maximax)<sup>12</sup>. When it is applied, it is of crucial importance to determine the individually the optimism index ( $\alpha$ ). It is assumed that the ratio of optimism and pessimism (levels) equals to 1. In order to determine the optimism index, the decision maker should consider at what event  $x$  he/she would be indifferent between decisions  $D_1$  i  $D_2$ , that are described in the table below<sup>13</sup>:

Table 2

Determining Hurwicz's optimism index

Decisions (D)	Events – the set of external world states (S)	
	$S_1$	$S_2$
$D_1$	0	1
$D_2$	X	X

For example, if the decision maker states that they are indifferent between  $D_1$  i  $D_2$  for  $X$  equal to 0.7, the optimism index amounts to  $\alpha = 0.7$ . In this case, the optimism index is  $1 - \alpha = 1 - 0.7 = 0.3$ .

Deciding is based here on the following algorithm: the greatest result (outcome) of particular decisions is multiplied by the optimism index and the lowest result multiplied by the pessimism index is added. The sum of these products is characteristic for the gain assigned to each action. Then the actions are maximized, i.e. the decision whose outcome is the greatest is taken. Therefore, the optimal decision is described by the following relation:

$$D_o = \max\{[\max U_i x \alpha] + [\min U_i x (1 - \alpha)]\} \quad (2)$$

where:

$D_o$  – denotes the optimal decision,

$U_i$  – denotes the utility (e.g. profit) of the state of matters under consideration,

$\alpha$  – denotes the optimism index,

$(1 - \alpha)$  – denotes the pessimism index,

$i$  – denotes 1, 2, ..., n number.

<sup>12</sup> K. Bolesta-Kukułka, *Decyzje...*, op. cit., p. 222.

<sup>13</sup> T. Tyszka, *Decyzje...*, op. cit., p. 335.

The algorithm of the action taken is as follows:

Step 1. The construction of results (outcomes) matrix.

The same matrix is applied as in the case of previous criteria, i.e. Table 1.

Step 2. Determining the optimism index.

It has been assumed that the optimism index equals to 0.6. In this situation, the pessimism index equals to 0.4.

Step 3. Determining results (payoffs) matrix of the maximum and minimum outcomes of possible decisions.

For particular decisions, the maximum and minimum payoffs have been determined (in bold in Table 3). Then, the utilities of particular decisions are calculated by summing the values received from the product of the optimism index and the greatest result and the pessimism index and the minimum result.

Table 3

Maximum and minimum results matrix

Decisions (D)	Events – the set of external world states (S)		
	1. Growth of air transport demand	2. Maintaining of air transport demand	3. Decline of air transport demand
1. Increasing the fleet	<b>100 million PLN</b>	20 million PLN	-80 million PLN
2. Maintaining the fleet	40 million PLN	<b>50 million PLN</b>	<b>-20 million PLN</b>
3. Decreasing the fleet	<b>30 million PLN</b>	<b>10 million PLN</b>	20 million PLN

$$D_1 = 100 \text{ million PLN} \times 0.6 + (-80 \text{ million PLN}) \times 0.4 = 60 \text{ million PLN} - 32 \text{ million PLN} = 28 \text{ million PLN},$$

$$D_2 = 50 \text{ million PLN} \times 0.6 + (-20 \text{ million PLN}) \times 0.4 = 30 \text{ million PLN} - 8 \text{ million PLN} = 22 \text{ million PLN},$$

$$D_3 = 30 \text{ million PLN} \times 0.6 + 10 \text{ million PLN} \times 0.4 = 18 \text{ million PLN} + 4 \text{ million PLN} = 22 \text{ million PLN}.$$

Step 4. Choosing the highest result in accordance with Formula (2).

Thus Decision no 1 is the optimal one because it guarantees the highest payoff of 28 million PLN.

### The criterion of Savage's minimax regret

Savage's minimax regret criterion<sup>14</sup> is as pessimistic as Wald's. The method of actions (proceedings) differs from the one described above. It requires the processing of an outcomes matrix into a regret matrix in order to calculate the so-called amount of regret. As a measure of regret amount, Savage proposes the difference (ratio) between the maximum profit and the actual one, which can be obtained by knowing in advance the state of affairs that has already occurred.

<sup>14</sup> K. Bolesta-Kukułka, *Decyzje...*, op. cit., p. 223.

Processing the entire table of outcomes (results) in this way allows for determining maximal regrets in each available state of affairs. Then the rule is to be applied in order to select the lowest (minimum) of the largest (maximum) regrets of available decisions (minimax regret).

Applying the lowest (minimum) regret criterion, the optimal decision can be presented using the following formula:

$$D_o = \min(\max Z_i) \tag{3}$$

where:

$D_o$  – denotes the optimal decision,

$Z_i$  – denotes the amount of regret,

$i$  – denotes 1, 2, ..., n number.

The action taken for the same example referring to airline X is as follows:

Step 1. The construction of the outcome (profits or losses) matrix.

This matrix is the same as in Wald's criterion (Table 1).

Step 2. Determining the regret matrix.

We transform the results (outcomes) matrix into the regret matrix and then calculate the loss as the difference between the maximum payoff in any event that we would get if we knew what the set of external world states and other payoffs would be. Thus in each column relating to the external world set, from the maximum amount we subtract particular smaller or equal values – see Table 4.

Table 4

Savage's regret matrix

Decisions (D)	Events – the set of external world states (S)		
	1. Growth of air transport demand	2. Maintaining of air transport demand	3. Decline of air transport demand
1. Increasing the fleet	100 million PLN - 100 million PLN = 0 million PLN	50 million PLN - 20 million PLN = 30 million PLN	20 million PLN - (-80 million PLN) = <b>100 million PLN</b>
2. Maintaining the fleet	100 million PLN - 40 million PLN = <b>60 million PLN</b>	50 million PLN - 50 million PLN = 0 million PLN	20 million PLN - (-20 million PLN) = 40 million PLN
3. Decreasing the fleet	100 million PLN - 30 million PLN = <b>70 million PLN</b>	50 million PLN - 10 million PLN = 40 million PLN	20 million PLN - 20 million PLN = 0 million PLN

Step 3. Determining the greatest (maximum) regrets for each decision.

The maximum regrets (in bold) in this matrix are as follows:

$\max Z_1$  (increasing the fleet) = 100 million PLN,

$\max Z_2$  (maintaining the fleet) = 60 million PLN,

$\max Z_3$  (decreasing the fleet) = 70 million PLN.

Step 4. Choosing the minimal out of maximal regret in accordance with Formula (3).

This step relies on the identification of the maximum regrets in particular decisions (lines) and determining the least regret. In this case, the maximum regret amounts to 100 million PLN and occurs in case of Decision no 1. – decreasing the fleet. The next maximal regret (70 million PLN) refers to Decision no 3 – increasing the fleet. The least regret (60 million PLN) occurs in case of Decision no 2, i.e. maintaining the fleet. This example shows that a rational decision maker, while taking a decision applying the minimization of maximum regret, should decide on Decision no 2 and maintain the existing fleet.

It is worth noting that although regret is an unpleasant feeling for the decision maker, it can bring them benefit. Firstly, the fear of regret generally leads to a deeper assessment of the situation before making a decision. Secondly, it often leads to avoiding making the same mistake and in this way contributes positively to correct wrong decisions.

### Szaniawski's caution criterion

This criterion takes into consideration the weighted sum of the smallest and medium utility of decision. Contrary to Hurwicz's optimism criterion, the second component of the weighted sum is not the maximum value but the average of possible payoffs. The similarity lies in the fact that it is permitted for the decision maker to set the index (indicator) themselves. In K. Szaniawski's case it is the caution index, whereas in Hurwicz's – optimism index. Therefore, the decision maker does not have to be limited to the minimum results (outcomes) as in case of Wald's optimism criterion. However, they should determine the caution index  $\beta$ , where  $0 \leq \beta \leq 1$  and  $\beta + (1 - \beta) = 1$ . The choice of optimal decision relies in the maximization of the weighted sum of minimum utility multiplied by  $\beta$  *caution index* and average utility multiplied by its opposite, let it be called the *courage index*  $(1 - \beta)$  of particular decisions. The optimal decision can be expressed by the formula<sup>15</sup>:

$$D_o = \max\{[\min U_i \times \beta] + [1/n \sum_{i=1}^n U_i \times (1 - \beta)]\} \quad (4)$$

where:

$D_o$  – denotes the optimal decision,

$U_i$  – denotes the utility (e.g. profit) decisions under consideration,

$\beta$  – denotes the caution index,

$(1 - \beta)$  – denotes the courage index,

$i$  – denotes 1, 2, ..., n number.

<sup>15</sup> Por. T. Tyszka, *Decyzje...*, op. cit., p. 336.



Taking into consideration again the example of airline X, the algorithm of the activities consists of the following steps:

Step 1. The construction of results (outcome) matrix.

The identical matrix has been applied as in the case of the previous criteria (see Table 1).

Step 2. Determining the caution index ( $\beta$ ).

It has been assumed that for a courageous decision maker this index is low and amounts to 0.2. In this situation the courage index is  $1 - \beta = 0.8$ .

Step 3. Calculating the average value  $1/n \sum_{i=1}^n U_i$  in particular decisions.

$$\begin{aligned} 1/n \sum_{i=1}^n U_i \text{ for } D_1 \text{ is } & \frac{100 \text{ mln PLN} + 20 \text{ mln PLN} + (-80 \text{ mln PLN})}{3} \\ & = 13,3 \text{ mln PLN,} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1/n \sum_{i=1}^n U_i \text{ for } D_2 \text{ is } & \frac{40 \text{ mln PLN} + 50 \text{ mln PLN} + (-20 \text{ mln PLN})}{3} \\ & = 23,3 \text{ mln PLN,} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1/n \sum_{i=1}^n U_i \text{ for } D_3 \text{ is } & \frac{30 \text{ mln PLN} + 10 \text{ mln PLN} + 20 \text{ mln PLN}}{3} \\ & = 20 \text{ mln PLN.} \end{aligned}$$

Step 4. Calculating the weighted sum of particular decisions' utility:

$$D_1 = 0.2 \times (-80) \text{ million PLN} + 0.8 \times 13.3 \text{ million PLN} = -5.36 \text{ million PLN,}$$

$$D_2 = 0.2 \times (-20) \text{ million PLN} + 0.8 \times 23.3 \text{ million PLN} = 14.64 \text{ million PLN,}$$

$$D_3 = 0.2 \times (10) \text{ million PLN} + 0.8 \times 20 \text{ million PLN} = 18.00 \text{ million PLN.}$$

Step 5. The choice of the optimal decision by maximization of the weighed sum (see Formula 4). In this case the optimal choice will be Decision no 3, i.e. decreasing the fleet.

### Laplace's equal likelihood criterion

Laplace's criterion, also called the equal likelihood principle<sup>16</sup> assumes that decision makers base judgements merely on individual conjecture relating to the probability of events. If they do not know the likelihood of particular events, they should recognize that they are equal. Then they will seek to maximize the expected utility assuming that all states of matters will occur with equal probability. This criterion, although frequently used while making a decision under uncertainty, is actually a special case of decision making under risk when it is subjectively assumed that all events are just as likely.

---

<sup>16</sup> B.R. Kuc (ed.), *Zarządzanie...*, op. cit., p. 67.

Therefore the optimal decision could be defined by the following formula:

$$D_o = \max(1/n \sum_{i=1}^n U_i) \quad (5)$$

where:

$D_o$  – denotes the optimal decision,

$U_i$  – denotes the utility (e.g. profit) decisions under consideration,

$i$  – denotes 1, 2, ..., n number.

In the case of airline X, applying Laplace's criterion, the following steps should be followed:

Step 1. The construction of results (outcome) matrix.

This matrix is the same as the previous ones – see Table 1.

Step 2. Calculating the expected utility of each decision.

Because the probabilities of the external world states are not known, it should be assumed that they are equally likely. Therefore, with three states, each of them will occur with a probability equal to 1/3. This can be written as follows:

$D_1 = 1/3 \times 100$  million PLN +  $1/3 \times 20$  million PLN +  $1/3 \times (-80)$  million PLN = 13.3 million PLN,

$D_2 = 1/3 \times 40$  million PLN +  $1/3 \times 50$  million PLN +  $1/3 \times (-20)$  million PLN = 23.3 million PLN,

$D_3 = 1/3 \times 30$  million PLN +  $1/3 \times 10$  million PLN +  $1/3 \times 20$  million PLN = 20 million PLN.

Step 3. Choosing the highest (maximum) expected utility.

The choice is made basing on the maximization of the expected results values (5). Decision no 2, maintaining the fleet, fulfils this condition and the expected value is the highest and amounts to 23.3 million PLN. It is worth noting here that if analysts described a subjective probability of the states, the optimal decision could be different. The weakness of this criterion is the fact that it assumes indifferent attitude to probability which is not always the case in reality.

The quoted example of airline X indicates that applying different criteria to the same decision-making process leads to taking different decisions under uncertainty. Having used Wald's pessimism criterion, and similarly in case of Szaniawski's caution criterion, the optimal decision is to decrease the fleet (Option no 3). However, Savage's regret criterion and Laplace's equal likelihood criterion lead to a decision to maintain the fleet, i.e. Option no 2. In turn, according to Hurwicz's optimism criterion, a rational manager should choose Option no 1 – and increase the fleet. Due to the fact that the application of these particular criteria and indexes leads to different decision directives, the suggested tools to support decision-making a process under uncertainty generate only helpful information. Actually, these are the managers who take responsibility for the final decision. Therefore

they can, but do not have to, take into consideration the directives resulting from their application.

Criteria for decision-making under uncertainty are useful in a situation when the effects of actions and the set of external world states are known. However, the decision maker is sometimes forced to make a choice without sufficient knowledge when they cannot predict the set of world states and their consequences. In such a case, according to J. Koziński, one of the most important decision making meta-strategies is the principle of profit as a centre of gravity<sup>17</sup>. In accordance with it, while making a choice one should focus only on positive effects of actions and ignore negative possibilities. Such an approach encourages managers and is necessary for the transgression of their own abilities. As a result they often overcome an economic depression without losing the momentum of their actions which allows them to maintain an advantage over their competitors. However, this strategy is not fully rational but in many cases effective. Apart from the fundamental advantage of a continuous trend in the organization's development, it has a drawback connected with the possibility to suffer severe losses resulting from an over-optimistic perception of running the business. Thus there are many arguments proving that the most effective manager is the one who in their actions uses opportunities and at the same time does not forget about threats. Still maintaining the so-called golden mean, i.e. balanced actions bring the best long-term effects.

It is worth noting here that the assumptions theory of decision-making under uncertainty can be used for both playing with nature and the competitor as well. In both these cases, it is interesting to introduce the principles of game theory that deals with, among others, armed, economic or political conflicts<sup>18</sup>.

## Conclusion

To sum up the considerations mentioned above, it can be concluded that uncertainty is a situation where one cannot predict the probability, independent from the decision maker, future states of phenomena or processes. At the same time, there is a possibility to predict the effects of actions and the set of external world states in such a situation. In the past and nowadays the manager has very limited influence upon the modification of uncertainty whose level generally depends on the unpredictable and uncontrollable conditions found in their environment.

---

<sup>17</sup> J. Koziński, *The Polish economic reform: Transgressive decision making*, Journal of Economic Psychology nr 6, 2006, pp. 175–204.

<sup>18</sup> Compare: Z.J. Pietraś, *Teoria gier jako sposób analizy procesów podejmowania decyzji politycznych*, (Game Theory as a Way to Analyse Processes of Taking Political Decisions) Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej, Lublin 1997, p. 21.

There is no doubt that the mathematical operations presented above in connection with the proposed criteria of decision making under uncertainty help the decision makers to optimize their choices. At the same time, they are not the ultimate indicator of their actions. They play an important and often irreplaceable function in supporting the development of an optimal decision. Decision makers make decisions depending on their personality or a situational attitude to uncertainty. If their attitude is to play safe, it is advisable for them to take a decision basing on Wald's pessimism criterion. If they do not like to lose, they should take advantage of Savage's least regret criterion or Szaniawski's caution criterion. In case they do not want to act without any preferences, it is reasonable to choose Laplace's equal likelihood criterion. However, if they strive to maximize the biggest gain, Hurwicz's optimism criterion seems the most appropriate.

It must be underlined that applying the criteria of decision-making under uncertainty does not always translate into the improvement of the effectiveness of an organization's functioning. It results from the fact, among others, that they assume an equally likely occurrence of particular events which is a very rare phenomenon in business. Because of that, the knowledge and application of particular criteria is not the only decision-making rule. The research clearly shows that the best results are achieved by those managers who compare the results obtained having applied different criteria and who while taking decisions take into account not only information obtained from mathematical calculations but are also guided by their knowledge, experience and intuition.

The reflection that appeared during the research paved the way to indicate the directions of further exploration, particularly in terms of developing a multi-criteria model of decision-making under uncertainty. There is no doubt that multi-sided and in-depth research in this area is needed. At the same time, the obtained results can provide a valuable material for further theoretical and practical explorations aiming at deeper understanding and greater improvement of the process of decision-making under uncertainty.

### **Bibliography**

- Bolesta-Kukułka K., *Decyzje menedżerskie*, (Managerial Decisions), PWE, Warsaw 2003.  
Dziawgo D., *Credit rating*, PWN, Warsaw 1998.  
Griffin R.W., *Podstawy zarządzania organizacjami*, (Management) PWN, Warsaw 2006.  
Hofsede G., *Kultura i organizacje*, (Culture and Organizations) PWE, Warsaw 2000.  
Jędralska K., *Zachowanie przedsiębiorstw w sytuacji niepewnych i ryzykownych*, (Organizational Behaviour under Uncertainty and Risk) AE, Katowice 1992.  
Knight E.H., *Risk, Uncertainty and Profit*, Chicago – London 1985.  
Kozielecki J., *The Polish economic reform: Transgressive decision making*, Journal of Economic Psychology no 6, 2006.  
Kozmiński A.K., *Zarządzanie w warunkach niepewności. Podręcznik dla zaawansowanych*, (Management in Uncertainty Conditions. Handbook for Advanced Learners), PWN, Warsaw 2005.

- Kuc R.B. (ed.), *Zarządzanie ryzykiem – wyzwania XXI wieku*, (Risk Management – Challenges of the 21st Century) Wyższa Szkoła Zarządzania i Prawa im. Chodakowskiej H., Warsaw 2007.
- Pietraś Z.J., *Teoria gier jako sposób analizy procesów podejmowania decyzji politycznych*, (Game Theory as a Way to Analyse Processes of Taking Political Decisions) Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej, Lublin 1997.
- Rigby R., *Moving upward in a downturn*, Harvard Business Review, June 2001.
- Sniedovich M., *Wald's maximin model: a treasure in disguise!* Journal of Risk Finance, 9(3) 2008.
- Ścibiorek Z., *Podjęmowanie decyzji*, (Decision Making) ULMAK, Warsaw 2003.
- Tyszka T., *Decyzje. Perspektywa psychologiczna i ekonomiczna*, (Decisions. Psychological and Economic Perspective), Scholar, Warsaw 2010.